



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

**Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e
no Ensino Secundário**

Relatório da Prática de Ensino Supervisionada

**Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em Ensino de
Matemática para 3.º Ciclo e Secundário de Ana Isabel Martins
Trindade**

Ana Isabel Martins Trindade

Orientador: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

Évora, Abril 2012

**Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e
no Ensino Secundário**

Relatório da Prática de Ensino Supervisionada

**Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em Ensino de
Matemática para 3.º Ciclo e Secundário de Ana Isabel Martins
Trindade**

Ana Isabel Martins Trindade

Orientador: Professora Doutora Ana Paula Canavarro

Resumo

Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em Ensino de Matemática para 3.^º Ciclo e Secundário de Ana Isabel Martins Trindade

Nos dias de hoje, a escola apresenta-se como um local de formação e convívio com alunos cada vez mais heterogéneos e exigentes. Cabe ao professor acompanhar o rápido desenvolvimento da sociedade atual através da diversificação dos métodos de ensino e da criação de situações de aprendizagem motivantes que impliquem o aluno na sua própria aprendizagem. Assim, na prática de ensino supervisionada realizada pela autora em duas escolas (básica e secundária), foram desenvolvidas atividades que contribuíram para a aprendizagem dos alunos e igualmente para o próprio desenvolvimento profissional, que se reflete neste relatório.

Das muitas aprendizagens identificadas no percurso formativo da autora, destacam-se as realizadas a nível do processo instrucional que orienta as fases de planificação, condução e avaliação do processo de ensino e aprendizagem. Sublinha-se o recurso a tarefas de modelação matemática, a condução dos vários momentos da aula e a utilização da tecnologia na sala de aula.

Abstract

Supervised Teaching Practice of the Master on Mathematics Teaching on 3rd Cycle and Secondary levels of Ana Isabel Martins Trindade

Nowadays, school presents itself as a place of training and socializing with students increasingly demanding and heterogeneous. The teacher has to accompany the rapid development of modern society through diversification of teaching methods and creation of motivating learning situations that involve students in their own learning. So, on supervised teaching practice developed by the author in two schools (basic and secondary), several activities were developed that contributed both to students learning and to the author professional development, as explained in this report.

Among the professional knowledge learned during the training process, the author identified several learnings concerning the instructional process that guides the phases of planning, conducting and evaluating of teaching and learning process. To be stressed are the use of mathematical modeling tasks, the conduct of the various moments of the lesson and use of technology in the classroom.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora, Professora Doutora Ana Paula Canavarro, pelas palavras amigas, disponibilidade, incentivo, comentários e sugestões.

Ao Professor Doutor António Borralho e às Professoras Orientadoras Cooperantes, Maria José Carvalho e Helena Rosmaninho, pela experiência que partilharam.

À Dina e ao Pedro pela amizade e companhia neste mestrado.

Ao Rui e à minha família pela paciência e apoio incondicional que sempre me deram. À Susanita que me dá ânimo e alegria para continuar sempre em frente.

Aos amigos e colegas, pelas palavras de incentivo e motivação.

ÍNDICE

Introdução	1
1. Conhecimento Matemático, Curricular e dos Alunos	6
1.1. A Matemática	6
1.2. Currículo de Matemática.....	8
1.3. Os Alunos e Sua Aprendizagem Matemática.....	13
A Turma 8.ºC.....	14
A Turma 11.ºJ.....	17
2. Planificação e Condução de Aulas e Avaliação de Aprendizagens.....	21
2.1. Preparação das Aulas	21
Turma 8.ºC.....	22
Turma 11.ºJ	24
2.2. Condução das Aulas	26
Turma 8.ºC	28
Turma 11.ºJ	31
2.3. Avaliação das Aprendizagens	33
3. Tarefas Mais Significativas	36
3.1. Tarefas Aplicadas na turma 8.ºC.....	36
Função afim	37
Sistemas de Duas Equações	41
Tetraminós	43
3.2. Tarefas Aplicadas na turma 11.ºJ	49
Modelação com lasanha.....	50
A Altura dos Cães	56
A Evolução da População Portuguesa	62
O Manuscrito do Leonardo da Vinci	69
4. Análise da Prática de Ensino.....	75
5. Participação na Escola.....	84
6. Desenvolvimento Profissional	89
Conclusão	101
Referências Bibliográficas.....	104

ÍNDICE DE IMAGENS

Imagen 1: Entrada da EBIAR.....	2
Imagen 2: Entrada da ESGP	3
Imagen 3: Sala de aula	3
Imagen 4: O circuito elétrico	29
Imagen 5: Visualização da página do Geogebra	42
Imagen 6: Tetraminós construídos pelos alunos	44
Imagen 7: Duas reproduções do mesmo tetraminó	45
Imagen 8: <i>Applet</i> para construção de tetraminós	48
Imagen 9: Tangram construído no Geogebra	48
Imagen 10: Jogo Triominó	48
Imagen 11: Applet para confirmar os modelos	53
Imagen 12: Quadro comparativo do número de população portuguesa	65
Imagen 13: Procura dos parâmetros por um dos grupos	66
Imagen 14: Email enviado aos alunos	85
Imagen 15: Vista inicial do email	85

ÍNDICE DE ANEXOS

I.	Questionário aplicado	107
II.	Resultados obtidos nos inquéritos	108
III.	Planificação a longo prazo.....	112
IV.	Planificação a médio prazo - EBIAR	113
V.	Planificação a curto prazo - EIBAR	117
VI.	Planificação a curto prazo - ESGP	120
VII.	Grelha de Avaliação	123
VIII.	Banda Desenhada	124
IX.	Tarefa Função Afim	130
X.	A Função Afim no Geogebra.....	132
XI.	Tarefa Sistemas de Duas Equações	133
XII.	Tarefa Tetraminós	135
XIII.	Tarefa Modelação com Lasanha.....	139
XIV.	Tarefa Altura dos Cães	140
XV.	Tarefa Evolução da População Portuguesa	142
XVI.	Tarefa O Manuscrito de Leonardo da Vinci.....	143
XVII.	Jogo dos sistemas	145

INTRODUÇÃO

O presente relatório, elaborado no decorrer da Prática de Ensino Supervisionada inserida no Mestrado em Ensino da Matemática do 3.º Ciclo e no Ensino Secundário, consiste numa reflexão sobre as práticas pedagógicas adotadas e sua importância na minha formação enquanto profissional do ensino da Matemática.

Desde pequena que a experiência, a curiosidade e o desafio são características que me acompanham. Lembro-me de ser uma criança que sempre quis aprender mais, saber o porquê das coisas e para que é que as mesmas serviam.

Ao longo do meu percurso académico senti que o mesmo não estava completo, posso até dizer que senti um certo descontentamento quanto às abordagens e estratégias que os meus professores utilizavam na sala de aula de Matemática. Este desagrado levou-me a tentar criar oportunidades durante a PES para experimentar novas metodologias e proporcionar aos alunos novas experiências de aprendizagem que eu não vivenciei enquanto aluna.

O processo de ensino-aprendizagem atual exige alunos com um papel mais ativo e professores com um papel mais de orientador e não de expositor da matéria, demanda uma aula onde a autonomia é muito grande por parte dos alunos que procuram informação e sugerem tarefas para fazer na sala de aula de Matemática (Associação de Professores de Matemática, 2009; Ministério da Educação, 2001). No futuro, esta vivência vai ser transportada pelos alunos para a sua integração na sociedade, adquirindo uma atitude mais crítica e sociável, ou seja, não é apenas o conhecimento matemático e as competências matemáticas que se pretendem desenvolver, é todo um conjunto de capacidades que formam o aluno enquanto indivíduo.

Neste relatório, pretendo realizar uma reflexão crítica e fundamentada sobre a prática de ensino da Matemática com vista à regulação da própria prática, e simultaneamente, espero desenvolver uma atitude de autoquestionamento e de desenvolvimento profissional continuado.

O professor deve estar sensível para o facto de estar em constante aprendizagem e de necessitar de refletir sobre a sua prática diária para se tornar num profissional cada

vez melhor. É claro que não existem receitas nem fórmulas mágicas, a sala de aula é um espaço claramente heterogéneo onde convergem diferentes personalidades com diferentes atitudes, capacidades e interesses e, na qual, o professor é o responsável por interpretar e regular essa diversidade de forma a proporcionar bases aos alunos para que cheguem à aprendizagem.

O contexto da PES

A Prática de Ensino Supervisionada (PES) decorreu no ano letivo 2010/2011, na Escola Básica Integrada André de Resende (EBIAR) e na Escola Secundária Gabriel Pereira (ESGP), em duas turmas, uma do 8.º ano e outra do 11.º ano, esta última do Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais.

A EBIAR (Imagem 1) situa-se em Évora e é constituída por vários pavilhões onde se encontram as salas de aulas, um ginnodesportivo, um pavilhão polivalente e o refeitório. Fisicamente, é uma escola cuja estrutura se encontra um pouco degradada na qual o frio ou o calor excessivos são frequentes nas salas de aula. Apenas um número reduzido de salas possui quadro interativo, sendo que na sua maioria o único recurso é o quadro verde. Em tempos, as salas possuíram computador e videoprojector que, na atualidade, se encontram em mau estado. Quando requisitado e disponível, é possível utilizar-se o retroprojetor. A nível do terceiro ciclo, a escola contou com 426 alunos distribuídos pelas dezassete turmas no ano letivo 2010/2011 e, além do percurso normal, a escola também oferece Cursos de Formação e Educação.



Imagen 1: Entrada da EBIAR

A ESGP (Imagem 2) situa-se em Évora e é constituída por quatro pavilhões onde se encontram as salas de aula, um ginnodesportivo, um ginnodesportivo de esgrima, um pavilhão polivalente e um pavilhão onde se localiza o refeitório. O pavilhão polivalente dispõe de bar, salão, papelaria e reprografia. A escola possui também biblioteca e

amplos pátios com um ambiente muito agradável. Todas as salas de aula possuem computador e *datashow*, sendo que a sua maioria também possui quadro interativo (Imagen 3). No início do ano letivo 2010/2011, a escola contou com 849 alunos distribuídos por trinta e quatro turmas no percurso normal do ensino secundário, funcionando também Cursos de Educação e Formação (CEF) e Cursos de Educação e Formação de Adultos (EFA).

Ao conhecer a ESGP fiquei agradavelmente surpreendida pelo ambiente tranquilo e acolhedor que se sente. Verifica-se existir um bom relacionamento entre alunos, professores e funcionários com um objetivo comum: o percurso académico dos alunos. Confesso que fui bem acolhida por toda a comunidade escolar, sobretudo pela Orientadora Cooperante e pelos alunos da turma 11.^ºJ. Este ambiente foi fundamental no decorrer da minha Prática de Ensino Supervisionada, constituindo um modelo a seguir.



Imagen 2: Entrada da ESGP



Imagen 3: Sala de Aula

O trabalho desenvolvido ao longo da PES consistiu essencialmente na planificação e execução das aulas de Matemática. No entanto, para além da atividade letiva, também foram realizadas duas atividades extracurriculares: a realização de uma aula sobre calculadoras gráficas no 8.^º ano e a criação de um email para auxiliar o estudo das turmas do 11.^º ano do Curso Científico humanístico de Artes Visuais.

O núcleo de estágio foi constituído apenas por duas alunas, eu e a Dina Rolita, os professores da Universidade, a Professora Doutora Ana Paula Canavarro e o Professor Doutor António Borralho, e as orientadoras cooperantes, Professora Maria José Carvalho e Professora Helena Rosmaninho.

Durante a PES tive oportunidade de aplicar diferentes métodos de ensino na sala de aula através de propostas de diferente natureza e com o recurso à tecnologia, sempre com o apoio e colaboração do restante núcleo, que constantemente ofereceram sugestões e partilharam a sua experiência.

Ao longo da PES salientaram-se duas fases distintas: a fase de observação e a fase de lecionação. A fase de observação ocorreu sempre que mudámos de escola e proporcionou a adaptação à mesma e respetiva turma. Da fase de lecionação constam a preparação das aulas, respetiva condução e ainda a reflexão sobre as mesmas, momentos de grande importância para mim.

Em ambas as fases, a reflexão acompanhou todo o processo de forma a permitir identificar o que podia ser melhorado e proporcionar a reformulação de metodologias e de estratégias.

Organização do relatório

Os primeiros capítulos do relatório dizem respeito a quatro dos aspectos do conhecimento profissional do professor de Matemática que o assistem na sua prática letiva: a Matemática, o currículo, o aluno e seus processos de aprendizagem e a condução da atividade instrucional (Canavarro, 2003).

No primeiro capítulo realizei uma breve abordagem ao conhecimento da Matemática. É fundamental que um professor de Matemática detenha um claro domínio dos conteúdos matemáticos que leciona, contudo este não é suficiente. O professor tem de saber utilizar o seu conhecimento na sala de aula, tem de se adaptar às mudanças que o ensino da Matemática e a própria sociedade exigem, tem de mostrar uma abertura que permita a realização de novas experiências e investigações (Ponte, 1998).

Diretamente relacionado com o conhecimento da Matemática surge o conhecimento do currículo, que abordo no segundo capítulo. O professor necessita de entender o currículo como um todo constituído por finalidades e objetivos, conteúdos, metodologias e propostas de avaliação das aprendizagens dos alunos. Além disso, o professor necessita de “o interpretar, adaptando-o à pessoa e profissional que é e ao contexto onde exerce a profissão, reconstruindo-o para a sua sala de aula e alunos” (Canavarro, 2003).

Surge assim a necessidade do professor conhecer os alunos e respetivos processos de aprendizagem. Com este intuito, fui tentando construir um conhecimento pedagógico dos alunos através da observação das aulas e das informações fornecidas pelas professoras cooperantes, do diálogo que estabeleci na sala de aula e também das conversas que desenvolvi com os alunos no *messenger*. Para completar alguma

informação, recorreu-se também à aplicação de um questionário cujos resultados são apresentados nos anexos.

O conhecimento do processo instrucional que engloba a planificação, a condução e a avaliação do processo de ensino-aprendizagem com a finalidade de organizar a prática letiva, constitui o quarto capítulo. Mas este conhecimento, pela sua importância, é retomado no quinto capítulo, em que faço uma descrição e análise de algumas tarefas que apliquei durante a PES e, as quais, considero terem proporcionado importantes aprendizagens enquanto professora, tendo, deste modo, contribuído para o meu desenvolvimento pessoal. No sexto capítulo apresento a reflexão que efetuei sobre a minha prática letiva de forma a poder melhorar a minha atuação enquanto profissional da educação.

O sétimo capítulo é dedicado à descrição da minha participação não letiva nas escolas em duas atividades que visaram promover o conhecimento matemático e a interação com os educandos com recurso à tecnologia: a criação de um *email* para apoio ao estudo dos alunos do ensino secundário e a exploração da calculadora gráfica no ensino básico.

O oitavo capítulo engloba as principais aprendizagens que realizei e que contribuíram para o meu desenvolvimento profissional, terminando o relatório com uma breve conclusão.

1. CONHECIMENTO MATEMÁTICO, CURRICULAR E DOS ALUNOS

1.1. A Matemática

O conhecimento da Matemática e sobre a Matemática e a relação do professor com a Matemática são aspectos cruciais na formação do conhecimento profissional do docente (Ponte, 1998). O conhecimento da Matemática refere-se ao conhecimento dos conteúdos e procedimentos matemáticos, enquanto o conhecimento sobre a Matemática engloba “a compreensão da natureza do conhecimento matemático e da atividade matemática, o que envolve fazer Matemática e como se produz e valida o seu conhecimento, qual o papel das ferramentas matemáticas na perseguição de novas ideias e generalizações” (Canavarro, 2003). A relação do professor com a Matemática tem a ver com a atitude, o gosto e a forma como o professor se posiciona em relação à Matemática.

Enquanto aluna, tive o privilégio de conviver com professores detentores de um conhecimento matemático excepcional, alguns dos quais considerei não serem bons professores. Nas aulas que praticavam era notável a compreensão dos conteúdos que abordavam enquanto, igualmente notório, eram as dificuldades que apresentavam em transmitir os conhecimentos aos alunos. Hoje percebo que, esses professores possuíam o conhecimento da Matemática, no entanto, não detinham o conhecimento sobre a Matemática e o que me leva a concluir que, embora para um professor seja essencial o domínio dos conteúdos matemáticos que leciona, o mesmo não é suficiente. O professor precisa de compreender a sua própria relação com a Matemática, de conhecer as características dos seus alunos e a forma como eles aprendem, precisa de adequar a sua atuação de forma a criar aprendizagens nos alunos, precisa de avaliar a sua própria prática. Ao refletir sobre o que é a Matemática e sobre o que significa aprender e ensinar Matemática, o professor está a contribuir para identificar a forma como comprehende esta disciplina. Só com a compreensão da sua relação com a Matemática o professor pode estar aberto à mudança, à realização de novas tarefas e à utilização de diferentes metodologias e recursos.

Então, o que é para mim a Matemática e o porquê «ensinar Matemática»? Durante a escola primária, agora 1.º ciclo, senti que os professores cativaram e apoiaram o meu desejo de aprender. As aulas eram alegres, os jogos e as experiências desafiantes eram constantes do dia-a-dia da sala de aula. Talvez o seu conhecimento matemático não fosse o melhor; no entanto, tinham, com certeza, uma boa relação com a Matemática.

Ao chegar à escola preparatória (2.º e 3.º ciclos) as aulas tornaram-se rotineiras e limitavam-se a repetir exercícios semelhantes até todos os alunos conseguirem reproduzir o respetivo processo. Recordo-me que os manuais de Matemática tinham páginas dedicadas a jogos e desafios que eram ignoradas pelos professores ao invés das páginas que continham exercícios para prática e consolidação da matéria. Era em casa que me dedicava às páginas que ficavam para trás, esquecidas pelos professores e as quais eu pensava que apenas serviam para passar o meu tempo. Hoje comprehendo que essa forma de “ocupar” o tempo teve importantes contribuições no desenvolvimento na minha relação com a Matemática.

A visão da Matemática que era transmitida cingia-se ao abstrato e ao formal que raramente era relacionada com o contexto real. O querer aprofundar o meu conhecimento matemático fez-me escolher um mestrado nesta área que me permitiu começar a conhecer uma Matemática diferente, dinâmica e em evolução, com aplicações em muitas das áreas do quotidiano, fundamental para o nosso desenvolvimento enquanto pessoa e profissional das mais variadas áreas. Deste modo, a aprendizagem da Matemática faz todo o sentido, ajudando os alunos a tornarem-se “indivíduos não dominados mas pelo contrário independentes – no sentido de competentes, críticos, confiantes e criativos” (Associação de Professores de Matemática, 2009), aptos para viver numa sociedade em acelerada evolução.

Desde criança que criei uma boa relação com a Matemática, transformando-se num interesse pessoal e profissional. Enquanto aluna de PES, sinto que esta relação ficou ainda mais consolidada pois descobri novas aplicações da Matemática, aprofundei conteúdos antigos e realizei novos conhecimentos. Adorava regressar ao ensino secundário novamente como aluna e poder trabalhar com todas as tecnologias que encontrei na Escola Secundária Gabriel Pereira, aprender através da exploração de tarefas de investigação e da manipulação de recursos, participar num debate sobre um certo raciocínio que foi utilizado na resolução de uma tarefa exploratória. É este tipo de experiências que quero desenvolver com os meus alunos.

Enquanto disciplina escolar, penso que a Matemática está a evoluir de um modo positivo, devagarinho mas no bom caminho. Claro que para continuar a crescer é necessário ter em conta as orientações curriculares atuais, é essencial que os professores continuem a modificar a sua atuação e a criarem ambientes que propiciam a aprendizagem autónoma dos estudantes, é fundamental que os alunos aprendam a «fazer Matemática».

Desejo ter oportunidade de dar a conhecer aos meus alunos uma Matemática que é muito mais que contas, uma Matemática que é entusiasmante, uma Matemática que está presente no nosso quotidiano ao longo da nossa vida, uma Matemática viva no mundo real, uma Matemática que “pode e deve estimular o desenvolvimento de capacidades necessárias à compreensão e à intervenção nos problemas correntes, técnicos, sociais e científicos do nosso mundo” (Associação de Professores de Matemática, 2009).

1.2. Currículo de Matemática

Recordo-me de ver nas capas dos meus manuais escolares a expressão “Novo Programa” que me levava a pensar que os conteúdos tinham sido reestruturados, não me apercebendo que aquelas palavras significavam muito mais.

O currículo de Matemática ambiciona o desenvolvimento da compreensão dos alunos sobre o papel e a importância da Matemática na sociedade e nas suas vidas e o desenvolvimento de uma atitude positiva em relação à Matemática que se traduza na valorização e na compreensão do valor que a Matemática tem. Este surge numa dada altura inserido num certo contexto, sendo por isso necessário que a sua reformulação acompanhe a evolução da escola e da sociedade em geral, e deve ser entendido como um instrumento flexível e integrado, ou seja, deve ser encarado como um meio e não como um fim em si mesmo, permitindo a adequação em relação aos professores, alunos e contextos e, proporcionando a realização de conexões com outras disciplinas e com a realidade (Associação de Professores de Matemática, 2009).

No que diz respeito aos conteúdos curriculares, no ensino básico verifica-se a valorização de certos aspetos da Matemática como a Álgebra e a Estatística. Além dos temas matemáticos, são incluídos neste aspeto atitudes, valores e capacidades como a resolução de problemas, a comunicação e o raciocínio matemático (GTI - Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.), 2010). Penso que esta mudança faz todo o sentido quando a Matemática que se deseja presente na sala de aula está vinculada ao raciocínio

e não à mera realização de contas, aliás, considero-me um exemplo das consequências do ensino ao qual estive cingida: efetuo facilmente operações numéricas e ainda tenho a tabuada decorada, contudo sinto algum embaraço na resolução de problemas e também ao nível da comunicação matemática. Estas dificuldades foram notórias, por exemplo, quando tentava prever os vários raciocínios que os alunos poderiam escolher na exploração de uma tarefa.

Terminei o ensino secundário no ano 2000, no entanto, o processo de ensino-aprendizagem que vivenciei não se insere no currículo que terminei de descrever. As minhas aprendizagens reduziam-se à repetição de mecanismos transmitidos pelo professor sem qualquer ligação ao mundo real e a avaliação incidia quase exclusivamente em testes e exames escritos.

No 9.º ano surgiram as provas globais e no ensino secundário os exames nacionais. Nas aulas, a matéria era “lecionada” no menor tempo possível pois, segundo os professores “*No exame sai a matéria toda!!!*”. Coloquei a palavra *lecionada* entre aspas, não sei ao certo se é adequado utilizar esta palavra para esta situação, considero que muito ficou por desenvolver. Lembro-me por exemplo que, no final do 12.º ano na disciplina de Matemática, ainda nos faltava abordar algumas matérias, entre elas, os números complexos. Foi então que a professora nos pediu um trabalho que consistia em copiar um troço do manual relacionado com a referida matéria para folhas brancas, fazermos uma capa e entregarmos. Semanas mais tarde, ao estudar para o exame nacional surgiu um problema com números complexos, eis então que, autonomamente, necessitei de recorrer a muita pesquisa para conseguir compreender os desenhos que antes tinha simplesmente copiado para outras folhas. Na altura pensei que o professor tinha como grande objetivo a preparação do aluno para o exame. Foi assim com alguma surpresa que, ao analisar o currículo matemático atual nas aulas de Didática, me apercebi que o mesmo já estava implementado antes do ano 2000.

Infelizmente, a realidade atual em muitas das salas de aula de Matemática não é muito diferente daquela que eu experienciei. Na prática, o ensino da Matemática continua a não estar orientado para desenvolver e avaliar processos e estratégias de raciocínio nem a capacidade de resolver novos problemas. As ações comunicar, cooperar, consultar, discutir, investigar ou produzir continuam a revelar-se como grandes lacunas nas atividades dos alunos. Esta situação leva-me a crer que não basta reformular o currículo para mudar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, entre outros intervenientes, o professor desempenha aqui também um papel decisivo,

sendo exigida a sua participação na elaboração do currículo, criticando, refletindo, discutindo e sugerindo.

No decorrer da PES segui várias orientações curriculares para definir finalidades e objetivos, conteúdos, metodologias e os tipos de avaliação a aplicar durante a minha lecionação. Comecei por analisar os Currículos Nacionais do Ensino Básico e do Ensino Secundário, o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico e o Programa de Matemática B do Ensino Secundário. Constantemente recorri também aos Princípios e Normas para a Matemática Escolar do NCTM para planificar e conduzir a lecionação das minhas aulas. Com este trabalho que realizei, deslumbrou-me uma visão do processo de ensino-aprendizagem muito diferente daquele que eu conheci enquanto aluna durante o meu percurso educativo.

Nas orientações apresentadas no Programa de Matemática para o Ensino Básico destaca-se a necessidade de “promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração em contextos diversificados” e “desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência” (Ministério da Educação, 2007) como grandes finalidades do processo de ensino-aprendizagem de Matemática. É importante salientar que este programa deve ser entendido como um instrumento de trabalho para o professor, regulador da prática educativa e não apenas como um documento no qual constam os vários conteúdos a lecionar. As orientações nele presentes estabelecem metas que se esperam ser atingidas pelos discentes, abordagens e estratégias que para isso devem ser utilizadas, tarefas e recursos a aplicar, bem como o tipo de avaliação aconselhada.

Com respeito aos grandes temas apontados no Programa de Matemática do Ensino Básico, surgem Números e operações, Geometria, Álgebra e Organização e tratamento de dados. Igualmente importantes, destacam-se três capacidades, Resolução de Problemas, Raciocínio e Comunicação que devem ser tratadas transversalmente aos grandes temas.

O estudo do tema Números e Operações pretende promover a compreensão dos números e operações, o desenvolvimento do sentido de número e da fluência do cálculo. A Geometria tem como ideia central o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos, apresentando o estudo das figuras geométricas bi e tridimensionais um papel importante. Em relação à Álgebra no 3.º ciclo, “institucionaliza-se o uso da linguagem algébrica, trabalha-se com expressões, equações, inequações e funções, procurando

desenvolver no aluno a capacidade de lidar com diversos tipos de relações matemáticas e estudar situações de variação em contextos significativos” (Ministério da Educação, 2007). O tema Organização e Tratamento de Dados contempla a capacidade de compreender e de produzir informação estatística, bem como o desenvolvimento da compreensão da noção de probabilidade.

Igualmente indispensável no decorrer da PES na escola onde lecionei no 3.º ciclo foi a consulta das orientações constantes do Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais que apresenta como objetivo da educação matemática “ajudar a desocultar a matemática presente nas mais variadas situações, promovendo a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes nos modos como lidam com a Matemática” (Ministério da Educação, 2001). Analogamente, este documento explicita os tipos de experiências que a escola deve proporcionar a todos os estudantes, além de definir as competências consideradas essenciais no âmbito do currículo nacional.

De uma forma análoga, também a nível do currículo do ensino secundário é apontada a necessidade de promoção da “autonomia e solidariedade, independência empreendedora, responsável e consciente das relações em que [o aluno] está envolvido e do ambiente em que vive” (Ministério da Educação, 1997). Para isso, o Programa de Matemática B sugere metodologias que devem servir de orientação ao professor e, também aqui, são apontadas modificações a desenvolver na prática de ensino-aprendizagem de forma a afastar um ensino mais tradicional e a proporcionar novas e variadas experiências que auxiliem o aluno no desenvolvimento do trabalho autónomo e na capacidade de comunicar. Tarefas de experimentação e de investigação são uma constante ao longo do referido programa, assim como o trabalho individual, o trabalho de grupo e o trabalho de projeto.

As principais áreas da Matemática, Funções e Cálculo Diferencial; Geometria (no plano e no espaço); Probabilidades, Estatística e Matemática Discreta, são abrangidas no Programa de Matemática B (2007) cujo tema central é Aplicações e Modelação Matemática, o que faz com que a ligação dos vários conteúdos à realidade e a exploração de tarefas de modelação matemática constituam importantes orientações curriculares para o ensino desta disciplina.

Para atingir os objetivos propostos nas várias orientações curriculares do ensino básico e secundário é fundamental que os alunos vivenciem experiências de aprendizagem adequadas e significativas, o que exige reformulações a nível dos papéis

do professor e do aluno e importantes modificações nas práticas utilizadas na sala de aula.

Até então, o professor era visto como o sujeito transmissor de conhecimento e o aluno limitava-se a mero recetor de informação, pelo que, nos dias de hoje, é essencial que o professor deixe de ter o papel central e passe a elemento regulador, orientando os alunos nos seus percursos de aprendizagem. Deste modo, o aluno é responsabilizado pela própria aprendizagem e autonomia e, consequentemente, os alunos passaram a ser parte ativa do processo de construção do conhecimento.

À resolução de exercícios e de problemas são adicionadas propostas de explorações e investigações que propiciam a interação e a partilha dos alunos e a produção de aprendizagens significativas. O recurso à modelação e a jogos, o trabalho experimental e o estudo de situações realistas, as conexões entre vários temas e as aplicações da Matemática noutras disciplinas são experiências que podem facultar momentos muito ricos no processo de ensino-aprendizagem. Às atividades ouvir e praticar juntam-se o fazer, o argumentar e o discutir, ao trabalho individual complementa-se o trabalho a pares, em grupos e em grande grupo, sempre na tentativa de possibilitar a criação de momentos “para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas” (Ministério da Educação, 2007).

Ao entendermos a Matemática desta forma, como uma atividade social, surge a interação e a comunicação, aspetos a ter também em conta para que os alunos consigam desenvolver competências ao nível da resolução de problemas, da capacidade de investigação e do raciocínio. Deste modo, existem vários fatores que podem influenciar a interação e a comunicação, entre eles, a natureza das tarefas, sendo explícito que uma tarefa de investigação proporcionará uma maior riqueza de comunicação relativamente a um simples cálculo no qual o aluno efetue um conjunto de operações numéricas e, de modo semelhante, a forma como os alunos trabalham em aula que pode provocar uma melhor ou pior comunicação, por exemplo, quando os alunos trabalham em grupo ou em grande grupo.

Relativamente a materiais e recursos, as orientações curriculares apelam a que estes sejam diversificados, considerando-se fundamental o uso de tecnologias de cálculo com capacidades gráficas e de comunicação, como a calculadora gráfica e o computador. Segundo Ponte e Canavarro (1997), o uso da tecnologia na sala de aula pode rentabilizar a atividade do aluno através do desenvolvimento da curiosidade e do gosto por aprender e, simultaneamente, promover a confiança, a autonomia e o espírito de tolerância e

cooperação. Pode ainda auxiliar no desenvolvimento de capacidades intelectuais de ordem mais elevada, bem como da capacidade de resolução de problemas e de utilizar os temas matemáticos na interpretação e intervenção em temas do dia-a-dia. Também a nível internacional encontramos indicações com o mesmo sentido. Por exemplo, as orientações expressas pelo NCTM indicam que “as possibilidades de envolver os alunos em desafios matemáticos aumentam de forma acentuada, com a utilização de tecnologias especiais” (NCTM, 2008)

No decorrer deste mestrado tive a oportunidade de conhecer alguns Ambiente de Geometria Dinâmica tendo trabalhado durante a PES com o *software* Geogebra que é um programa gratuito e acessível a todos os professores e alunos. Nas versões atuais podemos beneficiar também de uma folha de cálculo que veio otimizar o funcionamento deste recurso, permitindo a obtenção de diferentes representações como a gráfica, a algébrica e a numérica.

A nível de processos de avaliação, as orientações curriculares apontam para a utilização de diversos processos:

(...) ao nível das intenções, privilegiando a sua componente formativa; ao nível da forma, integrando desempenhos orais e escritos, individuais e de grupo, auto e heterocríticos; e, ao nível dos instrumentos utilizados, não se restringindo à realização de testes escritos. (APM, 2009)

Também neste aspetto são notáveis as diferenças que encontro relativamente à avaliação a que fui sujeita no meu percurso educativo e que se resumia, quase na totalidade, à realização de testes escritos.

1.3. Os Alunos e Sua Aprendizagem Matemática

A implementação do currículo atual na sala de aula de Matemática oferece aos alunos a oportunidade de realizarem as suas próprias aprendizagens perante um professor orientador, que prepara a prática letiva de forma a proporcionar situações significativas. Nesta perspetiva, é importante que o professor conheça os alunos e a forma como aprendem.

Na investigação do conhecimento pedagógico dos alunos, o professor pode utilizar vários instrumentos. O questionário, entrevistas ou o próprio diálogo entre alunos e aluno-professor são meios que podem proporcionar, por exemplo, o conhecimento dos valores e atitudes dos alunos, do meio onde vivem, dos seus interesses e experiências quotidianas, bem como das expectativas ou projetos futuros.

Em ambas as escolas, as Professoras Orientadoras Cooperantes facultaram diversas informações sobre os respetivos alunos. Para conhecermos mais um pouco dos vários elementos das duas turmas, os alunos responderam a um questionário que solicitava alguns dados biográficos, informações sobre o agregado familiar e sobre hábitos de estudo, ocupação de tempos livres e projetos futuros (Anexo I). Apresenta-se de seguida, uma análise de cada uma das turmas, realizada com base nos resultados obtidos nos inquéritos (Anexo II), em simultâneo com a observação realizada nas aulas que assisti e que lecionei.

A Turma 8.ºC

A turma do 8.ºC era constituída por 26 alunos, no entanto um dos alunos foi transferido para outra escola no decorrer do 1.º Período. Todos os alunos provinham da mesma turma do 7.º ano.

Em termos etários, a turma revela-se bastante homogénea já que até final do ano letivo, a idade dos alunos oscila entre os 13 e os 15 anos. Além disso, todos os alunos têm nacionalidade portuguesa e residem em Évora.

Relativamente ao núcleo familiar dos alunos desta turma, verifica-se que a maioria (23) vive com o agregado familiar original (pai, mãe e irmãos) e apenas um dos alunos vive com a mãe e o padrasto. Uma das alunas vive com os tios e os primos.

Em relação ao ambiente familiar, mais de 37% dos pais frequentaram o ensino superior, 19% frequentaram o ensino secundário e 23% cumpriram o 9.º ano. Dois casos apenas completaram o 1.º ciclo.

Na maioria dos agregados familiares, ambos os elementos do casal trabalham, com exceção de um dos pais desempregado e uma mãe doméstica.

Grande número dos alunos (21) possuem um espaço próprio para estudar existindo apenas um aluno que afirma estudar exclusivamente na escola.

Em termos de expectativas futuras, dezassete dos alunos esperam frequentar o ensino universitário, enquanto os restantes oito alunos pensam concluir apenas o 12.º ano. Em relação à profissão futura encontra-se uma grande variedade de opiniões como biólogos, militar, engenheiros, entre outras hipóteses, sendo comum apenas a profissão de médico (2 alunos). Onze dos alunos ainda não sabem o que pretendem vir a ser.

Dos 25 alunos, a Educação Física e o Inglês são as disciplinas mais preferidas, sendo a Matemática referida apenas por quatro dos alunos. Relativamente às disciplinas

nas quais os alunos revelam sentir mais dificuldades encontram-se Matemática (14 alunos), Língua Portuguesa e Ciências Físico-químicas.

Quando questionados sobre a preferência de trabalhar individualmente ou em grupo, os alunos que obtiveram melhores resultados a esta disciplina afirmam preferir trabalhar individualmente pois declaram ser sempre eles a trabalhar no grupo.

Individualmente, porque em grupo alguns elementos "encostam-se" nos melhores e não fazem nada.

Os alunos que dizem preferir trabalhar em grupo, justificam a escolha com a importância da partilha, interajuda e da cooperação para o processo de ensino aprendizagem, sendo comum respostas do tipo:

Em grupo, pois existem várias opiniões diferentes, e no final podemos discutir sobre o assunto

Em grupo porque ajudamo-nos uns aos outros,

No que diz respeito à aula ideal, a maioria dos alunos refere a forma de trabalhar, escolhendo o trabalho de grupo e a realização de jogos:

Seria uma aula ao ar livre ou a fazer jogos.

Para mim a aula de matemática ideal era sempre em trabalhos de grupo

Vou votar em que fizessem jogos e trabalhos de grupo

Numa aula de matemática ideal poderíamos fazer jogos

No entanto, os alunos relacionam o trabalho de grupo com a consolidação de matérias e não com a possibilidade de realização de aprendizagens, o que poderá demonstrar o como não estão habituados em realizar novos conhecimentos através desta forma de trabalho:

Uma aula de matemática ideal em aprofundarmos o material e fazermos trabalho de grupo nisto envolver matemática

Apenas três alunos referem temas matemáticos, prevalecendo a Geometria em detrimento da Álgebra:

Não haver lições nem equações.
Fazer uma aula só de triângulos.
Uma aula só de geometria.

De um modo geral, penso que as aulas desta turma deveriam incidir sobre vários trabalhos de grupo e com o recurso a jogos e outras atividades divertidas. Assim, nas aulas que lecionei e na impossibilidade de colocar os alunos a trabalhar em grupo como explicarei mais à frente, optei por trabalhar a pares e em grande grupo, na tentativa de proporcionar a cooperação e a entreajuda referida pelos alunos.

Relativamente à inexistência de referências sobre tecnologia, na minha opinião, julgo que não foi por não gostarem mas sim por que não estão habituados a utilizá-la para realizarem aprendizagens. Contudo, mais do que uma vez, em conversa com os alunos, me fizeram questões sobre o Geogebra, pelo que optei por utilizar este *software* quando possível.

De todos os alunos da turma, considero ser importante destacar três deles que a seguir passo a descrever:

- Aluno inteligente e curioso, com grande motivação para aprender sobretudo de forma autónoma. Ao introduzirmos conteúdos novos, o aluno muitas das vezes já o conhecia, evidenciando uma pesquisa mais avançada. Ao explorar uma tarefa o aluno sentia a necessidade de ir por caminhos diferentes dos aconselhados, usualmente mais complicados e nem sempre corretos. Raramente solicitava ajuda do professor e necessitava de errar repetidas vezes para seguir o conselho do professor.

De início foi um pouco difícil para mim lidar com este aluno pois, por vezes, senti dificuldade em seguir o seu raciocínio e tinha receio de não o conseguir ajudar a atingir o objetivo. Nunca dissuadi a sua atitude em relação à própria autonomia, característica que valorizo num aluno, pedindo-lhe que me explicasse o procedimento que tinha feito para compreender o seu raciocínio. Desta forma consegui identificar alguns erros que cometia e optei por orientá-lo de forma a ser ele próprio a encontrar o erro. Em algumas situações, pedi a este aluno que partilhasse os raciocínios e observações com os colegas para tentar criar o gosto da partilha de conhecimento e simultaneamente, proporcionar aos colegas a oportunidade de conhecer outros procedimentos. Reciprocamente, também tive o cuidado de alertar este aluno para a importância de prestar atenção às participações e contribuições dos outros colegas.

Individualmente porque não tenho de partilhar ideias com ninguém.

- Durante a fase de observação, uma aluna captou a minha atenção pois estava constantemente distraída e a distrair os colegas, chegando a encontrá-la a ler uma revista durante a aula. Em conversa com a Professora Orientadora Cooperante e após analisar as respostas da aluna no inquérito, tomei conhecimento que a aluna não vivia com o agregado familiar original, encontrando-se sob cuidado dos tios. No período de observação das aulas tentei uma aproximação, incentivei-a a realizar as tarefas que eram propostas e, como resultado, conheci uma jovem inteligente e muito afetiva. Penso que o comportamento e a atitude da aluna resultavam de uma tentativa de chamar a atenção e de se evidenciar perante os outros. Ao longo da PES e em colaboração com a minha colega, conseguimos motivá-la, dando-lhe um apoio mais personalizado, incentivando-a a participar e a revelar as suas capacidades, reforçando-a positivamente quando o fazia. Percebi que, em algumas situações, um simples tocar no braço ou um sorriso sincero faz toda a diferença.
- Da turma fazia parte um aluno com currículo adaptado que alternava entre períodos de muito interesse e outros de grande abstração, afirmava gostar de Matemática e constantemente queria mostrar o trabalho que fazia. É um aluno que beneficiaria muito de um apoio mais personalizado que não conseguimos facultar tanto como gostaríamos. A nível relacional, o aluno nunca quis participar em trabalhos de grupo e na maioria das aulas não teve colega de carteira.

A Turma 11.ºJ

A turma na qual realizei a PES pertence ao 11.º ano do Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais. É constituída por 30 alunos, dos quais apenas 12 alunos estavam inscritos na disciplina de Matemática B e, no geral, manteve a mesma constituição que no ano letivo anterior. Inicialmente, dos alunos inscritos a esta disciplina apenas dois eram do sexo masculino. Uma das alunas inscritas anulou a matrícula no início do ano letivo, não estando presente em nenhuma das aulas da PES e, durante o primeiro período, outro aluno anulou também a matrícula, passando as aulas a ser frequentadas por nove alunos do sexo feminino e um aluno do sexo masculino.

Até final do ano letivo 2010/2011, as idades dos alunos estavam compreendidas entre os 16 e os 20 anos, dos quais quatro ainda não teriam completado mais um ano de

idade até esta data. Analisando as idades dos alunos, antevimos que alguns dos alunos já sofreram retenções. De notar que o aluno com 18 anos é estrangeiro.

No que diz respeito ao agregado familiar, a maior parte dos alunos vive em famílias compostas pelos pais e irmãos (um no geral), com exceção de uma aluna que vive apenas com a mãe e a avó tendo o pai falecido no ano letivo anterior.

Quando questionados os alunos sobre a disciplina favorita todos escolhem Desenho, característica já esperada nesta turma por se tratar de alunos de Artes Visuais. Relativamente à disciplina nas quais os alunos dizem ter mais dificuldade a Matemática é uma das mais referidas. Atendendo a ambições futuras, todos os alunos esperam vir a frequentar o ensino universitário e, sendo uma turma do Curso de Artes, as expectativas de emprego futuros passam por profissões ligadas a esta área: arquitetura ou design.

A maior parte dos pais frequentou o ensino universitário, possuindo profissões muito variadas: arquiteto, engenheiro, professor, funcionário público, camionista, pedreiro, entre outras. Atendendo pois ao nível de escolaridade e profissão dos pais dos alunos desta turma, constatamos que existe uma grande heterogeneidade a nível social pertencendo os alunos a diferentes estratos sociais.

Ao conhecer a turma 11.^ºJ fiquei surpresa com o comportamento dos alunos que revelaram ser extremamente cordiais e delicados. Ao longo das aulas que lecionei, os alunos esforçaram-se para que tudo corresse bem, sendo notável o carinho e afetividade que existia na sala.

Os alunos mostravam compreensão de alguns conteúdos matemáticos abordados anteriormente, assim como revelavam interesse e facilidade em compreender os conteúdos abordados no decorrer das aulas. Contudo, verificava-se alguma falta de trabalho extra-aula por parte da maioria dos alunos, necessária para uma melhor consolidação das aprendizagens realizadas em sala.

No decorrer das aulas, a participação dos alunos ocorria sobretudo quando solicitados pela docente o que, por vezes, dificultava a dinâmica da aula. Para ultrapassar os momentos de inércia por parte dos alunos, foi necessário dinamizar a aula e cativar a sua participação e iniciativa propondo tarefas diversificadas e desafiantes. De todas as tarefas que propus, as que mais aceitações tiveram pelos alunos foram as tarefas de modelação e as tarefas com recurso a tecnologia, provocando uma maior motivação e participação.

Analogamente à turma do 8.^º ano, também a maioria destes alunos afirmam preferir trabalhar em grupo, sendo valorizada a colaboração e entreajuda:

Prefiro trabalhar em grupo, pois somos duas ou mais pessoas, temos diferentes pontos de vista, discutimos diferentes pontos.

em grupo pois assim ~~talvez~~ tenho melhor ideia do que me é pedido os colegas do grupo ajudam-se entre si.

Os alunos que preferem trabalhar individualmente reconhecem que o trabalho em grupo pode possuir vantagens:

Prefiro trabalhar individualmente, pois organizo-me melhor, mas reconheço que quando trabalho em grupo os "pensamentos completam-se".

Um aluno refere ainda a importância da partilha de ideias e de raciocínios:

Depende dos exercícios realizados ~~e~~ mas, ~~em~~ geral, prefiro trabalhar em grupo. Penso que na matemática é essencial a troca de ideias e raciocínios.

Quando questionados sobre a aula de Matemática ideal, as respostas são variadas, das quais se destacam o apelo a atividades de investigação, uso de tecnologia e promoção do debate e da discussão:

Para mim seria uma aula com actividades de investigação nas quais aplicarmos todas as matérias de matemática que já aprendemos. No entanto, implicava ter muito mais do 90 minutos, o qual não seria ~~muito~~ mas não se aplica ~~de~~ muito a um horário escolar.

Gostava de discutir^{debater} mais formas de resolver os problemas.

Uma aula em que ~~se~~ utilizássemos ~~as~~ tecnologias que todo a turma participasse e fosse diversificada.

No que diz respeito à utilização de tecnologias na aula de Matemática, a resposta é unânime:

Achar que é muito útil, porque pode nos ajudar em vários pontos, e estimula a nossa aprendizagem.

é muito vantajoso pois propõe-se muito tempo na resolução de exercícios, com gráficos, construções de figuras.

De um modo geral e analisando as características apresentadas, penso que as aulas desta turma deveriam incidir sobre tarefas abertas, nas quais os alunos desenvolvessem trabalhos de grupo. Nas aulas que lecionei, optei por aplicar a resolução de problemas e tarefas de modelação que favoreceram o trabalho a pares e de grupo.

A maior dificuldade que senti nesta turma refere-se à comunicação matemática, notando-se um grande embaraço por parte dos alunos quando têm de explicar ou justificar uma estratégia ou raciocínio. Para colmatar esta dificuldade, tentei trabalhar a argumentação em todas as aulas, pedindo aos alunos que justificassem as suas respostas e raciocínios com rigor científico.

Relativamente à tecnologia, julgo que a sua utilização é fundamental para estes alunos, enquanto ferramenta de trabalho que agiliza os cálculos e a visualização de gráficos, mas também enquanto criadora de aprendizagens. Desta forma, a calculadora, o computador e o quadro interativo foram constantes nas aulas desta turma.

2. PLANIFICAÇÃO E CONDUÇÃO DE AULAS E AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGENS

Neste capítulo vai ser abordado o conhecimento que o professor utiliza na prática letiva e que orienta as fases de planificação e condução de aulas, bem como a avaliação de próprio processo de ensino-aprendizagem.

2.1. Preparação das Aulas

Durante o ano letivo, o professor realiza vários tipos de planificação, dos quais podemos distinguir as planificações a longo, médio e curto prazo.

Como iniciei a PES no decorrer do ano letivo, a planificação a longo prazo já tinha sido elaborada pelo grupo de Matemática em ambas as escolas. No anexo III encontra-se a planificação anual da disciplina de Matemática B da ESGP, sendo que a planificação relativa à disciplina de Matemática na EBIAR não nos foi facultada por se tratar de um documento interno à escola.

A realização das planificações a médio prazo foi baseada nas orientações curriculares anteriormente descritas, começando por identificar os conteúdos a abordar e definir os respetivos objetivos. De seguida, identifiquei os pré-requisitos necessários para desenvolvimento dos novos conceitos e defini as estratégias a implementar. Identificar os materiais e recursos necessários foi o passo seguinte e terminei com a definição da avaliação e a distribuição das aulas (Exemplo no Anexo IV).

No que respeita aos planos de aula, na sua planificação tive em conta as características da turma, os seus gostos e interesses, para isso, tentei colocar-me na perspetiva do aluno de forma a experimentar as suas necessidades e dificuldades tentando encontrar a melhor forma de lhe proporcionar as aprendizagens pretendidas. Outro aspeto determinante nesta fase são os recursos a que o professor tem acesso, sendo os manuais escolares, os guias curriculares e a Internet os que mais utilizei (Exemplos nos anexos V e VI).

A escolha das tarefas incidiu na tentativa de criação ou adaptação de situações motivadoras, principalmente para os alunos mas também para mim. De acordo com as orientações expressas nos programas, tentei que as tarefas permitissem o desenvolvimento da autonomia dos próprios alunos, implicando-os assim na própria aprendizagem e fomentando uma relação saudável entre os mesmos. João Pedro da Ponte et al. (2006) distingue as investigações dos problemas e dos exercícios:

Os exercícios e os problemas têm uma coisa em comum. Em ambos os casos, o seu enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido. Não há margem para ambiguidades. A solução é sabida de antemão, pelo professor, e a resposta do aluno ou está certa ou está errada. Numa investigação, as coisas são um bocado diferentes. Trata-se de situações mais abertas (...) E uma vez que os pontos de partida podem não ser exatamente os mesmos, os pontos de chegada podem ser também diferentes. (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2006)

Também os momentos e formas de trabalho foram outros aspetos alvo de análise ao preparar a aula tentando que estes fossem diversificados, de acordo com os conteúdos e respetivos objetivos, bem como com as capacidades e necessidades dos alunos. Considero que o trabalho a pares e de grupo proporciona a troca de ideias, opiniões e de experiências, possibilitando momentos menos monótonos e fatigantes como acontece, por vezes, no trabalho individual. Respeitante ao trabalho em grande grupo com toda a turma que visa promover a complementaridade de ideias e de estratégias de trabalho, propiciou um maior leque de opiniões e incentivou a uma discussão mais alargada na qual os alunos necessitaram de defender as suas opiniões e tomar posições.

No que diz respeito aos recursos, os programas de Matemática apelam à utilização de diversos materiais, entre os quais os materiais manipuláveis, isto é, materiais que apelam a vários sentidos e que suscitam o envolvimento dos alunos. Considero importante referir que os materiais manipuláveis que utilizei foram por mim construídos, o que demonstra que o facto de a escola não ter os materiais que achamos adequados não deve ser impeditivo para não se realizar o trabalho que se pretende, apenas temos de ter a iniciativa de os fabricarmos.

Turma 8.ºC

A preparação e planificação das aulas do 8.º ano teve por base as orientações curriculares presentes no Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais e o Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico. Consultei ainda os Princípios e Normas para a Matemática Escolar da NCTM e, fundamentalmente, as

brochuras disponibilizadas pelo Ministério da Educação para o ensino básico que foram outra constante na preparação e planificação das aulas.

Nas reuniões de PES, a Professora Helena Rosmaninho indicava-nos a matéria que iríamos abordar em cada uma das aulas assim como a estratégia a seguir. Sempre que restava algum tempo, iniciava a elaboração do plano de aula conjuntamente com a minha colega Dina e terminava-o em casa.

Nesta escola, a seleção das tarefas foi condicionada pelo facto de as mesmas serem reproduções das brochuras disponibilizadas pelo Ministério da Educação. Estas tarefas já estavam previamente executadas e fotocopiadas, inclusivamente antes da elaboração dos respetivos planos de aula onde iriam ser aplicadas, não sendo assim possível nenhuma alteração às mesmas. Esta situação gerou em mim uma certa inquietação questionando-me como seria possível desta forma adaptar as tarefas face a diversidade de cada turma: “Todas as turmas resolvem as mesmas tarefas independentemente do contexto e das dificuldades apresentadas pelos alunos?”. Na minha opinião esta situação não deveria ser admissível pois, por vezes, o mesmo professor sente a necessidade de reformular uma tarefa que não resultou noutra turma ou de experimentar outra estratégia diferente na procura de um maior sucesso.

Face a esta situação, tentei variar as metodologias aplicadas, assim como os recursos utilizados. A pedido da Professora Helena Rosmaninho, construí também algumas fichas de trabalho como fonte de informação e consolidação para facultar materiais para os alunos poderem estudar em casa face à inexistência de manual. Para colmatar a deficiente tecnologia presente na EBIAR, recorri a algumas *applets* utilizando o software Geogebra projetado através do *datashow* e utilizando o meu computador pessoal, utilizei também o retroprojetor e respetivos acetatos. Planifiquei ainda a utilização de materiais manipuláveis, como a cartolina para a construção dos tetraminós e construi um circuito elétrico que me permitiu relacionar o conteúdo abordado com outras disciplinas.

Além destas, também tive em conta outras orientações curriculares que encontramos no Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), relacionadas com as representações, a exploração de conexões, o uso de recursos, a valorização do cálculo mental, da História da Matemática e do papel da Matemática no mundo atual. Por exemplo, para salientar “o contributo de diversos povos e civilizações para o desenvolvimento desta ciência [Matemática]” (Ministério da Educação, 2007) adaptei uma banda desenhada que descrevia alguns matemáticos relevantes e seus feitos

matemáticos para entregar aos alunos aquando da resolução de um problema sobre Diofanto e que se destinava a ser lida em casa (Anexo VIII). Porém a Professora Helena não considerou a banda desenhada apropriada para esta situação, justificando-se com o tempo de aula que iria ocupar. Não fiquei convencida, na minha opinião penso que teria sido uma boa oportunidade para incentivar a curiosidade nos alunos sobre a História da Matemática e não vejo melhor meio que uma banda desenhada que os alunos desta faixa etária tanto gostam, além de que não iria ocupar tempo na aula e, mesmo que ocupasse, estaríamos a cumprir o programa.

Numa das reuniões de PES tomámos conhecimento que as fichas de avaliação eram elaboradas muito antes da data marcada para a realização da prova e, consequentemente, não podia ocorrer nenhum atraso pois a matéria tinha que ser lecionada já que não se poderia alterar o enunciado do respetivo teste. Penso que esta situação não está correta pois os enunciados dos testes deveriam ser elaborados próximos da data marcada para esse momento de avaliação.

No 8.º ano, os alunos trabalharam quase sempre a pares ou individualmente. O trabalho em grupo não surgiu em nenhuma das aulas que lecionei pois a Professora Helena Rosmaninho não considerou esta forma de trabalho apropriada para as tarefas que implementei. Não partilho da mesma opinião, considero que teria sido adequado o trabalho em grupo também em outras tarefas, por exemplo, na tarefa sobre os tetraminós penso que os alunos poderiam ter encontrado mais rapidamente as várias figuras e poderia ter-se criado um maior despike ao desafiar os grupos na procura de exemplos diferentes dos já encontrados. Foram também privilegiados momentos de trabalho com toda a turma aquando da discussão/síntese dos resultados. Um aspeto que também tive em conta ao preparar as aulas foi relacionado com a vertente sequencial da prática pedagógica, tendo sempre em consideração, tanto as aulas anteriores como também as seguintes, de forma a estabelecer a ponte entre os diferentes conteúdos e matérias.

Turma 11.ºJ

As aulas do 11.º ano foram preparadas e planificadas de acordo com as orientações curriculares presentes no Currículo Nacional do Ensino Secundário e no Programa de Matemática B. Analogamente ao 3.º ciclo, também consultei os Princípios e Normas para a Matemática Escolar da NCTM.

O manual adotado pela ESGP para o 11.º ano de Matemática B e as brochuras disponibilizadas pelo Ministério da Educação como apoio à disciplina de Matemática

para o ensino secundário foram também materiais essenciais para preparação das aulas. Recorri também à Internet e a outros manuais escolares.

A preparação das aulas era delineada nas reuniões onde, conjuntamente com a Professora Maria José, escolhíamos os conteúdos a abordar em cada aula e as possíveis estratégias a implementar. Todas as opiniões eram bem aceites e discutidas entre nós na tentativa de variarmos as metodologias e propiciarmos um ambiente favorável à aprendizagem dos alunos.

Em casa, dedicava-me à elaboração da planificação com todos os pormenores, definia os objetivos específicos de aprendizagem e respetivas competências a desenvolver e averiguava os conhecimentos prévios necessários à aprendizagem dos novos conceitos.

Quando realizava as planificações de aula, tinha o cuidado de analisar o que tinha sido feito nas aulas anteriores e aquilo que iria ser feito nas aulas seguintes, de forma a existir uma sequência lógica entre os vários conteúdos. Para isso, preparava a aula de forma a iniciar com uma breve revisão das aulas anteriores e, quando possível, realizava a ponte para a aula seguinte. Esta articulação é essencial, não só para o aluno como também para o professor. Exemplo disto foi o momento em que tive de lecionar uma aula isolada nesta escola e na qual foi fundamental o trabalho colaborativo que realizei com a Professora Maria José Carvalho para a planificação da mesma (veja-se por exemplo, a tarefa “A altura dos cães”).

Um dos aspetos ao qual dedicava muito tempo era a escolha e definição da metodologia a utilizar em cada aula. De acordo com as orientações expressas nos programas, tanto no ensino básico como no ensino secundário, tentei que as tarefas permitissem o desenvolvimento da autonomia dos alunos, implicando-os na sua aprendizagem e, fomentando quando possível, o trabalho de grupos e o trabalho de pares. Tentei selecionar estratégias diferentes para que a monotonia não abatesse sobre a aula através do recurso a exemplos do quotidiano, realização de tarefas de diferente natureza, visualização de apresentações, utilização de diferentes materiais, entre outros.

Nas tarefas escolhidas tentámos recorrer a situações do dia-a-dia ou a contextos que abrangessem interesses dos alunos como, por exemplo, a tarefa “O Manuscrito de Leonardo da Vinci” que está relacionada com arte, um interesse comum aos alunos da turma 11.ºJ.

Outro cuidado que tivemos em conta ao selecionarmos as tarefas foram as dificuldades e necessidades dos alunos. Durante a fase de observação, verifiquei que os

alunos da turma 11.ºJ apresentavam dificuldades a nível da produção escrita aquando da explicação do raciocínio em composições e relatórios, pelo que decidimos trabalhar este aspeto em várias tarefas, das quais “O Manuscrito de Leonardo da Vinci” é um exemplo.

Em relação à escolha dos materiais e recursos a utilizar, tentava sempre variar e aproveitar as potencialidades dos instrumentos que se encontravam ao nosso dispor. A tecnologia foi outro recurso que incluí sempre nas minhas planificações, o uso de apresentações em PowerPoint, *flipcharts*, *applets* e a utilização do quadro interativo e da calculadora gráfica são constantes nas aulas que lecionei na ESGP. Tentava também incluir o manual adotado para que os alunos pudessem facilmente acompanhar a matéria em casa estudando por este.

No 11.º ano, em todas as aulas defini momentos de trabalho com toda a turma, essencialmente para discussão ou síntese de uma dada situação, introdução de conceitos ou esclarecimento de dúvidas. Os alunos trabalharam também a pares e em grupo para fomentar a partilha de opiniões e permitir a divisão de tarefas e interajuda (Tarefas “A evolução da população portuguesa” e “O Manuscrito de Leonardo da Vinci”).

2.2. Condução das Aulas

Um fator determinante no modo como decorre a aula é a tarefa que é proposta e a respetiva atividade que é realizada pelo aluno. É pois, essencial, a compreensão entre estes dois termos e respetiva implicação no processo de ensino-aprendizagem. A tarefa é usualmente proposta pelo professor e proporciona o ponto de partida para o desenvolvimento da atividade matemática dos alunos, enquanto a atividade, física ou mental, diz respeito ao aluno e refere-se à ação por ele praticada (NCTM, 2008; Ponte, 2005). É precisamente com vista a esta ação que o professor deve escolher a natureza das tarefas que propõe para serem interpretadas pelo aluno:

A aprendizagem da Matemática é sempre produto da actividade, e se esta se reduz, por exemplo, à resolução repetitiva de exercícios para aplicação de certas fórmulas, é exactamente isto que se aprende e vai perdurar, enquanto ficar a memória das fórmulas. (Associação de Professores de Matemática, 2009)

Convém ainda referir que a atividade do aluno não depende apenas da tarefa que é proposta, mas também do modo como esta é apresentada aos alunos, a forma de organização do trabalho e o próprio ambiente de aprendizagem (Ministério da Educação - Departamento do Ensino Secundário, 1997, p. 75)

Esta ideia vem confirmar a minha vivência quando atrás me referi ao peso que a memorização teve no meu percurso educativo. Ainda hoje recordo fórmulas que utilizei durante o ensino básico e secundário como, por exemplo, a fórmula resolvente que apliquei vezes sem fim, desconhecendo que a calculadora nos pode aliviar desse cálculo e ocupando tempo que poderia ter sido aproveitado para outras atividades.

Ana Paula Canavarro (2003) menciona outros fatores que influenciam a forma como o professor conduz a aula, dos quais destaca o conhecimento profissional do professor, a aprendizagem dos alunos e suas imagens sobre a aula de Matemática e o contexto no qual decorre a aula. Deste modo, a nível da dinâmica da aula destacam-se distintos momentos de trabalho: o professor começa por apresentar a tarefa, ao que se deve seguir o trabalho autónomo dos alunos, a pares ou em pequenos grupos, no momento subsequente alunos apresentam o trabalho realizado num ambiente propício à discussão e à argumentação, devendo a aula terminar com a síntese das principais ideias aprendidas realizada pelo professor conjuntamente com os alunos. Com esta dinâmica pretende-se que as novas ideias surjam na conclusão do trabalho em vez de serem expostas pelo professor no início da aula (Ponte & Serrazina, 2009).

No que respeita ao papel do professor durante os momentos de trabalho autónomo dos alunos e de discussão, deve ser orientador, dinamizador e observador. Orientador de forma a fomentar o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática e a realização de aprendizagens, dinamizador pois não pode deixar que o trabalho enfraqueça no grupo e observador para tomar conhecimento dos vários raciocínios, estratégias e conclusões que os alunos obtêm.

No trabalho a pares e de grupo, senti a necessidade de alertá-los para que cada um fosse responsável pela própria atividade mas também sentisse que era responsável pela atividade dos colegas. Com esta atitude de responsabilização tentei que alguns alunos não sentissem que trabalharam mais que os outros, aspecto referido pelos alunos que afirmaram preferir trabalhar individualmente.

A comunicação faz parte de todas as aulas, sem comunicação não existe nada. Esteja o aluno em silêncio ou a trocar palavras com o colega do lado, ele está a comunicar. A forma como o professor guia o discurso é pois fundamental, podendo dar origem a diferentes aprendizagens nos alunos. Segundo Brendefur e Frykholt (2000), quando o professor favorece uma comunicação unidirecional, dominando o discurso através da exposição e de perguntas fechadas ou então uma comunicação contributiva incentivando os alunos a partilhar as suas ideias e soluções de uma forma pouco

profunda, recai sobre um estilo de ensino tradicional, do qual é exemplo um simples cálculo onde o aluno tem de efetuar um conjunto de operações. Contrariamente, quando o professor estimula uma comunicação reflexiva com partilha de ideias e de raciocínios com intenção de aprofundar a compreensão matemática através da discussão e da reflexão, ou uma comunicação instrutiva na qual o curso da experiência da aula é alterado como consequência da troca de ideias de forma a aprofundar a compreensão matemática dos alunos, estes podem realizar ricas e variadas aprendizagens. A tarefa de investigação é um bom exemplo deste caso, em que os alunos têm de pensar em voz alta, têm de falar uns com os outros, têm de se pôr de acordo quanto aos objetivos e validade dos raciocínios e têm de justificar o que fizeram ao professor.

Turma 8.ºC

Na turma do 8.º ano, foi necessário algum tempo para criar uma boa relação com os alunos, particularmente por não estar habituada a trabalhar com grupos com um elevado número de estudantes. Durante a fase de observação tentei decorar todos os nomes e identificar algumas das suas características, mostrando-me disponível para auxiliar sempre que necessário. Comparativamente à turma do secundário, estes alunos solicitavam regularmente o nosso auxílio nas aulas lecionadas pela Professora Orientadora Cooperante, talvez por já estarem habituados a ter alunos de PES nas suas aulas em anos anteriores.

Ao longo da PES, o ambiente criado na sala de aula foi agradável, tentando que os alunos não me vissem como a professora portadora do saber, mas sim como a professora que está na sala de aula para auxiliar e orientar as aprendizagens. Com esse intuito, tive o cuidado de não monopolizar o meu período de intervenção, solicitando constantemente a participação dos alunos.

Na turma do 8.º ano, a Professora Helena Rosmaninho aconselhou que a aula iniciasse com a abertura da lição e respetivo sumário, alegando o hábito dos alunos em agir deste modo. De referir que assim que os alunos entravam na sala de aula, logo um voluntário se disponibilizava para ir ao quadro abrir a lição e escrever o sumário. Na minha opinião, penso que seria mais adequado a execução do sumário conjuntamente com a turma no final da aula, servindo igualmente como síntese do que foi realizado.

Por várias vezes, não consegui aproveitar todas as potencialidades das tarefas que utilizei, devido sobretudo à minha insegurança em relação à matéria e à inexperiência de condução de uma turma com elevado número de alunos. Sinto que ocupei imenso tempo

a planificar algumas aulas de modo a tentar torná-las interessantes e motivantes, no entanto não aprofundei suficientemente as prováveis situações que poderiam surgir e possíveis questões que os alunos poderiam colocar sobre a matéria. Senti que tinha a estrutura da aula mentalizada, sabia o que pretendia com cada um dos passos, a estratégia que ia seguir, no entanto não me encontrei “à-vontade” com a matéria, o que conduziu a que, por vezes, não conseguisse transmitir tudo o que pretendia.

No decorrer das aulas, tentei que os alunos assumissem o papel de agentes da sua própria aprendizagem, no entanto nem sempre consegui dinamizar e regular este processo da melhor forma, muitas vezes pela própria estrutura de algumas tarefas que na minha opinião não era a mais adequada quando, por exemplo, o quadro síntese surgia logo no início da tarefa enquanto deveria ser analisado no final.

Tentei várias vezes abordar o erro de uma forma positiva, porém os alunos não se sentiram à vontade. Julgo que são dominados pelo medo do erro por terem sido habituados a vê-lo como algo negativo e penalizável e não compreendem que o erro deve ser explorado tal como são exploradas estratégias de resolução que conduzem a soluções corretas.

Nas aulas que lecionei, realizei conexões entre a Matemática e outras disciplinas, por exemplo, para introdução da Lei do Anulamento do Produto utilizei um circuito elétrico com duas lâmpadas em série (Imagen 4) e, em grande grupo, os alunos concluíram que a corrente elétrica se anula quando, pelo menos, uma das lâmpadas está estragada. Os alunos relacionaram esta situação com um estudo que tinham realizado na disciplina Educação Visual e Tecnológica. De seguida, foi feito um paralelismo desta ideia com o anulamento do produto de dois fatores e, os próprios alunos, enunciaram a lei do anulamento do produto. Aproveitei também para introduzir a definição de equação do 2.º grau a uma incógnita. Foi uma situação muito interessante e que despertou motivação nos alunos.



Imagen 4: O circuito elétrico

Uma dificuldade que senti nesta turma foi ao trabalhar em grande grupo, sentindo a necessidade de direcionar a minha PES para orientação e estimulação da comunicação matemática entre toda a turma, e assim poder praticar e melhorar a minha atuação nestes momentos. Gostava de ter tido oportunidade de experimentar tarefas de diferente natureza com os alunos do 8.º ano que me permitissem aplicar a dinâmica aconselhada nas orientações curriculares atuais, por exemplo, com uma tarefa de exploração em grupo. Outro aspeto que penso também ter condicionado a condução das aulas tem a ver com as condições físicas da sala de aula que se apresentavam frias, apenas com um aquecedor a óleo que raramente funcionava, com pouca luminosidade e com uma acústica pouco propícia à propagação da voz. Inclusivamente, uma das alunas que se encontrava nas secretárias de trás me pediu para falar mais alto pois ela não conseguia perceber tudo o que eu dizia. Tentei pois elevar o meu tom de voz e igualmente pedir aos alunos que repetissem as participações quando as mesmas eram feitas num tom mais baixo. Em casa, realizei também alguns exercícios de projeção de voz pois sinto alguma dificuldade em falar mais alto.

Para dinamizar as aulas tentei gerir da melhor forma os recursos disponíveis, utilizando o computador num número reduzido de vezes já que os meios tecnológicos eram escassos e na sua maioria apresentavam problemas técnicos. Optámos então por utilizar outros materiais como acetatos e cartolinhas, de forma a estimular a motivação e a criatividade dos alunos. Na minha opinião esta opção foi acertada pois, de facto, a utilização de materiais manipuláveis permitiu que os alunos se apercebessem muito melhor do que estavam a fazer porque, para além de estarem a ver, estiveram a mexer e a experimentar.

O controlo e a disciplina na sala de aula foram uma constante na sala de aula, tendo sido apenas necessário recordar aos alunos do 8.º ano a importância de uma entrada na sala de aula de forma ordeira num dia no qual se encontravam muito irrequietos e entraram a correr.

A aluna que referi na caracterização das turmas como revelando ter um comportamento menos adequado e que na fase de observação várias vezes foi colocada de castigo numa bancada virada para a janela, mostrou-se participativa nas aulas que lecionei, fazia os trabalhos e voluntariava-se para ir ao quadro. Penso que esta aluna precisa de atenção, pois como já referi na descrição dos alunos, tem um ambiente familiar instável encontrando-se a viver com os tios. Nas aulas procurei valorizar

pequenos passos que a aluna dava, por exemplo ao realizar uma atividade, ou uma participação mesmo quando não estava totalmente correta.

No que diz respeito ao aluno com necessidades educativas especiais que faz parte da turma e que necessita de um ensino mais individualizado, tentei que participasse do mesmo modo que os restantes elevando a sua autoestima e permitindo-o trabalhar ao seu ritmo.

Por vezes, houve a necessidade de, em aula, reformular o plano previsto tendo que realizar uma condução diferente daquela que tinha programado, a fim de a adequar ao ritmo de trabalho e às dificuldades apresentadas pelos alunos.

Turma 11.ºJ

Nas aulas que lecionei na Escola Secundária Gabriel Pereira tive a oportunidade de dar azos à minha imaginação e experimentar práticas letivas novas.

Rapidamente criei uma boa relação com os alunos da turma J do 11.º ano desta escola, tanto afetiva como pedagógica. Creio que a rápida empatia que surgiu entre mim e estes discentes se deve ao facto de ser uma turma relativamente pequena constituída por adolescentes muito educados e afetuoso. A fase de observação que antecedeu a lecionação foi fundamental para proporcionar um conhecimento mútuo dos gostos e interesses de cada um e, simultaneamente, estar atenta às dificuldades e progressos dos alunos, mostrando-me sempre disponível às suas solicitações ou intervindo quando sentia que alguém precisava de ajuda.

Em todas as aulas predominou um bom ambiente de sala de aula, propício ao processo de ensino-aprendizagem e baseado em respeito e cooperação.

Como planificado, a aula era iniciada com uma breve revisão do que tinha sido realizado na aula anterior, referindo alguns dos objetivos da aula corrente e, no final da aula era realizado o sumário da aula conjuntamente com os alunos.

As salas de aula desta escola apresentam excelentes condições físicas. São salas espaçosas, na sua maioria equipadas com computador, videoprojector e quadro interativo. Dado o meu interesse pela tecnologia, tentei sempre tirar partido dos instrumentos informáticos que estavam disponíveis e com alguns dos quais nunca tinha trabalhado, como o quadro interativo e a utilização da calculadora através do *viewscreen*. Estas tecnologias permitiram realizar múltiplas tarefas, servindo de suporte ao professor e aos alunos, agilizando e acelerando alguns procedimentos repetitivos

como no caso do estudo das funções racionais. Contribuíram igualmente para que os alunos se envolvessem nas tarefas de uma forma mais ativa, promovendo a interação e o desenvolvimento do raciocínio matemático e da autonomia. Conseguiram ainda incentivar ao desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação matemática, constituindo o diálogo o meio privilegiado de relacionamento entre docente e discentes, assim como entre os próprios discentes (Tarefa “O Manuscrito de Leonardo da Vinci”).

Outro interesse que me foi permitido explorar nesta escola foi a implementação de modelação matemática nas aulas de Matemática (Tarefas “Modelação com lasanha” e “A evolução da população portuguesa”). Além destes momentos contribuírem com aprendizagens muito significativas para o meu desenvolvimento profissional, permitiram também aos alunos a aplicação dos temas abordados na sala de aula em situações do dia-a-dia.

De início, foi um pouco difícil para mim promover a comunicação nesta turma, o que me despertou a necessidade de procurar formas diferentes de dinamizar a aula já que os alunos que a constituem são muito calados e tímidos. A utilização de exemplos reais do quotidiano e de aplicações da Matemática foi uma das estratégias que encontrei para promover um diálogo aberto, permitindo aos alunos contribuírem com as próprias experiências da vida privada e social. Outro aspeto que considero ter sido importante para “quebrar o gelo” foi a criação de momentos mais descontraídos e com algum sentido de humor.

Também senti dificuldades ao integrar as participações e contribuições dos alunos na dinâmica da aula. Inicialmente, senti que o diálogo que criava acontecia predominantemente com os alunos mais participativos e, ao consciencializar-me desta situação imediatamente o tentei evitar. Penso que fazia esta gestão das participações para evitar o silêncio pois sabia que, em princípio, determinados alunos tinham sempre algo a dizer. Foi notável esta minha tendência quando, ao saber que iria ter aula assistida pela Orientadora da Universidade me deparo com a ausência da aluna mais participativa do 11.ºJ, situação que me deixou nervosa. Contudo, ao refletir na situação, percebi que estariam mais alunos presentes na sala de aula e que, muito provavelmente, estaria a condicionar a participação dos restantes colegas. Comecei então a conduzir o discurso para toda a turma, dirigindo as questões também para aqueles alunos que não participavam voluntariamente, tentando que também fizessem parte da discussão. Contrariamente ao que eu pensara inicialmente, a turma participou bastante e mostrou-se muito empenhada.

Foi também notável a evolução de uma das alunas que no início se revelava muito tímida e que raramente participava, mesmo quando solicitada e, com o passar do tempo começou a contribuir espontaneamente, colocando questões e explicando raciocínios, tanto a mim como aos colegas. Julgo que esta evolução poderá ter-se devido a um maior gosto pela matéria abordada, mas também pela confiança e segurança que consegui transmitir, dirigindo reforços positivos aos alunos e incentivando-os a continuar quando erravam.

Um conselho que a professora cooperante nos deu e que eu acho justo, é a utilização da expressão «Proposta para casa» em lugar de «TPC». Ao tratar-se do ensino secundário, julgo que é uma boa forma de responsabilizar os próprios alunos pelo estudo que fazem e consequentes aprendizagens que realizam

2.3. Avaliação das Aprendizagens

Com respeito à avaliação das aprendizagens, é fundamental a distinção entre os conceitos classificação e avaliação. O primeiro diz respeito à exameinação de um determinado resultado com objetivo de atribuição de uma nota, enquanto na avaliação a finalidade é melhorar esse resultado. A avaliação deve pois ser encarada como um instrumento de carácter formativo e regulador que fornece ao professor informações sobre o progresso dos alunos e o ajuda a tomar decisões ao nível da gestão do processo de ensino-aprendizagem. A mesma deve ser congruente com os objetivos e finalidades do programa, constituir um processo contínuo e dinâmico, usar diversas formas e instrumentos de avaliação, decorrer num clima de confiança em que os erros e as dificuldades são encarados de modo natural e transparente para os alunos e suas famílias. Assim, a avaliação não deve apenas recair sobre os testes escritos, mas sim sobre tudo o que o aluno faz ao longo do seu percurso: “Pretende-se que a avaliação em Matemática não se restrinja a avaliar o produto final mas também o processo de aprendizagem e permita que o estudante seja um elemento activo, reflexivo e responsável da sua aprendizagem” (Ministério da Educação, 1997).

Existindo uma multiplicidade de processos de avaliação, Leonor Santos (2002) destaca a avaliação formativa, a co-avaliação entre pares e a auto-avaliação. O primeiro processo, de regulação externa ao aluno dado que é de inteira responsabilidade do professor, pode ocorrer ao longo de todo o processo de ensino-aprendizagem. A co-avaliação implica a interação do próprio aluno com os pares em momentos de confronto

e de partilha de ideias e opiniões que propiciam a argumentação e a justificação. A auto-avaliação é um processo interno ao aluno que proporciona a consciencialização das suas aprendizagens e dificuldades. No entanto, neste último caso, cabe ao professor “a responsabilidade de construir um conjunto diversificado de contextos facilitadores para o desenvolvimento da auto-avaliação, tornando o aluno cada vez mais autónomo” (Santos, 2002). Para isso, o professor deve adoptar uma abordagem positiva ao erro, o questionamento, o *feedback*, a negociação dos critérios de avaliação e o recurso a instrumentos diversificados de avaliação.

Ambas as professoras orientadoras cooperantes utilizaram como principal instrumento de avaliação o teste escrito que incidia sempre sobre toda a matéria, embora fosse atribuído um peso menor para a matéria mais antiga. No 8.º ano, a avaliação foi complementada com um trabalho de grupo sobre Estatística.

Na PES apenas realizei uma avaliação formativa e periódica através da observação direta das atitudes e evoluções das aprendizagens dos alunos, registando comentários nas grelhas criadas para o efeito (Anexo VII) e que me permitiu verificar se houve ou não melhorias a nível do comportamento, da participação e do empenho.

Na Escola Secundária Gabriel Pereira tive também a oportunidade de criar um teste com a Professora Maria José Carvalho, discutindo a sua estrutura e a cotação de cada uma das questões, a maioria com uma tipologia semelhante à seguida nos exames nacionais de Matemática B. Para isso, elaborámos os respetivos critérios específicos de avaliação, o que para mim foi extremamente importante pois foi a primeira vez que o fiz.

Como desejava participar mais ativamente na avaliação das aprendizagens dos alunos, pedi à Professora Maria José que me permitisse avaliar as composições que resultaram da atividade dos alunos na tarefa “O Manuscrito de Leonardo da Vinci”, o que foi muito proveitoso pois consegui confirmar algumas das dificuldades que os alunos revelavam, principalmente relacionadas com a comunicação escrita. Ao avaliar o raciocínio descrito, escrevi pequenos comentários que permitissem aos alunos perceberem o que podiam melhorar. Ainda nesta tarefa, tentei que os alunos avaliassem a atividade dos pares, criando opiniões e críticas, argumentando e tomando decisões. Da mesma forma, tentei que os alunos realizassem uma avaliação do trabalho realizado pelos colegas.

Na tentativa de desenvolver a autoavaliação dos alunos, tentei adotar uma abordagem positiva do erro. Quando verificava que um aluno estava perante um erro,

nunca o identifiquei nem tão pouco o corrigi, colocava sim algumas questões de forma a orientar o aluno na identificação e correção do mesmo: “Já experimentaste outros valores?”, “O raciocínio que apresentas é adequado, contudo deves procurar utilizar um maior rigor na linguagem”.

A aplicação destas ideias nem sempre foi fácil principalmente pelo facto dos alunos não estarem habituados a entender o erro como algo positivo e construtivo. Sempre que pedia a um aluno para partilhar o erro com os colegas deparava-me com alguma resistência em fazê-lo, era visível o interesse dos alunos em quererem apenas revelar o que tinham a certeza estar correto. Tentei então explicar aos alunos que a importância do erro está em nós próprios tentarmos fazer a autocorreção. Ao identificarmos o erro e ao corrigi-lo acontece aprendizagem.

3. TAREFAS MAIS SIGNIFICATIVAS

Neste capítulo faço uma breve descrição e análise do desenrolar das tarefas que considerei mais significativas, dando especial enfase à atividade dos alunos e à minha reação em função dessa atividade.

3.1. Tarefas Aplicadas na turma 8.ºC

Na Escola Básica André de Resende lecionei oito aulas, das quais quatro foram assistidas pelo Professor António Borralho. Os conteúdos abordados nestas aulas restringiram-se à Álgebra e à Geometria, com maior incidência no primeiro tema:

Data	Tema	Tópico	Tarefa
04.01.2011	Álgebra	Equações	Problemas e equações
06.01.2011		Funções	Revisão do conceito de função
18.01.2011			Funções lineares
25.01.2011			Função afim. Sistemas de duas equações.
17.05.2011		Equações	Equações do 2.º grau a uma incógnita. Lei do anulamento do produto
19.05.2011			Equações do 2.º grau a uma incógnita. Lei do anulamento do produto
24.05.2011			Problemas e equações do 2.º grau a uma incógnita
26.05.2011		Teorema de Pitágoras	Tetraminós
02.06.2011	Geometria		Trapézios e triângulos

Tabela 1: Cronograma das aulas lecionadas no 3.º ciclo

No 3.º ciclo, o ensino da Álgebra tem como principal propósito “desenvolver nos alunos a linguagem e o pensamento algébricos, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e de utilizar estes

conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações em contextos diversos” (Ministério da Educação, 2007).

Segundo o Programa de Matemática, para abordagem deste tema devem ser proporcionadas experiências que envolvam simbolização e modelação, privilegiando igualmente a resolução de problemas. É aconselhado o recurso ao computador como apoio na resolução de problemas e na realização de tarefas de exploração e investigação. O estabelecimento de conexões entre a Álgebra e os temas Geometria ou Números e Operações é fundamental para mostrar aos alunos que a Álgebra não se resume a um conjunto de regras e procedimentos que se memorizam. Além disso, o trabalho realizado deve também contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático através da formulação e da argumentação, da comunicação matemática recorrendo à linguagem natural e matemática, e da capacidade de resolver problemas matemáticos e não matemáticos.

No que diz respeito à Geometria penso que é uma área fundamental para que o aluno comprehenda o mundo que o rodeia, descrevendo ou analisando o espaço físico onde se encontra inserido. O propósito principal deste tema para o 3.º ciclo é “desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a compreensão das transformações geométricas e da noção de demonstração, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.” (Ministério da Educação, 2007).

Para abordagem deste tema, o programa de Matemática aponta a resolução de problemas geométricos e de tarefas exploratórias e de investigação. Para isso, os alunos devem poder utilizar diversos recursos, tais como *software* de Geometria Dinâmica, régua e esquadro, compasso e outros materiais manipuláveis de modo a desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma melhor relação com a Matemática.

Função afim

25 de Janeiro de 2011

Inserida no tópico Funções, a Função Afim surge após abordagem da Função Linear e visa, como principais aprendizagens, a representação gráfica e algébrica de uma função afim, a interpretação da variação de uma função representada por um gráfico, a relação entre funções lineares e afins e o estudo do efeito da variação dos parâmetros a e

b na representação gráfica de funções afins. Simultaneamente, propõe-se o desenvolvimento de capacidades transversais, como o raciocínio e a comunicação matemática (Ministério da Educação, 2010).

Escolha da tarefa (Anexo IX)

Esta tarefa foi iniciada na aula anterior pela minha colega Dina tendo os alunos realizado uma pequena investigação que visou a compreensão da influência dos parâmetros a e b da expressão $y = ax + b$ na representação gráfica da função. O enunciado da tarefa foi retirado da brochura “Funções e Equações – 8.º ano” (Ministério da Educação, 2010).

Condução da tarefa

Ao retomar a tarefa verifiquei que a maioria dos alunos tinha feito o trabalho proposto para casa, sendo que inclusive, alguns alunos terminaram a resolução da tarefa. Para realização da correção criei vários *applets* no Geogebra que permitiram verificar as respostas dos alunos às questões 3 e 4 (Anexo X). Como apenas dispúnhamos de um computador, pedi a alguns dos alunos para irem verificar os seus resultados enquanto os restantes colegas acompanhavam a projeção no quadro e, em grande grupo, corrigimos o trabalho.

Ao abordarmos a questão 3, os alunos tinham de justificar se um dado gráfico poderia representar, ou não, uma função de proporcionalidade direta, ao que um aluno afirmou “*(...) esta reta é a representação de uma função de proporcionalidade direta pois não passa pela origem*”. Lancei a afirmação para o ar para os restantes alunos poderem concordar ou discordar com o colega, conduzindo os alunos com a questão “*Quais são as características de um gráfico que representa uma situação de proporcionalidade direta?*”. Tal como eu pretendia, um dos alunos respondeu que deveria ser uma reta que continha a origem, e como tal o colega em questão estava errado.

Para resolução das questões 5 e 6 os alunos trabalharam a pares enquanto circulei pela sala dando apoio aos alunos sempre que necessário. Na correção, as expressões encontradas foram confirmadas através da representação dos respetivos gráficos no Geogebra.

Reflexão

Ao observar a atividade dos alunos durante a investigação inicial realizada na aula antecedente, fiquei com algumas dúvidas quanto à compreensão dos conceitos envolvidos ao notar algumas dificuldades manifestadas pelos alunos, nomeadamente na relação dos parâmetros com a respetiva transformação geométrica. Contudo, ao realizar a correção das questões 3 e 4 fiquei com a sensação de que afinal os alunos tinham compreendido a matéria. Ao refletir, concluo que o sucesso que pensei os alunos terem alcançado se poderá dever ao facto das questões terem sido realizadas fora da sala de aula pois reconheço que grande parte dos alunos recebe apoio extra-aula. Mesmo com as seguintes questões não consegui confirmar a aprendizagem realizada por alguns alunos, essencialmente aqueles que realizaram toda a tarefa em casa.

Penso que o prolongar da tarefa por aulas distintas conduz a esta dúvida e, previsivelmente, irá provocar também a impossibilidade da completa exploração da tarefa seguinte na aula decorrente. Em várias aulas verifiquei esta divisão que inclusive penso ter dissipado o raciocínio dos alunos e consequentemente o sucesso da sua atividade.

Na correção da questão 3, não consegui aproveitar a participação de um aluno que poderia ter utilizado para relacionar as funções afins com matérias anteriormente abordadas, como as funções lineares. Ao ouvir a afirmação do aluno “*(...) esta reta é a representação de uma função de proporcionalidade direta pois não passa pela origem*” conduzi excessivamente o momento com a questão que coloquei a seguir. Ao agir desta forma limitei claramente o raciocínio dos alunos, conduzindo-os onde eu queria que eles chegassem. Deveria ter agido de outra forma, por exemplo, apoiando-me no gráfico da função poderia ter verificado se as grandezas variavam na mesma proporção, ou até, poderia ter pedido para calcularem o valor da constante de proporcionalidade, caso esta existisse. Poderia ainda ter criado uma conexão com as funções lineares comparando, por exemplo, as expressões e respetivos gráficos, pedindo para isso aos alunos exemplos de ambas.

Ao refletir nesta situação, verifico que o mesmo aconteceu por insegurança que acredito dever-se a uma deficiente preparação da tarefa que me provocou a necessidade de conduzir o discurso criado. Deste modo, acredito que esta tarefa poderia ter contribuído muito mais para o desenvolvimento do raciocínio, assim como para a comunicação matemática.

Outra dificuldade que senti durante a condução da tarefa foi na escolha dos alunos para revelarem as funções que tinham encontrado pois, ao não presenciar o trabalho que os alunos realizaram em casa, temo ter descurado algum exemplo que poderia ter importância em ser abordado.

Relativamente à utilização do computador penso que foi uma boa estratégia pois despertou muito interessante e motivação mostrando como as tecnologias são uma fonte de atração para os alunos. Também o facto de podermos presenciar resoluções corretas e outras erradas se tornou muito enriquecedor já que, nas resoluções corretas o aluno explicou aos colegas o raciocínio que seguiu e, nas erradas, os colegas foram encorajados para tentarem ajudar na correção do erro. Os alunos interagiram uns com os outros e, o mais importante, esclareceram algumas dúvidas.

Consegui cumprir o tempo que tinha estipulado para finalizar a tarefa embora sinta que tenha sido um pouco forçada e poderia ter sido mais explorada.

Em relação à tarefa, encontro a exploração gráfica importante para este assunto pois é comum o recurso à representação algébrica em detrimento das outras representações. Todavia, penso que a mesma não foi suficientemente desafiante, não pela forma como está estruturada, mas sim pela atividade desenvolvida pelos alunos em tarefas anteriores nas quais realizaram investigações muito semelhantes a esta. Penso que a função afim poderia ter sido introduzida por um trabalho de grupo, no qual cada um dos grupos resolveria um problema diferente, escolhidos estratégicamente pelo professor para que na discussão se propiciassem a discussão dos assuntos abordados nesta tarefa. Desta forma, os alunos poderiam visualizar e interpretar as diferentes representações recorrendo à expressão, à tabela e ao gráfico.

Ao refletir sobre esta tarefa, aprendi novas formas de relacionar e estabelecer conexões entre os conceitos, apreendi a importância de utilizar diferentes representações e pesquisei sobre novas experiências de aprendizagem a proporcionar aos alunos, nomeadamente a introdução de um conceito através da resolução de problemas. Compreendi também a necessidade de continuar a tentar melhorar a minha capacidade de dinamizar o discurso sem o conduzir de uma forma pouco natural, tendo para isso que preparar as tarefas de uma forma mais profunda, pensando em boas questões e antevendo os diversos raciocínios dos alunos.

Inserida no tópico Equações, esta tarefa surge após abordagem das funções lineares e afins, visando como principais aprendizagens, a interpretação gráfica das soluções de um sistema de equações e o reconhecimento de sistemas possíveis e impossíveis a partir de representações gráficas. Juntamente, propõe-se o desenvolvimento de capacidades transversais como a comunicação matemática (Ministério da Educação, 2010).

Escolha da tarefa (Anexo XI)

Como as restantes tarefas, também esta foi retirada das brochuras disponibilizadas na DGIDC para apoio da implementação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. A tarefa escolhida foi a Tarefa 5, “Sistemas de duas equações” da brochura “Funções e Equações – 8.º ano” e pretende o desenvolvimento da compreensão do significado da conjunção de condições e a sua interpretação geométrica (Ministério da Educação, 2010).

Na brochura encontramos duas alternativas para esta tarefa: uma tarefa para ser realizada com papel e lápis e outra para ser realizada com recurso a um AGD. Foi escolhida a primeira opção devido à indisponibilidade da sala de informática. Decidimos então que os alunos iriam realizar a tarefa com papel e lápis e, sempre que possível, recorreríamos a um AGD para exemplificar, projetando no quadro.

Condução da tarefa

Antes de iniciar a exploração da tarefa e para introdução do novo conteúdo “Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas”, comecei por trabalhar com a turma em grande grupo. Pedi aos alunos para apresentarem um exemplo de uma equação de primeiro grau com uma incógnita, para definirem equação e solução de uma equação, como poderíamos verificar se um dado número era ou não solução da equação, entre outras. Depois tentei alargar o horizonte, perguntando como seria a solução de uma equação do primeiro grau mas com duas incógnitas, ao que alguns dos alunos responderam que eram dois números. Recorri então às funções afins para que os alunos as interpretassem enquanto equações e consegui orientar os alunos a concluírem que “*a solução de uma equação desse tipo [equação de primeiro grau com duas incógnitas] será um par ordenado*”, ao que outro aluno acrescentou “*podem ser mais do que um*”. Na minha opinião, alcançámos um momento enriquecedor do qual fiquei muito

satisfeita. Passámos depois para a realização da tarefa, na qual os alunos não revelaram dificuldades.

Para exploração da questão 1 da tarefa, os alunos trabalharam a pares seguindo-se a discussão. Para dinamização deste momento foi utilizado um acetato no qual dois alunos preencheram as tabelas e, simultaneamente, outros alunos recorreram ao Geogebra para visualização dos gráficos correspondentes (Imagen 5).

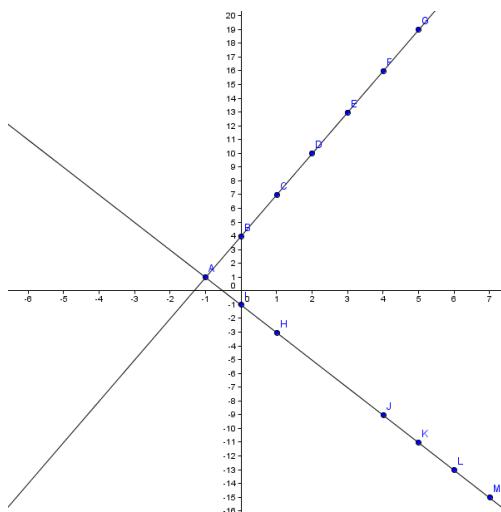


Imagen 5: Visualização da página do Geogebra

O preenchimento da tabela permitiu-me constatar que alguns alunos têm dificuldade em realizar operações com números inteiros negativos. Pedi então a um desses alunos para preencher uma das tabelas no acetato com os dados que tinha obtido para poder recorrer ao erro, contudo, alertado por um colega, o aluno corrigiu os resultados antes de me entregar o acetato.

Na fase final e através da discussão desta questão orientei os alunos na compreensão do significado geométrico das soluções de um sistema, assim como a relacionarem a existência de sistemas impossíveis e indeterminados com a posição relativa das retas. Não consegui realizar a síntese como deveria ser devido à escassez de tempo, limitando-me ao auxílio do quadro-resumo que existia na tarefa.

Reflexão

Em relação à planificação da aula, considero que a mesma se encontrava bem estruturada. A minha preocupação foi criar um elo de ligação entre as duas tarefas, o que resultou com o trabalho em grande grupo, com a turma, relacionando as funções afins com as equações e, consequentemente, com os sistemas de equações. Este momento serviu para me aperceber que, tal como tinha suspeitado na tarefa anterior, os alunos tinham algumas dúvidas em relação à matéria já abordada, tendo sido positivo o

esclarecimento das mesmas já que eram conteúdos essenciais para o momento seguinte da aula.

Considero muito apropriada a exploração gráfica dos sistemas de duas equações antes da exploração analítica, sendo a tarefa “Sistemas de duas incógnitas” um bom ponto de partida para o método de substituição, matéria a ser abordada nas aulas seguintes.

Os alunos realizaram as aprendizagens que estavam visadas para esta aula, sendo notória a sua participação e motivação. A forma como os alunos trabalharam ao longo da aula e a forma como participaram, permitiram-me concluir que a maior parte dos alunos compreendeu os conteúdos abordados. Como fator deste êxito, inclui-se a tecnologia que tornou a aula mais dinâmica e motivante, assim como a própria dinâmica da aula com o trabalho ativo dos alunos e a procura de novos conhecimentos por parte deles próprios. Dado este aspeto, penso que a outra alternativa na qual os alunos trabalhariam diretamente no computador teria sido muito mais motivante provocando aprendizagens mais ricas.

Um aspetto matemático que deveria ter reforçado era a ideia de conjunção ao referir-me à composição dos sistemas de duas equações, o que não ficou bem reforçado. Devia ainda ter alertado a turma para os erros que alguns alunos estavam a cometer aquando da realização de operações com números inteiros negativos.

Também eu aprendi com esta aula. Senti-me segura e bem no papel de professora ficando com a impressão que a aula foi positiva, embora reconhecendo que existem aspetos a melhorar como, por exemplo, o tom da minha voz, o qual em alguns momentos da aula foi baixo, não me fazendo ouvir de forma nítida em toda a sala de aula e, também a nível científico, no qual devo ter mais cuidado com a notação utilizada por mim e pelos alunos.

Uma alteração que teria potenciado a tarefa seria por exemplo o recurso à calculadora gráfica que permitiria a visualização das várias retas e respetivas tabelas e poderia ajudar na compreensão da solução de um sistema de equações através do cálculo da interseção.

Tetraminós
26 de Maio de 2011

Visando a demonstração do teorema de Pitágoras, surge a tarefa Tetraminós com abordagem à composição e decomposição de polígonos (Ministério da Educação, 2010).

Escolha da tarefa (Anexo XII)

Consultando as orientações curriculares apontadas pelo Ministério da Educação (2007), avaliei os objetivos e competências do Programa de Matemática que podíamos satisfazer com esta tarefa para elaboração do plano de aula. Verifiquei também que o recurso a *software* de Geometria Dinâmica e a materiais manipuláveis estão presentes nas indicações metodológicas a aplicar no tema Geometria. Deste modo e na impossibilidade dos alunos poderem trabalhar com computadores devido à indisponibilidade da sala, optámos por utilizar papel e cartolina.

Com esta tarefa pretendeu-se que os alunos compreendessem a noção de área de uma figura enquanto soma das áreas de todas as seções da mesma.

Condução da tarefa

Ao apresentar a tarefa e antes de a entregar em papel para os alunos explorarem, estimulei os alunos recorrendo ao Jogo do Dominó o que se revelou muito produtivo pois consegui captar a sua atenção e promover a participação dos alunos que relataram experiências com este jogo.

Um aspeto importante que tive em conta na condução da aula foi proporcionar aos alunos um tempo apropriado para realizarem as várias experiências e encontrarem as figuras pedidas em cada um dos itens.

Durante a exploração da primeira parte da tarefa, os alunos iam colocando na parede os tetraminós encontrados, utilizando quadrados em cartolina que eu tinha previamente construído (Imagen 6). Simultaneamente os alunos iam desenhando no caderno as figuras encontradas. Num desses momentos, um dos alunos relacionou as peças encontradas com o jogo Tetris “*Estas figuras são as peças do Tetris!*”.



Imagen 6: Tetraminós construídos pelos alunos

Enquanto os alunos trabalharam de forma autónoma na descoberta das figuras, eu limitei-me a ser moderadora, dando apenas uma por outra indicação ou pista para os ajudar a ultrapassar alguma dificuldade que fosse surgindo.

No decorrer da exploração, um dos grupos afirmou ter um tetraminó diferente. Ao ver qual seria o novo tetraminó verifico que o mesmo já tinha sido encontrado, apenas

se encontrava numa posição diferente (Imagen 7). Aproveitei de imediato para discutir o assunto com os alunos, relembrando as isometrias.



Imagen 7: Duas reproduções do mesmo tetraminó

Para promover a atividade dos alunos, por várias vezes os desafiei colocando questões como “Será que não existe mais nenhum tetraminó? Têm a certeza?” e, noutras momentos, incitei a confiança ao felicitá-los pelo empenho aplicado no trabalho autónomo.

O item 4 gerou diferentes estratégias de exploração o que proporcionou uma boa discussão. Inicialmente, os alunos começaram a conjugar os vários tetraminós na tentativa de formar um quadrado, todavia, após alguns minutos de experiências, começaram a afirmar que não era possível:

Aluno: Professora, isto não dá!

Professora: Mas como sabem que não dá?

Aluno: Então já experimentámos “montes”...

Professora: Já experimentaram o quê?

Aluno: Todas as situações, professora!

Professora: Será que experimentaram todas as hipóteses?

Pedi então a um aluno que exemplificasse no quadro as hipóteses que tinham experimentado, ao que de imediato surgiram frases como “*Eu experimentei uma diferente!*” ficando o discente convencido que não tinha tentado todas as possíveis situações.

Alguns dos pares defenderam que acreditavam que daria para construir o quadrado, apenas ainda não tinham encontrado a forma de juntar as peças. Quando os questionei sobre o que os tinha levado a tal conclusão, os alunos defendiam-se com “*Os tetraminós são conjuntos de quadrados, logo dará para construir um quadrado maior.*” Os pares que acreditavam ser impossível justificavam-se com a imensidão de situações que já tinham experimentado sem atingirem o objetivo.

Perante a descoberta de um aluno que mostrou ser capaz de construir um quadrado com quatro tetraminós, pedi-lhe que revelasse a descoberta aos colegas. Esta

informação despertou uma ideia em outro aluno, relacionar o número de tetraminós com a área obtida na junção das respectivas peças. Daí até à conexão com os quadrados perfeitos foi um ápice e a conclusão foi alcançada.

Reflexão

Ao refletir sobre todos os momentos decorridos desde a planificação até à avaliação das aprendizagens, concluo que os objetivos da tarefa foram atingidos com sucesso pois, além de todos os alunos terem construído as figuras pedidas na tarefa, mostraram ainda ter consolidado as noções de área e de perímetro de um polígono ao participarem ativamente nos momentos de discussão. Considero que os principais fatores deste sucesso foi a manipulação dos cartões pois facilitou a visualização das figuras e motivou os alunos na procura de todos os casos possíveis, assim como a relação com os jogos como o Dominó e o Tetris, interesses comuns nos alunos. Os alunos reagiram como eu esperava, com entusiasmo e motivação, resultado em parte pelo despike criado entre pares na procura mais rápida das figuras, característica própria desta faixa etária. Inclusive, na aula seguinte, os alunos trouxeram outras figuras que tinham construído em casa com os tetraminós.

Ao reproduzirem-se as várias figuras na parede, os alunos puderam envolver-se no trabalho dos colegas e experimentarem também eles as ideias que os outros tiveram, além disso, permitiu ainda a realização de uma síntese final da atividade realizada.

A exploração da tarefa foi realizada a pares, permitindo aos alunos a troca de opiniões e a partilha de trabalho. Por exemplo no item 3, alguns dos pares decidiram que cada um dos elementos procurava uma representação diferente para deste modo obterem as duas figuras pedidas. Foi neste item que os alunos revelaram algumas dificuldades, principalmente pela exigência em conjugar as noções de perímetro, área e forma, contudo, nenhum dos pares mostrou sinais de desistência no decorrer de toda a atividade. A utilização de exemplos e de contraexemplos permitiu desenvolver e aperfeiçoar os vários conceitos durante a discussão. Foram assim estabelecidas conexões com outras aprendizagens anteriores, especificamente com os conceitos de área e de perímetro de um polígono, fundamentais para interpretação dos vários itens da tarefa.

Apesar de dominar com clareza os conceitos matemáticos presentes e respetivas relações com outros afins, senti-me insegura no item 3 ao deparar-me com uma situação para a qual não encontrei solução. Após debater esta questão numa reunião com a

Professora Orientadora Cooperante e com a minha colega de PES, nenhuma conseguiu chegar a uma conclusão. Recorreu-se então a outros professores de Matemática que se encontravam na mesma situação. Face a esta situação, propus à Professora Helena Rosmaninho retirar-se este item da tarefa, proposta que foi recusada pois as fichas de trabalho já estavam fotocopiadas, indicando-me para dizer aos alunos que tentassem encontrar uma resposta em casa. Não me senti satisfeita com a solução tomada, contudo tive de a acatar. Foi um momento que me causou algum transtorno no decorrer da aula, por não saber como gerir a situação face às investidas dos alunos em saberem qual a resposta certa.

Mais uma vez, apenas tive contato com a tarefa em papel antes da aula e, novamente, verifiquei que a mesma não se encontrava devidamente fotocopiada. No anexo XII apresento uma reprodução da ficha de trabalho entregue aos alunos, a qual foi fotocopiada frente e verso, como conseguinte, quando os alunos realizaram o corte dos tetraminós, cortaram também a folha de registos. Esta situação não alterou o decorrer da aula, no entanto poderia ter sido evitada.

A exploração desta tarefa proporcionou momentos muito ricos não só para os alunos mas também para mim. Para os alunos pois tiveram a oportunidade de confrontar as várias tentativas e raciocínios, reagiram aos argumentos dos colegas e tomaram posições. A comunicação foi bastante trabalhada, pedindo sempre aos alunos que justificassem a sua escolha e utilizassem uma linguagem matemática apropriada. À medida que os alunos construíam e desenhavam, estavam a desenvolver a sua capacidade de visualização das relações geométricas e, simultaneamente, aprenderam a raciocinar e a formular, a testar e a justificar conjecturas. Além disso, realizaram também conexões com outros conteúdos da Matemática como as Isometrias e com jogos do quotidiano como o Tetris. Para mim também foi uma situação que contribuiu bastante para a minha aprendizagem pois consegui conduzir a tarefa de forma a contemplar momentos distintos de apresentação da tarefa, trabalho autónomo pelos alunos e discussão/síntese coletiva, cumpri a gestão do tempo que tinha programado e consegui estimular a participação dos alunos de modo a criar uma boa discussão com toda a turma.

São de considerar algumas alterações que aumentariam as potencialidades desta tarefa. A atividade dos alunos poderia ter sido enriquecida com um novo desafio, após a discussão do item 4: “Variando o número de tetraminós, investigar todos os casos em que é possível construir um quadrado”. Os alunos seriam assim levados a generalizar,

encontrando uma regularidade para o número de tetraminós que permitem construir um quadrado, donde surgiria uma sequência de quadrados perfeitos.

O recurso ao computador seria outra das modificações que implementaria, recorrendo a ambientes de geometria dinâmica ou a *applets* que encontramos na Internet e que geralmente são do interesse dos alunos permitiria uma fácil manipulação das figuras. Veja-se por exemplo na página da Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales (nlvm.usu.edu/es/nav/topic_t_3.html), a *applet* Poliomínos (Imagen 8).

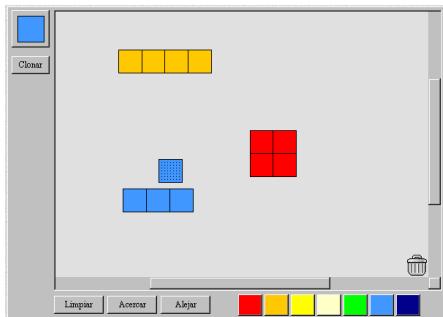


Imagen 8: Applet para construção de tetraminós

A construção de um Tangram dinâmico a partir de um quadrado construído no Geogebra seria outra hipótese que poderia constituir a base de trabalho para a exploração de relações entre perímetros e áreas de figuras (Imagen 9).

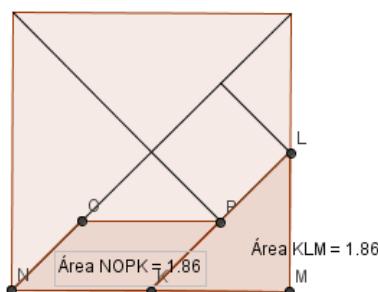


Imagen 9: Tangram construído no Geogebra

Também a possibilidade dos alunos jogarem o famoso jogo de computador Tetris poderia “ajudar a desenvolver a orientação espacial e a coordenação visual-motora” (Ministério da Educação, 2011) ou o jogo Triominó, uma fascinante variante do jogo Dominó que requer perspicácia, raciocínio e lógica (Imagen 10).



Imagen 10: Jogo Triominó

3.2. Tarefas Aplicadas na turma 11.ºJ

Com respeito à prática letiva que realizei na Escola Secundária Gabriel Pereira, lecionei catorze aulas, das quais uma foi assistida pelo Professor António Borralho e quatro pela Professora Ana Paula Canavarro, a maioria das quais incidiram sobre os temas Movimentos não lineares e Modelos contínuos não lineares, tendo também lecionado uma aula relativa ao tema Modelos de Probabilidade.

Data	Tema	Tópico	Tarefa
26.10.10	Movimentos não lineares	Funções racionais	Entrega e correção do teste
28.10.2010			Funções racionais
29.10.2010			Equações e inequações racionais
02.11.2010			Modelação com lasanha
04.11.2010			Modelação com lasanha
19.11.2010			O reservatório de água
13.01.2011	Modelos de Probabilidade	Distribuição normal	A altura dos cães
03.03.2011		Função exponencial	Estudo da função exponencial
04.03.2011		Função logarítmica	Função logarítmica – Transformações geométricas
15.03.2011		Função logística	O lince ibérico
17.03.2011		Crescimento logístico	A evolução da população portuguesa
18.03.2011	Modelos contínuos não lineares	Função exponencial Função logística	A evolução da população portuguesa
25.03.2011		Função logarítmica	A corrida de bicicleta O manuscrito do Leonardo da Vinci
29.03.2011		Função exponencial Função logística	O manuscrito do Leonardo da Vinci A população de milhafres e esquilos

Tabela 2: Cronograma das aulas lecionadas no secundário

Para abordagem do tema Movimentos não lineares, o Programa de Matemática B (1997) refere a tecnologia como recurso possível de propiciar boas abordagens na resolução de problemas e de investigações. Entre a tecnologia referenciada encontramos a calculadora gráfica e o computador (folhas de cálculo, programas de gráficos e programas de geometria dinâmica).

Para o tema Modelos de Probabilidade é proposto que os conteúdos sejam apresentados aos estudantes no seguimento do confronto com atividades próprias do dia-a-dia. Sobre este tema apenas lecionei uma aula que incidiu sobre a Distribuição Normal (Tarefa “Altura dos cães”).

Na abordagem do tema Modelos contínuos não lineares é sugerido no programa a resolução de problemas de evolução de populações, poluições, temperaturas ou drogas no sangue e a tarefas de modelação (Tarefa “Evolução da população portuguesa”).

A resolução de problemas, a comunicação matemática e a ligação dos vários conteúdos à realidade foram aspectos que tentei incorporar nas aulas que lecionei. Desta forma, surgiu a necessidade da modelação matemática estar presentes nas aulas de Matemática quando se aplicam modelos matemáticos a situações problemáticas da realidade.

O ensino (...) tem de ser suportado em actividades propostas a cada estudante e a grupo de estudantes que contemple a modelação matemática, o trabalho experimental e o estudo de situações realistas adequadas a cada curso sobre as quais se coloquem questões significativas, resolução de problemas não rotineiros e conexões entre temas matemáticos, aplicações da Matemática noutras disciplinas e com relevância para interesses profissionais. (Ministério da Educação, 1997)

Modelação com lasanha
02 e 04 de Novembro de 2010

Nos dias 02 e 04 de Novembro decorreram as primeiras aulas supervisionadas pela Orientadora da Universidade, Professora Doutora Ana Paula Canavarro. Motivo que desde logo elevou o meu nervosismo, além da natureza das tarefas que iria aplicar.

Considero que foi uma grande audácia ter escolhido uma tarefa de modelação matemática face à minha inexperiência neste âmbito, mesmo enquanto aluna do ensino básico e secundário nunca trabalhei a modelação matemática nas aulas. Foi nas aulas de Didática da Matemática que tomei conhecimento deste tipo de tarefas, considerando-as desde o início atrativas e com grandes potencialidades. Assim, quando surgiu a oportunidade de proporcionar aos alunos a possibilidade de explorarem tarefas de modelação nas minhas aulas, não hesitei em aceitar, contudo com algum receio, especialmente da condução da tarefa: “teoricamente sei quais as partes principais, planifiquei todos os passos, mas e se os alunos não chegam a nenhuma função?” era o meu pensamento do dia.

Escolha da tarefa (Anexo XIII)

A tarefa que escolhi para estas aulas alia uma situação do dia-a-dia ao estudo da função racional. Além da mobilização do conceito de função racional, exige aos alunos uma análise crítica dos resultados e a resolução de equações e inequações fracionárias. Deste modo, a tarefa “Modelação com lasanha” enquadra-se no tema “Movimentos não lineares. Taxa de variação e funções racionais” e tem subjacente o tema central do programa de Matemática B: Aplicações e Modelação Matemática.

Aquando da planificação da tarefa consultei o programa de Matemática B para avaliar os objetivos a alcançar, os métodos e estratégias a usar, bom como outros aspetos da competência matemática a desenvolver na atividade. Também aprofundei os meus conhecimentos sobre o tema explorado na tarefa de forma a me encontrar confiante no que respeita ao domínio dos conceitos matemáticos presentes na mesma. Senti igualmente a necessidade de realizar alguma investigação sobre Modelação Matemática.

Para facilitar a apresentação das funções encontradas pelos alunos criei uma *applet* construída no Geogebra onde, através de seletores, se podem experimentar diferentes valores para os parâmetros procurados de uma forma rápida e simples e também um *flipchart* que facilitaria a organização da informação no quadro.

Condução da tarefa

No início da aula estava muito apreensiva, o nervosismo era notável na minha voz. Iniciámos a aula com a correção de um exercício que tinha sido proposto para trabalho de casa. Após este momento, propus aos alunos a exploração da tarefa “Modelação com lasanha” em grupos de três elementos. Comecei por fazer uma introdução ao conteúdo, conversando um pouco com os alunos sobre alimentação e em específico, de lasanha, entregando a tarefa em papel aos vários grupos. Os alunos manifestaram desde logo o gosto por esta comida, dando exemplos de vários tipos de lasanha que tinham provado.

De uma forma autónoma e calma, os vários grupos começaram a explorar a tarefa colocando os valores nas listas da calculadora gráfica de modo a visualizarem a nuvem de pontos e, posteriormente, calcularem uma regressão. Os alunos nem leram o primeiro item da tarefa que lhes indicava o tipo de modelo a encontrar, realizaram de imediato o que estavam habituados a utilizar: a regressão através da calculadora gráfica. Face a esta situação, deixei os alunos continuarem de forma a eles próprios perceberem que não era o pretendido.

Após alguns instantes, um dos grupos afirma que o modelo matemático procurado obtém-se através de uma regressão quadrática ao que o outro afirma: “*Nós tentámos a regressão cúbica mas achamos que a quártica é melhor*”. Neste momento comprehendi que os alunos não tinham percebido do que se tratava uma tarefa de modelação e, sobretudo, que estavam a ignorar o contexto do problema. Decidi então ser necessário alguma orientação. Bastou alertar a turma para o facto de os dados serem apresentados num dado contexto para um dos alunos assegurar: “*Mas assim nenhuma destas regressões dá pois em todas a temperatura volta a subir*”. Reconheço que esta resposta devia ter sido melhor explorada, por exemplo, através da visualização dos gráficos das respetivas regressões, de modo a todos os alunos entenderem a desadequação da utilização da regressão para esta situação.

Pedi então aos alunos que, experimentando, tentassem descobrir os parâmetros pedidos na alínea 1.1. de forma a encontram o modelo matemático que se ajustasse às observações efetuadas. Os grupos começaram então a experimentar valores aleatórios, não atribuindo nenhum significado ao tipo de expressão que constava no enunciado. Apenas um dos grupos reconheceu tratar-se de uma função racional que teria uma assíntota horizontal. Ao analisar a atividade que estava a ser realizada pelos restantes grupos tentei orientá-los à mesma conclusão colocando questões como: “Que tipo de função poderá ser?”, “Já analisaram a expressão que procuramos?”.

Quando pensei passar ao momento da discussão deparei-me com uma situação que me provocou uma grande dúvida na forma de agir: todos os grupos tinham terminado ou estavam a terminar, à exceção de um que estava muito atrasado. Encaro que é importante para os alunos que todos os grupos experimentem as mesmas situações e ao passar à discussão, um conjunto de alunos não teria essa hipótese contudo, por outro lado, queria cumprir o plano. Optei por conceder mais uns minutos e orientar um pouco a atividade do grupo de uma forma mais dirigida. Esta situação conjuntamente à minha falta de experiência em conduzir este momento e a uma má gestão do tempo, transformou a fase de discussão em mera fase de correção. Acabei por fazer a correção das várias alíneas limitando-me a corrigir as situações que os grupos tinham explorado. Embora tenha promovido a participação dos alunos, não consegui criar o momento de discussão, nem aproveitei todas as vantagens de utilizar a *applet* (Imagen 11). Limitei-me a conduzir a participação dos alunos de forma a atingir a expressão que eu considerava correta.

As questões que tinha planeado colocar aos alunos para promover a discussão não foram colocadas, não relacionei a escolha dos parâmetros a partir do contexto, não utilizei as respostas dos alunos da melhor forma nem pedi que justificassem os raciocínios apresentados. Por exemplo, quando uma aluna vez a observação “*Quanto maior o valor absoluto do parâmetro a , mais desce a temperatura.*”.

Ao analisar os valores representados na tabela poderia ter questionado os alunos sobre a tendência da temperatura estabilizar, antevendo uma assimptota horizontal ao gráfico da função e se essa tendência se verificaria igualmente num dia frio de Inverno ou numa tarde quente de Verão.

Durante a discussão, poderia ter manipulado os parâmetros de forma a obter uma situação insustentável para o modelo no contexto do problema. Por exemplo, “*Se $c > 0$ o que acontece?*”, levaria a que os alunos concluiríam que para $t = c$ existiria uma assimptota vertical ao gráfico, o que no contexto do problema significaria que a temperatura tenderia para infinito acarretando uma situação insuportável. Ao abordar esta situação confirmaria se os alunos, além de determinar e identificar as assimptotas, também conseguem interpretar o seu significado no contexto do problema.

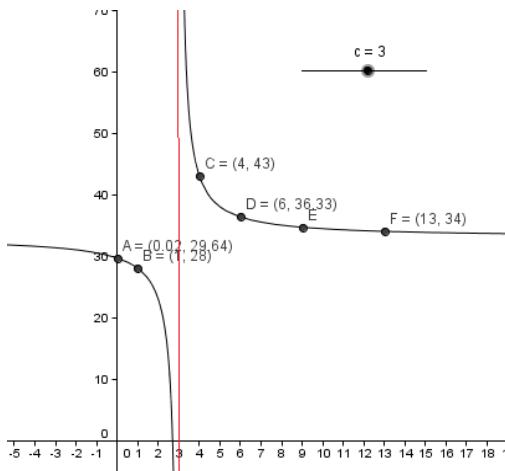


Imagem 11: Applet para confirmar os modelos

Relativamente aos gráficos obtidos, teria sido importante apresentar modelos semelhantes e modelos muito diferentes, questionar qual seria o que melhor se ajustava e o significado desses mesmos gráficos no contexto do problema.

Também em relação à tecnologia não usufrui de todas as vantagens que a mesma permite. Deveria ter usado diferentes formas de representação matemática, por exemplo, comparar o uso dos menus CALC e TAB da calculadora gráfica, pedindo aos alunos que exemplificassem as várias hipóteses.

Reflexão

Creio que esta tarefa suscitou interesse e criou motivação nos alunos, talvez por se tratar de uma situação quotidiana. Tomando a alimentação como um assunto do seu quotidiano, entendi que esta tarefa iria ser do interesse dos mesmos, facto que se verificou logo quando se iniciou a leitura do enunciado. Neste momento, os alunos manifestaram de imediato o gosto de saborear uma boa lasanha.

Matematicamente, esta tarefa ajuda a satisfazer todos os objetivos do programa de Matemática B para este tema, desafiando os alunos na procura de uma função que modele a situação descrita e proporcionando a investigação das características e do comportamento das funções utilizadas.

Com a preparação da aula veio também a minha insegurança. Não só pelo facto de serem as primeiras a serem supervisionadas pela Orientadora da Universidade mas essencialmente por se tratar de uma tarefa de modelação. Tinha consciência que dominava com clareza os conceitos matemáticos presentes e que os sabia relacionar com o contexto apresentado, a minha maior insegurança encontrava-se na abertura da tarefa: Como agir perante uma resposta inesperada de algum aluno? O que fazer se nenhum aluno encontra uma função que modele a situação? Como promover a discussão na turma?

Resolvi a tarefa como sendo um aluno que pela primeira vez se encontra perante um desafio deste tipo, tentei perceber as ideias, as dificuldades e os erros. Agora que reflito sobre todo o processo, percebo que também eu resolvi a tarefa como tratando-se de um exercício e não como uma tarefa de modelação. Apenas antevi questões a colocar na apresentação da tarefa e na exploração. Não percebi o quanto a discussão é importante em tarefas desta natureza.

Durante a exploração da tarefa, os alunos mostraram-se empenhados, as respostas apresentadas no questionário que preencheram após a realização da tarefa e a forma como participaram na atividade e também nas aulas seguintes, permitiu-me concluir que a maior parte dos alunos compreendeu os conceitos importantes de forma clara.

Julgo que a tarefa permite aos alunos explorar as características das funções racionais, investigando os efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos das respetivas funções. Nas aulas anteriores os alunos já tinham investigado estas alterações através de outra ficha de trabalho, no entanto, apresentaram alguma dificuldade em relacioná-los com o contexto abordado, penso que por se tratar de uma aplicação prática num caso passível de ser real. Creio também que a tarefa proposta conduziu ao

desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, bem como a capacidade de resolução de tarefas de modelação. Da mesma forma, proporcionou o desenvolvimento da capacidade de comunicar ideias matemáticas que poderia ter sido amplamente melhorada na discussão.

Inicialmente, os alunos mostraram alguma dificuldade, talvez até uma certa resistência, em procurar os vários parâmetros pois estão raizados com o recurso à regressão na calculadora gráfica. Penso que a palavra “modelação” não lhes dizia muito e demonstraram não estar habituados a serem eles próprios a encontrarem o modelo. Acho que foi importante deixá-los experimentar livremente antes de lhes dar algumas indicações sobre o significado de “modelar”.

Durante a fase de trabalho autónomo acompanhei os vários grupos para verificar se estavam a trabalhar produtivamente. Quando considerei necessário, coloquei questões e ouvi as respostas dos alunos retribuindo sempre um *feedback*: quando as respostas estavam erradas tentei não as corrigir, procurei antes levar os alunos a refletirem sobre as mesmas de forma a encontrarem o erro e a corrigi-las. Quando os grupos revelaram mais dificuldades, coloquei ainda algumas questões orientadoras de forma a estimular o raciocínio e a conexão de ideias.

Considero que os alunos corresponderam ao que eu esperava. Inicialmente, fiquei surpresa ao observar que todos os grupos recorreram à regressão e, ao comprovarem que não era o pretendido, os mesmos ficaram uns instantes parados. Percebi que os alunos não tinham entendido o que se pretendia e verifiquei que o tempo avançava rapidamente, contudo e após alguma hesitação, os alunos retomaram o trabalho e começaram a trocar ideias entre si. No final da tarefa, verifiquei que os alunos ficaram mais despertos para a compreensão deste tipo de funções ao darem-lhes sentido através do contexto do problema. A motivação com que os alunos trabalharam e a forma como participaram evidencia também que os alunos desenvolveram uma boa atitude perante a Matemática.

Julgo que o sucesso das aprendizagens dos alunos se deve à natureza da tarefa que lhes permitiu a contextualização dos conceitos abordados através da exploração autónoma de cada um e da interajuda entre os vários elementos do grupo. Penso que a forma como acompanhei os grupos durante a fase de exploração autónoma foi muito positiva, depreendo porém que a condução da aula não foi conseguida como tinha sido planeada, condicionando o sucesso alcançado. A forma como apresentei a tarefa

também deveria ter sido mais clara e desafiante e a promoção da discussão teria sido fundamental.

A gestão do tempo foi outro fator que condicionou o sucesso da aula. Ao iniciar a tarefa deveria ter anunciado o tempo que os alunos iriam ter para explorar a tarefa de forma a criar o ritmo de trabalho. Ao prever a gestão do tempo não contelei o momento que foi ocupado com a regressão pois não considerei que os alunos escolhessem esse método. Acredito que tarefas desta natureza tenham maior impacto no processo de aprendizagem quando realizadas apenas numa aula, o que não ocorreu neste caso. Uma dificuldade que senti foi gerir o tempo nos vários momentos, sobretudo face à falta de autonomia de alguns alunos que precisam de ser frequentemente estimulados e orientados e que se atrasam relativamente aos restantes.

O tempo reservado para a discussão foi insuficiente, ocorrência que me levou a atuar de forma errada neste momento. Embora tenha colocado várias questões aos alunos e provocado a sua participação, não aproveitei ao máximo as suas participações e justificações. É claro que a tarefa não correu como eu planeara e que poderia ter alcançado um sucesso muito superior, porém, contribuiu muito para realizar aprendizagens enquanto professora e para me preparar para tarefas seguintes, como a Evolução da População Portuguesa.

A Altura dos Cães
13 de janeiro de 2011

A matéria abordada na aula enquadra-se no tema “Modelos de Probabilidade” e tem subjacente o desenvolvimento de capacidades que são transversais ao ensino secundário da Matemática, como a Comunicação Matemática e a Tecnologia e Matemática.

Escolha da tarefa (Anexo XIV)

Ao saber o tema que iria abordar na aula, fiquei de imediato preocupada pois é um conteúdo que necessita, da minha parte, de um estudo prévio aprofundado. É uma matéria que eu não domino e pela qual também não detengo muito gosto, talvez devido à minha experiência de ensino enquanto aluna do ensino secundário. A Estatística foi um tema pouco abordado nas minhas aulas e, o que foi abordado, limitava-se à aplicação de fórmulas, sendo as aulas pouco motivantes para mim. Não poderia assim agir da mesma forma enquanto professora, teria que planificar uma aula mais

motivadora, não só para os alunos mas também para mim. Então refleti sobre o tipo de tarefa que iria procurar: “(...) tarefas matemáticas significativas para introduzir conceitos importantes e para envolver e desafiar intelectualmente os alunos” (NCTM, 2008). Comecei por consultar o Programa de Matemática B para avaliar os objetivos a atingir com a aula. Depois procurei algum material que pudesse adaptar. Recorri a vários manuais de Matemática B e à Internet, no entanto, encontrei poucas tarefas por mim consideradas interessantes. A maior parte das que encontrava limitavam-se a mostrar a curva de Gauss e os respetivos valores das probabilidades nos vários intervalos, seguidos de exercícios de consolidação. Com o apoio da Professora Maria José, pegámos numa dessas tarefas e adaptámo-la de forma a podermos introduzir este conteúdo. Para isso, decidimos partir de um caso particular para permitir aos alunos a generalização, com o fim de proporcionar o estudo da distribuição normal e respetiva Curva de Gauss. Pensei assim em realizar a tarefa em grande grupo para que os alunos pudessem interagir, comunicar matematicamente e desenvolver o raciocínio matemático num trabalho conjunto.

Condução da tarefa

Para introdução da tarefa e revisão de alguns conteúdos decidi apresentar alguns minifilmes nos quais os alunos tinham de identificar o tipo de variável aleatória representada, o que se revelou interessante em termos de motivação e participação dos alunos. Entreguei então a ficha onde se encontrava descrita a tarefa que iria possibilitar a descoberta do comportamento da distribuição normal. Em simultâneo, fui projetando as principais partes da tarefa no quadro interativo solicitando aos alunos a participação para irem resolvendo e explicando os passos realizados em grande grupo. No preenchimento da tabela, os alunos ajudaram os colegas que se deslocaram ao quadro, assim como identificaram erros que estavam a ser cometidos, explicando o porquê desse erro, favorecendo assim o trabalho colaborativo uns com os outros, tendo em conta que “os alunos deverão tornar-se bons críticos e bons auto-críticos.” (NCTM, 2008)

De seguida, era pedido aos alunos a conjectura da forma da curva e respetivo comportamento. Apenas um aluno desenhou o esboço de imediato encontrando-se correto. Inicialmente, os restantes alunos não sabiam como fazer, revelando algumas dificuldades na interpretação do que estava a ser pedido. Após nova leitura por parte dos alunos e alguma insistência minha para tentarem desenhar a curva, todos terminaram por desenhar a curva. Verifiquei que dois alunos tinham desenhos diferentes:

apresentavam um gráfico em forma triangular no lugar de uma curva em forma de sino. Perante esta situação, recorri à oralidade para tentar que os alunos que tinham desenhado uma curva em forma de sino explicassem como tinham procedido.

De seguida, definimos a curva desenhada como sendo a Curva de Gauss onde poderia ter solicitado aos alunos a realização de uma pesquisa sobre o matemático Gauss de forma a introduzir também nas aulas a história da Matemática. O estabelecimento das características da curva de Gauss continuou a ser realizado em grande grupo e, os alunos facilmente identificaram grande parte delas, principalmente as mais interessantes.

Reflexão

Considero que esta tarefa é interessante e adequada para introdução da distribuição normal, tendo potencialidades para desafiar matematicamente os alunos assim como o desenvolvimento da comunicação matemática. Infelizmente não consegui aproveitar todas as potencialidades desta tarefa, assim como da restante planificação da aula, devido sobretudo à minha insegurança em relação a este tema. Ocupei imenso tempo a planificar a aula de modo a torná-la interessante e motivadora, não me sobrando tempo para preparar a aula na sua totalidade. Planifiquei a aula, sabia o que pretendia de cada um dos passos e a estratégia a seguir, no entanto não estava “à-vontade” com a matéria, o que me fez perder o fio condutor ao sentir que não estava a conseguir orientar os alunos como pretendia. Deveria ter explorado e estudado o conteúdo de um modo mais aprofundado para me sentir mais confiante e com maior “à-vontade” no domínio dos conceitos matemáticos presentes na mesma. Além disso, deveria também tentar prever questões que os alunos pudessem colocar de forma a preparar-me para as responder.

Agora que reflito na estrutura da tarefa, apenas alteraria um pouco o português quando se refere o aumento do número de observações e consequente diminuição da amplitude das classes, pois sinto que a interpretação do texto provocou alguma confusão nos alunos.

A ilustração das situações através da visualização dos pequenos vídeos foi muito enriquecedora, captando a atenção e concentração dos alunos e permitindo que, quando solicitados para identificarem e classificarem cada uma das variáveis ilustradas nas várias situações, os alunos participaram e não revelaram dificuldades em justificarem as suas respostas. A situação que se revelou mais interessante foi a que abordava a utilização do telemóvel, talvez por ser uma situação que engloba experiências da

realidade dos alunos e, por conseguinte, “poderá despertar a sua curiosidade [dos alunos] e envolvê-los na prática” (NCTM, 2008). Inclusive, duas alunas propuseram duas novas situações no mesmo contexto que também ilustravam variáveis aleatórias contínuas: “tempo que demoramos a escrever uma *sms*” e ““tempo de duração de um telefonema”. Creio que o visionamento dos minifilmes foi bem aproveitado, proporcionando a passagem para a introdução da distribuição normal.

A interpretação do histograma poderia ter sido por mim mais explorada. Por exemplo, após os alunos calcularem a média, poderia ter-lhes pedido para localizarem o seu valor no gráfico e ao traçarem uma reta perpendicular ao eixo das abcissas passando por esse ponto, os alunos poderiam comparar as duas partes do gráfico para identificar a existência de simetria. Deste modo, analisariam o histograma quanto à simetria e relacionariam com as medidas dos pesos dos cães situados antes e depois da média. De forma semelhante, poderia ter requerido a interpretação do desvio-padrão, tanto matematicamente como no contexto do problema em vez de me limitar à sua determinação. Até aqui, todos os alunos realizaram a tarefa com êxito. Os alunos identificaram a variável aleatória e classificaram-na facilmente de variável aleatória contínua, assim como determinaram os parâmetros necessários (média e desvio-padrão) sem dificuldades e com recurso à calculadora gráfica.

Quando recorri à oralidade para tentar que os alunos que tinham desenhado uma curva em forma de sino explicassem como tinham procedido, poderia ter pedido a um dos alunos que tinha o esboço em forma triangular para ir fazer a representação no quadro. Deste modo, poderia ter percebido o raciocínio que conduziu o aluno a este resultado, assim como também alertaria os restantes colegas que poderiam ter passado por uma situação semelhante em alguma etapa do raciocínio.

Ainda neste ponto, descurei um aspeto da curva presente na maior parte dos desenhos dos alunos, as extremidades da curva tocava o eixo OX. Seria uma boa oportunidade para explorar este facto. Na altura não me apercebi e, agora que reflito sobre o assunto, é que percebi a importância de ter explorado esta situação de modo a esclarecer o comportamento e significado desta curva. A minha não intervenção no momento adequado provocou, mais tarde, uma dúvida num dos alunos relacionada com o facto da curva da Distribuição Normal não tocar o eixo das abcissas. Após tentar clarificar a dúvida verifiquei que a mesma continuava. Pedi então ajuda à Professora Maria José e ao Professor António Borralho que esclareceram o aluno. Todavia, o aluno não ficou completamente convencido e, no final da aula, voltou a apresentar uma dúvida

análoga, alegando que a área que estava abaixo da curva não poderia ser igual a 1 pois a mesma não era limitada. Hoje, e após refletir em várias possíveis explicações, continuo sem conseguir esclarecer a dúvida; se voltasse a estar na mesma situação não sei se conseguiria esclarecer o aluno. É uma questão que vou ter de continuar a aprofundar para chegar a uma forma de a explicar.

Ao estabelecer as características da curva de Gauss poderia tê-las confirmado recorrendo ao exemplo prático que tínhamos abordado através do histograma e como tinha planificado no plano.

Ao tentar generalizar, interpretando os intervalos de normalidade e respetivos valores das probabilidades, gerou-se alguma confusão e senti imensa dificuldade em clarificar a situação. Comecei a detetar expressões faciais nos alunos de incompreensão, observei que os alunos não estavam a conseguir interpretar o que eu pretendia, comecei a ter em conta o pouco tempo que disponibilizava e bloqueei. Não consegui orientar o trabalho dos alunos de forma a atingirem os objetivos que tinha definido. A partir deste momento a minha insegurança aumentou, tornando a aula pouco rentável. Para sair desta situação, poderia ter abordado este assunto de diferente modo, por exemplo recorrendo mais uma vez ao histograma da tarefa sobre o peso dos cães. Poderia ter colocado algumas questões como “Onde está situado o valor de $\mu - \sigma$? E de $\mu + \sigma$?”, e pedido aos alunos que desenhassem no histograma os intervalos $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$, $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ e $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$. Teríamos assim a possibilidade de determinar a percentagem de cães cujo peso se encontra dentro dos intervalos atrás referidos, surgindo os valores 68%, 95% e 98% de uma forma natural. Deste modo facilitaria a identificação destes valores com a área abaixo da curva limitada por cada um dos referidos intervalos. Poderia ter ainda colocado algumas questões, de forma a relacionar estas percentagens com a probabilidade, por exemplo: “Qual será a probabilidade de encontrarmos um cão com peso compreendido no intervalo $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$.”

Em relação ao trabalho coletivo em turma, considero que resultou pois proporcionou momentos de partilha não só entre mim e os alunos, mas também entre os próprios alunos, permitindo a sistematização e institucionalização de conhecimentos. Poderia ter resultado ainda melhor se eu tivesse conseguido criar condições para tal ao longo de toda a aula, o que não se verificou.

Ao nível da gestão do tempo, não a fiz da melhor forma e, consequentemente, não consegui concretizar tudo o que estava previsto no plano de aula. Mais uma vez encaro a minha insegurança na matéria como causadora desta insuficiente gestão do tempo,

principalmente quando tentei orientar os alunos para a descoberta das probabilidades dos intervalos de normalidade. Outro fator foi a minha inexperiência em dinamizar a introdução de um conteúdo através de uma tarefa na qual os alunos constroem o seu próprio conhecimento, sentindo imensa dificuldade em estimulá-los e desafiá-los de um modo eficiente e mais rápido.

A nível da implementação e execução da planificação, tentei que os alunos assumissem o papel de agentes da sua própria aprendizagem, no entanto não consegui dinamizar e regular este processo da melhor forma. A forma como os alunos trabalharam na aula e a forma como participaram, permitiu-me concluir que compreenderam alguns dos conceitos de forma clara, no entanto, nem todos as aprendizagens foram conseguidas.

Julgo que a abordagem inicial da aula foi um bom ponto de partida no que respeita à identificação e classificação de variáveis aleatórias, assim como na compreensão das características da curva de Gauss. Em relação à utilidade e importância da distribuição normal, como também às probabilidades dos vários intervalos de normalidade, creio que os alunos não realizaram as aprendizagens que estavam estabelecidas. Como já referi anteriormente, este insucesso deveu-se essencialmente à minha falta de preparação, tanto a nível científico sobre os temas explorados, como também da própria aula, o que desenrolou aspectos menos positivos na condução da aula.

Esta turma é pequena, silenciosa e um pouco tímida, precisando de alguma insistência por parte do professor para a dinamizar. No meu ver, os alunos desta turma são muito “cuidadosos” entre si o que coíbe um pouco a crítica em relação ao trabalho dos colegas e dificulta a criação de uma discussão. Todavia, os alunos revelaram-se participativos, colaborando no que lhes era solicitado e até trocando ideias uns com os outros.

Esta aula para mim foi muito importante pois alertou-me para a importância da preparação da aula, como podemos ler nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar, “(...) tarefas significativas, por si só, não são suficientes para um ensino eficaz. Os professores devem, também, determinar: quais os aspectos a realçar numa dada tarefa; como organizar e orientar o trabalho dos alunos; que perguntas fazer de modo a desafiar os diversos níveis de competência dos alunos; como apoiá-los, sem interferência no seu processo de pensamento eliminando, dessa forma, o desafio” (NCTM, 2008).

A Evolução da População Portuguesa
17 e 18 de Março de 2011**Escolha da tarefa (Anexo XV)**

Aproveitando a lecionação do tema Modelos Contínuos Não Lineares e, após a abordagem das Funções Exponencial, Logarítmica e Logística, decidimos que seria indicado a realização de uma tarefa de modelação, dado que a integração deste tipo de tarefas constitui um elemento importante para a concretização de um ensino da Matemática realista (Ministério da Educação, 1997).

Condução da tarefa

Antes das aulas, chegava sempre mais cedo para preparar o quadro interativo pois por vezes era necessário calibrá-lo ou trocar de caneta. Desta vez não foi diferente, cheguei antes da hora de início da aula, liguei o computador e o quadro interativo. Quando tentei calibrar a caneta, a mesma não funcionava. Fui pedir à auxiliar a troca da caneta mas, mesmo com outra caneta, o quadro continuou sem funcionar. Quando chegou a Prof. José Carvalho optámos por tentar trocar de sala pois para esta aula o quadro interativo era muito útil na visualização dos vários gráficos e explicação das explorações. Quando conseguimos trocar de sala, já tinham decorrido alguns minutos do toque de entrada. Voltei a ligar tudo e, desta vez, o projetor estava avariado, a imagem surgia toda azul. Decidi então que tinha de dar início à aula pois já estávamos atrasados. Enquanto isso, a Professora Maria José foi pedir o retroprojector e o *view screen*. O meu nervosismo aumentou, não bastava não poder usar o quadro interativo como iria usar a calculadora gráfica em conjunto com o *view screen* pela primeira vez. Felizmente, a Professora Ana Paula e a Prof. Maria José encarregaram-se de ligar os fios aos respetivos aparelhos e, finalmente apresentei os gráficos.

Para introdução da tarefa comecei por questionar os alunos do conhecimento que detinham sobre o INE (Instituto Nacional de Estatística). No geral, os alunos já tinham ouvido falar desta instituição, principalmente, devido aos CENSOS. De seguida, expus oralmente a seguinte situação “*Hoje, vamos ser funcionários do INE e a investigação que vamos realizar está relacionada com a evolução da população portuguesa. Como ponto de partida é-nos facultada apenas uma tabela na qual constam dados relativos à população portuguesa residente no continente no período entre 1854 e 1991, de acordo com os respetivos CENSOS.*”

Após esta introdução e antes de entregar a tarefa em papel, os alunos, em grande grupo, decidiram que deveríamos começar por introduzir os dados na calculadora e, através do gráfico, analisar a evolução da população. Mas antes, pedi aos alunos que observassem a tabela e descrevessem alguns períodos que considerassem ter destaque: “*A população cresceu*” foi a primeira resposta, a qual questionei se tinha crescido sempre da mesma forma. Face à resposta coletiva “*Não*”, pedi para imaginarem como seria o gráfico se a população tivesse crescido sempre da mesma forma. Os alunos pensaram um pouco até que se ouviu a intervenção “*Então seria uma linha reta oblíqua?*”, “*Uma função afim*” acrescentou outro. “*Então como evoluiu a população ao longo dos anos?*” interrogei. “*Apenas diminui entre 1960 e 1970*”, “*No intervalo 1854-1991 aumentou muito*”, “*há períodos em que aumentou muito e outros pouco*”, foram algumas das observações realizadas pelos alunos. Pedi então aos alunos que explorassem a primeira questão da tarefa.

Enquanto os alunos introduziam os dados na calculadora gráfica, entreguei a tarefa em papel aos vários elementos de cada grupo. Simultaneamente, observei como os alunos realizavam a respetiva introdução de dados. A maioria dos grupos começou por trabalhar com os anos representados na tabela pelo que aconselhei a transformação de variável considerando 1854 como sendo o momento inicial da investigação e fazendo-o corresponder a $t=0$.

Após os vários grupos terem respondido à questão 1 e recorrendo à calculadora gráfica e ao *view screen* visualizámos a nuvem de pontos. Facilmente escolhi o primeiro grupo a apresentar as observações realizadas: “*Nestes períodos, a população portuguesa aumentou menos entre 1950 e 1960*”, quando questionados sobre uma possível razão para este decrescimento os alunos responderam “*muitas mortes e poucos nascimentos*”. O grupo seguinte a apresentar acrescentou “*Nos períodos 1911-1920 e 1981-1991, a população cresceu mas pouco, o primeiro período coincide com a Primeira Guerra Mundial e o segundo...*”

Foi notória a dificuldade que os alunos sentiram em relacionar os vários períodos com acontecimentos da história portuguesa e mundial. Continuando o raciocínio do grupo que tinha apresentado e reavivando os vários períodos da História, os alunos conseguiram relacionar a estagnação da população entre 1911-1920 com as consequências da Primeira Guerra Mundial e, consequentemente entre 1920-1960 Portugal e o mundo, assiste a uma grande fase de desenvolvimento que provoca um crescimento populacional muito acentuado.

Relativamente ao período no qual a população portuguesa diminuiu, os alunos tiveram dificuldade em justificá-lo. Os alunos não conheciam a data na qual ocorreu a Guerra Colonial, no entanto, consegui que os mesmos trocassem opiniões e conhecimentos sobre a mesma (muitos homens do exército foram para África e morreram, período de pobreza, baixa natalidade, forte emigração). Sobre o período 1970-1981, os alunos realçaram de imediato o 25 de Abril e o regresso dos militares e dos emigrantes. Aqui aproveitei para fazer a conexão entre o crescimento muito acentuado e a taxa de variação média. No período seguinte surge mais uma vez a estagnação da população portuguesa causada pelo “*aumento da emigração*” e “*diminuição da natalidade*”.

Antes de passarem à exploração da questão seguinte e para aumentar o desafio coloquei em aberto as questões “*Como acham que terá evoluído a população portuguesa no período 1991-2001? Qual a vossa previsão para o número da população residente em Portugal para este ano, após a realização dos CENSOS?*”.

Na questão 2 da tarefa, os alunos deviam encontrar um modelo exponencial e um modelo logístico que descrevesse a evolução da população portuguesa no período de tempo considerado. Os grupos trabalharam autonomamente e com entusiasmo. Após alguns minutos, já todos tinham encontrado as funções pretendidas. Passámos então para a fase de discussão, e os vários grupos apresentaram as funções a que tinham chegado. As funções propostas pelos vários grupos para a função exponencial foram semelhantes e facilmente se entrou em consenso sobre o modelo escolhido. A dificuldade chegou quando tentámos escolher o modelo logístico. Os modelos eram muito diferentes e todos os grupos tinham justificação para a respetiva escolha. Felizmente terminou a aula e tive a oportunidade de refletir e discutir com o núcleo o meu embaraço e a procura da melhor forma de o resolver.

Iniciei a aula seguinte com a explicação da transformação de variável pois na reunião considerámos que poderiam ter ficado algumas dúvidas no ar. Para facilitar a escolha do gráfico recorri ao seguinte quadro, no qual fiz referência a novos valores que ajudaram na escolha do modelo (Imagen 12).

Modelo exponencial	2000	2010	2100
$y = 3,499 \times 1,2^{0,043x}$	10,9912	11,8875	24,0726

Modelo logístico	2000	2010	2100
$y = \frac{10,6}{1 + 2e^{-0,0156x}}$	8,7962	9,0179	10,162
$y = \frac{10}{1 + 1,499e^{-0,012x}}$	7,9367	8,1263	9,2739
$y = \frac{11}{1 + 3,499e^{-0,024x}}$	9,9526	10,159	10,896
$y = \frac{12}{1 + 3,499e^{-0,020x}}$	10,095	10,394	11,701
$y = \frac{15}{1 + 3,499e^{-0,013x}}$	9,84	10,271	13,124

	2000	2009	2100
Valores do INE	10,170 (CENSOS 2001)	10,638 (estimativa INE)

Imagen 12: Quadro comparativo do número de população portuguesa nos vários modelos

Na questão 3 voltou a surgir um momento de discussão muito rico que envolveu a opção do modelo logístico em detrimento do modelo exponencial, embora este último se ajuste no período de tempo considerado na tarefa. Frequentemente recorremos às diversas representações que nos possibilitou ter uma visão mais alargada. Os alunos terminaram a tarefa com experimentação dos modelos de regressão na calculadora gráfica, seguindo-se no final uma síntese de todo o trabalho.

Antes de terminar a aula, desafiei os alunos a consultarem o site do INE (Instituto Nacional de Estatística) e compararem as previsões deste Instituto com as nossas.

Reflexão

Estas aulas constituíram um grande desafio para mim e fizeram-me crescer bastante enquanto profissional. Igualmente para os alunos, esta tarefa revelou-se bastante rica pois possibilitou o estudo das funções utilizadas como modelos e proporcionou ainda uma discussão sobre o processo de modelação. Penso que a oportunidade dos alunos compararem modelos, a possibilidade de confrontarem com a realidade e de compararem com dados publicados pelos institutos estatísticos, o ajustar dos modelos e a formulação de previsões propiciou grandes aprendizagens para os alunos e elevou a motivação da turma.

A forma como propus a tarefa foi clara e adequada, consegui que os alunos compreendessem a proposta de trabalho e criei entusiasmo e desafio aos colocá-los numa posição real como funcionários do INE.

Como um dos aspectos positivos destaco o investimento que realizei e a preocupação que tive na preparação e planificação desta tarefa, o que me proporcionou uma maior segurança e também uma melhor gestão da dinâmica da aula. Conseguí assim contemplar nas aulas os vários momentos característicos em tarefas desta natureza: a apresentação da tarefa, o trabalho autónomo pelos alunos e respetiva discussão/síntese coletiva do trabalho realizado. O facto dos alunos se encontrarem a trabalhar em grupos de três elementos revelou-se adequado para este tipo de tarefa pois permitiu a partilha de ideias e a promoção da comunicação entre pares.

Pela primeira vez na PES, senti que geri o tempo da aula de forma racional e eficiente. Mesmo depois de toda a atribulação inicial com a troca de salas e restante tecnologia, consegui definir os vários momentos. Procurei que os alunos não se dispersassem durante o trabalho autónomo e reservei tempo suficiente para fazer a discussão.

Reconheço que senti alguma dificuldade em fazer com que os alunos parassem a procura que estavam a fazer para refinar o modelo, por outro lado destaco a motivação dos alunos que estavam empenhados em procurar modelos melhores. Claro que quando decidi passar à fase seguinte tinha verificado que os alunos já não estavam a evoluir pois estavam a limitar a procura dos parâmetros aumentando casas decimais (Imagen 13).

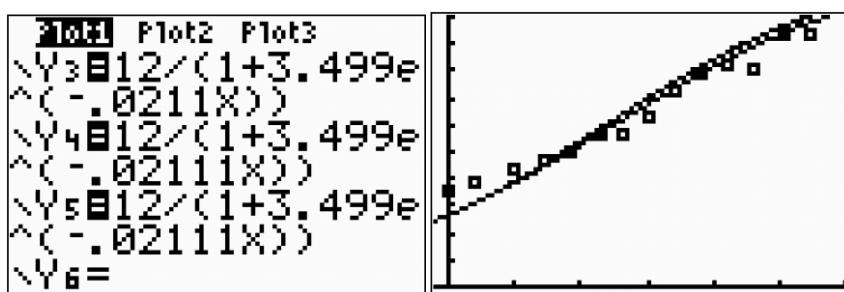


Imagen 13: Procura dos parâmetros por um dos grupos

Na primeira aula, devia ter-me preparado para a eventualidade do quadro interativo falhar, talvez preparando alguns acetatos para organizar a informação. Como não o tinha feito, tive de recorrer ao quadro e ao giz, com o auxílio da calculadora gráfica e do *view screen*. Na segunda aula, o *flipchart* foi essencial para apresentar os vários modelos e

facilitar a respetiva comparação, assim como o recurso ao Geogebra para obter os vários gráficos.

Ao longo da exploração da tarefa sempre que devolvi algum feedback aos alunos, fi-lo através de questões ou comentários que não contivessem a resposta. Desta forma permiti aos alunos a possibilidade de pensar tornando-os mais confiantes. Na sua maioria, todas as respostas foram valiosas matematicamente, pedindo sempre aos alunos que as explicassem e justificassem.

Reconheço que inicialmente centrei o meu diálogo num dos alunos que mostrava mais interesse mas, rapidamente me apercebi do erro que estava a cometer e dispersei o meu discurso pela restante turma. Um passo importante para promoção da discussão do item 1 foi a participação de uma aluna que prontamente relacionou o contexto com temas da História, fator que contribuiu para integração dos restantes colegas no diálogo.

Foi notável o trabalho dos alunos que demonstraram terem compreendido os conceitos abordados na tarefa ao realizarem a exploração da mesma de forma autónoma e eficiente. As dúvidas que apresentaram foram pontuais e principalmente relacionadas com a impaciência em encontrar os valores pretendidos e em perceberem que poderiam recorrer à relação entre os parâmetros e o gráfico.

Gastei, mas tive dificuldades em encontrar os valores da expressão, fui sempre por tentativa isso e gostava de ter conseguido relacionar.

Em todos os momentos foram estabelecidas conexões, não só com outros conteúdos matemáticos, mas também com conteúdos de história e cultura geral. Tanto a tarefa como a dinâmica da aula foi bem aceite pelos alunos que mostraram estar a compreender e a desenvolver competências na investigação de modelos matemáticos e na resolução de problemas. Analisando as opiniões que os alunos escreveram sobre esta tarefa, julgo que os alunos realizaram as aprendizagens com sucesso, sendo que apenas uma das alunas não a apreciou. Creio que a adesão e o sucesso se devem sobretudo à dinâmica da aula e por se tratar de uma tarefa de modelação que trata com dados reais.

A minha opinião é positiva, mostrei-me empenhada logo isso mostra que gosto de fazer a tarefa e também foi positiva pois veio-me ajudar na tarefa.

É interessante, ~~interessante~~ é uma maneira de diferenciar as aulas e actividades para não cair em monotonia.

Foi interessante, uma das que mais gostei porque, é real, acontece mesmo o que calculamos.

Não foi a minha predilecta, mas percebi o que se fez.

Ao contrário da tarefa de modelação sobre a lasanha, os alunos não recorreram à regressão e facilmente encontraram alguns modelos que se adaptavam aos dados fornecidos. Também notei uma maior preocupação na análise dos modelos tendo em conta o contexto do problema. Durante as discussões, os alunos não apresentaram dificuldades ao comunicarem os seus raciocínios e revelaram uma boa atitude perante a Matemática, sendo constantes as demonstrações de curiosidade e desafio. Foi bastante positivo constatar que os alunos corresponderam aos objetivos das aulas, inclusive uma das alunas que costuma ser mais tímida se revelou bastante participativa.

Para avaliar as aprendizagens dos alunos ouvi atentamente as respostas e os seus raciocínios. Quando os alunos revelavam dúvidas ou apresentavam raciocínios errados tentava sempre devolver-lhes questões de modo a serem eles próprios a encontrarem a resposta correta ou o erro que estavam a cometer. Constantemente, pedi aos alunos que registassem no quadro as conclusões a que chegaram assim como no próprio caderno diário.

Uma das maiores dificuldades que senti foi no momento da escolha do gráfico. Penso que não consegui gerir esta situação principalmente pela minha falta de experiência em conduzir tarefas desta natureza. A reflexão coletiva que realizámos entre as aulas foi fundamental para mim pois permitiu-me emendar alguns dos erros que estava a cometer e a encontrar soluções para os problemas que estava a encontrar, principalmente referentes aos critérios de escolha do gráfico.

Com a realização desta tarefa, aprendi ainda como é importante o papel que o professor assume neste tipo de aulas, “intervindo apenas para questionar os alunos e para os ajudar a ultrapassar eventuais dificuldades” (Matos, 1995). Por outro lado, a atividade que os alunos realizaram transparece o seu envolvimento no trabalho bem como o interesse em tarefas desta natureza.

O Manuscrito do Leonardo da Vinci

25 e 29 de Março de 2011

Com a PES a terminar nesta escola, pensei em aproveitar estas aulas para trabalhar situações com as quais não me sentia à vontade, a gestão do tempo nas várias fases de exploração da tarefa e a promoção do discurso na fase de discussão. Simultaneamente, podia também atuar sobre uma grande dificuldade que os alunos apresentavam, a comunicação matemática.

Escolha da tarefa (Anexo XVI)

Peguei então nos exames nacionais de Matemática B de anos anteriores e escolhi, entre outros, um problema do exame nacional de 2008 (2.^a fase) que fazia referência a Leonardo da Vinci. Tratando-se de uma turma do Curso de Artes Visuais considerei que seria uma boa opção.

A tarefa “O Manuscrito do Leonardo da Vinci” trata o subtema Funções Exponenciais e exige aos alunos a redação de um texto na qual apresentem o raciocínio seguido.

No problema original, faz parte do enunciado uma série de tópicos que têm de constar no texto redigido pelos alunos mas que, decidimos retirar para proporcionar uma atividade mais aberta e menos dirigida. Após preparar a tarefa, perguntei à Professora Maria José se me permitia recolher os textos produzidos pelos alunos para corrigir e avaliar em casa justificando que seria uma experiência que me permitiria avaliar um trabalho escrito, o que de imediato foi aceitei. Realizei também os critérios de classificação que foram posteriormente discutidos com a Professora Orientadora Cooperante e com a minha colega de PES.

Para despertar a curiosidade nos alunos, criei uma apresentação sobre Leonardo da Vinci na qual mostro algumas das suas obras e faço referência ao número de ouro.

Condução da tarefa

Introduzi a tarefa com a apresentação sobre Leonardo da Vinci. A visualização da sua imagem provocou dúvidas nos alunos sobre a identidade desta personalidade, contudo, os quadros foram imediatamente reconhecidos pelos mesmos e relacionados com o autor. Ao longo da apresentação, os alunos contribuíram com algumas curiosidades que conheciam sobre este artista e mostraram-se curiosos por adquirirem mais conhecimentos sobre a sua vida. Ao relacionar o trabalho de Leonardo da Vinci com a Matemática, os alunos revelaram bastante entusiasmo.

Entreguei então a tarefa em papel aos alunos que, mais uma vez, trabalharam a pares. Informei-os igualmente de que no final da aula recolheria os textos para corrigir em casa. O tempo disponível até final da aula foi suficiente para os alunos cumprirem a tarefa, no entanto, surgiram muitas dúvidas na forma como iniciar a exploração. Respondi sempre às dúvidas com questões que permitiram orientar os alunos, assim como considerei necessário provocar alguma dinâmica à aula.

Ao acompanhar o trabalho que os alunos estavam a realizar, verifiquei que um dos pares construiu um raciocínio diferente dos restantes e, inclusivamente, se confundiu ao ouvir os colegas seguiram um caminho diferente. Face a esta situação, após o fim da aula, pedi à Professora Maria José que me permitisse realizar a discussão desta tarefa na próxima aula.

Em casa, através do *scanner* introduzi os textos para o computador para os poder projetar na aula seguinte. Como a aula iria decorrer numa sala onde o computador nem sempre funcionava preparei também uns acetatos caso fosse necessário utilizar o retroprojetor.

Todos os grupos, à exceção de um, seguiram a mesma ordem de ideias para explorar o problema: começaram por determinar a idade do papel e, consequentemente a data em que terá sido fabricado. De salientar a exploração do grupo que seguiu um raciocínio diferente.

Sabe-se que os manuscritos originais foram escritos em 1504. Os teus, Manel, foram encontrados e 2008. Acedendo às informações que tiveste do laboratório ficámos a saber que o manuscrito que encontraste contém 96% da massa de C₁₄ original, ou seja 0,96C. Recomendo a fórmula estudada na aula de Matemática B, $y(t) = C e^{-0,000121t}$ e supondo que os manuscritos que encontraste eram os originais realizámos a diferença entre 2008 e 1504, para obtermos os anos decorridos até ao ano que os encontraste, dando 504. Fazendo o $y(1504)$, substituindo t por 504 e deixando o valor de 0,96C o que contradiz o valor que obtiveste do laboratório, ou seja, os manuscritos não são os originais pois os teus contêm 96% da massa de carbono e os originais 94%. O nosso método foi uma verificação dos teus resultados.

Ao analisar os textos produzidos pelos alunos, facilmente de verifica alguma confusão na interpretação do enunciado e da aplicação da linguagem matemática. Por exemplo, entre as palavras “possibilidade” e “probabilidade” e o emprego da expressão “*substituímos e por ln*”:

A possibilidade do manuscrito ser de Leonardo da Vinci, é zero.

3º Passo

- substituimos e por ln.
- Recorremos à definição de logaritmo de um número

$$\log_a(x) = y \Leftrightarrow a^y = x$$

$$\ln(0,96) = 0,000121t \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t = \frac{\ln(0,96)}{-0,000121} \Leftrightarrow t \approx 337,37 \approx 337$$

Também a falta de rigor ao apresentar os cálculos efetuados é uma presença constante da maior parte dos trabalhos apresentados:

$$V(t) = 0,96C \Leftrightarrow C e^{-0,000121t} = 0,96C \Leftrightarrow \\ e^{-0,000121t} = \frac{0,96C}{C} \Leftrightarrow e^{-0,000121t} = 0,96 \Leftrightarrow \\ \ln(0,96) = -0,000121t \Leftrightarrow -0,0408 = -0,000121t \Leftrightarrow \\ t = \frac{-0,0408}{-0,000121} \Leftrightarrow t = 337$$

$$0,96C = C e^{-0,000121t} \Leftrightarrow \\ \Rightarrow \frac{0,96C}{C} = e^{-0,000121t} \Leftrightarrow \\ \Rightarrow 0,96 = e^{-0,000121t} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \ln 0,96 = -0,000121t \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t = \frac{\ln 0,96}{-0,000121} \approx 337 \text{ anos}$$

Outra aspecto a ter em conta nas resoluções apresentadas, é a não interpretação dos resultados tendo em conta o contexto do problema. Por exemplo, estes alunos determinaram o valor 337, no entanto, concluíram a atividade sem interpretar este valor no contexto do problema.

$$\ln(0,96) = 0,000121t \Leftrightarrow t = \frac{\ln(0,96)}{-0,000121} \Leftrightarrow t \approx 337,37 \approx 337$$

4º Passo

$2008 - 337 = 1671$ logo podemos ver que o manuscrito não foi escrito por Leonardo da Vinci, pois este escreveu em 1504.

Egualando a fórmula a 0,96 e, que é a quantidade de massa C_{14} , encontrada no manuscrito em 2008, obtemos o resultado de aproximadamente 337 anos.

Visto que o resultado nos dá 337 anos, verificamos que é pouco provável que os manuscritos sejam do autor Leonardo da Vinci.

Apenas um grupo redigiu o texto como se o destinatário fosse o Manuel, como era pedido no enunciado:

Sabe-se que os manuscritos originais foram escritos em 1504. Os teus, Manel, foram encontrados em 2008. Acedendo às informações que tives-te do laboratório ficámos a saber que o manuscrito que encontraste contém 96% da massa de C_{14} original, ou seja 0,96. Daí... é... da Vinci.

Na aula seguinte, apresentei os trabalhos dos vários grupos, começando pelo que considerava mais incompleto e terminando no que apresentava um raciocínio diferente dos restantes. A discussão foi realizada com toda a turma, em grande grupo, o que permitiu aos alunos analisarem os trabalhos dos colegas e refletir sobre a atividade do próprio grupo, criando-se um momento de grande interação e aprendizagem.

Reflexão

A tarefa revelou ser muito interessantes pois focava dois interesses comuns dos discentes: a temática das Artes e o ser um problema de exame.

A forma interessada com que os alunos trabalharam nas tarefas e, especialmente, o empenho que mostraram em participar durante as discussões, conjuntamente com as

produções escritas, permitiram-me concluir que, no geral, os alunos compreenderam os conceitos de forma clara. Pela primeira vez, os alunos já não revelaram dificuldades em resolver equações fracionárias. Deste modo, julgo que as tarefas permitiram consolidar e aplicar conceitos trabalhados em aulas anteriores como a função exponencial e, analogamente, estimulou o desenvolvimento do raciocínio matemático e da capacidade de comunicar ideias matemáticas, dificuldades que os alunos se consciencializaram durante a discussão.

Acredito que o empenho com que os alunos trabalharam e participaram foi motivado pela natureza da tarefa e pela relação com interesses destes estudantes. Igualmente importante, penso que o facto de ser um problema que permitiu a familiarização dos alunos com a tipologia de questões de exames também contribuiu para o interesse dos alunos, é notório a importância que os alunos atribuem à realização de problemas de exames nacionais de anos anteriores e que lhes permite identificar as dificuldades que apresentam.

Creio que a apresentação sobre Leonardo da Vinci foi fundamental para introduzir a tarefa sobre o manuscrito já que provocou muito entusiasmo nos alunos, despertando curiosidade sobre a relação entre Matemática e Arte utilizada por este pintor, especialmente, pelo número de ouro.

Consegui conduzir a tarefa de forma a contemplar três momentos distintos: apresentação da tarefa, trabalho autónomo e discussão do trabalho realizado autonomamente. Penso que este meu grande passo se deveu essencialmente à preparação que realizei previamente e também por dominar os conteúdos abordados.

Durante a fase de trabalho autónomo acompanhei os vários pares para verificar se estavam a trabalhar produtivamente, pelo que constatei que os alunos estavam a encontrar alguma dificuldade em interpretar o enunciado do problema, penso que, essencialmente, devido à sua extensão. Perguntei então à turma qual era a dificuldade que estavam a sentir e os alunos explicaram que não percebiam o enunciado, pelo que realizámos em grande grupo uma análise do mesmo, permitindo aos alunos a troca de ideias entre os grupos. Apenas me limitei a orientar a participação dos alunos, não facultando nenhuma informação sobre o problema. Com a partilha das várias percepções, os alunos iniciaram a exploração do problema, com exceção de um dos pares. Foi então que percebi que as alunas estavam a confundir informação e, senti a necessidade de pedir à Professora Maria José para tentarmos perceber o que as alunas nos diziam. Chegámos à conclusão que as alunas não tinham percebido o enunciado e tinham

percebido que as cópias do manuscrito tinham a mesma idade que o próprio manuscrito, pois relacionavam o valor 96% com a massa de carbono do manuscrito original, quando no texto dizia que o manuscrito encontrado continha 96% da massa de carbono original. Para tentar que as alunas ultrapassassem esta dificuldade, coloquei questões como “*A que se refere o valor 96%?*”, “*Como se relaciona a quantidade de massa de C₁₄ com a possível autoria?*”. Estas questões desbloquearam o trabalho das aulas que elegeram uma estratégia diferente da dos restantes colegas.

A discussão desta tarefa foi, para mim, um momento alto da minha PES. Ao levar para casa o trabalho realizado pelos alunos permitiu-me preparar a gestão da discussão detalhadamente. Analisei todas as respostas, escolhi os aspetos a discutir em cada apresentação e qual a ordem que iria escolher para exibição. Delineei as questões que iria colocar e as críticas que pretendia provocar. Para promover o espírito crítico, pedi constantemente a opinião da turma sobre o trabalho apresentado e a comparação de estratégias adotadas. Os relatos escritos que pedi aos alunos, assim como a escolha de ter deixado a discussão para a aula seguinte, revelaram-se boas opções pois permitiram uma discussão muito rica que proporcionou aos alunos a consciencialização das dificuldades que apresentavam ao explicar o raciocínio e a falta de rigor matemático. Esta possibilidade para mim foi fundamental para o sucesso da gestão da discussão pois sinto-me muito insegura ao orientar o discurso dos alunos após realização do trabalho autónomo. Penso que esta insegurança se deve à falta de experiência em dinamizar este tipo de estratégias, acreditando que com a prática vai desaparecendo.

Os relatos escritos que pedi aos alunos no final da tarefa serviram para avaliar as aprendizagens que tinham sido realizadas e identificar possíveis dúvidas e dificuldades, confirmando o que esperava, dificuldades a nível da comunicação escrita. Também permitiu que eu identificasse uma dificuldade minha relacionada com a avaliação deste tipo de trabalhos que me levou a pedir ajuda à Professora Maria José.

Fazendo o balanço geral, considero que os alunos superaram as minhas expectativas, sobretudo pela participação ativa que tiveram durante a discussão que realizámos, revelando grande espírito crítico face ao próprio trabalho e ao trabalho dos colegas. Fiquei igualmente surpresa com a resolução apresentada pelo grupo que revelou mais dificuldades por se tratar de um raciocínio que não é muito comum nestes alunos.

4. ANÁLISE DA PRÁTICA DE ENSINO

Após um ano de teoria, finalmente tinha chegado a hora de colocar em prática todos os conhecimentos e estratégias. Com o início da Prática de Ensino Supervisionada surgiu um misto de emoções: alegria pela experiência que ia começar, curiosidade por conhecer os alunos e as escolas, mas também receio por não saber se conseguiria controlar a turma e dúvidas pela forma como iria ser recebida pelos alunos.

Os primeiros contatos realizados com as Professoras Orientadoras Cooperantes serviram para traçar alguns conhecimentos sobre o meio do qual eu iria fazer parte nos meses seguintes. A constituição das turmas, as características das escolas e os respetivos projetos educativos foram alguns dos temas tratados inicialmente. Prestei atenção a todas as informações que me foram facultadas, no entanto tentei não me deixar influenciar de forma a não criar opiniões sobre os alunos, sem antes os conhecer pessoalmente. Igualmente importantes, os primeiros dias nas escolas permitiram começar a estruturar o desenrolar da PES e a forma como iria trabalhar com os demais elementos do núcleo. Além disso, foi neste período que ocorreram os primeiros contatos com as turmas que, como seria de esperar, revelaram ser muito distintas uma da outra em vários aspectos.

A turma C do 8.º ano provocou-me, à partida, algum receio devido à faixa etária dos alunos e, especialmente, pelo tamanho da mesma. “*Será que consigo manter a ordem com tantos alunos?*” foi uma questão que não abandonava o meu pensamento. Relativamente à nossa presença na sala de aula, esta turma demonstrou grande à-vontade pois já estava habituada a terem alunos de PES nos anos anteriores, o que facilitou a nossa integração. Contrariamente, a turma J do 11.º ano estimulou em mim uma tranquilidade relaxante, na qual encontrei um grupo relativamente pequeno de alunos educados e muito afetivos, desde logo antevendo uma excelente relação interpessoal. Esta turma nunca tinha vivenciado a experiência de ter alunos de PES na sala de aula, contudo, o reduzido número de alunos conjuntamente com a curiosidade criada na turma pela Professora Orientadora Cooperante antecedente à nossa chegada, proporcionou uma ótima adaptação a esta nova situação.

Outro aspecto que considero ter sido igualmente importante na minha integração foi as fases de observação que antecederam os vários períodos de lecionação. Estas etapas facilitaram a minha adaptação às turmas e, de forma recíproca, a adaptação dos alunos à minha presença. Desde o primeiro dia, senti que a Professora Maria José Carvalho me tratou como sendo outra colega e não como aluna de PES, neste ato demonstrou ter confiança no meu trabalho e que se traduziu na criação de uma maior segurança também por parte dos alunos. Esta posição foi notável na evolução que presenciei quanto às solicitações dos alunos que gradualmente começaram a pedir-me auxílio quando surgia uma dúvida.

Ao planificar os temas que iria lecionar, tive em conta os conteúdos e competências a serem abordados, o número de aulas previstas, os recursos disponíveis, a avaliação das aprendizagens e a forma como seriam propostas as tarefas. Também aqui foram imprescindíveis as fases de observação que permitiram acompanhar a sequência pedagógica, identificar algumas dificuldades dos alunos e analisar as respetivas formas de trabalho.

No que respeita às planificações de aula, tentei sempre satisfazer os objetivos e finalidades referidas nas orientações curriculares procurando propostas e formas de trabalho aliciantes e diversificadas. Neste aspetto, foi primordial a preparação de aulas motivantes não só para os alunos, como também para mim.

No início senti imensas dificuldades em elaborar o plano de aula e, ainda mais, em concretizá-lo. Penso que o meu embaraço se deve sobretudo à minha inexperiência em planificar e conduzir uma aula planificada, especialmente na distribuição do tempo que irá ser utilizado em cada momento.

Um aspetto que considero ter sido importante na preparação das aulas foi a possibilidade da mesma ser feita em grupo e que permitiu a discussão de conceitos e de estratégias e a criação de propostas de trabalho mais interessantes, facilitando ainda a previsão da melhor forma de proporcionar aprendizagens nos alunos. As Professoras Orientadoras Cooperantes desempenharam um papel fundamental na partilha de ideias e experiências. Na Escola Secundária Gabriel Pereira, a Professora Maria José mostrou-se sempre disponível para experimentarmos diferentes metodologias dentro da sala de aula e introduzirmos novos recursos na abordagem dos conteúdos. Promoveu constantemente a minha autonomia e criou em mim um grande leque de aprendizagens enquanto professora. Desde a aplicação de diferentes estratégias à escolha das tarefas,

passando pelos instrumentos de avaliação, na Escola Gabriel Pereira vivenciei um elevado número de experiências muito importantes na prática educativa. Como estímulo à atividade dos discentes, tentei, sempre que possível, preparar aulas que abrangessem assuntos do interesse dos alunos, bem como desenvolver o conhecimento de possíveis aplicações da Matemática no mundo que nos rodeia, tentando sempre transmitir atitudes positivas face à aprendizagem desta disciplina.

No 8.º ano as tarefas aplicadas foram as divulgadas nas brochuras do Ministério da Educação, tal e qual como estavam elaboradas. Na minha opinião, a escolha das propostas de trabalho deve ser realizada pelo professor consoante a especificidade da turma, o nível etário dos alunos e o respetivo desenvolvimento matemático. Deste modo, considero que o recurso às brochuras disponibilizadas pelo Ministério da Educação deve ser entendido como um apoio para aplicação do Programa de Matemática e não como um guião inalterável. Na Escola Básica André de Resende, as tarefas eram reproduções dessas brochuras não tendo sido permitido alterar as mesmas, situação que não considero ser correta pois na minha opinião nem tarefas nem objetivos podem estar definidos de antemão pelos autores destes materiais. O professor deve surgir no processo de ensino-aprendizagem como participante na elaboração do currículo criando ou adaptando as tarefas e planeando os objetivos, as metodologias e as estratégias em função dos alunos e da própria reflexão que realiza ao longo da prática.

Na Escola Secundária Gabriel Pereira tive oportunidade de preparar tarefas muito distintas. Desde a resolução de problemas até às tarefas de modelação, foi necessário realizar pesquisas em manuais escolares, brochuras e Internet e recorrer à minha criatividade para criar e adaptar propostas que servissem os objetivos. De todas as tarefas, as minhas preferidas foram as tarefas de exploração e investigação pois aproximam o trabalho dos alunos ao trabalho dos matemáticos, proporcionando momentos de descoberta com avanços e recuos que favorecem o envolvimento dos alunos e estimulam a sua autonomia e criatividade. Em conversa com outros professores, verifiquei que este tipo de tarefas não é muito aplicado nas salas de aula, sendo esta ausência justificada pelos docentes com a falta de tempo e obrigatoriedade em cumprir o programa. Confesso que antes de realizar a PES também pensava um pouco assim, mas foi ao aplicar este tipo de tarefas e ao observar a atividade dos alunos que percebi o quanto estava enganada. Primeiro que tudo percebi que, por exemplo, quando trabalhamos com tarefas de modelação estamos a cumprir o programa e que,

para além disso, estamos a proporcionar ao aluno a possibilidade de desenvolver competências em vários campos, desde o crítico, ao raciocínio e até na comunicação. Acredito também que a falta de uso de tarefas desta natureza se deve ainda pela vinculação de alguns professores ao ensino tradicional e à insegurança que sentem em trabalhar com tarefas deste tipo cuja planificação exige muito tempo e investigação. No futuro, espero poder contribuir para alterar o pensamento de alguns destes professores, dando a conhecer novas propostas de trabalho e novas potencialidades da investigação realizada pelos alunos.

Depois da preparação da tarefa, é necessário pensar na forma de trabalho dos alunos. Mais uma vez esta escolha também era discutida em grupo. Compreendi que as formas de trabalho dos alunos devem ser variadas e adaptadas consoante a natureza das tarefas e os objetivos a atingir. Pessoalmente, valorizo o trabalho em grupo na realização de explorações e investigações e na promoção da colaboração e da entreajuda, contribui para o desenvolvimento do espírito crítico e de cooperação.

Também a aplicação de variados recursos e materiais foi uma preocupação constante na organização das aulas que lecionei. Na Escola Básica Integrada André de Resende utilizei diferentes materiais, como acetatos e cartolina, o que proporcionou um trabalho autónomo mais rico e, simultaneamente, motivou a atividade e participação dos alunos. Também para mim foi muito gratificante pois tive oportunidade de realizar a experiência de introduzir um conceito a partir do manuseamento de peças de cartolina, assistindo à atividade dos alunos a “criarem” as fórmulas para o cálculo das áreas do trapézio, do losango e do papagaio. Igualmente satisfatório foi verificar a motivação e o empenho dos alunos ao trabalharem com os tetraminós, também utilizando peças de cartolina, um material muito acessível.

As tecnologias de informação e comunicação também foram utilizadas, especialmente da Escola Secundária Gabriel Pereira. A utilização do quadro interativo, o uso das calculadoras gráficas e o recurso a diversos softwares, facilitou a aprendizagem de vários conceitos, delegou uma maior autonomia e poder crítico nos alunos, desenvolveu capacidades como a comunicação e o raciocínio e provocou uma maior motivação e empenho na exploração das várias tarefas. Foi evidente o interesse que os alunos exibiram pelas tecnologias, não só na sala de aula como fora desta. Ao analisarmos por exemplo, as solicitações dos alunos para explicarem no quadro os raciocínios que realizaram, verificamos que ocorreram em maior número nas salas nas quais dispúnhamos de quadro interativo.

Acredito que tanto a calculadora como o computador possam facilitar a criação de uma melhor relação dos alunos com a Matemática e ajudar a desenvolver atitudes e capacidades ao proporcionar formas mais interessantes de abordar os temas matemáticos. Embora a calculadora gráfica fizesse parte do meu quotidiano nas aulas de Matemática durante o ensino secundário, foi através deste mestrado que comprehendi a importância da utilização desta tecnologia nas aulas de Matemática, desde que utilizada corretamente. Recorrendo à calculadora ou ao computador, o aluno pode deixar de centrar a sua atividade na resolução de exercícios repetitivos e passar a dedicar maior atenção à análise e interpretação de estratégias e raciocínios, executando cálculos complexos com maior rapidez e dispondendo de uma maior variedade de representações.

Gostava de durante a PES ter tido oportunidade de trabalhar com outras tecnologias como os robots ou os sensores e desejava ainda ter tido oportunidade de colocar os alunos a trabalhar diretamente com computadores.

Infelizmente para a educação matemática, constatei que existe alguma resistência por alguns professores em incluírem as tecnologias no quotidiano da sala de aula. Penso que a mesma se deve à faixa etária de alguns docentes que insistem “*Nos meus tempos não havia nada disto*” e, essencialmente, às alterações que a introdução destes recursos provoca na própria dinâmica da aula.

Relativamente à condução das aulas, as maiores dificuldades que senti foi na gestão do tempo e na promoção da discussão. Ao dividir a aula nos vários momentos, acabava por ocupar parte do tempo disponível na fase de trabalho autónomo dos alunos e confinava a discussão dos resultados a breves instantes. Esta situação acontecia ao esperar que todos os alunos conseguissem resolver a tarefa sem colocar ritmo na atividade destes. Após refletir consciencializei-me que tinha de produzir dinâmica na aula e evitar os tempos mortos. Outro cuidado que passei a ter na condução da aula para evitar o des controlo do tempo foi dar a conhecer aos alunos o tempo de que iriam dispor para cada uma das fases.

Com o controlo da gestão do tempo, comecei a valorizar a fase de discussão, compreendendo todas as potencialidades que daí advêm: o confronto de estratégias e opiniões, a construção de hipóteses e justificações, o entendimento do erro como promotor de aprendizagem, entre tantas outras situações. Infelizmente, para alguns professores com quem contei nas escolas, a obrigação do cumprimento do programa conjugado com o fator tempo é um entrave para promoção da discussão. Acredito que

esta condição pode conduzir a um ensino mais pobre, privando os alunos de partilharem raciocínios e de defenderem as suas ideias. Ao discutir, além de gerar conhecimentos, o aluno também desenvolve atitudes indispensáveis na vida futura como o sentido crítico e a capacidade de argumentar e justificar as suas decisões, a autoconfiança e a determinação.

Para promover a comunicação oral, tentei colocar questões abertas, devolver a pergunta à turma e solicitando aos alunos a explicação e justificação das ideias e raciocínios seguidos. Tentei evitar perguntas cujas resposta é «sim» ou «não» e também aquelas perguntas cuja resposta já se encontra na própria pergunta que considero não serem as mais importantes para a aprendizagem dos alunos.

Um aspeto no qual penso que a minha ação poderia ter tido um maior contributo está relacionado com o aluno com Necessidades Educativas Especiais. Ao longo das aulas tive a preocupação de atender as suas dificuldades e participações, contudo penso que muito mais haveria a fazer. Considero que, por exemplo, se poderiam ter adaptado algumas das tarefas de forma a potenciar a atividade deste aluno que sempre revelou bastante motivação para aprender Matemática, assim como poderia ter incentivado a sua integração na realização de trabalhos a pares e em grupo. Agi assim face à orientação da Orientadora Cooperante que nos indicou que o aluno trabalhava sempre sozinho.

A nível da avaliação, desejava ter tido mais oportunidades de agir. Durante a PES constatei que a avaliação nas escolas está muito entrelaçada com a classificação, descurando-se por vezes a importância de entender a avaliação como um contributo ao melhoramento. Tanto para alunos como para professores, a auto e a heteroavaliação é tida como um momento de classificar o trabalho realizado. Penso que a avaliação é mais do que isso, um momento de avaliação implica uma reflexão, envolve orientações e abrange a procura de formas de melhorar o processo de ensino-aprendizagem, não devendo apenas ser realizada pelo professor, mas também pelos alunos.

Gostava de ter experimentado a realização de um trabalho projeto que poderia terminar com a exposição dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos à escola ou até aos próprios pais, numa forma de implicar a comunidade educativa no ensino-aprendizagem de Matemática. Este trabalho permitiria ainda aos alunos realizarem novas aprendizagens e simultaneamente serem avaliados.

É claro que ao longo da PES ocorreram momentos mais significativos que outros. Como menos positivos recordo-me dos momentos nos quais a minha insegurança no

conteúdo matemático fez com que a aula não decorresse como tinha planeado. Ao refletir sobre estes períodos, comprehendo que condicionei a aprendizagem dos alunos na medida em que direcionava a aula para tentar reduzir a sua participação, de forma a evitar alguma questão à qual não soubesse responder. Para colmatar esta lacuna a nível do conteúdo matemático, devo investir no estudo das matérias que não domino de forma a evitar estes momentos em aulas futuras. É igualmente essencial perceber que nunca vou saber tudo, vai sempre existir um ou outro pormenor que não vou dominar, contudo não é motivo para desaninar mas sim para tentar fazer melhor.

Também a falta de experiência em lecionar turmas com grande dimensão condicionou a minha prática letiva, surgindo a tentação de seguir um ensino mais tradicional com intuito de ter um maior domínio sobre os alunos. Na turma do 8.º ano foi notável o meu embaraço quando queria incentivar ou organizar a participação dos alunos, bem como quando queria atender a todas as solicitações dos alunos. Valeu-me a colaboração da professora cooperante, do professor de apoio e da minha colega Dina para aliviar a pressão que senti nestes momentos. Com o tempo fui conseguindo ultrapassar este obstáculo, no entanto sei que vou ter de trabalhar muito para o conseguir vencer.

Sinto também que quando me encontro insegura por alguma razão é claramente perceptível no meu tom de voz, situação que tenho de controlar. Este facto foi notório quando detetei expressões faciais nos alunos de incompreensão, quando sinto que o tempo está a passar rápido demais, quando os alunos não avançam, quando lanço uma pergunta para a turma e ninguém responde. Apercebi-me ainda da dificuldade em dinamizar a introdução de conteúdos através de uma tarefa na qual os alunos constroem o seu próprio conhecimento, sendo evidente a minha dificuldade em estimular os alunos nesta situação e em desafiá-los de um modo eficiente.

Como momentos positivos realço a utilização da tecnologia, na qual não tive nenhuma dificuldade, inclusivamente em recursos que nunca tinha manuseado, como por exemplo o quadro interativo. As tecnologias de informação e comunicação fazem parte do meu leque de interesses, dos quais gosto de experimentar e ampliar os meus conhecimentos. O meu domínio das tecnologias facilitou a preparação das aulas, por exemplo, na criação de *applets* e *flipcharts* que utilizei para introduzir as tarefas ou para facilitar a visualização das características de alguns conceitos, entre os quais o estudo das funções.

Igualmente positivo, destaco a minha prática durante o trabalho autónomo dos alunos. Constantemente, incentivei a atividade dos alunos colocando questões que orientassem o seu trabalho e também promovendo a utilização do erro como promotor de aprendizagens levando o aluno a refletir sobre o próprio raciocínio. Tive também a preocupação de verificar as aprendizagens realizadas pelos alunos através de perguntas que permitissem avaliar os conteúdos lecionados. Revelei ainda total disponibilidade para atender e apoiar os alunos, estimulando e encorajando a sua atividade e valorizando as suas descobertas.

Outra situação que merece destaque na PES foi todo o trabalho colaborativo. Desde o início que procurei desenvolver um trabalho em grupo com os restantes membros do núcleo de PES, tanto colega como Professoras Orientadoras. Das várias reuniões que tivemos, resultou um trabalho de equipa essencial para o desenrolar da minha atividade letiva e que me proporcionou a realização de várias aprendizagens, tanto pedagógicas como didáticas. Sempre que necessário troquei ideias com a minha colega Dina e trabalhámos conjuntamente imensas vezes. Para mim foi muito importante conviver com uma pessoa com mais experiência. Também o trabalho conjunto com as professoras orientadoras cooperantes foi essencial, concedendo por exemplo, a possibilidade de contatar com material que desconhecia facultado pela Professora Maria José Carvalho, assim como a realização de novas aprendizagens a nível do quadro interativo e da calculadora gráfica. Reciprocamente, também foi gratificante partilhar alguns conhecimentos principalmente a nível da tecnologia.

Para terminar esta análise, exponho a que considero ter sido uma das principais aprendizagens que interiorizei, a percepção de que a reflexão é uma atividade essencial na formação do professor. Até aqui, não tinha percebido a importância que a reflexão sobre o nosso trabalho e respetiva análise crítica pode ter no nosso desempenho futuro.

As várias reflexões que realizei permitiram-me corrigir atitudes e comportamentos que tinha dentro da sala de aula, por exemplo, a nível da linguagem quando utilizava constantemente o verbo “meter” ou alertando-me para um maior rigor científico. Penso que uma atividade que teria sido proveitosa para mim seria a filmagem de algumas das aulas que lecionei para posteriormente serem analisadas e avaliadas de uma forma mais pormenorizada.

Por vezes, realizávamos reflexões em grupo sobre o desenrolar da aula lecionada. Estes momentos, nos quais eram debatidos tanto aspectos positivos como negativos,

proporcionaram aprendizagens fundamentais para o melhoramento da prática letiva, bem como o desenvolvimento da minha própria capacidade de reflexão. Explicações que poderiam ter sido realizadas de forma diferente e participações que deveriam ter sido aproveitadas ou que foram inibidas, eram aspetos que necessitavam de ser corrigidos e que eu, enquanto professora, mais dificilmente me aperceberia na sala de aula. Também aqui foi essencial a colaboração das orientadoras cooperantes, da colega de PES e também dos orientadores da universidade.

Nestas reflexões, tentei sempre tirar o máximo partido dos erros e críticas que me foram apontadas, ao longo da vida sempre tive em conta a opiniões das outras pessoas considerando as críticas sempre com uma perspetiva construtiva. Considero esta atitude como sendo uma mais-valia que me permite corrigir e melhorar a minha prestação, tanto na vida privada como pessoal. Contudo, confesso que inicialmente não estava habituada a refletir sobre a minha ação e senti algum embaraço em exprimir comentários sobre as práticas, tanto minhas como da minha colega. Penso que esta dificuldade se deva ao facto de ser uma pessoa muito fechada e com dificuldade em exteriorizar os meus próprios sentimentos e emoções. Contudo, com o tempo consegui desenvolver esta atitude tão importante para o meu crescimento pessoal e profissional.

Com a reflexão identifiquei os meus pontos fortes mas também os fracos permitindo reorientar a minha atividade letiva. Se hoje voltasse a aplicar algumas das tarefas que utilizei nas aulas que lecionei, iria de certeza alterar algumas planificações e ter em conta alguns cuidados na condução das mesmas que primeiramente não tive. Exemplo deste facto são as reformulações que apresento em várias das reflexões que atrás descrevi.

Em suma da realização da Prática de Ensino Supervisionada e de todo o respetivo envolvimento, julgo ter promovido um bom ambiente de ensino e aprendizagem juntamente com a criação de um relacionamento saudável com os alunos e entre eles próprios. Acredito ainda que realizei aprendizagens significativas para enriquecimento do meu desenvolvimento pessoal, social e, principalmente, profissional.

5. PARTICIPAÇÃO NA ESCOLA

No meu ponto de vista, a escola deve ser entendida como um todo, onde alunos, professores, funcionários, pais e encarregados de educação e comunidade envolvente, devem trabalhar todos em função do mesmo objetivo: a formação de adultos responsáveis e competentes.

Aquando do primeiro contato que tive com as escolas, conheci os diferentes órgãos de gestão das mesmas, porém não mantive mais nenhum contato ao longo da PES. Desejava ter estado presente nas várias reuniões que ocorreram nas escolas, principalmente na reunião do grupo de Matemática, contudo não foi possível por incompatibilidade nos horários. Quando finalmente consegui alterar o horário de trabalho para poder estar presente nas reuniões do grupo de Matemática na Escola Secundária Gabriel Pereira, as mesmas deixaram de ocorrer e os professores trocaram informação apenas por correio eletrónico.

A relação que mantive com outros professores cingiu-se à troca de palavras na sala de professores e na sala de Matemática. Também contei com alguns funcionários, os quais sempre tentaram arranjar o que eu pedia, por exemplo a nível de equipamentos.

No que diz respeito a atividades extralectivas, apenas realizámos a criação de um *email* na Escola Secundária Gabriel Pereira e desenvolvemos uma atividade com os alunos do 8.ºC que lhes permitiu conhecer um pouco da utilização das calculadoras gráficas. Ambas as atividades realizadas estão relacionadas com utilização da tecnologia, uma orientação expressa no currículo de Matemática.

Escola Secundária Gabriel Pereira

A criação do *email* surgiu após uma conversa com um aluno que nos confidenciou que gostava de tirar algumas dúvidas connosco, no entanto como vivia fora de Évora e estava restrito aos horários do transporte tal não lhe era possível. Pensámos então numa forma de poder auxiliar o estudo realizado pelos alunos fora da escola e a forma que achámos melhor foi com o recurso ao *software* MSN – *Windows Live Messenger*.

Simultaneamente, permitiu também conhecer melhor os alunos que participaram nas conversas.

Para divulgarmos esta atividade na turma, aproveitámos uns minutos de uma aula para darmos a conhecer este projeto e para adquirirmos os *emails* de todos os alunos. Para motivarmos a participação dos alunos, enviamos também a seguinte mensagem:

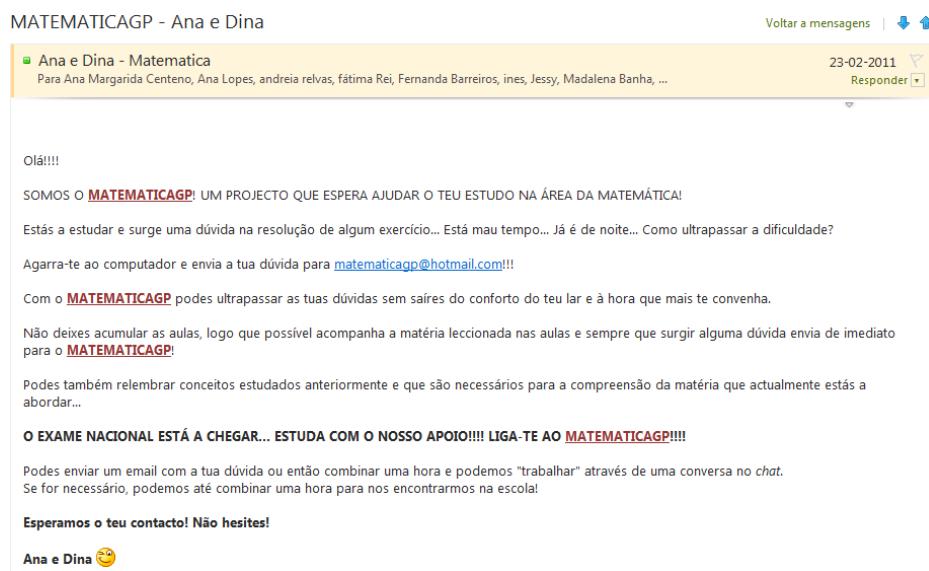


Imagen 14: *Email* enviado aos alunos

Após a divulgação e troca de impressões dos alunos com outras turmas, a outra turma do Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais pediu à Professora Maria José para também poderem participar, o que foi prontamente aceite por nós.

O *email* (Imagen 15) permitiu o envio de tarefas para os alunos explorarem em casa relacionadas com as matérias lecionadas nas aulas, assim como o envio de *applets* e curiosidades da Matemática.

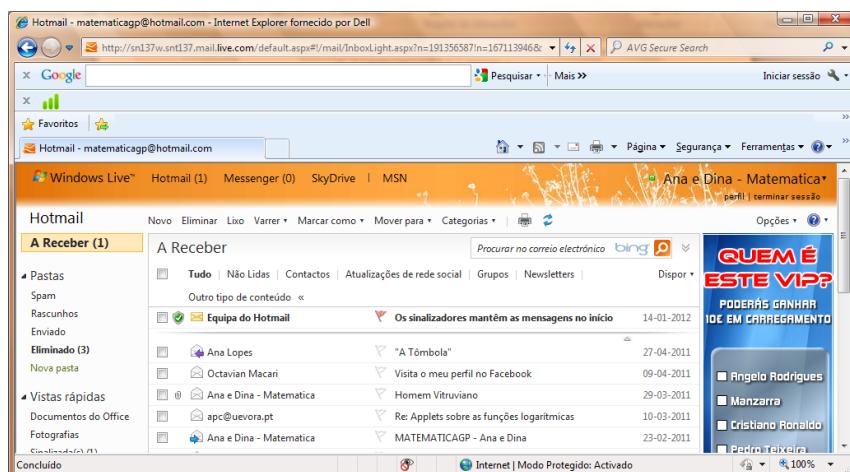


Imagen15: Vista inicial do *email*

Através do MSN, os alunos puderam colocar dúvidas que foram respondidas em tempo real. Mais uma vez, tentei que fossem os próprios alunos a conseguirem responder às dúvidas, limitando-me a orientar o raciocínio seguido.

Aluna diz: **Não sei onde pegar...**
 Ana diz: **Já tentaste resolver graficamente?**
 Aluna diz: **Não...**
 Ana diz: **Então vamos fazê-lo, queres?**
 Aluna diz: **Quero, até porque tenho que praticar com a calculadora.**
 (...)
 Ana diz: **Queremos determinar o intervalo no qual o número de pessoas contagiadas atingiu os 10 000 e os 20 000. Como fazemos?**
 Aluna diz: **Pois não sei...**
 Ana diz: **Sabes sim. O que é o 10 000?**
 Aluna diz: **O momento inicial?**
 Ana diz: **10 000 diz respeito à variável dependente ou independente?**
 Aluna diz: **O tempo está representado no eixo dos x, o 10000 deve ser o y**
 (...)
 Aluna diz: **Ah já sei, fazemos calc x= 60?**
 Ana diz: **Isso mesmo! Muito bem!**
 Aluna diz: **Boa! Fica aproximadamente 56974%**
 Ana diz: **Então significa que já encontraste a percentagem?**
 Aluna diz: **Acho que não... São as pessoas infectadas?**
 Ana diz: **O que queres dizer?**
 Aluna diz: **Das 95000 pessoas que vivem lá, 56974 estão infectadas**
 Ana diz: **Então o que falta calcular?**
 Aluna diz: **A percentagem, acho que dá aproximadamente 6 %**
 Ana diz: **Boa! Como fizeste?**
 Aluna diz: **Fiz regra de três simples**

Outra mais-valia que retiro desta atividade foi a oportunidade de criar uma maior proximidade com os alunos que participaram ficando a conhecer alguns dos seus interesses e gostos.

Aluno diz: **Está um belo fim de semana**
 Ana diz: **É verdade, ideal para passear!**
 Aluno diz: **Eu estive a fazer desporto, agora vou estudar**
 Ana diz: **Praticar desporto faz muito bem à saúde. Que mais gostas de fazer?**
 Aluno diz: **Adoro tocar guitarra! Ando a aprender sozinho, vou à net e vejo vídeos.**

Através das mensagens que troquei com os alunos, apercebi-me também da grande preocupação que os alunos sentem com o exame nacional, muitos deles conduziram o estudo sobretudo com vista a este tipo de avaliação. Face a esta situação, tentei que os alunos compreendessem que a disciplina de Matemática não tinha como único objetivo a realização de um exame e que deveriam aproveitar todas as potencialidades da mesma.

Ao conversar com os alunos verifiquei ainda como são curiosos e que, alguns deles pesquisam e investigam autonomamente em casa assuntos matemáticos:

Aluna diz: **aprendi mais uma coisa hoje que não falamos na aula ...** $\log_b(b) = 1/\log_b(a)$
 eu estou habituado a fazer tudo analiticamente
 se sei analiticamente sei graficamente tb... pior é quando só sei graf...
 Ana diz: A propriedade está correcta sim. Na aula não falámos dessa propriedade...
 Como a encontra?

Aluna diz: **a remoer a cabeça**
 Ana diz: Hummm ☺
 Aluna diz: **brincadeira :D**
tenho aqui mais umas folhas com formulas da matéria geral da matA

Aluno diz: **Hj tava a resolver um exercício e descobri uma coisa**
 Ana diz: **Foi? Porreiro!**
 Aluno diz: **Ya podemos encontrar numa função $\{f(x) = f_0 \cdot (1+r)^x\}$ o r sabendo o f_0 e f_1**
mais simplificado $r = f_1/f_0 - 1$
a regra deve ser $r = f(x+1)/f(x)$
ou não...
engano
 Ana diz: Então onde está o engano?
 Aluno diz: **um minuto**
 Ana diz: **Ok**
 Aluno diz: **não é só o r**
 $(1+r) = f(x+1)/f(x)$
Na função $f(x) = f(0) + (1+r)^x$
 Ana diz: Agora tens é que verificar se essa regra se aplica para qualquer função
 ou se só serve nesta
 Ana diz: **hummm pelo menos para esta é**

Esta atividade foi bastante compensadora pois permitiu-me conhecer melhor os alunos e compreender as suas formas de pensar. Contribuiu também para o desenvolvimento do meu conhecimento matemático pois tive de aprofundar determinados conceitos para conseguir conduzir os alunos no esclarecimento das dúvidas que apresentavam. Desenvolvi ainda a capacidade de colocar questões de forma a provocar o raciocínio do aluno, não dando logo a resposta correta e propiciando a sua aprendizagem de um modo autónomo.

Escola Básica André de Resende

Na Escola Básica André de Resende apenas realizámos uma atividade extralectiva com os alunos da turma na qual lecionámos. Com a atividade mostrámos um pouco da utilização da calculadora gráfica na resolução de sistemas lineares com duas equações.

Numa primeira fase os alunos experimentaram as calculadoras a fim de explorarem o seu funcionamento e, numa segunda fase, procederam à exploração de um jogo (Anexo XVII) que pretendia dar a conhecer algumas das funcionalidades desta tecnologia na resolução de sistemas lineares.

O jogo, adaptado de uma tarefa do livro Funções no 3.º ciclo com tecnologia (2002), foi jogado a pares e os alunos revelaram muito interesse por aprenderem mais funcionalidades da calculadora, colocando questões e experimentando.

Foi uma atividade muito proveitosa, tanto para os alunos como para mim. Os alunos enunciaram várias vantagens em utilizar a calculadora gráfica na resolução gráfica de sistemas, entre as quais a rapidez, a perfeição dos gráficos e a possibilidade de alternar entre as várias representações. Além disso, aprenderam a utilizar algumas das funcionalidades da calculadora gráfica e demonstraram muito interesse em aprender mais.

A abordagem da resolução gráfica de sistemas de duas equações foi realizada por mim numa das aulas que lecionei nesta turma e, na qual, eu já pretendia ter utilizado a tecnologia, em particular o *software* Geogebra. Na impossibilidade de o fazer, surgiu aqui a oportunidade de explorar esta forma de abordar este assunto, utilizando a calculadora. Igualmente favorável foi a possibilidade de participar na exploração de um jogo que permitiu a consolidação de conteúdos já abordados, e que também poderia ter servido para os introduzir.

6. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

A realização da PES foi e é, para mim, uma grande impulsionadora do meu desenvolvimento profissional enquanto professora. Foi, pois permitiu-me realizar várias aprendizagens que, de outra forma, dificilmente teria feito e é, pois continuo a colocar em prática essas mesmas aprendizagens no meu quotidiano profissional. Todas as emoções e sentimentos que senti ao passar de aluna a professora e os grandes desafios que me propus agarrar, proporcionaram aprendizagens sobre mim mesma e sobre o que é, para mim, ser professora. Também as dificuldades e problemas que surgiram enriqueceram a minha vontade de aprender e de melhorar cada vez mais.

João Pedro da Ponte (1998) refere seis aspectos que um professor tem de dominar para exercer adequadamente a sua atividade profissional: conhecimento do contexto de trabalho, conhecimento do conteúdo, conhecimento do currículo, conhecimento dos alunos e sua aprendizagem, conhecimento do processo de ensino e conhecimento de si próprio. Ao longo do tempo, o conhecimento profissional do professor é concebido como um processo dinâmico e evolutivo que “resulta da síntese pessoal que o professor realiza ao combinar o seu conhecimento teórico com a sua experiência de ensino e o balanço que dela faz” (Canavarro, 2003).

Nas aulas que planifiquei e lecionei, investi na aplicação de tarefas de modelação, no desenvolvimento do trabalho em grupo e em grande grupo e no recurso a tecnologias como a calculadora e o programa Geogebra. De todas estas ações, umas vezes com mais sucesso, outras com menos, extraí aprendizagens importantes para o meu desenvolvimento enquanto profissional do ensino da Matemática e que de seguida passo a indicar, tomando como ponto de partida os domínios do conhecimento profissional acima referidos.

Conhecimento do contexto

O contexto onde o professor se encontra inserido influencia o seu conhecimento profissional, seja dentro da sala de aula ou com o grupo de colegas (Canavarro, 2003; Ponte, 1998).

Na sala de aula, desenvolvi a minha capacidade para criar relações agradáveis com os alunos, especialmente ao tratar-se de uma disciplina como a Matemática que nem sempre é do agrado de todos. Sinto que consegui criar uma boa relação com os alunos, mais sólida com os alunos do 11.º ano do que com os do 8.º ano, contudo ambas saudáveis. Na turma do 11.º ano encontrei alunos sossegados e carinhosos, responsáveis e interessados pela própria aprendizagem estimulados pela preocupação da nota que necessitam para entrar na universidade. A turma do 8.º ano revelou-se um maior desafio para mim, com alunos mais irresponsáveis, irrequietos e rebeldes, características da faixa etária a que pertencem, aliadas à maior dimensão da turma.

A forma positiva como os alunos me abordavam dentro e fora da aula e o contato que continuo a manter com alguns dos alunos através das redes sociais levam-me a crer que consegui criar uma relação favorável à aprendizagem. Penso que a minha maneira de ser foi para isso fundamental, o carinho que tentei transmitir, as conversas informais que tive com os alunos fora da aula, as brincadeiras que proferi para dar dinâmica à aula, o olhar amigo disposto a ajudar e a atenção que disponibilizei para ouvir as suas dificuldades e problemas foram ações que contribuíram para esta boa relação. As razões que provocaram que a relação que criei com os alunos da turma do 8.º ano não fosse tão profunda dizem respeito ao elevado número de alunos e a respetiva heterogeneidade a nível de capacidades, atitudes e interesses.

Da mesma forma tentei manter uma boa relação com colega e orientadoras, mostrando-me disponível para aprender e ensinar, contudo, sinto que aprendi mais do que ensinei. Em grupo revelo-me uma pessoa tímida e reservada que não defende as ideias para evitar o conflito, o que pode condicionar o desenvolvimento do trabalho colaborativo. Durante a PES, tentei que esta situação não acontecesse e penso que consegui participar e discutir assuntos de uma forma mais intensa na Escola Secundária Gabriel Pereira pela abertura evidenciada pela orientadora cooperante. Aprendi ouvindo as suas opiniões, críticas e experiências e ensinei partilhando ideias e conhecimentos, essencialmente a nível das tecnologias e suas aplicações na sala de aula de Matemática.

Ao finalizar a PES, sinto uma grave lacuna ao nível da burocracia da Escola. Gostava de ter tido a possibilidade de estar presente nas reuniões de professores do grupo de Matemática, aprender como funciona uma direção de turma, os vários documentos que o professor tem de preencher e todas as outras funções extra-aula que o professor desempenha. Na minha carreira futura será um aspeto a experienciar e a

aprender e, para isso, espero contar com a experiência dos outros colegas e com investigação por mim realizada.

Conhecimento do conteúdo

Do leque de disciplinas que fizeram parte do meu percurso educativo, a Matemática foi sempre a minha preferida. Mas “Afinal, o que é a Matemática?”, “Em que nível se encontra o meu conhecimento matemático?” são questões sobre as quais senti necessidade de refletir para compreender o significado do que realmente é «ensinar Matemática».

Se voltar ao meu tempo de estudante, penso que a Matemática é «fazer contas», é uma ciência estática, fechada e de mecanização. Recordo, por exemplo, quando aprendi o Teorema de Pitágoras, não percebi nada da demonstração nem o porquê de estar a demonstrá-lo, pensava que se fazia parte da matéria é porque estava bem, além disso, entendia-o como um algoritmo para o qual bastava ter um exercício resolvido para conseguir resolver todos os outros, era adaptar os números e pronto.

Hoje não mantengo esta visão da Matemática. Hoje sinto a Matemática como uma ciência dinâmica e ampla, aberta ao mundo que nos rodeia, capaz de proporcionar diversas e importantes experiências a quem com ela trabalha, sejam cientistas, professores ou alunos. Acredito que é fundamental criar nos estudantes a ideia de que a Matemática é necessária na nossa vida, seja a nível pessoal, profissional ou até social.

No decorrer da PES, aprofundei os conhecimentos que tenho sobre os vários conteúdos que lecionei nas aulas recorrendo a manuais, livros de Matemática, Internet e também pedindo ajuda às Professoras Orientadoras. Dos vários conteúdos da Matemática, o meu preferido são as Funções enquanto o preterido são as Probabilidades. Na PES, verifiquei que esta minha preferência tem implicações na minha prática letiva ao abordar estes conteúdos, evidenciando, por exemplo, o meu embaraço em lecionar a distribuição normal, mesmo após rever e aprofundar as várias noções e conceitos inerentes a este assunto. Outra aprendizagem relevante foi a clarificação da distinção entre atividade e a tarefa que a pode proporcionar (Ponte, 2005; Ministério da Educação - Departamento do Ensino Secundário, 1997), vocábulos que eu utilizava erroneamente para o mesmo conceito.

Este mestrado proporcionou assim um aprofundamento na minha relação com a Matemática e, principalmente, um crescimento do conhecimento sobre a Matemática, que pretendo continuar a desenvolver.

Conhecimento curricular

Nunca me tinha questionado sobre o currículo, foi nas aulas de Didática que comecei a refletir sobre esta palavra, o seu significado e respetiva importância para o ensino; porém ainda hoje sinto alguma dificuldade em expor o que é o currículo pois acho que é algo tão abrangente que me é difícil definir.

Os princípios que considero mais importantes do currículo são a flexibilidade e a integração. Ao entendermos o currículo como algo flexível temos a possibilidade de o adaptar e de o reformular consoante os alunos, os professores e as situações (Associação de Professores de Matemática, 2009). Na minha opinião, penso que é fundamental que o currículo não seja considerado como algo estático, pelo contrário, deve ser passível de ser modificado e reformulado, competindo aos professores a respetiva análise e adaptação. No que respeita a ser integrado, evidencia as relações que existem dentro da Matemática, as relações com outras disciplinas e as relações com o mundo real, conexões que considero essenciais para a experiência matemática dos alunos no decorrer do seu percurso escolar, aproximando-os das aplicações da Matemática em outras áreas e no próprio quotidiano (Associação de Professores de Matemática, 2009).

De uma forma geral, as tendências do currículo de Matemática que considero mais importantes é o maior relevo dado à resolução de problemas dentro das aulas de Matemática, a maior importância dada à ligação da Matemática com a realidade, a utilização das calculadoras e do computador no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e o envolvimento dos alunos numa participação mais ativa na sua própria aprendizagem. Valorizo também o maior realce conferido ao raciocínio matemático e à comunicação matemática (Associação de Professores de Matemática, 2009).

No que respeita às orientações metodológicas em vigor, acredito que as mesmas podem proporcionar uma aprendizagem muito rica aos alunos desde que utilizadas de forma adequada pelos professores e respetivos intervenientes no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, por exemplo, através de tarefas de modelação e trabalhos de grupo e da utilização de diversos recursos.

Reportando-me à PES e às orientações curriculares para o ensino secundário, especificamente para o Curso Científico Humanístico de Artes Visuais, penso ainda que seria apropriado um ajustamento mais direcionado para as saídas profissionais deste curso, por exemplo com o aprofundamento de temas como a Geometria e com sugestões de tarefas que relacionem os vários domínios da Arte com a Matemática.

Conhecimento dos alunos e sua aprendizagem

O conhecimento dos alunos e sua aprendizagem é também um domínio sobre o qual o professor deve refletir (Canavarro, 2003; Ponte, 1998). Ao longo da PES tive oportunidade de realizar a caracterização das turmas e identificar as principais dificuldades que apresentavam ao construir aprendizagens.

Em ambas as turmas, senti que os alunos revelam dificuldades em relacionar temas matemáticos distintos. Quando a Matemática é aprendida segundo uma sequência pedagógica na qual a compreensão de um novo conhecimento cresce a partir de outro que já foi realizado anteriormente, é fundamental que os alunos se apercebam que os vários conteúdos se relacionam entre si. Deste modo, consciencializei-me da importância em «fazer a ponte» entre os vários conteúdos e, sempre que introduzia um novo conceito conduzia os alunos a relacioná-lo com aprendizagens anteriores.

O rigor a nível da explicação e justificação de raciocínios e da formulação de conjecturas foi outra dificuldade que capturei nos alunos nas aulas que lecionei e observei. Para colmatar esta lacuna, tentei utilizar um maior rigor científico e uma linguagem matemática correta, prevendo os termos que iria utilizar na aula. Nem sempre o consegui fazer, ocorreram situações nas quais deveria ter recorrido à abordagem analítica e não o fiz, simbologia que deveria ter utilizado e não utilizei, termos matemáticos que deveria ter lembrado e não lembrei.

Em relação à aprendizagem dos alunos, encaro dois aspectos fundamentais: as relações criadas na aula e a abordagem dos conteúdos. Como já referi, preocupei-me em estabelecer uma boa relação com os alunos baseada no respeito, na partilha e na boa disposição, uma relação que encaro não apenas do ponto de vista pedagógico, mas também afetivo, determinante na forma de estar e de trabalhar na aula. No geral, acredito que ao partilharem opiniões e ao trocarem ideias com o professor e com os colegas num ambiente de respeito e compreensão, os alunos aprendem melhor do que ao trabalharem sozinhos. No que diz respeito à abordagem dos conteúdos, a maioria dos alunos afirma preferir aulas nas quais possam trabalhar em grupo num ambiente de colaboração e entreajuda, o que está de acordo com as orientações curriculares, contudo entendo que este trabalho de grupo é visto como a possibilidade de consolidar matéria e não de realizar aprendizagens.

Conhecimento do processo de ensino

Considerando a PES como um todo, não posso deixar de referir que a maior evolução que senti foi a nível do processo instrucional, proporcionando-me um conhecimento muito mais aprofundado sobre a preparação e condução das aulas e também sobre a avaliação das aprendizagens dos alunos.

Durante os cinco anos de trabalho na educação e formação de adultos confesso que apenas realizei alguns planos de formação, muito primitivos e referindo apenas de forma superficial, os objetivos, os conteúdos, o método predominantemente expositivo, recursos e avaliação. Nunca realizei um plano de aula nem pensava atempadamente o que iria fazer, restringindo-me ao dia antes. Hoje, a preparação das minhas sessões é completamente diferente, baseadas na preparação que fiz na PES.

Nos períodos que lecionei nas escolas investi muito tempo e esforço na preparação e planificação das aulas. Ao refletir sobre a questão “Será que domino este conteúdo?” senti a necessidade de aprofundar o meu conhecimento matemático, recorrendo a livros e à Internet e pedindo ajuda às professoras orientadoras. Por várias vezes ensaiei a aula, colocava-me no papel do professor e no papel do aluno, tentava prever possíveis dúvidas e dificuldades que pudesse surgir e criar questões para colocar.

A nível da preparação das aulas evidencio uma maior preocupação na seleção e adaptação das tarefas matemáticas a explorar com os alunos. Preocupação esta que cresceu ao tomar conhecimento de outros tipos de tarefas diferentes daquelas que eu estava habituada enquanto aluna. Para mim, os trabalhos que os alunos podiam realizar nas aulas de matemática cingiam-se à resolução de exercícios e de problemas, ambos para consolidação da matéria já lecionada. Os exercícios limitavam-se a uma série de cálculos rotineiros e os problemas exigiam a escolha de uma estratégia de resolução. Com a frequência das aulas de Didática da Matemática, percebi que afinal existem outras tarefas que devemos utilizar na sala de aula de Matemática como as tarefas de exploração e de investigação (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2006).

Mas as descobertas que realizei no âmbito da preparação de aulas não se restringiu apenas à natureza das tarefas, também o papel que lhes é atribuído foi para mim outra novidade. Afinal as tarefas não nos permitem apenas rever e consolidar conteúdos já abordados, tarefas exploratórias podem também surgir na introdução de novos conceitos (Canavarro, 2011). Ainda a nível da preparação e planificação das aulas, consciencializei-me também da importância do investimento em preparar questões e

sugestões para apoiar a atividade dos alunos durante o trabalho autónomo e para desencadear e gerir as discussões quando trabalhamos com a turma em grande grupo (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2006; Canavarro, 2011)

No que diz respeito à abordagem das tarefas, a PES fez-me perceber como o trabalho autónomo nos alunos é fundamental para promoção de aprendizagens e, ao contrário do que possa parecer, o professor tem neste momento um papel crucial (Canavarro, 2011). Além de orientar o trabalho dos alunos, senti a necessidade de os motivar a participarem no trabalho, não deixar que se dispersassem e quebrassem o ritmo. Neste aspeto, revelei uma maior dificuldade em criar dinâmica nas aulas do 11.^º ano pois os alunos eram muito passivos e, por vezes, era necessário intervir com uma piada que «animasse» os alunos e que, com o passar do tempo, fui conseguindo dinamizar.

A discussão foi outro momento com grandes aprendizagens enquanto professora de Matemática donde sublinho a consciencialização da importância da comunicação quando o professor trabalha em grande grupo (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2006). Uma dificuldade que apresentei a este nível relaciona-se com a promoção do discurso numa tarefa de investigação com várias respostas corretas possíveis, como ocorreu na escolha pelos alunos do modelo matemático na tarefa de modelação. Para superar esta dificuldade ajudou o contributo da Professora Ana Paula Canavarro que me indicou algumas sugestões. Ainda sobre esta fase, uma situação que me provocava também alguma frustração era o silêncio que surgia quando colocava uma questão à turma que ninguém respondia. Nestes momentos sentia uma enorme vontade de os conduzir à resposta que eu pretendia mesmo sabendo que poderia condicionar a participação dos alunos e, embora tentando, por vezes não o consegui evitar.

Em relação à organização das aulas que lecionei, distingo essencialmente três tipos de aula, aquelas que se assemelham ao estilo tradicional para consolidação da matéria, aquelas onde se realizava a introdução de novas matérias através da atividade dos alunos e as aulas de aplicação da matéria através de tarefas mais abertas. Nas primeiras, mais predominantes na Escola André de Resende, entregava uma ficha de trabalho com exercícios de aplicação e, após alguns minutos, os alunos iam ao quadro fazer a correção. No segundo tipo de aulas, propunha aos alunos a realização de uma tarefa exploratória que lhes permitiria criar novas aprendizagens matemáticas através do trabalho autónomo e da respetiva discussão e síntese. Este tipo de aulas apenas ocorreu três vezes, numa delas senti imensas dificuldades em orientar os alunos na descoberta

sem os conduzir excessivamente e, nas restantes, os alunos facilmente atingiram os objetivos pretendidos penso que por terem utilizado materiais manipuláveis durante a exploração da tarefa. Relativamente às últimas, as minhas preferidas, consistiram em aulas de aplicação dos conteúdos com utilização de tarefas mais abertas como a modelação, nas quais os alunos trabalharam em grupo para aplicarem a Matemática em situações reais (Matos, 1995).

Quanto à utilização da tecnologia, não senti dificuldades em trabalhar com estes recursos. No ensino secundário, a utilização da calculadora gráfica foi utilizada em todas as aulas, tanto para exploração dos alunos como para projeção no quadro através do emulador durante a apresentação e discussão dos procedimentos. Nestas aulas aprendi novas funcionalidades e potencialidades que desconhecia, por exemplo a nível dos vários tipos de regressão. Também o computador, aliado ao quadro interativo, foram poderosas ferramentas que contribuíram para a motivação dos alunos e proporcionaram a possibilidade de uma visualização gráfica mais rigorosa e interativa que nunca tinha vivenciado, assim como a capacidade de construir *applets* no Geogebra. Nesta escola, experimentei também pela primeira vez o *viewscreen* para visualizarmos os procedimentos realizados na calculadora na impossibilidade de trabalhar com o computador. Nas aulas do ensino básico, o recurso às calculadoras limitou-se para realização de alguns cálculos por parte dos alunos e o computador para utilização de algumas *applets*; no entanto realizei aprendizagens relacionadas com a utilização de materiais manipuláveis na introdução de novos conceitos.

Com respeito à avaliação das aprendizagens dos alunos, assumo que me sinto desconfortável e insegura, principalmente quando essa avaliação está relacionada com trabalhos de natureza aberta, como as atividades de exploração e de investigação. Em todas as aulas tentei recolher informação sobre as dificuldades e o progresso dos alunos utilizando para isso uma grelha de observação; contudo senti que esta minha ação tinha sido um pouco inútil. Penso que, mais importante do que o professor fazer esta recolha de informação, é utilizá-la para regular o processo de ensino-aprendizagem dos alunos, informando-os dos avanços ou retrocessos que realizam e eu, apenas o fiz em situações pontuais, indicando aos alunos alguns aspectos que poderiam melhorar.

Uma atividade que realizei, a nível de avaliação e que considero ter contribuído para o meu desenvolvimento, foi a elaboração de um teste. Em grupo, escolhemos os conteúdos e respetivos pesos, os problemas, dividimos a cotação a atribuir às questões e uma possível resolução. Em relação à correção, a mesma foi feita pela Professora Maria

José, no entanto foi discutida por nós numa reunião de PES. Também a possibilidade que tive em corrigir um pequeno relatório que os alunos elaboraram aquando da resolução de um problema penso que foi muito enriquecedor, pois permitiu-me familiarizar com alguns aspetos a ter em conta, como a clareza na exposição do raciocínio, o rigor científico exigido a nível de construção de gráficos e da apresentação dos resultados obtidos.

Conhecimento de mim própria

Enquanto aluna sempre valorizei a escola e a oportunidade de aprender. A relação que mantinha com colegas, professores e funcionários era boa e nunca tive problemas de ordem disciplinar. Considero que fui uma boa aluna, exigente e interessada.

A chegada do mês de Setembro era para mim motivo de grande alegria, o regresso à escola aproximava-se e começava a folhear desde logo os meus livros que tanto adorava, posso até dizer que os considerava sagrados... O cheirinho a novo, tantas imagens para observar, tantas palavras para ler, tantos números para interpretar!

Na escola, os professores eram pessoas amigas que se dedicavam a ensinar-me as coisas que eu desconhecia, um sem fim de aprendizagens novas e interessantes. Desde cedo, as matérias que mais me motivaram estavam relacionadas com a Matemática, o que me levava a confidenciar aos meus pais “*Quero ser professora... de Matemática!*”, “*Quero ensinar Matemática!*”. Esta certeza ficou confirmada durante o desenrolar deste mestrado, especialmente da PES. O conhecimento de novas metodologias de ensino, motivantes e desafiadoras, que podem fortalecer a aprendizagem e o sucesso dos alunos produziu em mim uma enorme vontade de participar no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Hoje penso “*Quero que os meus alunos aprendam Matemática!*”

Desde 2007 que trabalho na área da formação e educação de adultos como formadora de Matemática e de TIC – Tecnologias de Informação e Comunicação. Antes de frequentar este mestrado considerava-me como uma boa profissional, assídua e pontual, preocupada com os meus formandos e com o ensino que facultava, mas no decorrer da PES, embora num contexto diferente, apercebi-me que não estava correta. Ao refletir na minha ação na sala de formação verifiquei que estava a praticar um ensino parecido ao que me tinha sido facultado a mim. Embora a resolução de problemas

fizesse parte das minhas sessões de Matemática, não utilizava todas as suas potencialidades para estimular as aprendizagens dos formandos. Primeiro debitava a matéria, depois fazia uns exercícios para os formandos verem como se fazia, a seguir era a vez de os formandos praticarem e quando recorria a problemas, a correção dos mesmos era realizada no quadro e passava-se ao seguinte. O método que utilizava era maioritariamente expositivo, o discurso era conduzido por mim e a palavra discussão não fazia parte do léxico utilizado na aula. Esta situação provocou-me uma enorme tristeza e um vazio que me levou a auto-questionar: “Como vejo um bom professor?”, “O que posso fazer para ser uma boa professora de Matemática?”.

Ao refletir nestas questões desenvolvi o conhecimento que detenho de mim própria, enquanto pessoa e enquanto profissional do ensino da Matemática. Quando me dedico a algo, seja na vida pessoal ou profissional, sou muito ambiciosa e perfeccionista, o que por vezes me provoca alguma ansiedade e angústia. Os minutos que antecederam as aulas que lecionei na PES são exemplos destes sentimentos; no entanto, ao entrar para a sala de aula consegui abstrair-me de tudo o que me preocupava, em poucos minutos esquecia que estava a ser observada e avaliada, apenas pensava nos alunos e nas aprendizagens que pretendia que eles realizassem. Confesso que me surpreendi com esta minha capacidade de abstração que não conhecia em mim como sendo tão forte e que foi fundamental para o bom desenrolar do processo de ensino-aprendizagem, especialmente em situações nas quais me sentia mais tensa e nervosa, como a introdução de um conteúdo que não domino bem ou a aplicação de uma tarefa de natureza mais aberta.

Embora me considere uma pessoa adulta e responsável, receio que o contributo que possa vir a ter no aluno não seja suficiente. Por exemplo, senti esta responsabilidade acrescida na turma do 11.º ano com o peso do exame nacional de Matemática que os alunos iriam enfrentar no final do ano escolar e que podia ser decisivo em termos de acesso ao ensino superior.

Outra responsabilidade que penso estar relacionada com a atividade docente tem a ver com a própria educação do aluno. Penso que, nos dias que correm, é exigido ao professor o papel de educador de forma a preparar o aluno para enfrentar a sociedade e o mundo que encontra ao sair da escola. Com este intuito tentei promover valores como o respeito, a igualdade e a disciplina dentro da sala de aula, o que consegui sem dificuldades por serem alunos tranquilos e educados. Claro que estou consciente que as turmas não são todas assim e, ao pensar em situações com as quais me poderei vir a

confrontar, sinto que a minha confiança é um pouco quebrada: “Como vou reagir perante a indisciplina?”, “E se não conseguir controlar a turma?”, são questões que surgem no meu pensamento. Penso que a resposta a estas perguntas apenas será encontrada no decorrer do próprio momento, agora apenas sei que no futuro vou tentar promover a disciplina como prevenção da indisciplina. Além disto, tentei também desafiar os alunos, incentivá-los a serem críticos e responsáveis pela própria aprendizagem e por eles próprios.

É ainda importante compreender que um professor é também uma pessoa com uma história, sentimentos e emoções, expetativas e desejos, que está inserido numa determinada comunidade numa dada altura do tempo (Ponte, 1998). Desta forma, considero que todas as experiências que vivenciei enquanto aluna do ensino básico, secundário e universitário contribuíram para o meu desenvolvimento profissional, bem como toda a minha forma de agir e de pensar, os meus sonhos e os meus desejos, as minhas virtudes e os meus defeitos.

Com a realização da PES surgiu a necessidade de refletir para desenvolver o meu conhecimento profissional e ao rever a minha postura e prática, as minhas inseguranças e receios, contribuiu para desenvolver a minha perspetiva de quem sou e o que significa ser professora. A reflexão permite-me colmatar as minhas dificuldades e as dos alunos, adaptar ou alterar os métodos que utilizei, avaliar com o intuito de melhorar. Contudo, esta reflexão não se pode limitar à nossa atividade, tem de incidir também sobre o desenvolvimento curricular, as políticas e práticas da escola e o ensino em geral (Menezes & Ponte, 2006). Não é porém suficiente realçar a importância da reflexão individual, também o trabalho colaborativo e a reflexão coletiva que realizámos durante as reuniões de PES proporcionaram a partilha de opiniões e a discussão dos problemas e desafios que foram surgindo. Igualmente o papel dos orientadores, tanto os professores da Universidade como as professoras cooperantes, foi imprescindível enquanto mentores das aprendizagens que realizei, incentivando-me a questionar, a refletir e a criticar a minha ação, a evidenciar possíveis lacunas e a acreditar que posso fazer muito melhor. Desta forma, senti uma evolução bastante positiva no desenvolvimento da capacidade de conseguir expor as minhas ideias com mais facilidade para um grupo de pessoas, bem como no desenvolvimento da capacidade de refletir sobre a minha própria prática.

No decorrer deste processo, comprehendi que para alguns professores esta ação conjunta com outros colegas é difícil de enfrentar, uma atitude reflexiva implica escutar diferentes opiniões, reconhecer o erro, examinar o que se passa dentro da sala de aula, discutir a melhor forma de melhorar, e muito mais. A reflexão implica que o professor esteja preparado para mudar, quer em termos de conhecimentos, quer em termos de crenças (Menezes & Ponte, 2006; Azcárate & Castro, 2006), e penso que é neste ponto que alguns professores não mostram a abertura necessária. Enquanto futura professora, espero vir a desenvolver um trabalho de equipa com outros colegas, estar receptiva para receber ajuda e também para dar, partilhar experiências e opiniões, investigar e refletir em grupo, ações estas que contribuirão para o meu desenvolvimento profissional (Rey, Penalva, & Llinares, 2006).

Também importante foi a frequência das várias disciplinas que compõem este mestrado e que elevaram o meu conhecimento, tanto didático como pedagógico, sobre vários assuntos. Espero no futuro ter oportunidade de participar em cursos ou ações de formação que permitam a atualização do meu conhecimento profissional e gostava ainda de assistir a aulas nas quais os alunos explorassem tarefas de investigação no ensino básico de forma a poder desenvolver a minha prática letiva. Igualmente relevante para o meu desenvolvimento profissional foi a consulta de vários livros e artigos que contribuíram para a minha prestação e, consequentemente, para a promoção do sucesso dos alunos.

CONCLUSÃO

Na Prática de Ensino Supervisionada tive a minha primeira experiência como professora de Matemática do 3.º ciclo e do secundário. Desta prática retiro várias aprendizagens que vão ser úteis no meu futuro enquanto profissional da educação, destacando a importância de conhecer o currículo e o contexto educativo, o processo de seleção de tarefas, a criação de interações entre os alunos e de contextos favoráveis à argumentação e a introdução de conteúdos matemáticos através de tarefas de investigação.

Nos dias de hoje, o professor ganhou novas responsabilidades e funções, é necessário que o docente deixe de pensar apenas em transmitir conhecimentos e comece a pensar em formar pessoas. Novos desafios e mudanças são exigidos aos professores, quer na capacidade de acompanhar as mudanças da sociedade quer ao nível do desenvolvimento curricular (GTI - Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.), 2010).

A educação não pode apenas propiciar instrução e informação, educar consiste em fazer despertar as potencialidades criativas do aluno, em ajudá-lo a dotar-se de capacidades próprias, forjando nele atitudes de tolerância e entendimento que lhe permitam e ajudem a desenvolver a sua própria aprendizagem (Associação de Professores de Matemática, 2009). O futuro exige que o aluno saia da escola mobilizado para exercer a crítica com fundamento e assim, optar livre e responsável por aqueles valores que são os alicerces de um desenvolvimento pessoal integrado e comprometido. Com esse fim, a verdadeira aprendizagem matemática não se pode resumir à mera aquisição de conhecimentos, é fundamental uma superação do modelo tradicional passivo e mecânico do ensino da Matemática, por meio de uma aprendizagem vivencial que não tem limites e que permite ao educando um tipo de aprendizagem muito mais profundo, oferecendo-lhe a oportunidade de melhorar enquanto homem e construir o seu próprio caminho.

Em suma, considero que na educação, o professor educador deve ajudar os discentes a serem livres e não a “dominá-los”. É necessário que a educação se centre em ajudar os jovens a serem donos das suas ações e responsáveis das suas consequências. O ensino

de Matemática também para isso deve contribuir, indo além da mera transmissão dos conteúdos matemáticos e ao encontro da reflexão e da capacidade crítica. É necessário que o professor de Matemática seja um sujeito de espírito aberto, em constante formação, sem receio de enfrentar riscos ao lançar-se a novos horizontes e ao expor-se ao desconhecido. A sala de aula deve ser transformada num lugar de experimentação, de desprendimento, de abertura, de acolhimento e de escuta, na qual o aluno deve estar aberto a novas aprendizagens, a discutir e a pensar também no seu próprio processo de aprendizagem.

No decorrer da PES, tentei que os alunos entendessem que o ensino de Matemática deve ser proporcionado a todos, compreendendo as diferenças e as semelhanças entre cada um de nós, promovendo a igualdade de oportunidades, não no sentido de dar o mesmo a todos mas antes, dar a cada um aquilo de que necessita (Associação de Professores de Matemática, 2009). Para isso, insisti em comportamentos dirigidos a banir qualquer forma de separação do diferente pelo simples facto de ser distinto, por exemplo, através da integração dos alunos em trabalhos de pares ou grupos. Procurei também empreender uma atitude inovadora e criativa que me permitisse criar um ambiente agradável e participativo dentro da sala de aula de Matemática.

Igualmente importante, a reflexão deve ser considerada uma ação imprescindível na prática de qualquer docente que permite melhorar o desempenho e a prática enquanto educador na sociedade atual. Através destes momentos o professor pode realizar o balanço da atividade desenvolvida, identificando os pontos fortes e os pontos fracos na procura de uma melhoria (Menezes & Ponte, 2006).

Hoje, no trabalho que realizo com os meus formandos, já executei várias alterações fruto da reflexão que faço sobre as aulas que leciono. Ao longo das sessões a resolução de problemas é uma constante, o trabalho é quase sempre realizado a pares ou em grupo, o raciocínio foi valorizado e a discussão promovida. Os próprios formandos trazem situações problemáticas do quotidiano para apresentar aos colegas o que lhes permite relacionar a Matemática com a realidade. Também os jogos e as situações matemáticas que os formandos denominam por «quebra-cabeças», são apreciados pelos adultos. Comecei ainda a utilizar o erro como promotor de aprendizagens e senti que esta ideia é mais aceite nos grupos de adultos que nas turmas onde realizei a PES, penso que talvez pela própria experiência de vida e também por não existir a preocupação de ser «gozado» pelo colega. Sinto-me orgulhosa quando os meus adultos dizem

“Professora, se na minha altura me tivessem ensinado a Matemática assim... Não tinha desistido desta disciplina!”.

Terminada a PES, comprehendi a necessidade de ser eu própria a responsável pelo meu desenvolvimento profissional, concebendo-o como algo dinâmico e em constante construção, que me permite evoluir enquanto professora. É essencial continuar a investigar e a refletir nos problemas e dificuldades que se apresentam no dia-a-dia na escola, a questionar e a avaliar a minha prática com a finalidade de melhorar a minha atuação e o meu contributo enquanto professora das futuras gerações adultas.

Confesso também que o receio que sentia inicialmente não desapareceu nem sei se alguma vez desaparecerá. Não considero contudo que este receio seja restritivo, talvez pelo contrário seja até bastante positivo. O receio faculta-me a oportunidade de o enfrentar, de confirmar o quanto sou corajosa em encarar uma sala de aula e todos os imprevistos que daí podem advir. Muitas situações podem acontecer, umas produtivas, outras desastrosas, outras até engraçadas. Cabe-me a mim ter o discernimento necessário para gerir todos estes momentos, de motivar o querer aprender, de ajudar a ultrapassar as dificuldades, de criar uma atitude favorável face à Matemática. Em suma, cabe-me a mim ser professora e, acima de tudo, orgulhar-me de o ser, desejando que, no futuro, a minha aula não se torne “apenas uma outra aula de Matemática” e eu não me transforme apenas numa outra professora de Matemática. Ambiciono que o processo de ensino-aprendizagem por mim construído seja de interação e de partilha de conhecimentos entre ambas as partes, proporcionando as condições necessárias para que cada aluno aprenda por si mesmo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Associação de Professores de Matemática. (2009). *Renovação do Currículo de Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Azcárate, P., & Castro, L. (2006). La evolución de las ideas profesionales y la reflexión: Un binómio necesario. *Quadrante*, XV (33-64).
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). *Promoting mathematical communication in the classroom: two preservice teachers' conceptions and practices*. Obtido em 14 de 02 de 2012, de www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/textos/Brendefur-Frykholm%202000.pdf
- Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Canavarro, A. P. (2011). *Tarefas Exploratórias*. Obtido em 30 de Março de 2012, de <http://dspace.uevora.pt/>
- Grupo de Trabalho T3. (2002). *Funções no 3.º ciclo com tecnologia*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- GTI - Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.) (2010). *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Matos, J. F. (1995). *Modelação Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Menezes, L., & Ponte, J. P. (2006). Da reflexão à investigação: percursos de desenvolvimento profissional de professores do 1.º ciclo na área de Matemática. *Quadrante*, XV (3-32).
- Ministério da Educação - Departamento do Ensino Secundário. (1997). *Brochura Didáctica*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2010a). *Brochura Funções e Equações*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2010b). *Brochura Teorema de Pitágoras*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (1997). *Programa de Matemática B*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- NCTM. (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

- Ponte, J. P. (1998). *Da formação ao desenvolvimento profissional*. Obtido em 12 de Março de 2012, de Repositório da Universidade de Lisboa: <http://repositorio.ul.pt>
- Ponte, J. P. (2005). *Gestão Curricular em Matemática*. Obtido em 12 de Março de 2012, de Repositório da Universidade de Lisboa: <http://repositorio.ul.pt>
- Ponte, J. P., & Canavarro, A. P. (1997). *Matemática e Novas Tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2009). O Novo Programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança. *Educação e Matemática*, 105, 2-6.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2006). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Rey, C., Penalva, C., & Llinares, S. (2006). Aprendizaje colaborativo y formación de asesores en matemáticas: Análisis de un caso. *Quadrante*, XV, 95-120.
- Santos, L. (2002). *Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como?* Obtido em 23 de Março de 2012, de Repositório da Universidade de Lisboa: <http://repositorio.ul.pt>

ANEXOS

I. Questionário aplicado

FICHA BIOGRÁFICA

ALUNO/AGREGADO FAMILIAR

Nome: _____ Idade: _____

Data de nascimento: ____ / ____ / ____ Nacionalidade: _____

Código postal da tua residência: _____

Parentesco	Idade	Habilidades literárias	Profissão

VIDA ESCOLAR

Escola frequentada no ano anterior: _____

Gostas de vir à escola? _____

Quais as disciplinas de que gostas mais? _____

Quais as disciplinas em que tens mais dificuldades? _____

Qual o nível escolar que gostarias de atingir? _____

Qual a profissão que gostarias de exercer? _____

HÁBITOS DE ESTUDO

ESTUDAS:

DIARIAMENTE EM MÉDIA POR DIA... 30 MIN 60 MIN 90 MIN 120 MIN

RARAMENTE

FREQUENTEMENTE

NA VÉSPERA DE TESTES

TENS ALGUÉM QUE TE AJUDA NO ESTUDO? NÃO SIM QUEM? _____

ESTUDAS:

NA ESCOLA EM CASA DE AMIGOS

EM CASA: QUARTO SALA COZINHA OUTRO

FREQUENTAS BIBLIOTECAS E/OU ESPAÇOS MULTIMÉDIA? SIM NÃO

EM CASO AFIRMATIVO INDICA: DA ESCOLA PÚBLICA PARTICULAR

COSTUMAS CONVERSAR EM CASA SOBRE A ESCOLA? SIM NÃO

AS CONVERSAS SÃO: FREQUENTES RARAS SÓ NO FIM DO PERÍODO

TENS COMPUTADOR EM CASA? SIM NÃO

EM CASO AFIRMATIVO TEM LIGAÇÃO À INTERNET? SIM NÃO

SAÚDE

ASSINALA SE FOR O CASO

DIFICULDADES: VISUAIS AUDITIVAS MOTORAS DE LINGUAGEM OUTRAS _____

DOENÇA(S) FREQUENTE(S) _____

TOMAS HABITUALMENTE MEDICAMENTOS? NÃO SIM

Nº DE HORAS QUE COSTUMAS DORMIR DIARIAMENTE DURANTE A SEMANA: MENOS DE 7 ENTRE 7 E 9 MAIS DE 9

Nº DE HORAS QUE COSTUMAS DORMIR DIARIAMENTE AO FIM DE SEMANA: MENOS DE 7 ENTRE 7 E 9 MAIS DE 9

OCUPAÇÃO DOS TEMPOS LIVRES / ACTIVIDADES

VER TELEVISÃO LER CONVERSAR PASSEAR OUVIR MÚSICA APRENDER MÚSICA

APRENDER DANÇA COMPUTADOR/INTERNET IR AO CINEMA PRATICAR DESPORTO QUAL? _____

II. Resultados obtidos nos inquéritos

Escola Básica André de Resende

- Alunos

Idade	Sexo		Total
	Feminino	Masculino	
13	13	5	9
14	7	7	14
15	1	1	2
Total	13	12	25

Tabela 1: Sexo/Idade dos alunos

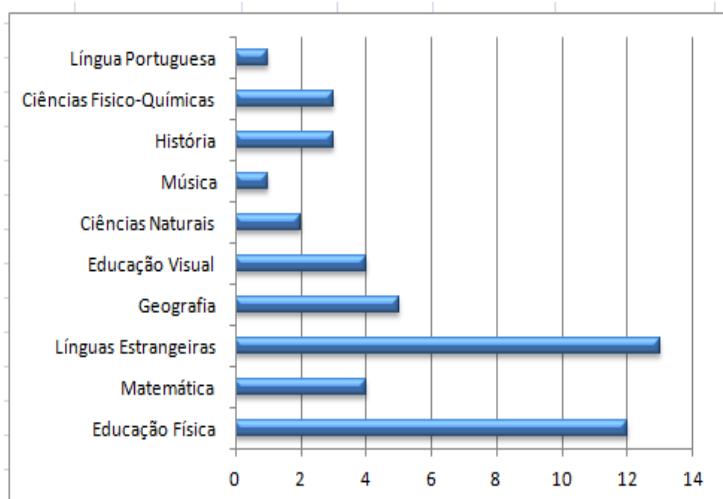


Gráfico 1: Disciplinas preferidas

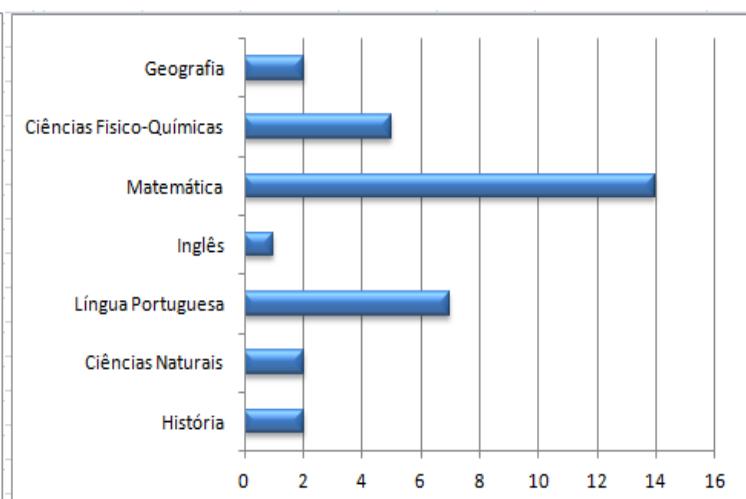


Gráfico 2: Disciplinas mais difíceis

- Expetativas futuras dos alunos

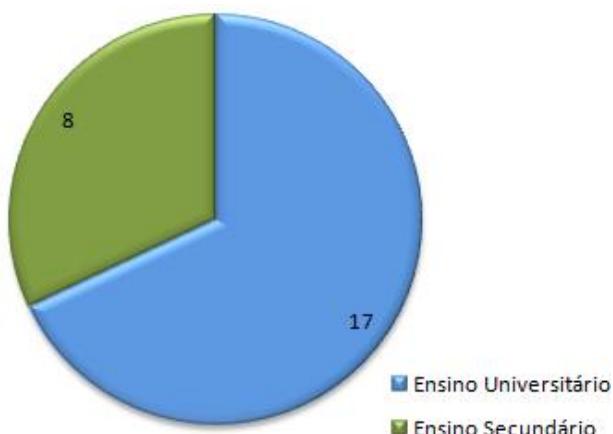


Gráfico 3: Ambições futuras a nível de ensino

■ Agregado familiar dos alunos



Gráfico 4: Agregado familiar

Situação Profissional		
	Empregado	Desempregado
Pai	22	1
Padrasto	1	0
Tio	1	0
Total	24	1
Percentagem	96%	4%

Situação Profissional			
	Empregado	Desempregado	Reformada
Mãe	23	1	0
Tia	0	0	1
Total	23	1	1
Percentagem	92%	4%	4%

Tabelas 2 e 3: Situação Profissional do Agregado

	Escolaridade					
	Ensino Básico 1.º Ciclo	Ensino Básico 2.º Ciclo	Ensino Básico 3.º Ciclo	Ensino Secundário	Ensino Universitário	Não respondeu
Pai	2	3	4	2	9	3
Padrasto	0	0	0	1	0	0
Tio	1	0	0	0	0	0
Total	3	3	4	3	9	3

	Escolaridade					
	Ensino Básico 1.º Ciclo	Ensino Básico 2.º Ciclo	Ensino Básico 3.º Ciclo	Ensino Secundário	Ensino Universitário	Não respondeu
Mãe	0	0	7	6	8	3
Tia	1	0	0	0	0	0
Total	1	0	7	6	8	3

Total	4	3	11	9	17	6
Percentagem	8%	6%	22%	18%	34%	12%

Tabelas 4 e 5: Habilidades literárias

Escola Secundária Gabriel Pereira

- Alunos

		Sexo		Total
Idade	Feminino	Masculino		
16	4	0		4
17	4	0		4
18	0	1		1
20	1	0		1
Total	9	1		10

Tabela 6: Sexo/Idade dos alunos

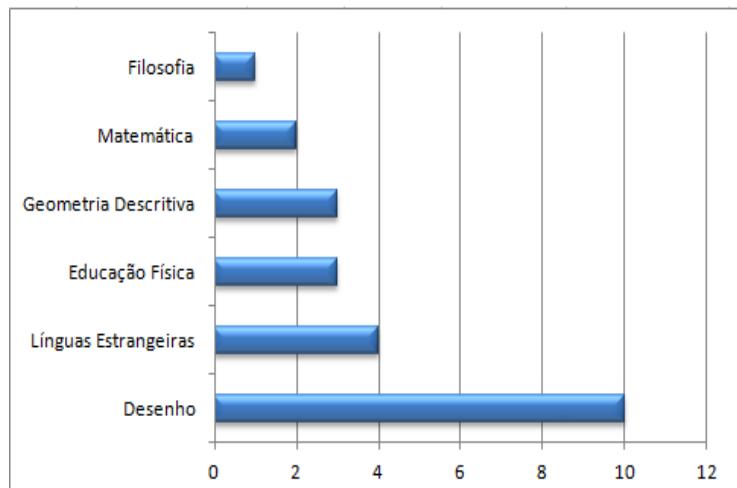


Gráfico 5: Disciplinas preferidas

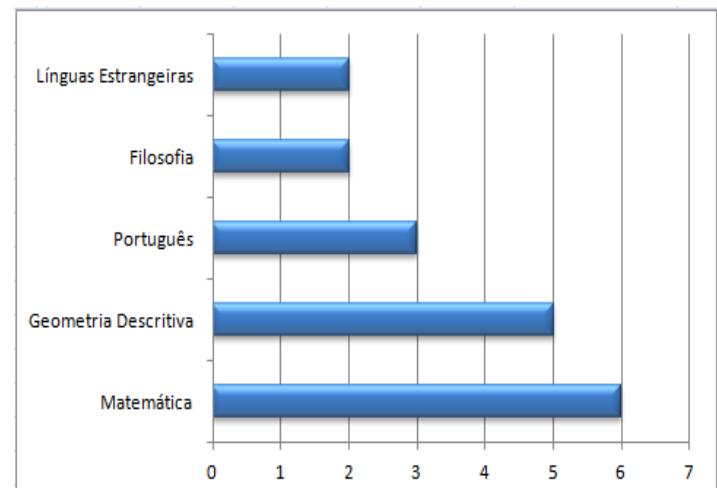


Gráfico 6: Disciplinas mais difíceis

- Expectativas futuras dos alunos

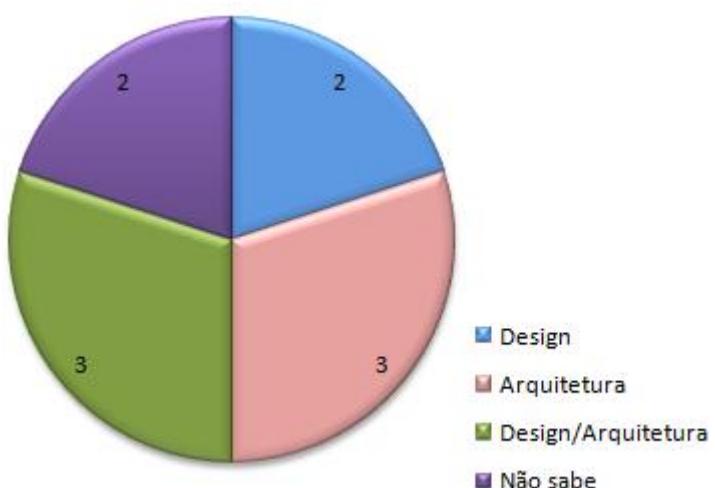
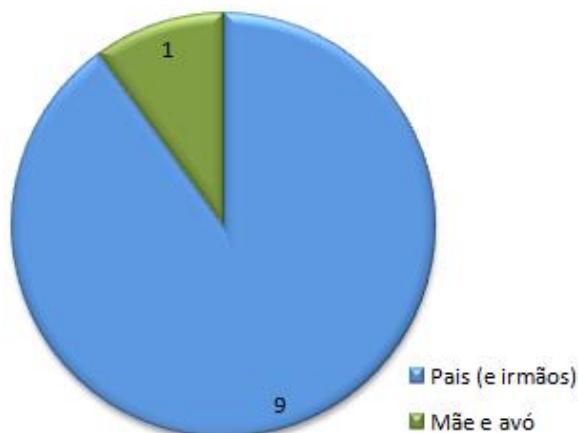


Gráfico 7: Ambições futuras a nível profissional

■ Agregado familiar dos alunos



Situação Profissional		
	Empregado	Desempregado
Pai	8	0
Mãe	9	1
Total	17	1
Percentagem	90%	5%
	5%	5%

Tabela 7: Situação Profissional do Agregado

Gráfico 8: Agregado familiar

Escolaridade					
	Ensino Básico 1º Ciclo	Ensino Básico 2.º Ciclo	Ensino Básico 3.º Ciclo	Ensino Secundário	Ensino Universitário
Pai	1	3	0	1	4
Mãe	0	0	4	0	6
Total	1	3	4	1	10
Percentagem	5%	16%	21%	5%	53%

Tabela 8: Habilidades literárias dos pais

III. Planificação a longo prazo

**ESCOLA SECUNDÁRIA GABRIEL PEREIRA
PLANIFICAÇÃO ANUAL – 11º ANO MATEMÁTICA B**

Ano lectivo 2010 / 2011

CURSO CIENTÍFICO-HUMANÍSTICO DE ARTES VISUAIS

PLANIFICAÇÃO ANUAL

Período Lectivo	Conteúdos programáticos	Nº de aulas previstas
1º 13 / 09 / 2010 a 18 / 12 / 2010	Movimentos periódicos e Funções trigonométricas (continuação) - Relações entre razões trigonométricas; - Coordenadas polares; - Resolução de equações trigonométricas simples; - Funções seno, co-seno e tangente. Movimentos não lineares - Investigação das características das funções racionais. - Modelação de situações envolvendo fenómenos não periódicos. - Modelação de situações envolvendo variações de uma função: Taxa de variação. Modelos de Probabilidade: - Introdução ao cálculo de probabilidades; - Modelos de probabilidade; ACTIVIDADES DE SÍNTSE E AVALIAÇÃO	39
2º 3 / 01 / 2011 a 3 / 04 / 2011	Modelos Discretos (Sucessões) - Conceito de sucessão; - Métodos para definir uma sucessão; - Sucessões monótonas, sucessões limitadas; - Progressões (aritméticas e geométricas). Modelos Contínuos não lineares - Função exponencial e crescimento exponencial; - Função logarítmica; - Regras operatórias e aplicações concretas de exponenciais e logaritmos; ACTIVIDADES DE SÍNTSE E AVALIAÇÃO	40
3º 26 / 04 / 2011 a 9 / 06 / 2011	- Equações exponenciais e logarítmica; - Modelo logístico. Problemas de Optimização - Aplicação das taxas de variação; - Programação linear. ACTIVIDADES DE SÍNTSE E AVALIAÇÃO	20
Nota: Esta planificação é susceptível de pequenas alterações em função do ritmo/rendimento de cada turma.		
Os momentos de avaliação serão como estipulados no Critério de Avaliação Geral da escola e respectivo Critério Específico de Avaliação de Secção de Matemática.		

IV. Planificação a médio prazo - EBIAR

TÓPICO	EQUAÇÕES			SUB -TÓPICO	EQUAÇÕES LITERAIS		
OBJECTIVOS ESPECÍFICOS	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Resolver equações literais em ordem a uma das letras. 						
DESIGNAÇÃO	APRENDIZAGENS VISADAS	CAPACIDADES TRANSVERSAIS	CONHECIMENTOS PRÉVIOS	ESTRATÉGIAS	DURAÇÃO PREVISTA	RECURSOS	AVALIAÇÃO
Tarefa 1 Equações literais	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Resolver equações literais em ordem a uma das letras. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Raciocínio matemático ▪ Comunicação matemática ▪ Resolução de problemas 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Noção de equação e solução de uma equação ▪ Resolução de equações do 1º grau a uma incógnita 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Esta matéria surge após o trabalho no tópico Funções e Equações onde foram resolvidas equações do primeiro grau. ▪ Na tarefa 1, os alunos começam por aprender a resolver equações literais em ordem a uma das letras e a calcular o valor de uma das variáveis atribuindo um valor à outra. ▪ Propõe-se que os alunos trabalhem a pares ou em trabalho de grupo. 	1 bloco de 90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Calculadora ▪ Quadro e giz ▪ Papel e Lápis ▪ Fichas de trabalho 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observação directa do trabalho em sala de aula; ▪ Trabalhos realizados na aula, individualmente ou em grupo; ▪ Exposições orais; ▪ Tabela de observação.
Tarefa 2 Planejar escadas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Resolver equações literais em ordem a uma das letras. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Raciocínio matemático ▪ Comunicação matemática ▪ Resolução de problemas 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Noção de equação e solução de uma equação ▪ Resolução de equações do 1º grau a uma incógnita ▪ Resolução de equações literais em ordem a uma das letras ▪ Resolução de sistemas de equações pelo método de substituição 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Propõe-se a resolução de equações literais como $F = \frac{9}{5}C + 32$ em ordem a C. ▪ Com a tarefa 2 pretende-se que os alunos consolidem os conhecimentos sobre resolução de equações literais em ordem a uma das letras. ▪ Salienta-se a conexão que a tarefa 2 faz com os sistemas de equações. 	1 blocos de 90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Calculadora ▪ Quadro e giz ▪ Papel e Lápis ▪ Fichas de trabalho 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observação directa do trabalho em sala de aula; ▪ Trabalhos realizados na aula, individualmente ou em grupo; ▪ Exposições orais; ▪ Tabela de observação.

TÓPICO	EQUAÇÕES			SUB -TÓPICO	OPERAÇÕES COM POLINÓMIOS		
OBJECTIVOS ESPECÍFICOS	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Simplificar expressões algébricas ▪ Efectuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação ▪ Compreender e utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios 						
DESIGNAÇÃO	APRENDIZAGENS VISADAS	CAPACIDADES TRANSVERSAIS	CONHECIMENTOS PRÉVIOS	ESTRATÉGIAS	DURAÇÃO PREVISTA	RECURSOS	AVALIAÇÃO
Tarefa 3 Simplificando expressões algébricas Ficha de consolidação 1	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Simplificar expressões algébricas ▪ Efectuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação ▪ Factorizar polinómios (põe em evidência os factores comuns) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Raciocínio matemático ▪ Comunicação matemática ▪ Resolução de problemas 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Determinar o termo geral de uma sequência ▪ Simplificar expressões algébricas que envolvam a adição de monómios 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Esta matéria surge no seguimento da resolução de equações literais em ordem a uma das letras e da resolução de sistemas pelo método de substituição. ▪ Na tarefa 3, os alunos aprendem a simplificar expressões algébricas e a efectuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação. Esta tarefa aparece no contexto das "Sequências" tendo por base um estudo já amplamente abordado pelos alunos, visando um aprofundamento encadeado e contextualizado dos conhecimentos. 	2 blocos de 90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Calculadora ▪ Quadro e giz ▪ Papel e Lápis ▪ Fichas de trabalho 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observação directa do trabalho em sala de aula; ▪ Trabalhos realizados na aula, individualmente ou em grupo; ▪ Exposições orais; ▪ Tabela de observação.
				<ul style="list-style-type: none"> ▪ Determinar termos de uma sequência ▪ Determinar o termo geral de uma sequência ▪ Simplificar expressões algébricas muito simples ▪ Noção de expressões algébricas equivalentes ▪ Operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação 			
Tarefa 4 O quadrado de um binómio Ficha de consolidação 2	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Compreender e utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Raciocínio matemático ▪ Comunicação matemática ▪ Resolução de problemas 		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Propõe-se a simplificação de expressões como $x - (4 - 2x)$ e $-x^2 - x + 3x^2$ ▪ Propõe-se a adição algébrica e a multiplicação de polinómios como: <ul style="list-style-type: none"> i) $2x - 1$ e $3x + 2$ ii) $x + 2$ e $x^2 - 3x + 2$ ▪ Na tarefa 4 os alunos tomam contacto com o desenvolvimento do quadrado de um binómio. ▪ Com a tarefa 5 pretende-se que os alunos descubram, compreendam e utilizem o caso notável da multiplicação - diferença de quadrados. 	1 bloco de 90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Quadro e giz ▪ Papel e Lápis ▪ Fichas de trabalho 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observação directa do trabalho em sala de aula; ▪ Trabalhos realizados na aula, individualmente ou em grupo; ▪ Exposições orais; ▪ Tabela de observação.
				<ul style="list-style-type: none"> ▪ Os alunos devem utilizar os casos notáveis da multiplicação de polinómios. Por exemplo: 			
Tarefa 5 A diferença de quadrados	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Compreender e utilizar o caso notável da multiplicação - diferença de 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Raciocínio matemático ▪ Comunicação matemática ▪ Resolução de 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Usar o caso notável da multiplicação - quadrado de um binómio 		1 bloco de 90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Quadro e giz ▪ Papel e Lápis ▪ Fichas de trabalho 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observação directa do trabalho em sala de aula; ▪ Trabalhos realizados na aula,

DESIGNAÇÃO	APRENDIZAGENS VISADAS	CAPACIDADES TRANSVERSAIS	CONHECIMENTOS PRÉVIOS		DURAÇÃO PREVISTA	RECURSOS	AVALIAÇÃO
Ficha de consolidação 3	quadrados	problemas		$87^2 = (80 + 7)^2 =$ $= 80^2 + 2 \times 80 \times 7 + 7^2$ $(x + 3)^2 - 4 = (x + 3)^2 - 2^2 =$ $= (x + 5)(x + 1)$			individualmente ou em grupo; ▪ Exposições orais; ▪ Tabela de observação.
Tarefa 6 Os truques do João	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios tanto no cálculo numérico como na factorização de polinómios 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Raciocínio matemático ▪ Comunicação matemática 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Compreender e usar os casos notáveis da multiplicação de binómios 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Na tarefa 6 os alunos utilizam os casos notáveis da multiplicação de binómios tanto no cálculo numérico como na factorização de polinómios. ▪ Pretende-se também que os alunos percebam que a utilização dos casos notáveis da multiplicação de binómios facilita o cálculo numérico e que compreendam que os casos notáveis da multiplicação de binómios são úteis na sua factorização. ▪ As fichas de consolidação são um meio complementar para os alunos consolidarem a matéria abordada. 	1 bloco de 90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Quadro e giz ▪ Papel e Lápis ▪ Fichas de trabalho 	Observação directa do trabalho em sala de aula; ▪ Trabalhos realizados na aula, individualmente ou em grupo; ▪ Exposições orais; ▪ Tabela de observação.
Ficha de consolidação 4	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilizar o caso notável da multiplicação - diferença de quadrados ▪ Utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios tanto no cálculo numérico como na factorização de polinómios 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Raciocínio matemático ▪ Comunicação matemática 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Compreender e usar os casos notáveis da multiplicação de binómios 		1 bloco de 90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Quadro e giz ▪ Papel e Lápis ▪ Fichas de trabalho 	Observação directa do trabalho em sala de aula; ▪ Trabalhos realizados na aula, individualmente ou em grupo; ▪ Exposições orais; ▪ Tabela de observação.

TÓPICO	EQUAÇÕES			SUB -TÓPICO	EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU A UMA INCÓGNITA INCOMPLETAS		
OBJECTIVOS ESPECÍFICOS	▪Resolver equações do 2º grau (incompletas) a uma incógnita						
DESIGNAÇÃO	APRENDIZAGENS VISADAS	CAPACIDADES TRANSVERSAIS	CONHECIMENTOS PRÉVIOS	ESTRATÉGIAS	DURAÇÃO PREVISTA	RECURSOS	AVALIAÇÃO
Tarefa 7 Equações do 2º grau a uma incógnita Lei do anulamento do produto Ficha de consolidação 5	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Resolver equações do 2º grau utilizando a decomposição de polinómios em factores e a lei do anulamento do produto 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Raciocínio matemático ▪ Comunicação matemática ▪ Resolução de problemas 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Casos notáveis da multiplicação de binómios ▪ Factorização de polinómios ▪ Equações do 1º grau a uma incógnita 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ A resolução de equações do 2º grau começa pelas equações incompletas. ▪ Na tarefa 7 pretende-se que os alunos resolvam equações de segundo grau usando a decomposição em factores e a lei do anulamento do produto. 	2 blocos de 90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Quadro e giz ▪ Papel e Lápis ▪ Fichas de trabalho 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observação directa do trabalho em sala de aula; ▪ Trabalhos realizados na aula, individualmente ou em grupo; ▪ Exposições orais; ▪ Tabela de observação.
Tarefa 8 Problemas e equações do 2º grau a uma incógnita	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Resolver equações do 2º grau ▪ Resolver problemas 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Raciocínio matemático ▪ Comunicação matemática ▪ Resolução de problemas 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Interpretação de sequências numéricas ▪ Casos notáveis da multiplicação de binómios ▪ Factorização de polinómios ▪ Equações do 1º grau a uma incógnita ▪ Resolução de equações do 2º grau a uma incógnita pela factorização de polinómios e pela lei do anulamento do produto 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Na tarefa 8 os alunos resolver problemas e equações de segundo grau confrontando-se, pela primeira vez, com equações do tipo $x^2 = a$. ▪ Resolvem-se e formulam-se problemas envolvendo equações do 2º grau 	1 blocos de 90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Quadro e giz ▪ Papel e Lápis ▪ Fichas de trabalho 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observação directa do trabalho em sala de aula; ▪ Trabalhos realizados na aula, individualmente ou em grupo; ▪ Exposições orais; ▪ Tabela de observação.

ESCOLA BÁSICA INTEGRADA ANDRÉ DE RESENDE

Matemática 8º Ano

Ano Lectivo 2010/2011

Lições nº	67 e 68	Data	25/01/2011	Duração	1 Bloco (90 min)
Tema	Álgebra				
Tópico	Funções				
Sumário	Conclusão da resolução da tarefa “Funções afins”. Sistemas de duas equações.				

Conhecimentos Prévios

- Compreender o conceito de função como relação entre variáveis e como correspondência entre dois conjuntos, e utilizar as suas várias notações;
- Analisar uma função a partir das suas representações;
- Identificar e assinalar pares ordenados no plano cartesiano;
- Compreender os conceitos de razão, proporção e constante de proporcionalidade;
- Compreender as noções de equação e de solução de uma equação;
- Identificar equações equivalentes;
- Compreender o efeito da variação do parâmetro k na representação gráfica de funções definidas por $y = kx, k > 0$ ou $k < 0$;
- Compreender o efeito da variação dos parâmetros a e b na representação gráfica de funções definidas por $y = ax + b$, sendo a e b números reais;

Objectivos

- Analisar uma função a partir das suas representações;
- Representar informação, ideias e conceitos matemáticos de diversas formas;
- Representar gráfica e algebricamente funções lineares;
- Interpretar a variação de uma função representada por um gráfico, indicando intervalos onde a função é crescente, decrescente ou constante;
- Relacionar as funções linear e afim;
- Formular e testar conjecturas;
- Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos;
- Representar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas;
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos;
- Interpretar graficamente as soluções de um sistema de equações;
- Reconhecer, a partir de representações gráficas, sistemas possíveis (determinados e indeterminados) e impossíveis.

Capacidades Transversais

- Resolução de problemas;
- Comunicação matemática.

Tarefas

- Funções afins;
- Sistemas de duas equações.

Material

- Tarefas
- Lápis, borracha
- Computador e videoprojector
- AGD

Questões essenciais a colocar aos alunos

- Quais são as características de um gráfico de uma função de proporcionalidade directa?
- Quais são as características de um gráfico de uma função de função afim?
- Qual a influência dos parâmetros k e b no gráfico de uma função afim do tipo $y = kx + b$?
- Como é que verificamos se um par é solução de uma equação?
- Quando duas rectas têm um ponto comum, o que representa esse ponto para as equações?
- E se as duas rectas forem paralelas, qual será o significado geométrico das soluções de um sistema?
- O que têm em comum duas rectas paralelas?
- Quando as duas rectas são coincidentes, qual será o significado geométrico das soluções de um sistema?

Fases da aula

Para iniciar a aula, procurarei envolver os alunos no trabalho, propondo-lhes a conclusão da tarefa “Funções afins”.

Com as questões 3, 4, 5 e 6 pretende-se relembrar as características de um gráfico de uma função de proporcionalidade directa, assim como, relacionar os parâmetros b e k com a inclinação da recta em relação ao eixo dos xx e a ordenada na origem do gráfico da função. Desta forma verificarei se os alunos atingiram as aprendizagens visadas nas aulas anteriores.

Iniciaremos a aula com a correcção do trabalho de casa (Questões 3 e 4). Na questão 3, os alunos terão de recorrer às propriedades dos gráficos das funções de proporcionalidade directa e das propriedades dos gráficos das funções afins para resolver a questão. Para realizarmos a correcção, escolherei alguns alunos para irem explicar o raciocínio que seguiram para resolverem a questão. Para isso, os alunos poderão recorrer ao AGD Geogebra para verificarem a posição da recta cuja expressão definiram.

Na questão 4 os alunos terão de se basear novamente nas propriedades dos gráficos das funções lineares, assim como na relação que existe entre o parâmetro k e a monotonia da função. Mais uma vez, os alunos recorrerão ao AGD Geogebra para verificar as respostas, assim como justificarão oralmente as respectivas escolhas.

Passaremos depois à resolução das questões 5 e 6. Em todas as questões os alunos irão trabalhar a pares.

Enquanto os alunos resolvem as questões irei circular na sala dando apoio aos alunos sempre que necessário.

Na questão 5 os alunos terão que escrever a expressão algébrica das funções afins representadas nos gráficos. De seguida, confirmaremos as expressões encontradas representando os respectivos gráficos com recurso ao AGD Geogebra.

Na questão 6, a correcção da expressão algébrica e respectivo gráfico será feita no AGD onde os alunos verificarão se o gráfico encontrado contém os pontos A e B .

Darei de seguida início à realização da tarefa “Sistemas de duas equações”.

Com esta tarefa pretende-se que os alunos interpretem geometricamente sistemas de duas equações e dêem significado às suas soluções.

Depois de dado algum tempo para a resolução da 1ª questão no caderno diário proceder-se-á à sua correcção. Para o efeito, dois alunos irão preencher cada uma das tabelas num acetato que

será projectado e na presença deste, outros alunos, com recurso ao Geogebra, irão corrigir as restantes alíneas.

Como síntese final realizar-se-á uma discussão na turma para clarificar o significado geométrico das soluções de um sistema, assim como fazer uma primeira alusão à existência de sistemas impossíveis e sistemas indeterminados com recurso ao Geogebra, relacionando sempre com a posição relativa das rectas.

Gestão do tempo

- Introdução - 5 minutos;
- Conclusão do tarefa “Funções afins” e respectiva discussão - 40 minutos
- Realização do item 1 da tarefa “Sistemas de duas equações” e respectiva discussão - 40 minutos
- Síntese - 5 minutos.

Avaliação

- Grelha de observação

ESCOLA SECUNDÁRIA GABRIEL PEREIRA

Matemática B 11º Ano

Ano Lectivo 2010/2011

Lições nº	72	Data	17/03/2011 18/03/2011	Duração	1 Bloco (90 min)
Tema	Modelos contínuos não lineares				
Subtema	Crescimento logístico				
Sumário	Aplicação dos modelos exponencial e logístico à resolução de problemas em contexto real: A evolução da população portuguesa.				

Conteúdos

- Funções de crescimento não linear;
- Resolução de problemas onde seja necessário escolher o modelo de funções mais adequado à descrição da situação.

Pré-requisitos

- Transformações de funções
- Manuseamento da calculadora gráfica para encontrar valores ou gráficos que respondam a possíveis mudanças nos parâmetros;
- Interpretação de funções

Objectivos

- Utilizar a função exponencial para modelar variados fenómenos estudados noutras disciplinas;
- Utilizar a função logística para modelar variados fenómenos estudados noutras disciplinas;
- Fazer e investigar matemática recorrendo à modelação com uso das tecnologias;
- Elaborar, analisar e descrever modelos para fenómenos reais utilizando modelos de crescimento não linear;
- Entender o uso de funções como modelos matemáticos de situações do mundo real, em particular nos casos em que traduzem situações de crescimento não linear;
- Comunicar oralmente e por escrito as situações problemáticas e os seus resultados.

Material

- Tarefa “Evolução da População Portuguesa”
- Calculadora gráfica
- Computador
- Quadro interativo
- *Viewscreen*

Questões essenciais a colocar aos alunos

- Como evoluiu a população no período de tempo considerado?
- O que terá provocado estas variações?
- Como terá evoluído a população portuguesa no período 1991-2001?
- O que são os CENSOS? Para que servem?
- Qual a vossa previsão para o número da população residente em Portugal em 2011?
- Se a população crescesse exponencialmente o que aconteceria?
- Qual o modelo que melhor se adapta à situação em estudo? Porquê?

Fases da aula

Para iniciar a aula, procurarei envolver os alunos no trabalho, propondo-lhes a realização a pares de uma tarefa de modelação onde irão aplicar conteúdos leccionados nas últimas aulas. Destacarei também a importância de irem apontando os resultados obtidos e o respectivo raciocínio, de modo a auxiliá-los posteriormente, na fase de discussão.

No item 1 pretende-se que os alunos façam a representação gráfica dos dados e que analisem a evolução da população no período de tempo dado.

De seguida, em grande grupo, analisaremos a tabela e verificaremos posteriormente os mesmos resultados no gráfico. Para isso, irei pedir aos alunos que descrevam a evolução da população nos diferentes períodos. Paralelamente, os alunos relacionarão os períodos mais irregulares com momentos da história mundial e de Portugal.

Antes de passarmos ao próximo item, pedirei aos alunos para perspectivarem como será a evolução da população residente em Portugal nos próximos anos, seguindo apenas a intuição.

No item 2, os alunos irão investigar, por experimentação e tendo em conta os dados da tabela, um modelo exponencial e um modelo logístico que descrevam a evolução da população no período de tempo considerado.

Na discussão, os vários grupos irão apresentar os modelos encontrados para posteriormente se escolher os mais adequados. Recorreremos então ao quadro interativo e, se necessário, ao *viewscreen*, para visualizarmos vários gráficos em simultâneo.

No item 3, os alunos irão prever a população para determinados anos utilizando os dois modelos (exponencial e logístico). Pretende-se que os alunos concluam que, embora os modelos apresentados se ajustem aos dados da tabela, nem todos se adaptam à realidade. É importante que os alunos percebam que um dos objectivos da modelação matemática é possibilitar a previsão de valores em situações reais e, para isso é necessário que o modelo seja adequado.

No item 4, os alunos poderão experimentar as diferentes regressões e comparar com os modelos encontrados no item 2 assim como também com os valores reais fornecidos na tabela. Pretende-se contribuir para a percepção do modelo como um descritor geral da situação que permite prever valores intermédios ou futuros.

No decorrer da exploração dos vários itens, circularei pelos vários grupos, verificando se os elementos de cada grupo trocam ideias, formulam questões, fazem conjecturas e registam no caderno o que considerem necessário. Ao deslocar-me pela sala, aproveitarei também para escolher os grupos que considero terem explorações interessantes para discussão.

Com o item 5, cria-se uma possibilidade de os alunos pesquisarem e explorarem dados reais que podem encontrar em vários sites da Internet relacionados com os conteúdos abordados nas últimas aulas.

Gestão do tempo

- Introdução - 5 minutos;
- Item 1 - 20 minutos
- Item 2 - 25 minutos
- Item 3 - 15 minutos
- Item 4 - 20 minutos
- Síntese da aula - 5 minutos

Avaliação

- Grelha de observação



NÚCLEO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA DE MATEMÁTICA

2010/2011





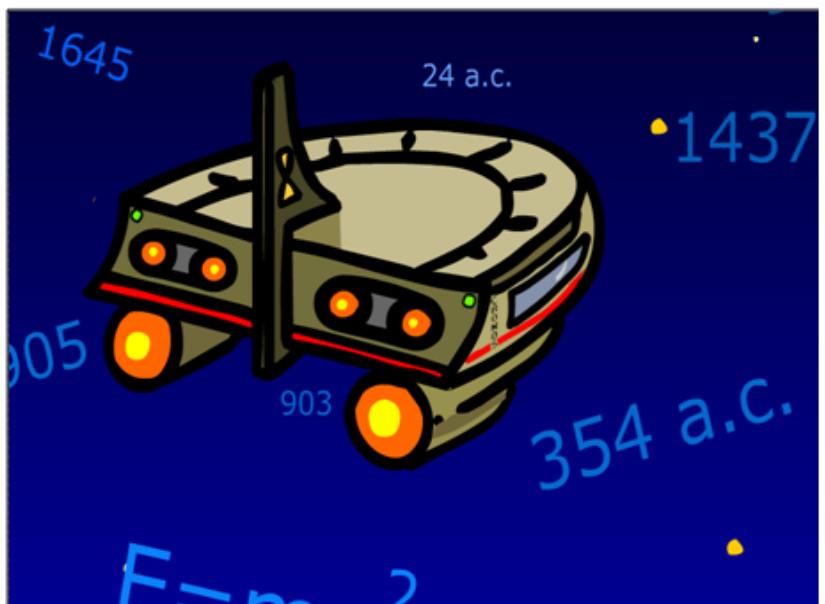
NÚCLEO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA DE MATEMÁTICA

2010/2011

ESCOLA BÁSICA INTEGRADA ANDRÉ DE RESENDE

Matemática 8º Ano

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA



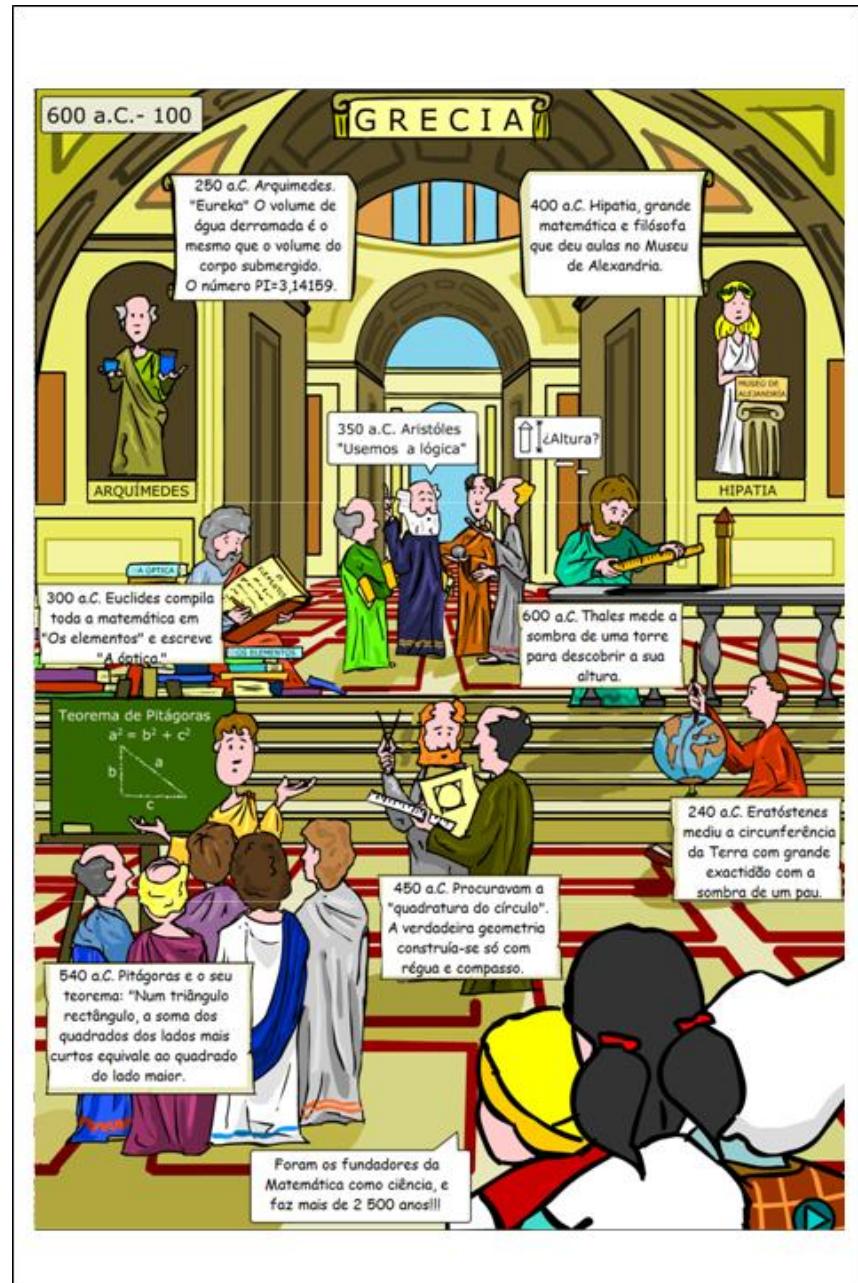
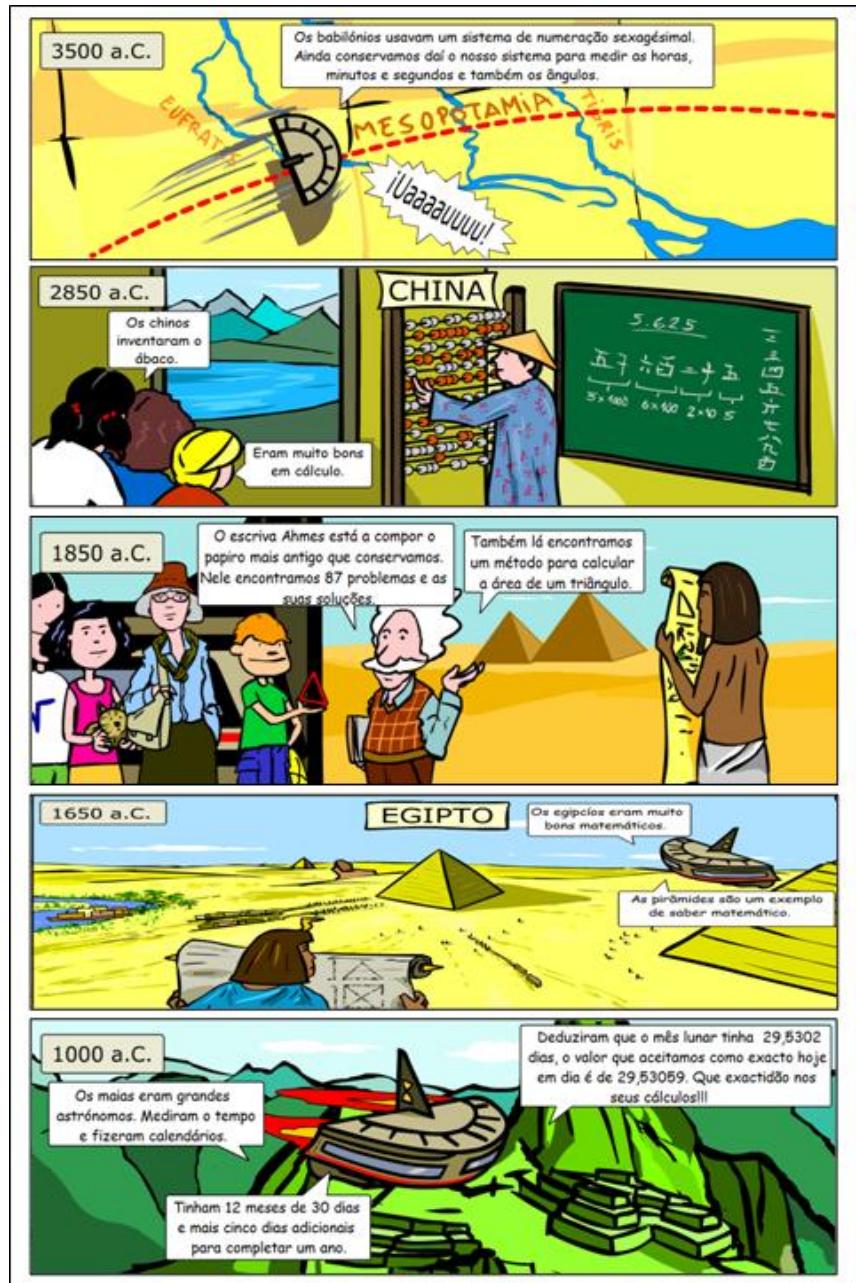
1645 24 a.C.

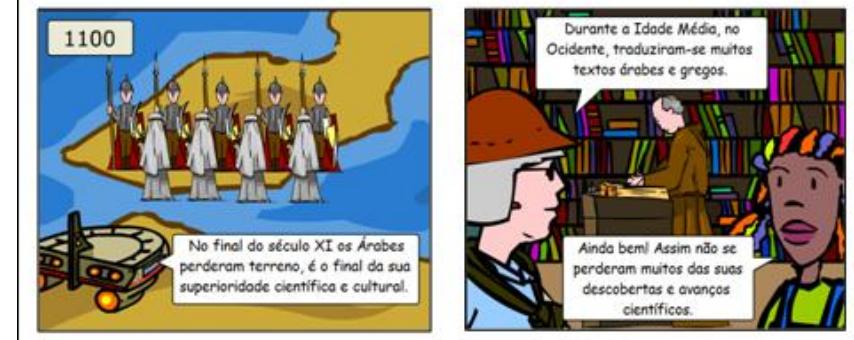
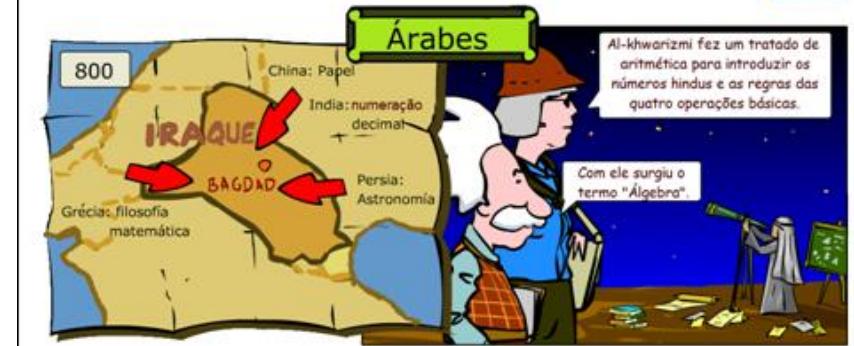
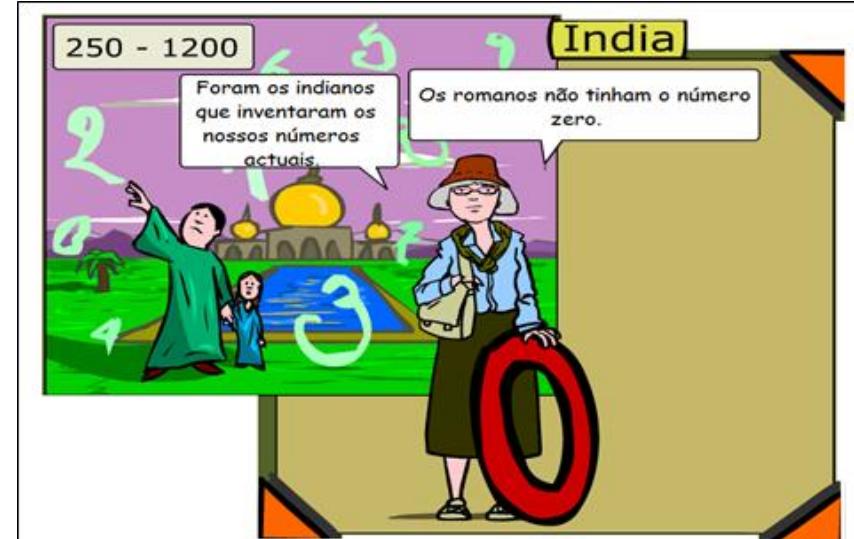
1437 905

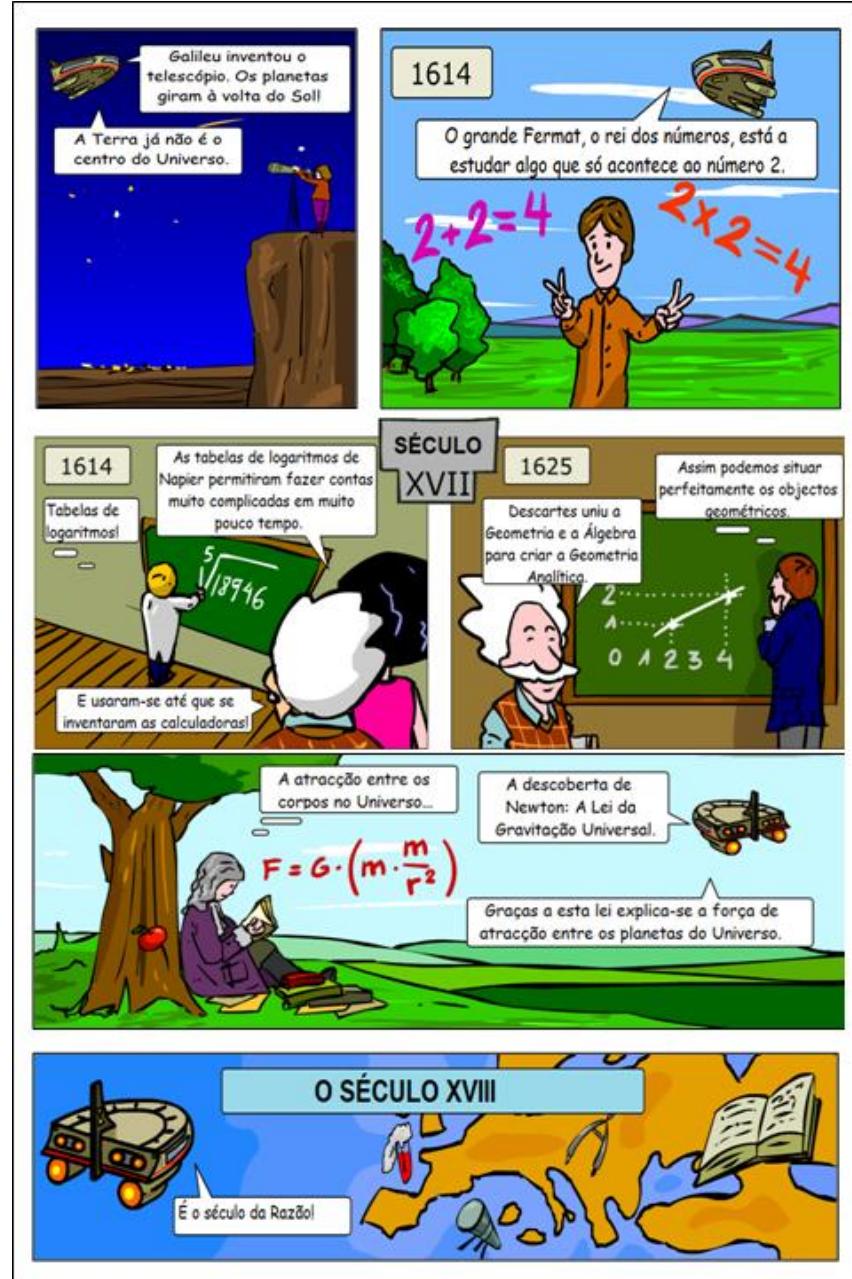
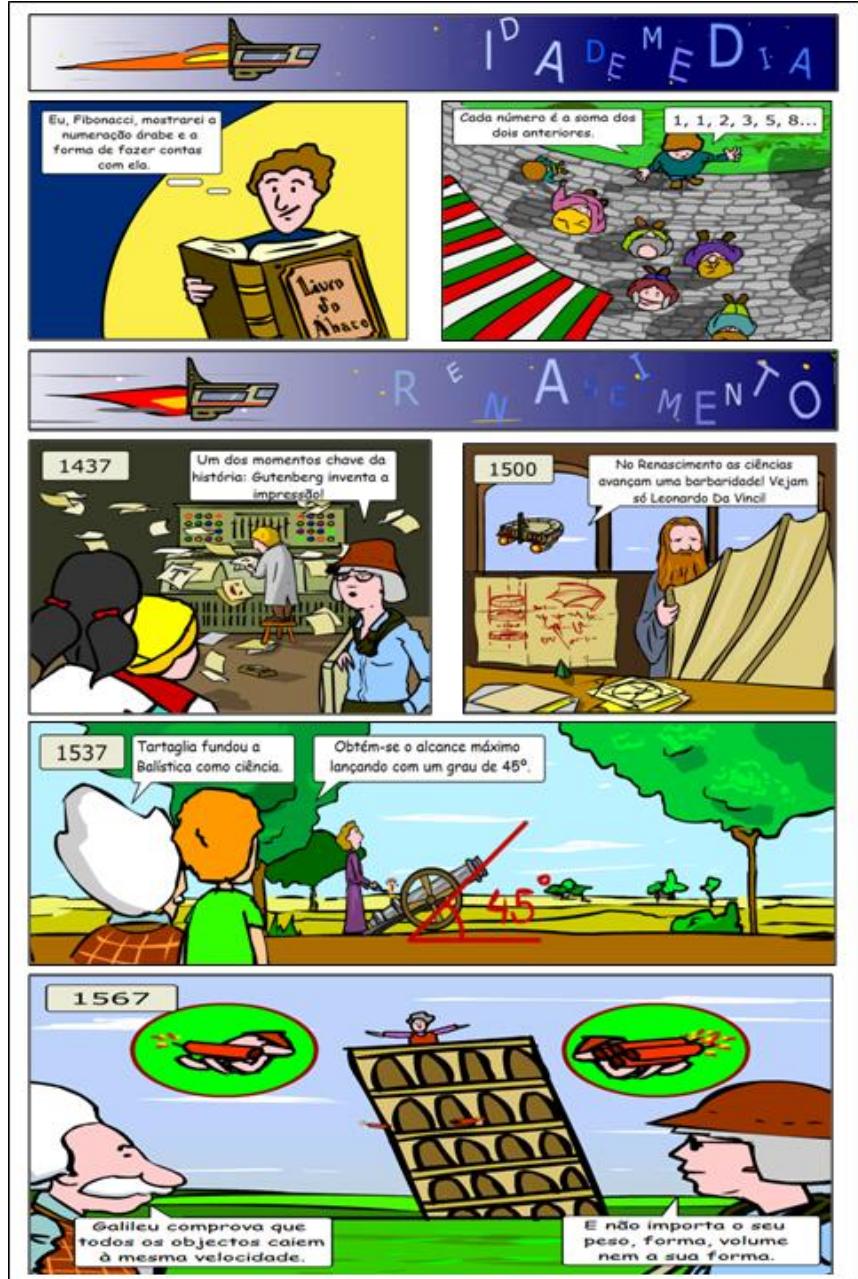
354 a.C.

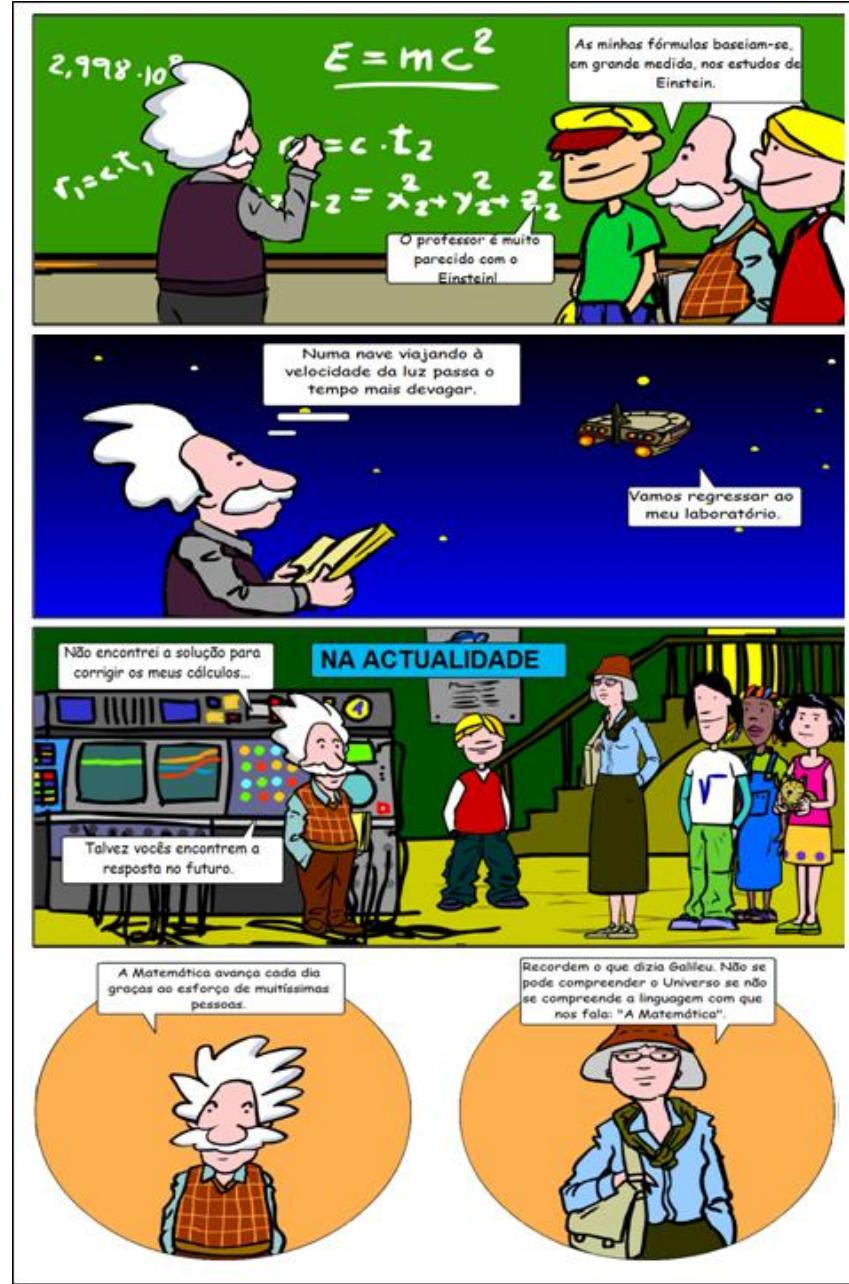
Ana Trindade













FIM

Banda desenhada adaptada de:
www.sectormatematica.cl

 **EBI DE ANDRÉ DE RESENDE**

MATEMÁTICA – 8º Ano

Função afim

Nome: _____ N°: _____ Turma: _____

1. Considera as seguintes funções do tipo $y = kx + b$, com $k = 3$:

$$y = 3x$$

$$y = 3x - 2$$

$$y = 3x + 4$$

$$y = 3x + 1,5$$

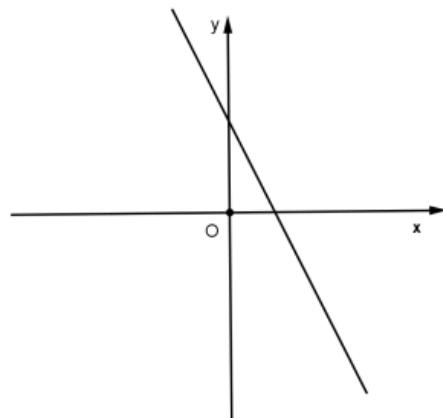
- 1.1. Representa-as graficamente num mesmo referencial.
- 1.2. Qual a posição relativa das rectas que representam as funções?
- 1.3. O que há de comum entre as expressões algébricas que definem as funções?
- 1.4. Indica as coordenadas dos pontos de intersecção de cada uma das rectas com o eixo das ordenadas.
- 1.5. Explica o efeito do valor de b no gráfico da função.

2. Considera as funções do tipo $y = kx + b$, com $b = 2$.

- 2.1. Escreve três exemplos de funções deste tipo atribuindo valores a k (escolhe valores de sinais diferentes).
- 2.2. Representa, num mesmo referencial, os gráficos das funções consideradas na alínea anterior.
- 2.3. O que há de comum entre os gráficos?
- 2.4. Descreve o efeito do valor de k no crescimento e no decrescimento das funções.

3. Observa o gráfico seguinte:

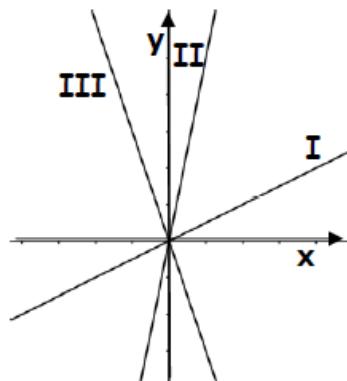
- 3.1. Este gráfico pode representar uma função de proporcionalidade directa? Explica a tua resposta.
- 3.2. Indica a expressão analítica de uma função que possa ser representada por este gráfico, explicando o porquê da tua resposta.



4. Faz corresponder as expressões algébricas

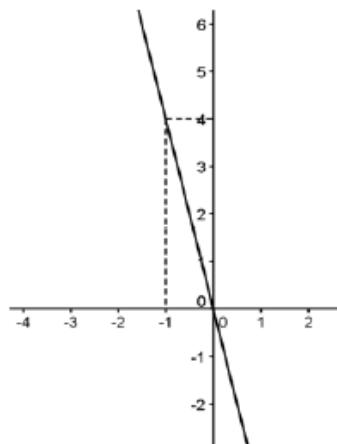
$$y = 0,5x, y = -3x \text{ e } y = 5x$$

a cada um dos gráficos. Justifica a tua resposta.

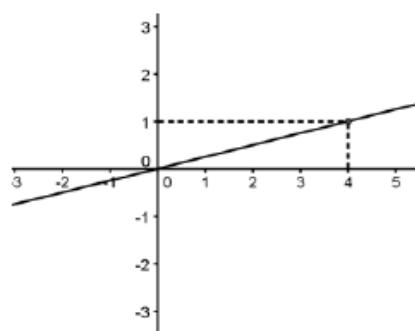


5. Escreve a expressão algébrica que define cada uma das funções a seguir representadas graficamente:

5.1.



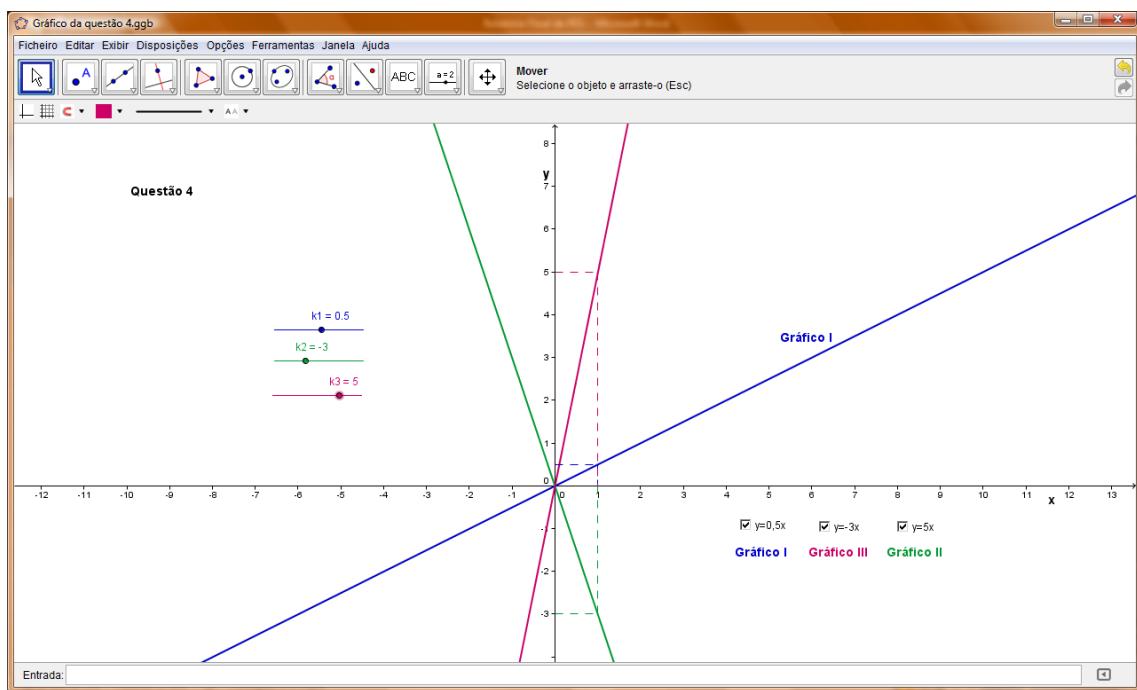
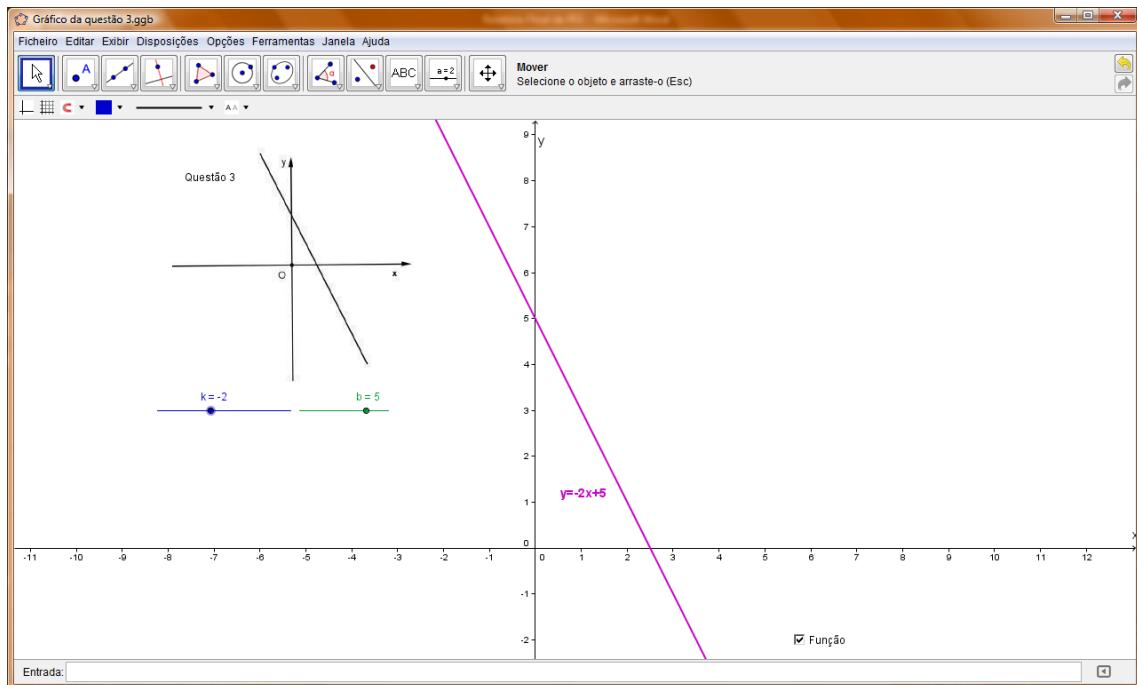
5.2.



6. Escreve a expressão algébrica que define a função linear cujo gráfico passa pelos pontos:

$$A(-2, -3) \text{ e } B(4, 6).$$

X. A Função Afim no Geogebra



XI. Tarefa Sistemas de Duas Equações



EBI DE ANDRÉ DE RESENDE

MATEMÁTICA – 8º Ano

Sistemas de duas equações

Nome: _____ Nº: _____ Turma: _____

1. Cada uma das equações que se segue tem duas incógnitas.

$$y = 3x + 4 \quad \text{e} \quad y = -2x - 1$$

O par ordenado (1,7) é solução da equação $y = 3x + 4$ porque $7 = 3 \cdot 1 + 4$.

O par ordenado (4, -9) é solução da equação $y = -2x - 1$ porque $-9 = -2 \cdot 4 - 1$.

- 1.1. Preenche as tabelas com várias soluções de cada uma das equações.

$y = 3x + 4$		
x	y	(x, y)
1	7	

$y = -2x - 1$		
x	y	(x, y)
4	-9	

- 1.2. Representa no mesmo referencial cartesiano os pontos (x,y) que encontraste.
- 1.3. Há alguma solução comum às duas equações?
- 1.4. No mesmo referencial cartesiano, representa as rectas que correspondem a cada uma das equações.
- 1.5. Qual o ponto comum às rectas representadas? Que representa esse ponto para as equações?

As equações $y = 3x + 4$ e $y = -2x - 1$ formam um **sistema de duas equações** que se representa habitualmente por

$$\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$$

A solução do sistema é um par ordenado (x, y) .

Cada uma das equações do sistema tem várias soluções (geometricamente são as coordenadas dos pontos de uma recta).

Se existe uma solução comum às duas equações, esta é a **solução do sistema** (geometricamente é o ponto de intersecção das rectas correspondentes a cada uma das equações).

Se não existe uma solução comum às duas equações, o sistema **não tem solução** (as rectas são paralelas) ou **sistema é impossível**.

Se têm uma infinidade de soluções comuns o **sistema é indeterminado** (as duas rectas são coincidentes).

2. Resolve graficamente cada um dos seguintes sistemas de equações:

2.1. $\begin{cases} x + y = 8 \\ y = 2 - x \end{cases}$

2.2. $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ x + y = -9 \end{cases}$

2.3. $\begin{cases} 2y - 3x = 2 \\ y = 1,5x + 1 \end{cases}$

3.

3.1. Num referencial, traça a recta $y=2x+1$.

3.2. Traça outra recta de modo que o sistema constituído pelas equações dessas rectas seja um sistema impossível.

3.3. Que alterações deverás fazer à segunda recta traçada para encontrar um novo sistema possível e indeterminado?

3.4. Procede de modo análogo de forma a obteres um sistema possível e determinado e explica como pensaste.

XII. Tarefa Tetraminós

 **EBI DE ANDRÉ DE RESENDE**
MATEMÁTICA – 8º Ano

Tetraminós

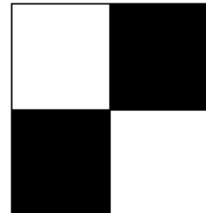
Nome: _____ Nº: _____ Turma _____

Parte 1

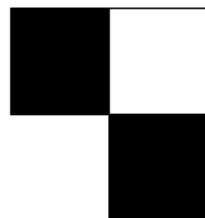
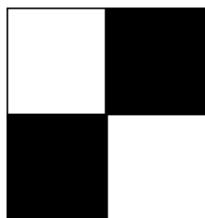
Com dois quadrados podemos construir um dominó que tem uma única forma possível:



Se juntarmos um quadrado a um dominó, construímos um triminó. Encontramos duas formas diferentes.



Repara que as formas abaixo são o mesmo triminó porque se podem sobrepor.

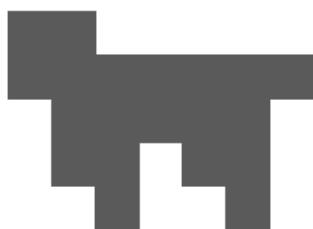


1. Constrói todos os tetraminós (peças formadas por quatro quadrados) que conseguires.
Quantos construíste? Desenha-os na tua folha de registos.

(Frente da folha)

Parte 2

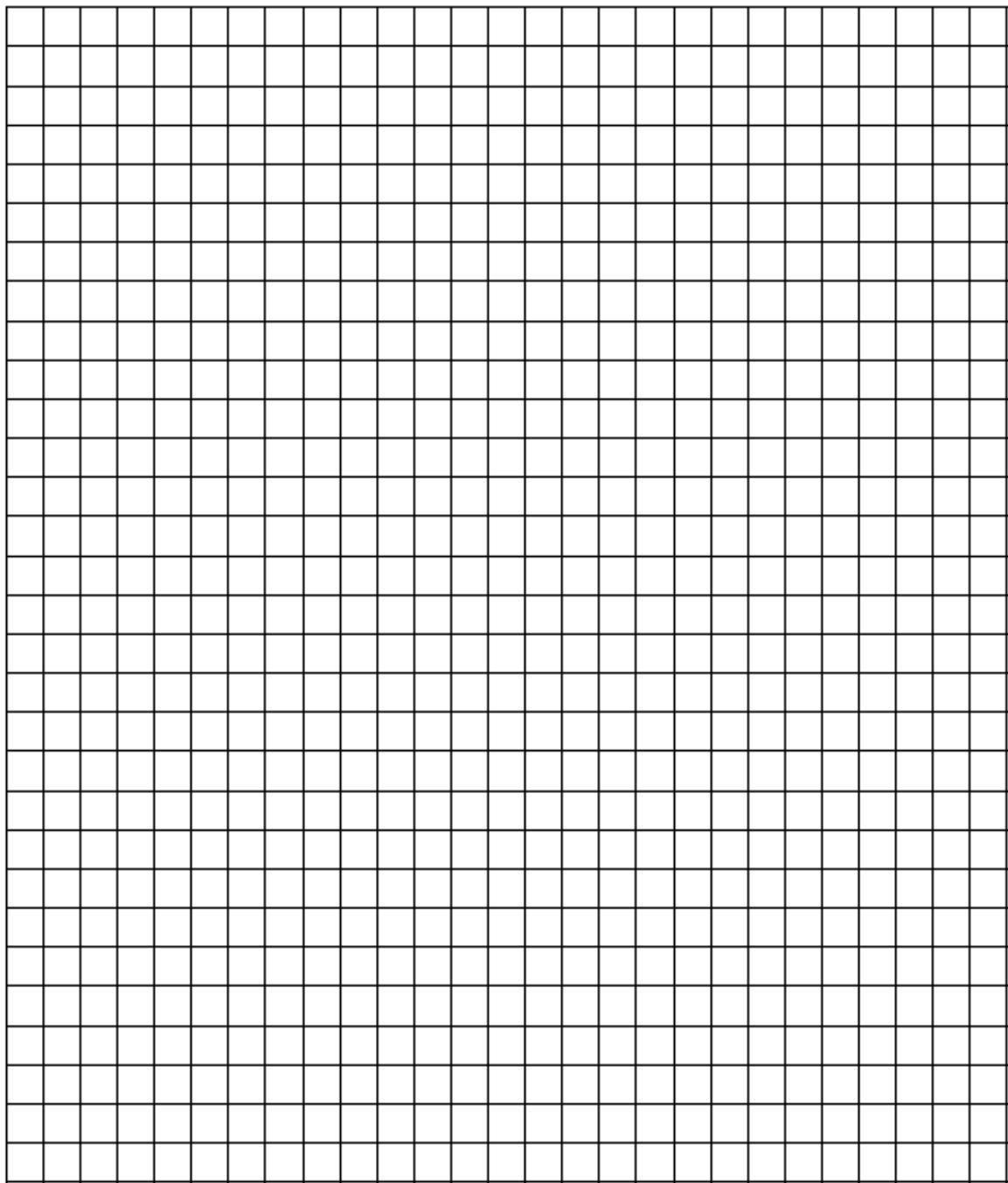
2. Com os cinco tetraminós constrói as seguintes figuras e desenha-as na folha de registos.



3. Utilizando alguns dos tetraminós e considerando como unidade de comprimento o lado do quadrado, constrói:
- 3.1. Duas figuras de área 8, mas com perímetro diferente. Desenha-as e indica o perímetro de cada uma.
 - 3.2. Duas figuras com a mesma área, com o mesmo perímetro e com a mesma forma, utilizando peças diferentes. Desenha-as e indica a sua área e o seu perímetro.
 - 3.3. Duas figuras com o mesmo perímetro e áreas diferentes. Desenha-as e indica o perímetro e a área de cada uma.
 - 3.4. Figuras de área 8, 12 e 16, todas elas com perímetro 18.
4. Com os 5 tetraminós é possível construir um quadrado? Explica porquê.

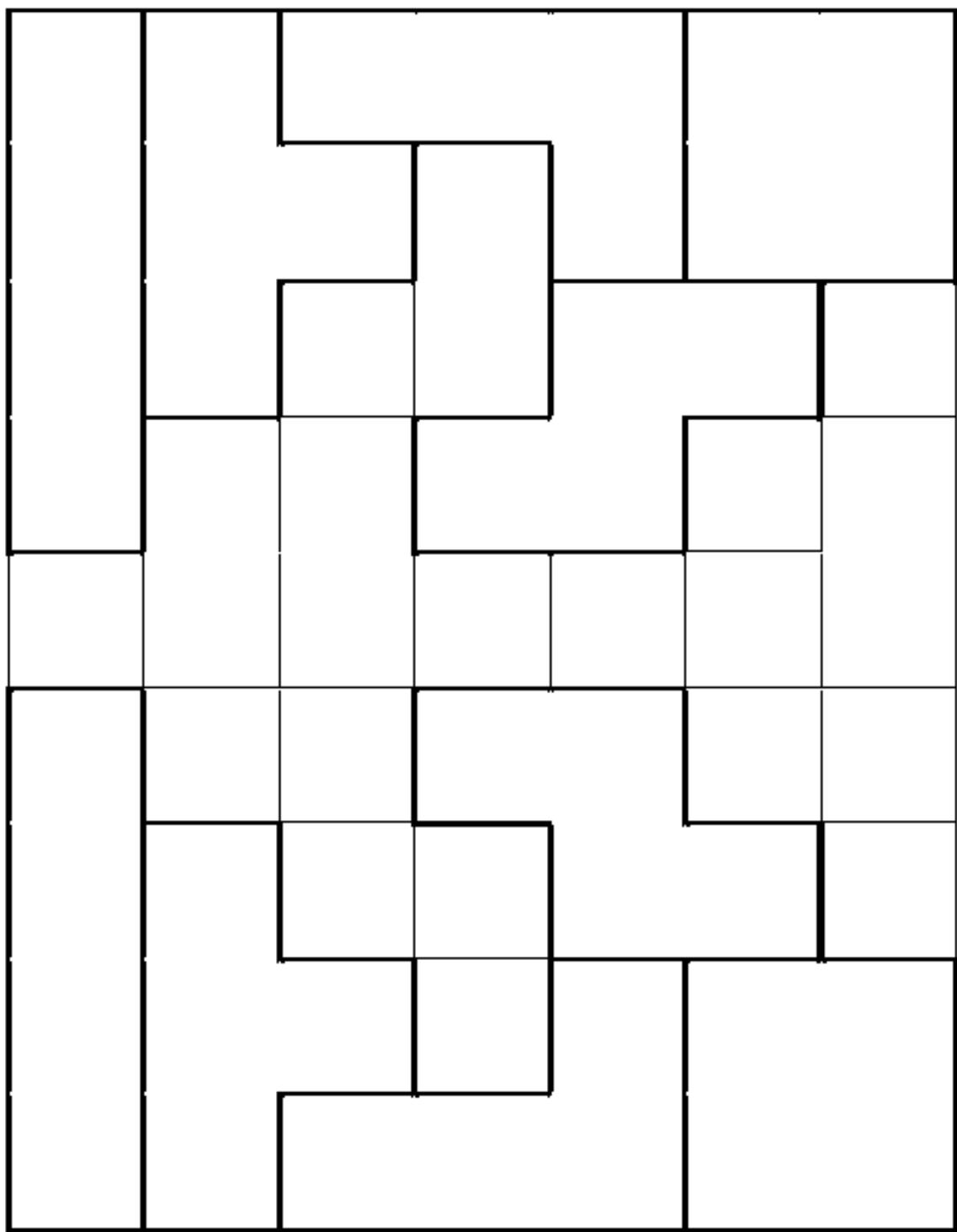
(Verso da folha)

Tetraminós - Folha de registos



(Frente da folha)

Construção dos Tetraminós



(Verso da folha)



MODELAÇÃO COM LASANHA

1. Uma lasanha foi retirada do forno às 12h15 sendo, posteriormente, feito o registo da sua temperatura em diversos momentos ao longo de uma hora. Os valores obtidos encontram-se na tabela seguinte, onde t representa o tempo (em minutos) decorrido após a lasanha ser retirada do forno e T (em $^{\circ}\text{C}$) representa a temperatura.

Tempo t , em minutos	0	1	4	6	9	13	27	34	49	60
Temperatura T em $^{\circ}\text{C}$	86	51	30	26	23	21	18.5	18	17.4	17.2

1.1. Através de várias experiências e com a ajuda da calculadora, encontre um modelo matemático do tipo $T(t) = b + \frac{a}{t-c}$, com $a, b, c \in IR$ que se ajuste às observações efectuadas. Registe todo o raciocínio, explicando a escolha dos sucessivos valores.

1.2. De acordo com o modelo encontrado preveja a temperatura a que se encontra a lasanha, meia hora após ter sido retirada do forno.

1.3. Determine a temperatura a que se encontrava a lasanha três minutos antes de sair do forno. O que conclui?

1.4. Indique, com aproximação ao segundo, ao fim de quanto tempo, após ser retirada do forno, a lasanha atingiu a temperatura de 40°C .

1.5. Na embalagem da lasanha, está indicado que a altura ideal para a mesma ser consumida é quando a lasanha estiver a uma temperatura compreendida entre os $24,75^{\circ}\text{C}$ e os 51°C . A que horas poderá a lasanha ser consumida?

1.6. Atendendo às condições mencionadas na alínea anterior indique, explicitando o seu raciocínio, se é aconselhável a lasanha ser consumida às 12h20m.

1.7. Descreva como varia a temperatura ao longo do tempo, indicando para que valor tende a temperatura. Interprete este valor matematicamente e no contexto do problema.



A altura dos cães

Num hospital veterinário, foi realizado um estudo para se estudar a característica "altura de uma determinada raça de cães em idade adulta".

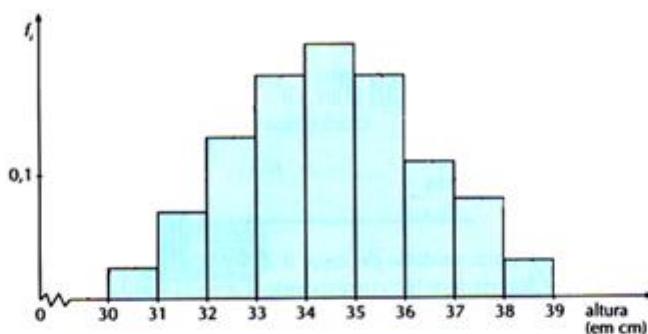


Para estudar esta população foi recolhida uma amostra constituída por 200 cães. Procedeu-se às medições e registaram-se os resultados na seguinte tabela:

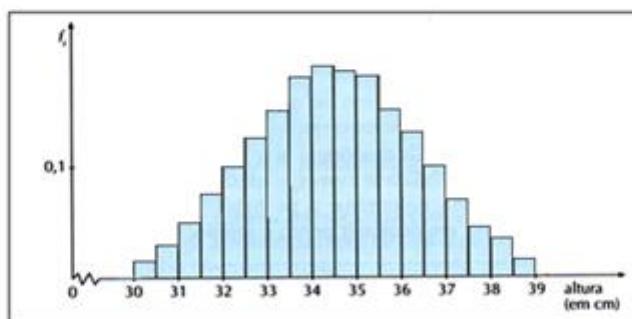
Altura (em cm)	x_i	n_i	f_i
[30,31[5	
[31,32[14	
[32,33[26	
[33,34[35	
[34,35[40	
[35,36[36	
[36,37[22	
[37,38[16	
[38,39[6	
Total		200	

Completa a tabela e determina a média e o desvio padrão dos valores apresentados na tabela.

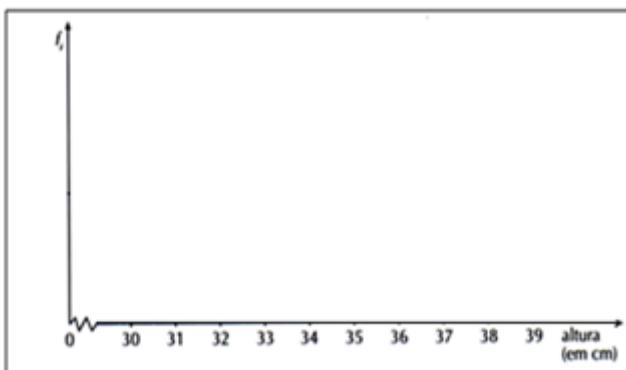
Procedeu-se depois à representação gráfica dos dados recolhidos, elaborando o histograma. Desenha o respectivo polígono de frequências:



Se aumentarmos o número de observações e diminuirmos a amplitude das classes, obteremos um novo histograma. Desenhe o respectivo polígono de frequências.



Considerando cada vez mais observações e, por conseguinte, mais classes com uma amplitude cada vez mais pequena, o histograma vai tender para uma área limitada por uma curva representativa da chamada função densidade de probabilidades. Traça o esboço que pensas que irá ter essa curva:





Evolução da população portuguesa

A tabela seguinte apresenta os dados relativos à população portuguesa residente no continente, no período de 1854 a 1991, de acordo com os censos respectivos.

Anos	1854	1864	1878	1890	1900	1911	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1981	1991
População (milhões)	3,499	3,927	4,303	4,713	5,039	5,586	5,668	6,34	7,219	7,921	8,293	8,075	9,337	9,363

1. Representa graficamente os dados e analisa a evolução da população ao longo deste período de tempo. A população cresceu sempre da mesma forma? Consegues identificar algum período em que se destaque um crescimento diferente do esperado? Porque terá sido?
2. Como sabes as funções exponenciais são usadas frequentemente para descrever a evolução de populações. Considera como modelos teóricos o modelo exponencial e o modelo logístico. Tenta encontrar valores para os parâmetros de modo que as funções descrevam de forma aceitável a evolução da população no período de tempo considerado.
3. Determina a população portuguesa residente no continente, segundo cada um dos modelos nos anos 2000, 2010 e 2100. Conclui qual o modelo que te parece mais adequado para fazer estas previsões.
4. Experimenta também os modelos de regressão que a calculadora tem à tua disposição. Qual te parece o mais apropriado?
5. Se tiveres curiosidade vai ao INE, tenta saber as previsões deste Instituto e compara-as com as tuas.

BOM TRABALHO!



O Manuscrito do Leonardo da Vinci

Sabe-se que Leonardo da Vinci (1456 - 1519) também se interessava por Matemática. Numa melancólica nota sobre a noite de 30 de Novembro de 1504, escreveu o seguinte, numa caligrafia regular e da direita para a esquerda (como costumava):

«Na noite de Santo André, encontrei a solução para a quadratura do círculo, quando se acabavam a candeia, a noite e o papel em que estava a escrever. Terminei-a de manhã.»

Durante anos e anos, procuraram-se, entre os infindáveis cadernos que nos deixou, os manuscritos contendo as reflexões feitas naquela noite. Em vão: nunca foram encontrados.

Nas férias da Páscoa de 2008, o Manuel foi passar uns dias a casa dos avós. Vasculhando coisas velhas no sótão, encontrou uns papéis corroídos pelo tempo, escritos em italiano antigo e também numa caligrafia regular, da direita para a esquerda: pareciam ser o tão procurado caderno de Leonardo sobre a quadratura do círculo. Ficou espantado.

Imagine que o Manuel lhe pede a si que estude a possibilidade de a autoria dos papéis ser de Leonardo da Vinci.

Admita que, numa aula de Matemática B, aprendeu que a massa de carbono 14 (C_{14}), presente num artefacto desde a sua produção, é dada pela fórmula

$$y(t) = c e^{-0.000121t}$$

em que c é a massa original de C_{14} , em gramas, e t é o tempo, em anos, decorrido desde o momento da produção do artefacto.

Decidiu, por isso, recorrer a um laboratório científico especializado em análises de C_{14} , que o informou do seguinte: o manuscrito contém 96% da massa de C_{14} original, ou seja, designando por c a massa original, a massa de C_{14} que o manuscrito contém é de $0,96c$.

Com base nesta informação, escreve um pequeno texto para o Manuel, no qual conste o procedimento que seguiste e a respectiva conclusão quanto à possibilidade de Leonardo da Vinci ser o autor do manuscrito.

Adaptado de Exame Nacional de Matemática B - 2008 (2^a fase)

	EBI DE ANDRÉ DE RESENDE MATEMÁTICA – 8º Ano
<i>A Calculadora Gráfica – O Jogo dos Sistemas</i>	
Nome: _____ Nº: _____ Turma _____	

JOGO

Número de jogadores: 2 pares

Material: 1 calculadora gráfica para cada par

Objectivo do jogo: encontrar, caso existam, as coordenadas do ponto de intersecção de 2 rectas (isto é, a solução do sistema de duas equações afins)

Regras do jogo:

- Cada par introduz no editor de funções da calculadora uma equação afim da sua escolha e entrega a máquina ao par adversário;
- Cada par repete a introdução da mesma expressão na nova calculadora;
- O primeiro par que determinar a solução do sistema e a visualizar no ecrã da calculadora, regista um ponto a seu favor;
- Caso as rectas sejam paralelas, ganha a jogada quem primeiro identificar tal situação.

Vencedor: o primeiro par que atingir 5 pontos.

ALGUMAS INSTRUÇÕES DA CALCULADORA TI-84

- ✓ Para definir ou editar uma função, siga estes passos:

1. Prima para visualizar o editor $Y=$.
2. Prima para mover o cursor para a função que pretende definir ou editar.
Prima para apagar uma função e para apagar apenas um dígito.
As teclas permitem inserir um dígito esquecido.
3. Introduza ou edite a expressão para definir a função.

A variável independente na função é X. Para introduzir X prima .

A tecla corresponde ao sinal posicional.

Quando introduz o primeiro carácter, o sinal = fica realçado, indicando que a função foi seleccionada.

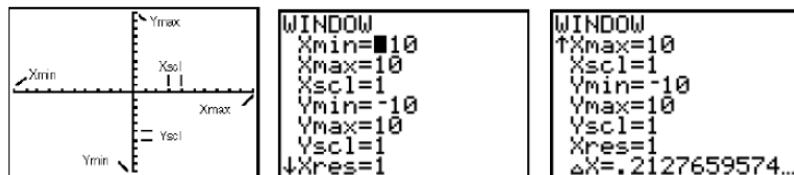
4. Prima ou para mover o cursor para a função seguinte.

✓ Ver um gráfico

Para visualizar o gráfico de uma ou mais funções seleccionadas, prima **GRAPH**.

✓ A janela de visualização

A janela de visualização é a parte do plano de coordenadas definidas por X_{\min} , X_{\max} , Y_{\min} e Y_{\max} . A distância entre as marcas é definida por $X_{\text{sc}}l$ (escala de X) no eixo X e $Y_{\text{sc}}l$ (escala de Y) define a distância entre as marcas no eixo y.



Para visualizarmos os valores actuais das variáveis da janela prima **WINDOW**.

✓ Menu ZOOM

Para visualizar o menu ZOOM, prima **ZOOM**. Pode ajustar rapidamente a janela de visualização do gráfico de vários modos.

ZOOM

- 1: **ZBox** desenha uma caixa para definir a janela de visualização;
- 2: **Zoom In** amplia o gráfico à volta do cursor;
- 3: **Zoom Out** visualiza uma área maior do gráfico à volta do cursor;
- 4: **ZDecimal** define as escalas dos eixos X e Y como 0,1;
- 5: **ZSquare** define pixels do mesmo tamanho nos eixos X e Y;
- 6: **ZStandard** define as variáveis de janela standard

✓ Menu CALCULATE

Para visualizar o menu CALCULATE, prima **2nd TRACE**. Utilize os itens deste menu para analisar as funções do gráfico actual.

CALCULATE

- 1: **value** calcula o valor de Y de uma função para um determinado valor de X;
- 2: **zero** acha um zero (intersecção com o eixo X) de uma função;
- 3: **minimum** acha um mínimo de uma função;
- 4: **maximum** acha um máximo de uma função;
- 5: **intersect** acha uma intersecção de duas funções

5: **Intersect** acha as coordenadas de um ponto de intersecção entre duas ou mais funções. A intersecção tem de aparecer no visor para utilizar esta opção.

1. Selecione 5: **intersect** no menu **CALCULATE**.
2. Prima três vezes a tecla **ENTER**
3. O cursor encontra-se sobre a solução e as coordenadas são apresentadas.

O JOGO DOS SISTEMAS

Nome dos Elementos da Equipa:

- _____
- _____



Aponta na seguinte tabela os vários resultados que obtém a tua equipa:

		Solução do Sistema
Sistema 1	$y_1 =$	
	$y_2 =$	

		Solução do Sistema
Sistema 2	$y_1 =$	
	$y_2 =$	

		Solução do Sistema
Sistema 3	$y_1 =$	
	$y_2 =$	

		Solução do Sistema
Sistema 4	$y_1 =$	
	$y_2 =$	

		Solução do Sistema
Sistema 5	$y_1 =$	
	$y_2 =$	





Qual foi a táctica de jogo que a vossa equipa seguiu?

Dos sistemas que obtiveram, indiquem quais são:

- Possíveis determinados: _____
- Possíveis indeterminados: _____
- Impossíveis: _____

Qual é a vossa opinião sobre este jogo?

Encontram alguma vantagem ao utilizar a calculadora para resolver sistemas de equações? Qual?
