

Universidade de Évora - Instituto de Investigação e Formação Avançada

Programa de Doutoramento em Gestão

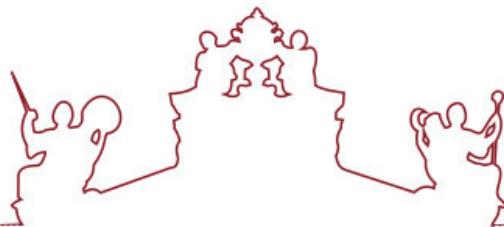
Tese de Doutoramento

Criptomoedas: Ensaios sobre Eficiência, Risco e Contágio

Dora Maria Fortes de Almeida

Orientador(es) | Andreia Teixeira Basílio
Isabel Viegas Vieira
Paulo Jorge Silveira Ferreira

Évora 2022



Universidade de Évora - Instituto de Investigação e Formação Avançada

Programa de Doutoramento em Gestão

Tese de Doutoramento

Criptomoedas: Ensaios sobre Eficiência, Risco e Contágio

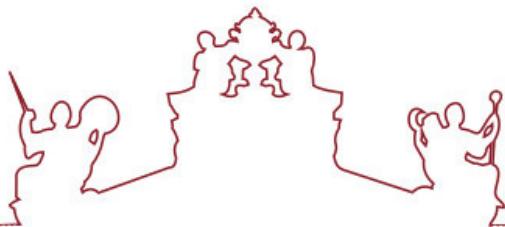
Dora Maria Fortes de Almeida

Orientador(es) | Andreia Teixeira Basílio

Isabel Viegas Vieira

Paulo Jorge Silveira Ferreira

Évora 2022



A tese de doutoramento foi objeto de apreciação e discussão pública pelo seguinte júri nomeado pelo Diretor do Instituto de Investigação e Formação Avançada:

Presidente | Jacinto António Setúbal Vidigal da Silva (Universidade de Évora)

Vogais | Andreia Teixeira Basílio (Universidade de Évora) (Orientador)
Diana Elisabeta Aldea Mendes (ISCTE - Instituto Universitário de Lisboa)
Elisabete Gomes Santana Félix (Universidade de Évora)
Luis Miguel Serra Coelho (Universidade do Algarve)
Nelson Areal (Universidade do Minho)
Vítor Manuel de Sousa Gabriel (Instituto Politécnico da Guarda)

Évora 2022

As citações e referências efetuadas nesta tese seguem as normas da American Psychological Association (APA), 7.ª Edição.

Agradecimentos

Fernando Pessoa, na pessoa do seu heterónimo Bernardo Soares escreveu “*A vida é o que fazemos dela. As viagens são os viajantes.*” Os viajantes são, sem dúvida alguma, o que torna a viagem diferente, inesquecível e única. Este trabalho foi muito mais que um trabalho, foi uma viagem. Uma viagem diferente, mas sem dúvida alguma a mais desafiante e fascinante. Por este motivo, e no momento em que chega ao fim, não posso, nem quero, deixar de expressar o meu agradecimento e reconhecimento a todos os “viajantes” que permitiram a sua concretização. Direta ou indiretamente, muitos “viajantes” me enriqueceram com os seus conhecimentos e partilha de experiências, fundamentais à continuidade da viagem, e por isso lhes sou grata. Apesar de não ser possível nomear todos os que me mostraram os encantadores recantos desta viagem, tornando-a possível, não posso deixar de particularizar alguns agradecimentos.

Aos meus orientadores, Prof. Doutora Andreia Dionísio, Prof. Doutora Isabel Vieira e Prof. Doutor Paulo Ferreira, pelos comentários e sugestões, críticas sempre construtivas, apoio constante, ensinamentos, orientação e acima de tudo pela amizade, fundamentais à continuidade e conclusão da viagem. Sinto-me honrada por me terem permitido a viagem sob a sua orientação, e ao mesmo tempo completamente em dívida para com eles.

Um agradecimento também especial e profundo ao Rui Vieira, colega de trabalho, amigo, confidente, por toda a amizade, flexibilidade, disponibilidade e apoio incondicional.

Aos amigos que comigo partilharam o seu tempo, em especial aos que são família de coração, por me mostrarem que mesmo em dias cinzentos, quando o sol parece tímido, a viagem continua.

E finalmente, às pessoas que são “viajantes” e porto de abrigo: a minha família. Ao Luís, pela motivação e apoio constantes, pela compreensão e perdão pelas minhas ausências sempre que me perdia a deambular pelas paisagens maravilhosas desta viagem, e acima de tudo pelo amor, ternura e carinho diários, permanentes e incondicionais. Aos meus pais, qualquer palavra será parca e redutora para expressar o quanto lhes sou grata, para expressar o que significam para mim, por isso apenas lhes posso dedicar esta viagem.

A todos expresso o meu agradecimento, reconhecendo que ...

“*If I have seen further, it is by standing on the shoulders of giants.*”

(*Isaac Newton*)

Criptomoedas: Ensaios sobre eficiência, risco e contágio

Resumo

Esta tese investiga três aspectos relevantes e complementares do mercado de criptomoedas, a eficiência, o risco e a incerteza, e o contágio e a integração, visando compreender de forma mais aprofundada este mercado. O primeiro ensaio avalia a eficiência informativa na forma fraca do mercado de criptomoedas, aplicando métodos que permitem captar a dependência global, de longo alcance para diferentes escalas temporais, e identificar possíveis fontes de não linearidade. Recorre-se à Informação mútua, à *Detrended fluctuation analysis* e aos Exponentes de Lyapunov. Os resultados evidenciam algum grau de predictabilidade nas rendibilidades das criptomoedas, não exibindo na sua generalidade características dos mercados informacionalmente eficientes, embora a Hipótese de Eficiência do Mercado não seja colocada em causa. O segundo ensaio avalia a dinâmica da volatilidade, bem como a incerteza e o risco associado ao investimento em criptomoedas. A incerteza é avaliada com recurso à entropia simbólica de Shannon, e o risco é avaliado com recurso ao *Value-at-risk* e *Conditional Value-at-risk*. O investimento em criptomoedas revela sempre possibilidade de perdas associadas, embora nem sempre a períodos de maiores níveis de incerteza correspondam períodos de maiores níveis de risco. O investimento em algumas das criptomoedas poderá proporcionar, a investidores não avessos à incerteza ou ao risco, rendibilidades mais elevadas. O terceiro ensaio avalia a integração e o contágio no mercado de criptomoedas num contexto crise de origem não financeira, explorando medidas de correlação global, com capacidade para captar não-linearidades e a dinâmica dos fluxos de informação. Recorre-se à causalidade à Granger, ao coeficiente de correlação da *Detrended cross-correlation analysis*, à Informação mútua e à *Transfer entropy*. Os resultados evidenciaram a complexidade e integração entre os mercados de criptomoedas, embora com níveis distintos de integração antes e durante a pandemia. Foi encontrada evidência de contágio apenas entre algumas criptomoedas, concluindo-se na generalidade a ausência de contágio.

Palavras-Chave: Criptomoedas; Econofísica; Entropia; Hipótese de eficiência do mercado; Risco; Incerteza; *Value-at-Risk*; Integração financeira; Contágio; *Transfer Entropy*.

Cryptocurrencies: Essays on efficiency, risk and contagion

Abstract

This thesis investigates three relevant and complementary aspects of the cryptocurrency market, efficiency, risk and uncertainty, and contagion and integration, intending to understand this market in greater depth. The first essay evaluates the weak-form efficiency of the cryptocurrency market, applying methods that allow capturing global dependence, long-range for different time scales, and identifying possible sources of non-linearity. Mutual information, detrended fluctuation analysis and Lyapunov's exponents are applied. The results show some degree of predictability in the returns of cryptocurrencies, not revealing, in general, characteristics of informationally efficient markets. However, it does not allow to reject the efficient market hypothesis. The second essay assesses the volatility dynamics and the uncertainty and risk associated with investing in cryptocurrencies. Uncertainty is evaluated using Shannon's symbolic entropy, and risk is evaluated using Value-at-risk and Conditional Value-at-risk. Investing in cryptocurrencies always reveals the possibility of associated losses, although periods of higher levels of uncertainty do not always correspond to periods of higher levels of risk. Investing in some of the cryptocurrencies may provide investors, non-averse to uncertainty or risk, higher returns. The third essay evaluates the integration and contagion in the cryptocurrency market in a crisis context of non-financial origin, exploring global correlation measures that are able to capture non-linearities and the dynamics of information flows. Granger causality, the Detrended cross-correlation analysis correlation coefficient, Mutual information and Transfer entropy are used. The results highlighted the complexity and integration between cryptocurrency markets, albeit with different levels of integration before and during the pandemic. Evidence of contagion was found only among some cryptocurrencies, concluding, in general, the absence of contagion.

Keywords: Cryptocurrencies; Econophysics; Entropy; Efficient market hypothesis; Risk; Uncertainty; Value-at-Risk; Financial integration; Contagion; Transfer Entropy.

Índice

<i>Agradecimentos</i>	ii
<i>Resumo</i>	iii
<i>Abstract</i>	iv
<i>Índice</i>	v
Capítulo 1 - Introdução Geral	1
1.1. Introdução.....	2
1.2. Referências Bibliográficas.....	8
Capítulo 2 - Contexto e Fundamentos Teóricos	10
2.1. Contexto.....	11
2.2. Fundamentos e Conceitos Teóricos.....	17
2.3. Referências Bibliográficas.....	25
Capítulo 3 - Eficiência Informativa das Criptomoedas	31
3.1. Introdução.....	33
3.2. Revisão de Literatura.....	36
3.3. Dados e Métodos.....	43
3.3.1. Dados	43
3.3.2. Métodos	49
3.3.2.1. Normalidade da Distribuição	49
3.3.2.2. Estacionariedade	50
3.3.2.3. Detrended Fluctuation Analysis (DFA)	51
3.3.2.4. Autocorrelação Linear	53
3.3.2.5. O Teste da Razão de Variância (Variance Ratio Test).....	54
3.3.2.6. O Teste BDS (BDS Test)	55
3.3.2.7. Informação Mútua (IM)	56
3.3.2.8. Expoentes de Lyapunov (λ).....	61
3.4. Resultados.....	66
3.4.1. Estatísticas Descritivas.....	66
3.4.2. Estacionariedade.....	69
3.4.4. (In)dependência Temporal	71
3.4.4.1. Autocorrelação Linear	71
3.4.4.2. O Teste da Razão de Variância (Variance Ratio Test).....	73
3.4.4.3. O Teste BDS (BDS Test)	73
3.4.4.4. Informação Mútua (IM)	74
3.4.4.5. Expoentes de Lyapunov (λ).....	90

3.5. Conclusões	95
3.6. Referências Bibliográficas.....	97
3.7. Anexos.....	110
3.7.1. Anexo A – Correlogramas das Rendibilidades das Criptomoedas.....	111
3.7.2. Anexo B – Estimação da Informação Mútua (IM).....	117
3.7.3. Anexo C – Tabelas de Valores Críticos, de Dionisio et al. (2006).....	120
3.7.4. Anexo D – Teste à Estacionariedade de Preços de Fecho das Criptomoedas .	121
3.7.5. Anexo E – Teste à Estacionariedade das Rendibilidades das Criptomoedas ..	122
3.7.6. Anexo F – Identificação dos Exponentes DFA e sua Qualidade de Ajustamento	
123	
3.7.7. Anexo G – Traçado Gráfico da Autocorrelação Linear nas Séries de Rendibilidades das Criptomoedas	126
3.7.8. Anexo H – Teste à Heterocedasticidade nas Séries das Rendibilidades das Criptomoedas	129
3.7.9. Anexo I – Teste BDS Aplicado às Taxas de Rendibilidades das Criptomoedas	130
3.7.10. Anexo J – Informação Mútua (I) nas Taxas de Rendibilidade	131
3.7.11. Anexo K – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear (r) para as Rendibilidades das Criptomoedas	132
3.7.12. Anexo L – Traçado Gráfico do Coeficiente de Correlação Global (λ) e do Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear (r) para as Séries das Rendibilidades....	133
3.7.13. Anexo M – Modelos ARDL (k, l)	137
3.7.14. Anexo N – Teste BDS Aplicado às Taxas de Rendibilidades Filtradas (filtro de linearidade) das Criptomoedas	138
3.7.15. Anexo O – Informação Mútua (I) nas Séries de Rendibilidade Filtradas (filtro de linearidade).....	139
3.7.16. Anexo P – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear (r) para as Rendibilidades Filtradas das Criptomoedas	
140	
3.7.17. Anexo Q – Modelos da Família ARCH Selecionados	141
3.7.18. Anexo R – Teste BDS Aplicado às Taxas de Rendibilidade, Filtradas de Efeitos ARCH/GARCH, das Criptomoedas.....	143
3.7.19. Anexo S – Informação Mútua (I) nas Séries de Rendibilidade, Filtradas de Efeitos ARCH/GARCH, das Criptomoedas.....	144
3.7.20. Anexo T – Traçado Gráfico dos Exponentes de Lyapunov para as Taxas de Rendibilidade Filtradas (de linearidade e de volatilidade)	145
Capítulo 4 – Criptomoedas: Incerteza e Risco	153
4.1. Introdução.....	155
4.2. Revisão de Literatura.....	158
4.3. Dados e Métodos.....	167

4.3.1. Dados	167
4.3.2. Métodos	168
4.3.2.1. Entropia	170
4.3.2.2. Value-at-Risk (VaR)	172
4.3.2.3. Conditional Value-at-Risk (CVaR), Expected Tail Loss (<i>ETL</i>) ou Expected Shortfall (<i>ES</i>)	175
4.4. Resultados.....	176
4.4.1. Resultados preliminares	176
4.4.2. Entropia: avaliação da incerteza	180
4.4.3. Value-at-risk (<i>VaR</i>) e Conditional Value-at-risk (<i>CVaR</i>): avaliação do risco ..	184
4.5. Conclusões	192
4.6. Referências Bibliográficas.....	195
4.7. Anexos.....	206
4.7.2. Anexo B – Rendibilidade vs. Risco (σ)	209
4.7.3. Anexo C – Rendibilidade vs. Incerteza.....	210
4.7.4. Anexo D – Rendibilidade vs. Risco (<i>VaR</i>).....	211
4.7.5. Anexo E – Rendibilidade vs. Risco (<i>CVaR</i>).....	212
Capítulo 5 - <i>Efeitos da crise pandémica de COVID-19 nas relações entre criptomoedas: existirá contágio?</i>	213
5.1. Introdução.....	215
5.2. Revisão de Literatura.....	220
5.2.1. Contágio: Várias Definições	220
5.2.2. Avaliações de Contágio nos Mercados Financeiros.....	223
5.3. Dados e Métodos.....	228
5.3.1. Dados	228
5.3.2. Métodos	229
5.3.2.1. Detrended Cross-Correlation Analysis (DCCA)	230
5.3.2.2. Causalidade à Granger (CG)	233
5.3.2.3. Informação Mútua (IM)	234
5.3.2.4. Transfer Entropy (TE)	235
5.4. Resultados.....	239
5.4.1. Variação do Coeficiente de Correlação da Detrended Cross-Correlation Analysis ($\Delta\rho$ DCCA)	245
5.4.2. Causalidade à Granger (CG)	251
5.4.3. Informação Mútua (IM)	254
5.4.4. Transfer Entropy (TE)	259
5.5. Conclusões	263

5.6. Referências Bibliográficas.....	265
5.7. Anexos.....	277
5.7.1. Anexo A – Teste à Estacionariedade das Rendibilidades das Criptomoedas ..	278
5.7.2. Anexo B – Causalidade à Granger até 31/12/2019	279
5.7.3. Anexo C – Causalidade à Granger após 31/12/2019	280
5.7.4. Anexo D – Informação Mútua até 31/12/2019	281
5.7.5. Anexo E – Informação Mútua após 31/12/2019	282
5.7.6. Anexo F – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear (r) para as Rendibilidades das Criptomoedas até 31/12/2019 ...	283
5.7.7. Anexo G – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear (r) para as Rendibilidades das Criptomoedas após 31/12/2019	284
5.7.8. Anexo H – Transfer Entropy até 31/12/2019	285
5.7.9. Anexo I – Transfer Entropy após 31/12/2019.....	286
Capítulo 6 - Conclusões	287
6.1. Considerações Finais.....	288
6.2. Referências Bibliográficas.....	296

Índice de Tabelas

Tabela 3.1 – Caracterização da Amostra	43
Tabela 3.2 – Estatísticas Descritivas das Rendibilidades das Criptomoedas.....	68
Tabela 3.3 – Expoentes DFA para cada Criptomoeda.....	71
Tabela 3.4 – Teste à Autocorrelação nas Séries de Rendibilidades das Criptomoedas	72
Tabela 3.5 – Expoentes de Lyapunov para as Taxas de Rendibilidade Filtradas (de linearidade e de volatilidade)	92
Tabela 3.6 – Testes/Métodos Aplicadas aos Preços e Rendibilidades das Criptomoedas	94
Tabela 4.1 – Caracterização da amostra.....	168
Tabela 4.2 – Detalhe dos períodos considerados	169
Tabela 4.3 – Estatísticas Descritivas das Rendibilidades	178
Tabela 4.4 – Síntese da avaliação de incerteza e risco no mercado de criptomoedas	191
Tabela 5.1 – Caracterização da Amostra	229
Tabela 5.2 – Estatísticas Descritivas das Rendibilidades	244
Tabela 5.3 – Contágio entre Criptomoedas através da análise da Causalidade à Granger	254
Tabela 5.4 – Contágio entre Criptomoedas sob a análise da Informação Mútua	258
Tabela 5.5 – Contágio entre Criptomoedas sob a análise da <i>Transfer Entropy</i>	262

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Funcionamento da Blockchain.....	12
Figura 2.2 – Criptografia de Chave Pública	13
Figura 3.1 – Série dos Preços de Fecho da BTC, ETH, XRP e BCH.....	45
Figura 3.2 – Série dos Preços de Fecho da BSV, USDT, LTC e EOS	46
Figura 3.3 – Série dos Preços de Fecho da BNB, XTZ, LINK e ADA	47
Figura 3.4 – Série dos Preços de Fecho da XLM, TRX, XMR e HT	48
Figura 3.5 – Informação Mútua, Entropia, Entropia Conjunta e Entropia Condicionada.....	58
Figura 3.6 – Informação Mútua (I) para as taxas de rendibilidade e taxas de rendibilidade filtradas (de linearidade e de volatilidade).....	77
Figura 3.7 – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear (r) para as Séries dos Resíduos (filtro de linearidade)	86
Figura 3.8 – Ilustração do Algoritmo de Equiquantização Marginal (em \mathbb{R}^2 e para $\alpha = 2$)	119
Figura 4.1 – Rendibilidade vs. Risco (σ) no período t_7 (08/08/2021 a 13/10/2021)	179
Figura 4.2 – Entropia simbólica para as rendibilidades das criptomoedas	181
Figura 4.3 – Entropia simbólica para as rendibilidades das criptomoedas, com exceção da USDT.....	182
Figura 4.4 – Rendibilidade vs. Incerteza no período t_7 (08/08/2021 a 13/10/2021).....	183
Figura 4.5 – Representação gráfica da evolução do $VaR(95)$ para as diferentes criptomoedas	186
Figura 4.6 – Representação gráfica da evolução do $VaR(99)$ para as diferentes criptomoedas	186
Figura 4.7 – Representação gráfica da evolução do $CVaR(95)$ e $CVaR(99)$, para as diferentes criptomoedas.	188
Figura 4.8 – Rendibilidade vs. Risco (VaR e $CVaR$) no período t_7 (08/08/2021 a 13/10/2021)	190
Figura 5.1 – Ilustração de Contágio vs. Interdependência.....	222
Figura 5.2 – Informação Mútua a) vs. <i>Transfer Entropy</i> b)	236
Figura 5.3 – Representação Esquemática da <i>Transfer Entropy</i>	237
Figura 5.4 – Série de Rendibilidade da BTC, ETH, XRP e BCH.....	240
Figura 5.5 – Série de Rendibilidade da BSV, USDT, LTC e EOS	241
Figura 5.6 – Série de Rendibilidade da BNB, XTZ, LINK e ADA	242
Figura 5.7 – Série de Rendibilidade da XLM, TRX, XMR e HT	243
Figura 5.8 – $\Delta\rho DCCA$ para a BTC, ETH, XRP e BCH, com as Restantes Criptomoedas	247
Figura 5.9 – $\Delta\rho DCCA$ para a BSV, USDT, LTC e EOS, com as Restantes Criptomoedas	248
Figura 5.10 – $\Delta\rho DCCA$ para a BNB, XTZ, LINK e ADA, com as Restantes Criptomoedas	249
Figura 5.11 – $\Delta\rho DCCA$ para a XLM, TRX, XMR e HT, com as Restantes Criptomoedas	250
Figura 5.12 – <i>Heatmaps</i> para a Causalidade à Granger	253
Figura 5.13 – <i>Heatmaps</i> para a Informação Mútua	257
Figura 5.14 – <i>Heatmap</i> para a <i>Transfer Entropy</i>	261

Capítulo 1 - *Introdução Geral*

“Laughter is timeless, imagination has no age, dreams are forever.”

(Walt Disney)

1.1. Introdução

Desde que em 2009 a Bitcoin (BTC) se tornou a primeira criptomoeda descentralizada, outras foram criadas, levando praticamente a uma disseminação global destes ativos financeiros, os quais têm estimulado não apenas a criação de fundos de investimento dedicados, mas também de outros instrumentos financeiros relacionados (Flori, 2019).

Enquanto nova classe de ativos financeiros, as criptomoedas têm despertado quer a atenção crescente dos *media*, investidores, instituições financeiras e governamentais, quer de académicos. Os últimos têm encontrado nestes ativos financeiros novas oportunidades de investigação, dado tratar-se, entre outros motivos, de um tema ainda, relativamente, pouco explorado. Além disso, a obtenção de resultados conflituantes, bem como o facto da análise deste mercado se encontrar maioritariamente centrada na BTC, são evidência clara de insuficiente análise de outras criptomoedas (Corbet et al., 2019), e contribuem para a manutenção de inúmeras questões em aberto relacionadas com este mercado.

A questão da eficiência informativa do mercado é central em finanças, e tem sido explorada para vários mercados, não sendo as criptomoedas uma exceção. O crescente interesse dos investidores na especulação¹ com criptomoedas (Baek & Elbeck, 2015; Baur et al., 2018; Tan et al., 2020), aliado à dinâmica de preços destes ativos, bem como a sua crescente importância nos mercados financeiros, constituem apenas alguns dos fatores que têm contribuído para a emergência de literatura sobre a eficiência das criptomoedas. Ainda assim, e apesar de ser significativa a pesquisa sobre a eficiência da BTC, em especial a eficiência na sua forma fraca, outras criptomoedas têm sido menos exploradas, podendo este facto conduzir a enviesamentos no que à eficiência deste mercado diz respeito, dado tratar-se de um mercado com cerca de 17.500 criptomoedas (CoinMarketCap, 2022). Além disso, e embora a maioria dos estudos forneçam evidência de ineficiência no mercado de criptomoedas (Kyriazis, 2019), outros apontam precisamente em direção contrária, ou seja, de total eficiência (Tiwari et al., 2018), não sendo por isso consensuais os resultados obtidos quanto à (in)eficiência deste mercado. Justifica-se assim a realização de um estudo que simultaneamente conjugue um objeto de estudo mais abrangente e métodos de análise globais, onde sejam tidas em consideração as não linearidades inerentes ao comportamento destes ativos, contribuindo assim para uma melhor compreensão do seu comportamento.

¹ Enquanto operação financeira que tem como objetivo a transformação de riscos em lucros (Tan et al., 2020).

Ao pretender-se compreender o comportamento do mercado de criptomoedas abrangendo diferentes perspetivas da teoria financeira, a volatilidade e o risco associados constituem um tópico de interesse relevante. Embora a ambos os conceitos se associe um conhecimento imperfeito da informação, ao conceito de risco associa-se a capacidade de avaliação de possíveis perdas ou ganhos futuros, enquanto à incerteza se associa a maior ou menor predictabilidade de um evento futuro. Assim, de modo a compreender em maior profundidade o complexo mercado de criptomoedas, importa não apenas fazer a distinção entre ambos os conceitos, mas também avaliar numa perspetiva complementar e comparativa, a incerteza e o risco associado ao investimento em criptomoedas. Esta compreensão assume relevância e pertinência crescentes, atendendo a que este tipo de ativos são cada vez mais parte integrante de carteiras de investimento.

As criptomoedas tendem a apresentar, entre outras características, elevada volatilidade (Chu et al., 2017; Katsiampa, 2017, entre outros), sendo por isso fundamental compreender a dinâmica do seu comportamento. Desfasamentos no que diz respeito à transmissão de volatilidade entre criptomoedas permitem o estabelecimento de estratégias lucrativas, tendo implicações em termos da eficiência do mercado. Além da elevada volatilidade de preços das criptomoedas (Caporale & Zekokh, 2019), existem também aparentes interligações (interdependências, *co-movements*) entre diferentes criptomoedas que podem potenciar o risco do investimento neste ativos. Antonakakis et al. (2019) e Katsiampa et al. (2019), entre outros, mostraram que existe uma forte interligação entre criptomoedas, reflexo de *spillovers* de volatilidade, de *co-movement* de volatilidade, de efeito *lead-lag* e de *co-movement* do mercado, não podendo por isso ser negligenciado ou ignorado o risco sistemático envolvido neste mercado. De acordo com a teoria da carteira de Markowitz (1952), pode reduzir-se a exposição ao risco de ativos individuais mantendo uma carteira diversificada de ativos não perfeitamente correlacionados. Quanto menor for a correlação (menor interdependência) entre os ativos, menor será o risco sistemático dessa carteira, ou seja, mais diversificada será. Compreender se é possível a diversificação entre diferentes criptomoedas, tem impacto na redução do risco específico de criptomoeda. Assim, é importante a identificação da existência de integração neste mercado, onde a deteção de quebra estrutural sistemática assume especial relevância, dado que pode limitar os benefícios da diversificação.

Quando o que está em causa é a gestão do risco dos ativos, é frequente que o foco esteja nos quantis extremos (*tails*) da distribuição de rendibilidade e que seja analisada a perda potencial perante circunstâncias extremas. Para esta avaliação importa, pois, recorrer a medidas de risco

robustas à avaliação de risco nesta zona da distribuição, como por exemplo o *Value-at-risk (VaR)* e o *Conditional value-at-risk (CVaR)*. A inexistência de *tail dependence* entre ativos, e neste caso específico entre criptomoedas, indica que estes ativos possuem propriedades de diversificação. No entanto, a existência de correlação positiva de *left tail* entre as diferentes criptomoedas significará que estes ativos estão expostos aos mesmos fatores extremos ou que rapidamente se contagiam entre si perante eventos extremos negativos. Por outro lado, se a *right tail* de uma criptomoeda estiver correlacionada com a *left tail* de outra, significará que quando o preço desta última experimentar uma queda extrema, é provável que a outra se valorize em simultâneo, pelo que a primeira poderá constituir uma boa ferramenta de cobertura (*hedge*) relativamente à segunda.

Embora os termos interdependência e contágio pareçam caminhar lado a lado e algumas vezes utilizados enquanto sinônimos, na prática referem-se a perspetivas diferentes da teoria financeira, pelo que é importante distingui-los claramente. Apesar de serem numerosos os estudos dedicados à compreensão do contágio financeiro ao longo das últimas décadas, e do conceito de contágio financeiro ser um dos mais frequentemente utilizados em termos de finanças internacionais, tem sido objeto de múltiplas definições e de pesquisa empírica fragmentada. Há inúmeras teorias, de teste empírico difícil, que tentam explicar os vários canais envolvidos na transmissão de choques, os quais, por sua vez também são analisados através de uma multiplicidade de métodos. Assim não é fácil definir ou compreender o contágio financeiro. Não é por isso surpreendente a obtenção de conclusões contraditórias no que à presença ou ausência de contágio financeiro diz respeito. Embora vários estudos empíricos o tenham documentado (Kenourgios, 2014; Li & Zhu, 2014; Anastopoulos, 2018), outros apenas têm identificado a interdependência (Forbes & Rigobon, 2002; Martinez & Ramirez, 2011), não havendo também consenso no que ao grau de interdependência diz respeito (Li et al., 2012). Apesar da crescente literatura existente sobre criptomoedas, a maioria dos trabalhos analisa a eficiência, a volatilidade e a formação de bolhas nos seus preços, negligenciando o fenómeno de contágio neste contexto. Os mercados afetados pelo contágio, além de apresentarem um comportamento instável, exacerbam a sua reação perante eventos inesperados no mercado onde a crise teve origem (Horta et al., 2014), sendo por isso importante a deteção precoce do fenómeno de contágio como forma de o mitigar. Esta mitigação permitirá aos intervenientes no mercado uma melhor gestão do risco associado a estes ativos financeiros. Além do referido, parte significativa dos estudos dedicados ao contágio, interdependência ou integração no mercado de criptomoedas, tem com objeto de estudo as principais criptomoedas (em termos

de capitalização de mercado) e avaliam a relação entre cada uma delas e a BTC. Sendo o mercado de criptomoedas cada vez maior, não só em termos de capitalização de mercado, mas também em termos de número de criptomoedas, preços, etc., então a avaliação deste fenómeno considerando outras criptomoedas é cada vez mais relevante. A pandemia de COVID-19 que abalou o mundo em final de 2019 e início de 2020 afetou a economia global e gerou um forte efeito de contágio nos mercados financeiros em todo o mundo (Yarovaya et al., 2021), importando por isso também explorar os efeitos de uma crise de origem não financeira no mercado de criptomoedas.

De acordo com o nosso conhecimento baseado na revisão de literatura efetuada, não se encontraram estudos que se dedicassem à compreensão do comportamento do mercado de criptomoedas abrangendo diferentes perspetivas da teoria financeira, unificando-as e interligando-as, e que simultaneamente utilizasse uma amostra mais abrangente destes ativos. A grande maioria dos estudos anteriores, não só se têm dedicado ao estudo, praticamente isolado, de um dos aspetos do comportamento deste mercado, como também têm considerado a BTC como objeto de estudo ou um número restrito de criptomoedas. Atendendo ao referido, esta tese tem como principal objetivo, através de uma abordagem integradora, aprofundar a compreensão de aspetos do comportamento do mercado de criptomoedas sob diferentes perspetivas da teoria financeira. Concretamente, eficiência, risco e contágio. Utiliza-se uma amostra ampla de criptomoedas (16 criptomoedas, selecionadas de acordo com a sua capitalização de mercado – superior a um bilião de dólares, à data de 07 de março de 2020), visando responder a algumas das questões relacionadas com o comportamento do mercado de criptomoedas, as quais continuam ainda em aberto. Consideram-se as referidas e diferentes perspetivas da teoria financeira para abordar o mercado de criptomoedas uma vez que se encontram indubitavelmente interligadas, que não têm sido consensuais os resultados obtidos, e porque a sua abordagem complementar é relevante não apenas para investidores, mas também para instituições financeiras e entidades responsáveis pela elaboração e implementação de políticas regulatórias e de investimento.

Deste modo, o objetivo geral é, na realidade e com maior nível de detalhe, desagregado em quatro objetivos específicos: i) testar a eficiência informativa na sua forma fraca de uma amostra de criptomoedas, visando responder à questão: será o mercado de criptomoedas informativamente eficiente na sua forma fraca?; ii) avaliar o risco do mercado de criptomoedas sob diferentes perspetivas, visando responder à questão: qual o risco associado ao investimento financeiro em criptomoedas? iii) avaliar de forma complementar a incerteza e o risco associado

ao investimento em criptomoedas, visando responder à questão: haverá correspondência entre períodos de maior/menor incerteza e períodos de maior/menor risco? iv) analisar a integração e avaliar o contágio entre criptomoedas, em contexto de crise de origem não financeira (mais concretamente, num contexto de pandemia COVID-19), de modo a responder às questões: haverá contágio entre criptomoedas? haverá um maior nível integração entre os mercados de criptomoedas?

Recorrem-se não apenas a abordagens metodológicas habitualmente utilizadas no estudo de aspetos do comportamento do mercado das criptomoedas, mas também a métodos que usualmente são utilizados noutras áreas do conhecimento, como por exemplo a econofísica. Assim, através de um conjunto de três ensaios interrelacionados, acrescenta-se não apenas conhecimento em termos de literatura financeira subjacente a cada um dos três ensaios, como também em termos de conhecimento agregado.

O primeiro ensaio avalia a eficiência informativa na sua forma fraca para um conjunto de 16 criptomoedas, e testa a Hipótese de Eficiência do Mercado (HEM). Contribui para aumentar a literatura financeira pré-existente relativa à eficiência deste mercado uma vez que os resultados das análises desenvolvidas são obtidos com recurso a abordagens robustas, as quais não requerem rígidos pré-requisitos em termos de normalidade, linearidade ou estacionariedade. Além das abordagens mais tradicionais e que permitem detetar a dependência linear, recorre-se à Informação mútua (IM), à *Detrended fluctuation analysis* (DFA) e aos Exponentes de Lyapunov. Enquanto a primeira tem a vantagem de captar as relações de uma forma global, a segunda permite evitar a deteção espúria de dependência de longo alcance. Finalmente, a terceira permite detetar outras fontes de não linearidade, que as metodologias anteriores não permitem, mais concretamente o caos.

O segundo ensaio utiliza uma amostra de sete criptomoedas, e avalia a incerteza e o risco associado ao investimento em criptomoedas, tendo contributo científico duplo. Em primeiro lugar, a avaliação da dinâmica da volatilidade de várias criptomoedas, e não apenas da BTC. Em segundo lugar, a avaliação complementar da incerteza (através da entropia simbólica de Shannon) e do risco (estimando o *VaR* e o *CVaR*), bem como os binómios rendibilidade *vis-à-vis* incerteza e risco, aplicando medidas adequadas ao comportamento complexo destes ativos. Esta avaliação é, de acordo com a revisão de literatura efetuada, pioneira, aportando por isso contributo científico mais relevante.

O terceiro ensaio, também de contributo científico duplo, utiliza uma amostra de 16 criptomoedas e avalia a integração e o contágio entre criptomoedas, em contexto de crise de

origem não financeira. Sendo esta a primeira grande crise a que estes ativos se encontram expostos desde o seu lançamento, esta avaliação aporta contributo para a literatura financeira ao permitir novo conhecimento sobre a forma como este mercado reage perante eventos extremos e externos aos mercados financeiros. Por outro lado, a avaliação faz-se, essencialmente, com recurso a abordagens com origem na econofísica, as quais têm sido utilizadas para avaliar o contágio e a integração noutros mercados financeiros, mas que são parcamente exploradas no contexto das criptomoedas. Assim, recorre-se ao coeficiente de correlação da *Detrended cross-correlation analysis* (DCCA), à causalidade à Granger (CG), IM e *Transfer entropy* (TE). Estas abordagens (com exceção da CG) permitem ter em consideração as possíveis não linearidades nas séries financeiras analisadas, não passíveis de ser captadas com uma simples análise de correlação.

Estes três ensaios contribuem para uma melhor e mais ampla compreensão do comportamento do mercado de criptomoedas, útil quer à comunidade científica quer não científica, onde se incluem investidores, gestores de carteiras e entidades responsáveis pela definição de políticas de investimento e pela regulação. Estas evidências podem: i) ser utilizadas em termos de definição e implementação de estratégias mais rentáveis de investimento e contribuir para um aumento de confiança relativamente a estes ativos; ii) oferecer aos investidores informação relevante no que concerne a possíveis benefícios em termos de diversificação; iii) permitir aos investidores utilizar as criptomoedas identificadas como *influencers* mais significativas enquanto possíveis preditores da rendibilidade das criptomoedas influenciadas, significando assim a possibilidade da sua utilização na tentativa de obtenção de lucros extra, e numa potencial redução de risco de carteiras compostas por estes ativos.

As evidências encontradas sugerem que a generalidade dos mercados de criptomoedas não exibem características dos mercados informacionalmente eficientes. Além disso revelaram algum nível de integração entre eles, embora tenham sofrido reduzidos impactos da crise provocada pela pandemia de COVID-19. Contudo, trata-se de ativos com elevados níveis de incerteza associados (exceção para a USDT), aos quais está sempre associada a possibilidade de perdas, embora com diferentes níveis de risco e rendibilidade entre eles. Assim, este mercado continua a ter interesse para os investidores que, devem, contudo, ter em consideração, que as criptomoedas não devem ser consideradas como um todo homogéneo, pois embora algumas possam ser utilizadas para fins de diversificação, outras não reúnem tais propriedades.

Esta tese encontra-se organizada da seguinte forma: além deste primeiro capítulo (Capítulo um), o qual está reservado à introdução da temática a abordar, bem como à apresentação dos

objetivos e contributos deste trabalho, o Capítulo dois está reservado à apresentação do contexto em análise, bem como dos conceitos teóricos necessários à abordagem dos aspetos do comportamento do mercado de criptomoedas que se pretendem avaliar. O Capítulo três corresponde ao primeiro ensaio, o qual tem o seu foco na questão da eficiência informativa na forma fraca das criptomoedas. O Capítulo quatro corresponde ao segundo ensaio, sendo este focado na avaliação do risco financeiro das criptomoedas sob diferentes perspetivas, bem como numa avaliação complementar de incerteza e risco associado ao investimento em criptomoedas. O Capítulo quinto corresponde ao terceiro ensaio, o qual é dedicado à análise da integração e à avaliação do contágio entre criptomoedas, tendo por base um momento de crise de origem não financeira. Finalmente, no Capítulo seis são apresentadas as conclusões unificadoras dos capítulos anteriores.

1.2. Referências Bibliográficas

- Anastasopoulos, A. (2018). Testing for financial contagion: New evidence from the Greek crisis and yuan devaluation. *Research in International Business and Finance*, 45(September 2017), 499–511. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2017.09.001>
- Antonakakis, N., Chatziantoniou, I., & Gabauer, D. (2019). Cryptocurrency market contagion: Market uncertainty, market complexity, and dynamic portfolios. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 61, 37–51. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2019.02.003>
- Baek, C., & Elbeck, M. (2015). Bitcoins as an investment or speculative vehicle? A first look. *Applied Economics Letters*, 22(1), 30–34. <https://doi.org/10.1080/13504851.2014.916379>
- Baur, D. G., Hong, K. H., & Lee, A. D. (2018). Bitcoin: Medium of exchange or speculative assets? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 54, 177–189. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2017.12.004>
- Caporale, G. M., & Zekikh, T. (2019). Modelling volatility of cryptocurrencies using Markov-Switching GARCH models. *Research in International Business and Finance*, 48(December 2018), 143–155. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2018.12.009>
- Chu, J., Chan, S., Nadarajah, S., & Osterrieder, J. (2017). GARCH Modelling of Cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 10(4), 17. <https://doi.org/10.3390/jrfm10040017>
- CoinMarketCap. (2022). Retrieved from <https://coinmarketcap.com/>
- Corbet, S., Lucey, B., Urquhart, A., & Yarovaya, L. (2019). Cryptocurrencies as a financial asset: A systematic analysis. *International Review of Financial Analysis*, 62(August 2018), 182–199. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.09.003>
- Flori, A. (2019). News and subjective beliefs: A Bayesian approach to Bitcoin investments. *Research in International Business and Finance*, 50(May), 336–356.

<https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2019.05.007>

- Forbes, K., & Rigobon, R. (2002). No contagion, only interdependence: Measuring stock market comovements. *Journal of Finance*, 57(5), 2223–2261. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00494>
- Horta, P., Lagoa, S., & Martins, L. (2014). The impact of the 2008 and 2010 financial crises on the Hurst exponents of international stock markets: Implications for efficiency and contagion. *International Review of Financial Analysis*, 35, 140–153. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2014.08.002>
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3–6. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.06.023>
- Katsiampa, P., Corbet, S., & Lucey, B. (2019). High frequency volatility co-movements in cryptocurrency markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 62, 35–52. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2019.05.003>
- Kenourgios, D. (2014). On financial contagion and implied market volatility. *International Review of Financial Analysis*, 34, 21–30. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2014.05.001>
- Kyriazis. (2019). A Survey on Efficiency and Profitable Trading Opportunities in Cryptocurrency Markets. *Journal of Risk and Financial Management*, 12(2), 67. <https://doi.org/10.3390/jrfm12020067>
- Li, F., & Zhu, H. (2014). Testing for financial contagion based on a nonparametric measure of the cross-market correlation. *Review of Financial Economics*, 23(3), 141–147. <https://doi.org/10.1016/j.rfe.2014.05.001>
- Li, L., Zhang, N., & Willett, T. D. (2012). Measuring macroeconomic and financial market interdependence: a critical survey. *Journal of Financial Economic Policy*, 4(2), 128–145. <https://doi.org/10.1108/17576381211228989>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal Of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.1002/9781118267028.ch3>
- Martinez, C., & Ramirez, M. (2011). International propagation of shocks: An evaluation of contagion effects for some Latin American countries. *Macroeconomics and Finance in Emerging Market Economies*, 4(2), 213–233. <https://doi.org/10.1080/17520843.2010.546361>
- Tan, S. K., Chan, J. S. K., & Ng, K. H. (2020). On the speculative nature of cryptocurrencies: A study on Garman and Klass volatility measure. *Finance Research Letters*, 32, 1–5. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.12.023>
- Tiwari, A. K., Jana, R. K., Das, D., & Roubaud, D. (2018). Informational efficiency of Bitcoin—An extension. *Economics Letters*, 163, 106–109. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.12.006>
- Yarovaya, L., Matkovskyy, R., & Jalan, A. (2021). The effects of a “black swan” event (COVID-19) on herding behavior in cryptocurrency markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2021.101321>

Capítulo 2 - Contexto e Fundamentos Teóricos

“The most profound technologies are those that disappear. They weave themselves into the fabric of everyday life until they are indistinguishable from it.”

(Mark Weiser, 1991)

2.1. Contexto

As criptomoedas são um fenómeno relativamente recente, tendo sido publicado online em 2008 o primeiro documento que descrevia aquela que viria a ser o primeiro destes ativos, a Bitcoin (BTC), lançada em janeiro de 2009 (podendo o seu *white paper* ser encontrado em [Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System](#)). Assistia-se à data do lançamento da BTC, embora sem que haja consenso, de acordo com Saksonova e Kuzmina-Merlino (2019), a um possível aumento da integração e da interdependência nos mercados financeiros, atualmente consideradas razões pelas quais a crise financeira global de 2008 teve consequências tão graves e abrangentes. Assim, as criptomoedas terão surgido, em parte como uma reação ao crescimento do protagonismo e ao impacto dos intermediários financeiros, pretendendo ser uma alternativa ao sistema bancário tradicional (Saksonova & Kuzmina-Merlino, 2019). No centro do desenvolvimento das criptomoedas estava, a tentativa de evitar as instituições financeiras, com o consequente afastamento dos intermediários financeiros: “*A purely peer-to-peer version of electronic cash would allow online payments to be sent directly from one party to another without going through a financial institution.*”(Nakamoto, 2008, p. 1). As criptomoedas são assim entendidas como ativos digitais com características monetárias, criadas com o objetivo de serem utilizadas como meio de troca *on-line*, pretendendo ser uma alternativa às moedas fiduciárias.

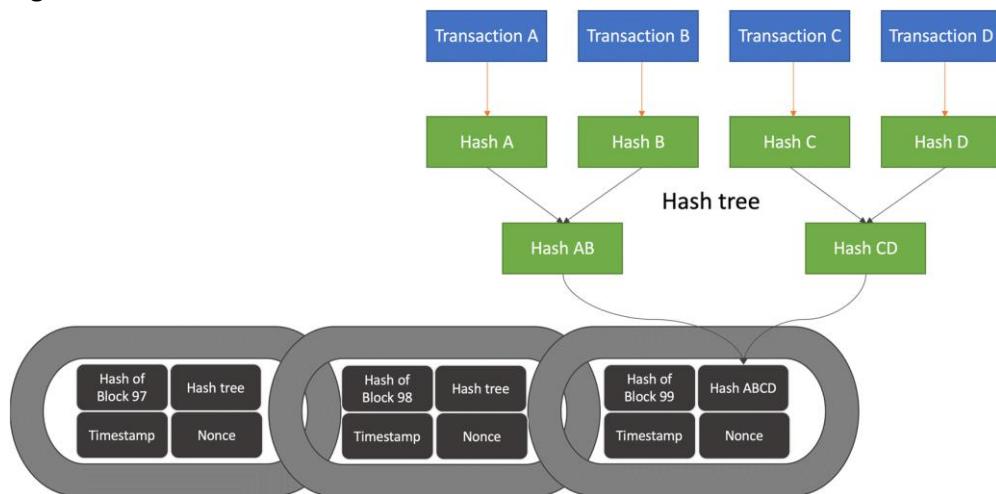
Existem, no entanto, diferenças entre moedas fiduciárias e criptomoedas, consubstanciando-se as principais diferenças na descentralização (não são apoiadas pelos governos), anonimato nas transações (embora informativamente transparentes) devido à tecnologia *blockchain*² (cujo funcionamento se exemplifica na Figura 2.1, ou *Distributed Ledger Technology* (DLT)). O valor as criptomoedas não se encontra, à semelhança das moedas fiduciárias (cujo valor depende, de acordo com Drozdz et al. (2020) das políticas dos bancos centrais, e do facto de poder ser válida e aceite como moeda de troca no futuro), indexado a nenhum ativo tangível. Também este facto tem contribuído para a falta de consenso no que concerne à definição do seu valor intrínseco, o qual está baseado na segurança de um algoritmo capaz de rastrear todas as transações. No que diz respeito à verificação de segurança e validade das transações, estas são conseguidas pelos *Central Process Units* (CPU's) com recurso a mecanismos de consenso. Por exemplo, a BTC

² “*It is a distributed digital ledger, a sort of decentralized database that is replicated among all the computers of the network.*” (Malherbe et al., 2019, pp. 131–132).

recore ao mecanismo de consenso *proof-of-work*³(PoW). No entanto, além deste mecanismo de validação e que é o mais amplamente utilizado (Wątorek et al., 2021), outros existem (ex.: *proof-of-stake* (PoS), *delegated proof-of-stake* (DPoS), *Proof of Importance*). Contudo, está fora do âmbito desta tese o seu detalhe. Assim, todo o funcionamento da *blockchain* descrito tem por base o mecanismo de consenso PoW.

Cada bloco da *blockchain* encontra-se cronologicamente ligado ao anterior, e é imutável na medida em que os dados apenas podem ser adicionados. Uma vez anexados os dados, eles fazem parte da *blockchain*, não havendo possibilidade de modificação ou alteração dos blocos, fazendo com que a cadeia cresça. Os dados numa cadeia de blocos são vinculados através de um registo de data, hora e do valor de *hash* do cabeçalho do bloco anterior (Figura 2.1). Se um “invasor” pretendesse modificar um bloco, teria que ter consenso⁴ e modificar todos os blocos subsequentes da cadeia uma vez que havia alteração do valor de *hash* desse bloco, e consequentemente todos os valores de *hash* dos blocos subsequentes se alterariam.

Figura 2.1 – Funcionamento da Blockchain



Fonte: McBee, M. P., & Wilcox, C. (2020). Blockchain Technology: Principles and Applications in Medical Imaging. *Journal of Digital Imaging*. <https://doi.org/10.1007/s10278-019-00310-3>

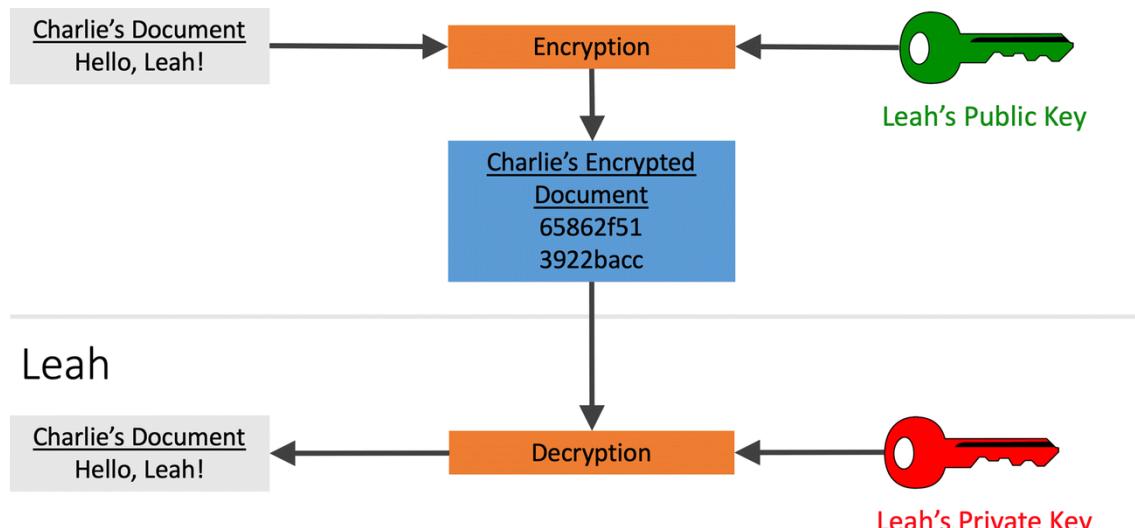
³ Que pode ser entendido como um voto. A cadeia mais longa será aquela tem maior *proof-of-work*, representando por isso a decisão maioritária. A modificação de qualquer bloco anterior implicaria a modificação da *proof-of-work* quer desse bloco, quer de todos os anteriores, ou seja, implicaria que toda a *blockchain* fosse reescrita, e simultaneamente fosse acompanhado o desenvolvimento da *blockchain* “original”, processo que não é fácil, uma vez que quanto maior for a geração de blocos por hora, maior será a dificuldade da *proof-of-work*. (Nakamoto, 2008; Malherbe et al., 2019).

⁴ Significa que todos os nós descentralizados da *blockchain* concordam com aquilo que constitui a verdade (McBee & Wilcox, 2020).

Os custos computacionais são de tal forma elevados, que são dissuasores de tentativas de ataque (McBee & Wilcox, 2020; Malherbe et al., 2019)

No que diz respeito ao anonimato das transações, cada participante tem um pseudónimo na *blockchain*, bem como duas chaves distintas, uma privada e uma pública. Estas chaves são utilizadas para proteger e validar as transações (ex.: para a transferência de BTC entre dois agentes, aquele que transfere BTC fá-lo com recurso à chave pública do destinatário, o qual a receberá apenas mediante a validação com a sua própria chave privada). Assim, os dados são “ilegíveis” sem a chave privada e são criptografados (Figura 2.2).

Figura 2.2 – Criptografia de Chave Pública Charlie



Fonte: McBee, M. P., & Wilcox, C. (2020). Blockchain Technology: Principles and Applications in Medical Imaging. *Journal of Digital Imaging*. <https://doi.org/10.1007/s10278-019-00310-3>

Devido à sua popularidade, as criptomoedas têm captado recentemente não apenas a atenção pública, mas também académica, o que tem levado a uma rápida emergência de literatura neste contexto, embora muito centrada na BTC e/ou num conjunto bastante restrito de criptomoedas. No que diz respeito ao processo de criação de criptomoedas, também este é distinto do processo de criação de moedas fiduciárias, mas uma vez contribuindo para a sua consideração enquanto ativo financeiro. As criptomoedas são criadas através de mineração (*mining activity*), segundo a qual as transações são agrupadas em “blocos”, que são ficheiros eletrónicos que contém o registo das transações confirmadas após a criação do “bloco” anterior, bem como uma ligação para este “bloco”, remetendo para a formação de uma cadeia (*blockchain*). Cada “bloco”

contém também uma solução matemática específica para o algoritmo *proof-of-work*⁵, o qual tem como objetivo validar as transações referidas. Para a validação de novas transações e adição de novos blocos à cadeia, é necessário que cada minerador, ou seja, os nós da rede que com *software* dedicado coletam as transações, verifiquem se estão corretas e as integram em blocos. O primeiro minerador a executar a referida tarefa é recompensado (pelos recursos consumidos com a atividade de mineração) com as novas criptomoedas criadas durante a operação, constituindo um incentivo à atividade de mineração. Assim, e ao contrário das moedas fiduciárias que são criadas *ex ante*, a criação de criptomoedas ocorre após uma validação de transações (Malherbe et al., 2019), ou seja, *ex post*.

Além de não existir consenso no que diz respeito ao valor intrínseco das criptomoedas, a própria definição de criptomoeda não é consensual entre os diversos intervenientes nos mercados financeiros (Houben & Snyers, 2018), bem como a sua classificação enquanto moeda ou outro ativo. Entre as várias definições de criptomoedas propostas pode citar-se a definição proposta pelo Committee on Payments and Market Infrastructures (CPMI), um órgão do Bank for International Settlements (BIS):

“digital currencies or digital currency schemes. These schemes are said to exhibit the following key features: i. they are assets, the value of which is determined by supply and demand, similar in concept to commodities such as gold, yet with zero intrinsic value; ii. they make use of distributed ledgers to allow remote peer-to-peer exchanges of electronic value in the absence of trust between parties and without the need for intermediaries; and iii. they are not operated by any specific individual or institution.”

(Houben & Snyers, 2018, p. 21).

São vários os autores que defendem que as criptomoedas se assemelham mais a ativos financeiros do que a moedas fiduciárias, e que argumentam que as criptomoedas constituem uma nova classe de ativos de investimento (Corbet, Meegan, et al., 2018; Corbet et al., 2019; White et al., 2020; entre outros). A sua classificação enquanto ativo financeiro tem sido, essencialmente, fundamentada com base: i) na sua elevada volatilidade, a qual foi modelada com recurso a modelos *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity* (GARCH), entre outros por Katsiampa (2017), Chu et al. (2017), Apergis (2022); ii) na sua vulnerabilidade a bolhas especulativas, evidência encontrada por Cheah e Fry (2015), Fry e Cheah (2016), Chen

⁵ Enquanto no caso do algoritmo *proof-of-work* há competição entre mineradores (*miners*) para a validação do “bloco” de modo a obter a recompensa de criptomoeda, no algoritmo *proof-of-stake* o minerador do novo “bloco” é escolhido de forma determinística, não havendo por isso competição entre *miners*, o que se traduz num menor consumo energético.

e Hafner (2019), Corbet, Lucey, et al. (2018), Bouri, Shahzad, et al. (2019), White et al. (2020) e Shahzad, Anas, et al. (2022), entre outros; iii) na sua persistência, analisada com base nas alterações do expoente de Hurst⁶, cuja abordagem do estudo dos mercados financeiros se encontra baseada na hipótese do mercado fractal, por Caporale et al. (2018); iv) na sua distribuição *heavy tail*, estudado entre outros por exemplo por Gkillas e Katsiampa (2018) aplicando a *extreme value theory*⁷, e por Phillip et al. (2018) recorrendo ao modelo de volatilidade estocástica de Taylor (1986); v) em efeitos de alavancagem, avaliados Phillip et al. (2018), entre outros.

Embora a BTC tenha sido a primeira criptomoeda, e continue a ser a que tem maior capitalização de mercado (Rutkowska & Kliber, 2020), o número de criptomoedas tem vindo a aumentar nos últimos anos (Wei, 2018), bem como toda uma comunidade à sua volta, onde se incluem bancos, *hedge funds* e até mesmo governos. Além disso, também a utilização de criptomoedas tem vindo a aumentar, o que se tem traduzido no aumento do volume transacionado, e também no aumento da sua volatilidade e do seu valor. Atualmente existem aproximadamente 17.500 criptomoedas, que contribuem para uma capitalização de mercado próxima de 1.913 mil milhões de dólares (CoinMarketCap, 2022).

O processo de formação de preços da BTC, bem como os seus determinantes, foram dos primeiros temas estudos, tendo merecido a atenção, entre outros, de Kristoufek (2013), Kristoufek (2015), Ciaian et al. (2016). De acordo com Kristoufek (2013) a formação de preços da BTC não podia ser explicada pela teorias económicas padrão (ex.: modelos dos *cash-flows* futuros, paridade do poder de compra, etc.), tendo encontrado evidência de conexão entre os preços da BTC e as pesquisas no *Google Trends* e na *Wikipedia*. Ciaian et al. (2016) encontraram evidência de que as forças de mercado (oferta e procura) da BTC tinham efeitos significativos no seu preço, e Kristoufek (2015) concluiu que os preços desta criptomoeda eram determinados pelos interesses dos investidores nestes ativos.

⁶ Parâmetro que pode revelar dependência de longo prazo em séries temporais, permitindo determinar a intensidade da dependência das séries temporais, relativamente aos seus valores passados. Corresponde por isso à possibilidade de ocorrência de valores altos ou baixos em séries temporais. Entre os vários métodos que permitem a sua estimação, encontra-se a *Rescaled Range (R/S) analysis*, a *Detrended Fluctuation Analysis (DFA)*, a *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)*, e o *Generalized Hurst exponent (GHE)*, todos eles com vantagens e desvantagens associadas.

⁷ Teoria probabilística que trabalha com o comportamento estocástico do máximo e do mínimo, para variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.). Analisa por isso as caudas das distribuições, com a vantagem da possibilidade de introdução de modelos estatísticos paramétricos a elas adaptados (Kotz & Nadarajah, 2000).

Também a relação entre os preços das criptomoedas e os volumes transacionados têm sido objeto de vários estudos académicos. São disso exemplo, as análises de Balcilar et al. (2017) e Koutmos (2018), que evidenciaram a necessidade de modelação das não linearidades, e de considerar o *tail behaviour* quando se avaliam relações causais entre as rendibilidades da BTC e o seu volume de negociação. Katsiampa et al. (2018) alargaram o objeto de estudo a um conjunto de oito criptomoedas, tendo os resultados evidenciado uma diminuição da correlação extrema entre a rendibilidade e o volume, à medida que se moviam em direção às *tails* da distribuição, o que mais uma vez apoiou o tratamento das criptomoedas enquanto ativos.

A questão da eficiência do mercado de criptomoedas tem sido estudada, especialmente na forma fraca (de acordo com a revisão de literatura, apenas Vidal-Tomás e Ibañez (2018) e Fischer et al. (2019) estudaram, respetivamente, a eficiência na sua forma semiforte, do mercado de BTC e de um conjunto de 40 criptomoedas). Enquanto Urquhart (2016) concluiu que o mercado de BTC era ineficiente, embora pudesse estar a evoluir em direção à eficiência, Bariviera (2017) concluiu que esse mesmo mercado se estava a tornar eficiente ao longo do tempo. Contradicoratoriamente, e embora Nadarajah e Chu (2017) tenham seguido o trabalho realizado por Urquhart (2016), concluíram que se tratava de um mercado eficiente. Também os resultados obtidos por Tiwari et al. (2018), e Brauneis e Mestel (2018) foram consistentes com a eficiência informativa dos preços, da BTC e para um conjunto de 73 criptomoedas, respetivamente.

As considerar-se as criptomoedas como um ativo de investimento, surgem imediatamente dois tópicos que constituem preocupação para qualquer investidor: o risco do investimento e a relação com os outros ativos, ou até de uma forma mais abrangente, a capacidade destes ativos em termos de diversificação e de cobertura de risco, ambos importantes quando está em causa a gestão do risco. Deste modo, quanto menor for a correlação entre as criptomoedas e outros ativos menor será, de acordo com a teoria da carteira de Markowitz (1952), o risco sistemático (não diversificável) da carteira e mais diversificada esta será.

Quanto o que está em causa é a tomada de decisão em termos de investimento, a análise da volatilidade dos preços é de fulcral importância, pelo que também a análise da volatilidade dos preços das criptomoedas tem sido amplamente estudada academicamente. Estes estudos têm recorrido, principalmente, atendendo à presença de memória de longo alcance (longo prazo) e de volatilidade persistente, a modelos GARCH (Bariviera et al., 2017). Também as interdependências entre as criptomoedas e diferentes taxas de câmbio, ativos financeiros e *commodities*, e intra mercado de criptomoedas, têm sido estudadas. Contudo, Bouri, Shahzad,

et al. (2019) considerando a inexistência de estudos que explorassem quer a explosividade⁸ de preços nas principais criptomoedas, quer a possibilidade delas “co borbulharem” simultaneamente, consideraram um conjunto de sete criptomoedas e identificaram vários períodos de explosividade de preços para todas as criptomoedas estudadas. Além disso, os resultados evidenciaram um comportamento multidirecional de co explosividade, a qual não se verificava necessariamente de mercados maiores para menores e mais jovens.

As propriedades e características do mercado de criptomoedas têm sido objeto de análise académica. No entanto, a maioria dos estudos que avaliam a eficiência do mercado, os determinantes da rendibilidade, a volatilidade, a formação de bolhas de preços, as propriedades de cobertura destes ativos, entre outros, tem-se concentrado na BTC (Shahzad, Bouri, et al., 2022). Um primeiro conjunto de estudos incidiu sobre a eficiência deste mercado, enquanto uma outra vertente da literatura tem estudado os determinantes da rendibilidade e da volatilidade dos preços das criptomoedas, e tem-se dedicado também à comparação entre as características do mercado de criptomoedas e de outros ativos financeiros, de taxas de câmbio e de *commodities*. Uma vertente mais recente da literatura tem avaliado interdependências no mercado de criptomoedas, bem como o contágio, embora a questão do contágio tenha sido praticamente negligenciada.

2.2. Fundamentos e Conceitos Teóricos

O conceito de eficiência é fundamental em termos financeiros, sendo habitualmente utilizado para descrever um mercado no qual o preço dos ativos reflete as informações relevantes. De acordo com Bauer (2004) a eficiência de um mercado pode distinguir-se entre eficiência informativa (“*An asset market is informationally efficient when the price of the asset incorporates all the information about its “fundamental value.”*” (Bauer, 2004, p. 37)), operacional ou transacional (“*is a measure of the cost of transferring funds from savers to borrowers. It is thus concerned with transactions costs.*” (Bauer, 2004, p. 39)) e de afetação (“*A market is allocatively efficient when the marginal rate of return (adjusted for risk) is equal for all borrowers and savers. This implies that investors provide funds for projects that have the highest net present value and that no “good” investment projects go unfunded.*” (Bauer, 2004, p. 39)).

⁸ Crescimento exponencial de preços, o qual se revela se o preço do ativo contiver uma “bolha” (Steenkamp, 2018)

Atendendo a que se pretende estudar a eficiência informativa (na sua forma fraca) do mercado de criptomoedas, então será esta a abordagem considerada em termos de eficiência de mercado. Considerando que *“in an efficient market at any point in time the actual price of a security will be a good estimate of its intrinsic value”* (Fama, 1965, p. 56), então num mercado eficiente os preços reais dos ativos tendem a refletir os efeitos de todas as informações disponíveis. Contudo, a existência de incerteza não permite que o valor intrínseco de um ativo possa ser determinado de forma exata, permitindo divergências e discrepâncias quanto ao seu valor. As criptomoedas, enquanto ativo financeiro, não são disso uma exceção, pelo que também o seu valor intrínseco é difícil de determinar. Este facto está bem visível em Adcock & Gradojevic (2019), que referem que a *“Bitcoin is the largest cryptocurrency in the world, but its lack of quantitative qualities makes fundamental analysis of its intrinsic value difficult”* (Adcock & Gradojevic, 2019, p. 1), enquanto que para outros autores o seu valor intrínseco não é estatisticamente diferente de zero (Cheah & Fry, 2015; Mai et al., 2018).

De acordo com Fama (1970), a eficiência informativa pode subdividir-se em eficiência fraca, semiforte e forte, sendo vários os testes utilizados para cada um dos tipos de eficiência. A eficiência informativa na sua forma fraca pressupõe que os investidores não conseguem obter lucros anormais de forma consistente apenas com base na análise da informação histórica dos ativos, e as séries das rendibilidades seguem um *random walk* (Yonghong et al., 2018). Fica assim excluída a possibilidade de encontrar, de forma sistemática, estratégias de negociação lucrativas e, enquanto corolário, as séries temporais das rendibilidades não podem apresentar predictabilidade em termos de memória, naquela que é conhecida como Hipótese de Eficiência do Mercado (HEM). Samuelson (1965) considerava, contudo, que a suposição da independência era muito restritiva e não era condição necessária para a HEM, uma vez que a eficiência do mercado apenas exige que o retorno dos ativos siga um processo *martingale*, onde o lucro esperado é nulo, sendo apenas exigido que a média das taxas de rendibilidade seja independente da informação disponível.

Embora a HEM na sua forma fraca se relacione essencialmente com uma dependência linear de preços (entre os preços passados e futuros) é, no entanto, perfeitamente possível a existência de relação não linear entre as variáveis consideradas. Para analisar a dependência não linear numa série temporal, tem sido frequente o recurso a vários testes (ex.: BDS test, variance ratio test, etc.), embora muitos sem capacidade para analisar a estrutura de não linearidade. De acordo com Granger et al. (2004), o recurso a metodologias que apenas permitem a identificação da dependência linear impede que outros tipos de dependência sejam

identificados. Consequentemente, e ainda que não seja rejeitada a hipótese nula (H_0) da ausência de autocorrelação, não é possível com base nestas metodologias garantir que se trata de um mercado eficiente. Reconhece-se, pois a importância de recorrer a metodologias que permitam a identificação de ambos os tipos de dependências. Têm, igualmente, sido vários os critérios/métodos (ex.: parâmetros de entropia e os expoentes de Lyapunov⁹) utilizados para estudar o comportamento caótico das séries temporais, todos eles com vantagens e desvantagens associadas, impedindo por isso que uma abordagem seja considerada superior relativamente a outra(as). Justifica-se assim, e como forma de captar mais fielmente o comportamento destes mercados e tornar a análise mais robusta, a utilização em complementaridade de metodologias que permitam não só captar a dependência linear, mas também a dependência global (linear e não linear), como por exemplo a *Detrended fluctuation analysis* (DFA) e a Informação mútua (IM).

Quando o objetivo é inferir sobre a eficiência num mercado, e considerando o mercado de criptomoedas, não só têm sido vários os métodos utilizados, como também têm sido diferentes as áreas de conhecimento dos quais os mesmos são provenientes. Tem sido frequente o recurso a abordagens provenientes da econometria, estatística, matemática e econofísica. A econofísica constitui um campo de pesquisa que recorre a conceitos, teorias e métodos da física estatística com o intuito de tentar compreender e resolver matematicamente (ao invés de considerar apenas uma resolução mais qualitativa e/ou teórica, relativamente distanciada da realidade empírica) problemas económicos, especialmente de comportamento estocástico e dinâmica não linear.

O conceito de entropia é oriundo da termodinâmica, área do domínio da física. Embora a entropia seja considerada uma quantidade com múltiplas interpretações (Zanin et al., 2012), e que pode inclusive servir para estimar quantidades como a IM, tem também sido utilizado para medir a eficiência de vários mercados uma vez que permite a identificação da incerteza e da desordem das séries temporais, sem que seja necessário impor limitações em termos de distribuição teórica de probabilidades. Esta medida tem a capacidade de identificar a dependência serial global, sem que seja necessário especificar qualquer tipo de modelo de dependência (Darbellay & Wuertz, 2000; Dionísio et al., 2006; Bentes et al., 2008). Além disso é, de acordo com Dionísio et al. (2006), uma medida mais geral que a variância, uma vez que é responsável por momentos de ordem superior de uma função de distribuição de probabilidade,

⁹ Genericamente, mede a taxa de divergência entre duas trajetórias próximas. Quando assumem um valor positivo, então o sistema em estudo diz-se caótico.

enquanto a variância apenas recorre ao segundo momento da distribuição. Assim, a entropia utiliza muito mais informação sobre a distribuição de probabilidade. A inexistência de correlação entre as variações de preços corresponde a uma situação de máxima entropia (incerteza máxima), enquanto que a existência de correlação entre as variações de preços, significa que a entropia não é máxima, e os desvios relativamente a esta podem considerar-se uma medida de predictabilidade, e consequentemente da ineficiência do mercado (Zhang, 1999).

Apesar desta aparente divisão de abordagens para avaliação da eficiência no mercado de criptomoedas, as abordagens não são mutuamente exclusivas, mas sim complementares. Embora sejam vários os estudos que recorrem à aplicação de métodos econométricos, matemáticos e/ou métodos econofísicos, não só não têm sido obtidas conclusões consensuais no que diz respeito à eficiência do mercado de criptomoedas, como também a maioria dos estudos tem colocado a tónica na BTC, pelo que o estudo da eficiência informativa das criptomoedas continua a ser uma questão pertinente e a carecer de análise mais alargada no que ao objeto de estudo diz respeito.

Além da eficiência, também a natureza empírica da relação entre rendibilidade e risco continua a ser um dos tópicos de pesquisa mais investigado, embora controverso, em economia financeira, dadas as suas cruciais implicações em termos de análise de preços dos ativos, seleção de carteiras, eficiência de mercado e gestão de risco, entre outros. Qualquer agente económico envolvido em negociações nos mercados financeiros depara-se com a resolução primordial de dois dos “mais simples” problemas de otimização: obter o máximo lucro e incorrer no mínimo risco em cada transação. Se lidar com o primeiro dos problemas não é fácil, dado que depende de inúmeros fatores, a resolução do segundo problema também não é simples. Ainda previamente à resolução destes problemas, é importante definir o que se entende por risco. Este pode ser entendido, numa primeira instância, como uma categoria económica que tenta expressar as percepções das diferentes partes interessadas nas relações económicas, às quais estão associadas não apenas incerteza, mas também possíveis conflitos em termos de objetivos, que se podem traduzir em ameaças ou em oportunidades inexploradas. Risco e incerteza, embora por vezes utilizados como sinónimos, são na realidade conceitos distintos. Ao primeiro deles pode associar-se uma determinada distribuição de probabilidade conhecida, enquanto ao segundo tal não é possível, significando por isso a incapacidade de prever a probabilidade de ocorrência de eventos. É possível a existência de incerteza sem que qualquer risco seja assumido, enquanto o risco apenas existe porque alguma incerteza existe sobre o futuro. Assim, o conceito de incerteza é mais amplo que o conceito de risco. No entanto, como a incerteza não

é diretamente observável, os conceitos de risco e incerteza não são fáceis de desvendar na prática, levando Knight (1921), em termos económicos, a distingui-los. Desde o advento da avaliação probabilística de risco, este tem sido definido como o produto matemático entre a probabilidade de um acontecimento e alguma medida das suas consequências negativas. Por outro lado, na teoria económica o risco tem sido concebido como uma variância, ou seja, quanto maior for a variância¹⁰ de uma alternativa de investimento, então maior será o risco associado (a variância é assim identificada como uma medida de risco). Ao conceito de risco está intrinsecamente associada a quantificação de perdas e ganhos, pelo que quando se pretende gerir o risco, a sua quantificação/medida assume elevada importância, e as medidas de risco assumem um papel fundamental.

Se por um lado a predictabilidade dos preços pode constituir uma evidência da ineficiência de um qualquer mercado, por outro lado, a predictabilidade da volatilidade pode ajudar a avaliar o risco desse mesmo mercado, e contribuir assim para diminuir a especulação e evitar a formação de bolhas especulativas. Embora a volatilidade seja um tópico chave e recorrente em finanças, pode não ser suficiente para medir o risco. Contudo, uma adequada predictabilidade da volatilidade dos preços dos ativos durante o período de investimento é um bom ponto de partida para a avaliação de risco de um investimento (Ser-Huang & Granger, 2003), podendo servir como sinal de alerta prévio para a vulnerabilidade dos mercados/ativos financeiros. Assim, importa estimar corretamente a volatilidade de modo a evitar, por um lado uma sobre-exposição ao risco (subestimação da volatilidade), e por outro a perda de oportunidades (sobreestimação da volatilidade).

O *VaR*, é uma das medidas de risco financeiro mais comum, sendo amplamente utilizada pelas instituições financeiras (Nadarajah et al., 2014), e representa uma possível perda (pior perda) numa carteira e num determinado horizonte temporal, com uma probabilidade relacionada com o nível de significância assumido (α). No que diz respeito às abordagens clássicas para estimar o *VaR*, estas podem dividir-se em simulação histórica, métodos totalmente paramétricos e finalmente, métodos que se baseiam na *extreme value theory* (semi-paramétricos). Além do *VaR*, também o *CVaR* é uma medida de risco, a qual está intimamente associada ao *VaR*. Trata-se de medida mais conservadora que o *VaR*, e permite obter informações sobre o tamanho esperado de uma grande perda (quando o limite do *VaR* é violado), sendo por isso bastante útil para a gestão de risco.

¹⁰ Historicamente a variância tem assumido também relevância enquanto medida de dispersão, incerteza e da avaliação do ajustamento de determinado modelo (Dionísio, 2006).

É expectável, de acordo com Candelon et al. (2021) que a incerteza influencie o comportamento dos investidores, levando-os a realocar as suas posições em carteiras de investimento, ampliando assim os efeitos de contágio. A presença do contágio, enquanto ameaça à estabilidade da economia global, ganhou ênfase durante a crise do *subprime* de 2007, colocando a tónica não apenas na necessidade de compreensão do(s) motivo(s) pelo(s) qual(ais) esse fenómeno ocorre, mas também no que pode ser feito para mitigar o risco de ocorrência futuras crises por contágio (Anastasopoulos, 2018). Sem que a origem ou a dimensão do mercado sejam neste caso importantes, quando um mercado de um país em desenvolvimento “espirra”, é provável que os restantes mercados de países emergentes venham a contrair uma “pneumonia aguda”. Metaforicamente, esta frase poderá ilustrar o contágio financeiro, no qual há uma transmissão de choques financeiros, não decorrentes das relações fundamentais entre eles (entre mercados e países por todo o mundo).

As crises financeiras (ex.: abandono do padrão do ouro de 1933, quebra do regime monetário de Breton Woods em 1973, crise asiática de 1997, crise financeira global 2007-2009, a crise da dívida soberana Europeia de 2011, entre outras) e até mesmo crises de origem não financeira (como por exemplo as provocadas por catástrofes naturais ou por pandemias), têm levado os investidores a colocar em causa os benefícios da diversificação internacional, podendo levar a opções não ótimas em termos de composição de carteira. Assim, e também de uma forma bastante genérica, uma crise pode ser definida como “*A crisis in country n at time t is an unexpected change in the distribution of Y_{t+1}^n that increases the risk of investing in country n.*” (Pericoli & Sbracia, 2003, p. 582), enquanto que se considerarmos o ponto de vista da física estatística, importante numa análise sob a perspetiva econofísica, se pode definir como “*stock market crashes represent a rupture event in a complex system*” (Fry & Cheah, 2016, p. 344). A identificação do(s) período(s) de crise, bem como a sua duração, potencialmente dificultam a análise empírica do contágio, dada a sensibilidade dos testes de contágio à definição do período de crise. Os períodos de crise são habitualmente escolhidos com base nos principais eventos financeiros, económicos ou sociais, ou períodos de elevada volatilidade no mercado acionista e na rendibilidade dos títulos (Anastasopoulos, 2018). No que diz respeito à determinação da duração da crise, encontram-se na literatura, conforme BenMim e BenSaïda (2019) diferentes abordagens: i) económica, conforme Forbes e Rigobon (2002), onde a determinação da duração do período de crise é *ad-hoc*; ii) estatística, conforme seguido por Rodriguez (2007), sendo a identificação do período de crise efetuada de forma endógena; iii) a combinação de ambas as abordagens anteriores, conforme seguido por Dimitriou et al. (2013). Além de ser difícil

identificar o período da crise financeira, é também difícil a identificação do momento em que ocorre o contágio, embora se se considerar uma definição baseada nos coeficientes de correlação, esta tarefa pareça estar facilitada pois tendo em consideração a diminuição e o aumento dos coeficientes de correlação o período do risco de contágio possa ser claramente identificado.

Mas previamente às dificuldades encontradas, uma outra surge e está relacionada com a própria definição do conceito de contágio. Não só não existe consenso sobre a definição do mesmo, como são também vários os métodos empíricos propostos para testar a sua existência, traduzindo-se numa certa ambiguidade em torno deste fenómeno (Sewraj et al., 2018). Contudo, a escolha da definição de contágio terá que ser coerente com o método utilizado para a sua deteção (Davidson, 2020). Forbes e Rigobon (2002) definem o contágio “*as a significant increase in cross-market linkages after a shock to an individual country (or group of countries).*” (Forbes & Rigobon, 2002, p. 2223). De acordo com esta definição, apenas existirá contágio se a correlação entre os mercados aumentar significativamente após o choque, caso contrário, a existência de qualquer nível elevado de correlação apenas sugere a existência de fortes interligações entre as economias, denominando-se de interdependência. Deste modo, é importante a distinção entre os conceitos de contágio e de interdependência. Contudo, o recurso ao coeficiente de correlação linear para a análise do contágio é insuficiente, uma vez que este coeficiente além de não ter a capacidade de detetar o contágio caso a dependência seja não linear, apenas mede o grau/nível de dependência linear entre mercados, falhando em termos de modelação da estrutura de dependência (dificultando a investigação de dependências assimétricas entre mercados), a qual descreve como os mercados estão relacionados. Como forma de ultrapassar estas limitações, tem sido frequente o recurso, entre outros, ao coeficiente da *Detrended cross-correlation analysis* (ρ DCCA)¹¹. O recurso aos expoentes de Hurst tem sido frequente, em termos de literatura financeira, quando se pretende estudar a dinâmica dos mercados de ações, sendo a eficiência do mercado um dos tópicos mais frequentes. No que diz respeito à utilização dos expoentes de *Hurst* e à *Generalized Hurst Exponents (GHE) analysis*, para avaliar a eficiência dos mercados, podem destacar-se os estudos de Greene e Fielitz (1977), Mills (1993) e Cajueiro e Tabak (2005) para detetar a presença de memória de longo alcance nos mercados acionistas dos Estados Unidos da América, Reino Unido, e Brasileiro, respetivamente. No entanto, quando Horta et al. (2014) recorreram aos

¹¹ Relativamente ao *Pearson coefficient*, o ρ DCCA possui duas vantagens principais: i) o facto de poder ser aplicado a séries temporais não estacionárias; ii) variar continuamente de acordo com a escala temporal (Ma et al., 2016).

expoentes de Hurst para determinar a extensão do contágio financeiro entre os mercados de ações durante duas crises¹², este facto constituiu uma novidade em termos de literatura financeira, e permitiu-lhes concluir que os expoentes de Hurst podiam ser utilizados para analisar o contágio financeiro entre mercados acionistas, permitindo uma análise integradora em termos de eficiência e contágio nestes mercados. Como anteriormente referido, são vários os métodos que permitem determinar os expoentes de Hurst, sendo por exemplo frequente o recurso à DFA, tal como tem sido frequente o recurso à DCCA quando se pretende analisar a correlação entre ativos para diferentes escalas temporais (Costa et al., 2019). Quando o objetivo vai além da análise da correlação entre ativos, e se pretende quantificar o grau de correlação entre eles, é possível recorrer-se, tal como referido por Costa et al. (2019) ao coeficiente de correlação criado por Zebende (2011). Este coeficiente foi utilizado não apenas no estudo das correlações no mercado de criptomoedas (Costa et al., 2019; Ferreira & Pereira, 2019), mas também para outros mercados e/ou ativos (Ferreira & Dionísio, 2015; Ma et al., 2016; Guedes et al., 2017; Ferreira et al., 2019).

Na avaliação do contágio há, inevitavelmente, a necessidade de um momento de corte (crise), a qual pode ter uma ou várias causas. A causalidade à Granger (CG), baseia-se na premissa que a causa precede o efeito, e tem sido amplamente utilizada para análise de séries financeiras. Contrariamente ao coeficiente de correlação linear, a CG, linear, tem a capacidade de detetar interações direcionais (assimetria na interação) e é de fácil computação, podendo por isso afigurar como um método adequado enquanto primeira abordagem. Contudo, trata-se de um método que requer a especificação de um modelo e que tem aplicabilidade em situações de dependência linear. Assim, pode não se revelar o mais adequado quando se pretende avaliar o contágio através de medidas que capturem *co-movements* para além da dependência linear. Este facto justifica a adoção de outras abordagens, que tenham a capacidade para lidar com não linearidades e não normalidade (explorando assim a correlação de uma forma global), captando a não-linearidade e a dinâmica dos fluxos de informação. Na avaliação do fenómeno de contágio entre vários mercados, ou da integração entre eles, importa além de identificar correlações cruzadas, identificar os fluxos de informação e as suas fontes. A IM tem a capacidade de detetar qualquer forma de dependência estatística entre diferentes variáveis, e de captar as interdependências lineares e não lineares entre duas séries temporais, captando assim a estrutura de correlação estatística (Dionisio et al., 2004). Contudo, a IM é uma medida simétrica, pelo que não permite obter qualquer evidência sobre a dinâmica nem sobre a direção da troca

¹² Crise financeiras de 2008 e 2010.

de informação (Schreiber, 2000), as quais são úteis na avaliação do contágio nos mercados financeiros. No entanto, a *Transfer entropy* (TE), medida livre de qualquer pressuposto e que não requer a especificação de um modelo subjacente, permite quantificar a informação transmitida da série temporal de origem para a série temporal de destino, ou seja, identificar a direccionalidade do fluxo de informação entre as diferentes criptomoedas em estudo.

2.3. Referências Bibliográficas

- Adcock, R., & Gradojevic, N. (2019). Non-fundamental, non-parametric Bitcoin forecasting. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 531, 121727. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.121727>
- Anastasopoulos, A. (2018). Testing for financial contagion: New evidence from the Greek crisis and yuan devaluation. *Research in International Business and Finance*, 45(September 2017), 499–511. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2017.09.001>
- Apergis, N. (2022). COVID-19 and cryptocurrency volatility: Evidence from asymmetric modelling. *Finance Research Letters*, (July), 102659. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102659>
- Balcilar, M., Bouri, E., Gupta, R., & Roubaud, D. (2017). Can volume predict Bitcoin returns and volatility? A quantiles-based approach. *Economic Modelling*, 64(August 2016), 74–81. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2017.03.019>
- Bariviera, A. F. (2017). The inefficiency of Bitcoin revisited: A dynamic approach. *Economics Letters*, 161(2017), 1–4. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.09.013>
- Bariviera, A. F., Basgall, M. J., Hasperué, W., & Naiouf, M. (2017). Some stylized facts of the Bitcoin market. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 484, 82–90. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.04.159>
- Bauer, G. H. (2004). A Taxonomy of Market Efficiency. *Financial System Review*, 37–40.
- BenMim, I., & BenSaïda, A. (2019). Financial contagion across major stock markets: A study during crisis episodes. *North American Journal of Economics and Finance*, 48(February), 187–201. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.02.005>
- Bentes, S. R., Menezes, R., & Mendes, D. A. (2008). Long memory and volatility clustering: Is the empirical evidence consistent across stock markets? *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 387(15), 3826–3830. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2008.01.046>
- Bouri, E., Shahzad, S. J. H., & Roubaud, D. (2019). Co-explosivity in the cryptocurrency market. *Finance Research Letters*, 29(June 2018), 178–183. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.07.005>
- Brauneis, A., & Mestel, R. (2018). Price discovery of cryptocurrencies: Bitcoin and beyond. *Economics Letters*, 165, 58–61. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.02.001>
- Cajueiro, D. O., & Tabak, B. M. (2005). Possible causes of long-range dependence in the Brazilian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 345(3–4), 635–645. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2004.07.017>

- Candelon, B., Ferrara, L., & Joëts, M. (2021). Global financial interconnectedness: a non-linear assessment of the uncertainty channel. *Applied Economics*, 53(25), 2865–2887.
<https://doi.org/10.1080/00036846.2020.1870651>
- Caporale, G. M., Gil-Alana, L., & Plastun, A. (2018). Persistence in the cryptocurrency market. *Research in International Business and Finance*, 46(December 2017), 141–148.
<https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2018.01.002>
- Cheah, E. T., & Fry, J. (2015). Speculative bubbles in Bitcoin markets? An empirical investigation into the fundamental value of Bitcoin. *Economics Letters*, 130, 32–36.
<https://doi.org/10.1016/j.econlet.2015.02.029>
- Chen, C., & Hafner, C. (2019). Sentiment-Induced Bubbles in the Cryptocurrency Market. *Journal of Risk and Financial Management*, 12(2), 53.
<https://doi.org/10.3390/jrfm12020053>
- Chu, J., Chan, S., Nadarajah, S., & Osterrieder, J. (2017). GARCH Modelling of Cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 10(4), 17.
<https://doi.org/10.3390/jrfm10040017>
- Ciaian, P., Rajcaniova, M., & Kancs, d'Artis. (2016). The economics of BitCoin price formation. *Applied Economics*, 48(19), 1799–1815. <https://doi.org/10.1080/00036846.2015.1109038>
- CoinMarketCap. (2022). Retrieved from <https://coinmarketcap.com/>
- Corbet, S., Lucey, B., Urquhart, A., & Yarovaya, L. (2019). Cryptocurrencies as a financial asset: A systematic analysis. *International Review of Financial Analysis*, 62(August 2018), 182–199. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.09.003>
- Corbet, S., Lucey, B., & Yarovaya, L. (2018). Datestamping the Bitcoin and Ethereum bubbles. *Finance Research Letters*, 26(December 2017), 81–88.
<https://doi.org/10.1016/j.frl.2017.12.006>
- Corbet, S., Meegan, A., Larkin, C., Lucey, B., & Yarovaya, L. (2018). Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets. *Economics Letters*, 165, 28–34. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.01.004>
- Costa, N., Silva, C., & Ferreira, P. (2019). Long-range behaviour and correlation in DFA and DCCA analysis of cryptocurrencies. *International Journal of Financial Studies*, 7(3).
<https://doi.org/10.3390/ijfs7030051>
- Darbeylay, G. A., & Wuertz, D. (2000). The entropy as a tool for analyzing statistical dependences in financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 287(3–4), 429–439. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(00\)00382-4](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(00)00382-4)
- Davidson, S. N. (2020). Interdependence or contagion: A model switching approach with a focus on Latin America. *Economic Modelling*, 85, 166–197.
<https://doi.org/10.1016/j.econmod.2019.05.015>
- Dimitriou, D., Kenourgios, D., & Simos, T. (2013). Global financial crisis and emerging stock market contagion: A multivariate FIAPARCH-DCC approach. *International Review of Financial Analysis*, 30, 46–56. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2013.05.008>
- Dionísio, A. (2006). *Medidas da teoria da informação aplicadas aos mercados bolsistas: análise de incerteza e dependência não-linear*. ISCTE.

- Dionisio, A., Menezes, R., & Mendes, D. A. (2004). Mutual information: A measure of dependency for nonlinear time series. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 344(1–2), 326–329. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2004.06.144>
- Dionísio, A., Menezes, R., & Mendes, D. A. (2006). An econophysics approach to analyse uncertainty in financial markets: An application to the Portuguese stock market. *European Physical Journal B*, 50(1–2), 161–164. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2006-00113-2>
- Drozdz, S., Kwapień, J., Oświecimka, P., Stanisz, T., & Watorek, M. (2020). Complexity in economic and social systems: Cryptocurrency market at around COVID-19. *Entropy*, 22(9), 1–25. <https://doi.org/10.3390/E22091043>
- Fama, E. F. (1965). Random Walks in Stock Market Prices. *Financial Analysts Journal*, 21(I), 55–59. <https://doi.org/10.2469/faj.v51.n1.1861>
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- Ferreira, P., & Dionísio, A. (2015). Revisiting Covered Interest Parity in the European Union: the DCCA Approach. *International Economic Journal*, 29(4), 597–615. <https://doi.org/10.1080/10168737.2015.1081260>
- Ferreira, P., & Pereira, É. (2019). Contagion Effect in Cryptocurrency Market. *Journal of Risk and Financial Management Communication*, 12(115). <https://doi.org/10.3390/jrfm12030115>
- Ferreira, P., Pereira, É. J. de A. L., Silva, M. F. da, & Pereira, H. B. (2019). Detrended correlation coefficients between oil and stock markets: The effect of the 2008 crisis. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 517, 86–96. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.11.021>
- Fischer, T., Krauss, C., & Deinert, A. (2019). Statistical Arbitrage in Cryptocurrency Markets. *Journal of Risk and Financial Management*, 12(1), 31. <https://doi.org/10.3390/jrfm12010031>
- Forbes, K., & Rigobon, R. (2002). No contagion, only interdependence: Measuring stock market comovements. *Journal of Finance*, 57(5), 2223–2261. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00494>
- Fry, J., & Cheah, E. T. (2016). Negative bubbles and shocks in cryptocurrency markets. *International Review of Financial Analysis*, 47, 343–352. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2016.02.008>
- Gkillas, K., & Katsiampa, P. (2018). An application of extreme value theory to cryptocurrencies. *Economics Letters*, 164, 109–111. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.01.020>
- Granger, C. W., Maasoumi, E., & Racine, J. (2004). A Dependence Metric for Possibly Nonlinear Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 25(5), 649–669.
- Greene, M. T., & Fielitz, B. D. (1977). Long-term dependence in common stock returns. *Journal of Financial Economics*, 4(3), 339–349. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(77\)90006-X](https://doi.org/10.1016/0304-405X(77)90006-X)
- Guedes, E., Dionísio, A., Ferreira, P. J., & Zebende, G. F. (2017). DCCA cross-correlation in blue-chips companies: A view of the 2008 financial crisis in the Eurozone. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 479, 38–47. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.02.065>

- Horta, P., Lagoa, S., & Martins, L. (2014). The impact of the 2008 and 2010 financial crises on the Hurst exponents of international stock markets: Implications for efficiency and contagion. *International Review of Financial Analysis*, 35, 140–153. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2014.08.002>
- Houben, R., & Snyers, A. (2018). Cryptocurrencies and blockchain: Legal context and implications for financial crime, money laundering and tax evasion. *European Parliament*, (July).
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3–6. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.06.023>
- Katsiampa, P., Gkillas, K., & Longin, F. (2018). Cryptocurrency Market Activity During Extremely Volatile Periods. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3220781>
- Knight, F. (1921). *Risk, Uncertainty and Profit*. Boston and New York: Hart, Chaffner & Marx.
- Kotz, S., & Nadarajah, S. (2000). *Extreme Value Distributions: Theory and Applications*. Imperial College Press.
- Koutmos, D. (2018). Bitcoin returns and transaction activity. *Economics Letters*, 167, 81–85. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.03.021>
- Kristoufek, L. (2013). BitCoin meets Google Trends and Wikipedia: Quantifying the relationship between phenomena of the Internet era. *Scientific Reports*, 3, 1–8. <https://doi.org/10.1038/srep03415>
- Kristoufek, L. (2015). What are the main drivers of the bitcoin price? Evidence from wavelet coherence analysis. *PLoS ONE*, 10(4), 1–16. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0123923>
- Ma, P., Li, D., & Li, S. (2016). Efficiency and cross-correlation in equity market during global financial crisis: Evidence from China. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 444, 163–176. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.10.019>
- Mai, F., Shan, Z., Bai, Q., Wang, X. (Shane), & Chiang, R. H. L. (2018). How Does Social Media Impact Bitcoin Value ? A Test of the Silent Majority Hypothesis. *Journal of Management Information Systems*, 35(1), 19–52. <https://doi.org/10.1080/07421222.2018.1440774>
- Malherbe, L., Montalban, M., Bédu, N., & Granier, C. (2019). Cryptocurrencies and Blockchain: Opportunities and Limits of a New Monetary Regime. *International Journal of Political Economy*, 48(2), 127–152. <https://doi.org/10.1080/08911916.2019.1624320>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal Of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.1002/9781118267028.ch3>
- McBee, M. P., & Wilcox, C. (2020). Blockchain Technology: Principles and Applications in Medical Imaging. *Journal of Digital Imaging*. <https://doi.org/10.1007/s10278-019-00310-3>
- Mills, T. C. (1993). Is there long-term memory in UK stock returns? *Applied Financial Economics*, 3(4), 303–306. <https://doi.org/10.1080/758534941>
- Nadarajah, S., & Chu, J. (2017). On the inefficiency of Bitcoin. *Economics Letters*, 150(August 2010), 6–9. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2016.10.033>

- Nadarajah, S., Zhang, B., & Chan, S. (2014). Estimation methods for expected shortfall. *Quantitative Finance*, 14(2), 271–291. <https://doi.org/10.1080/14697688.2013.816767>
- Nakamoto, S. (2008). Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System. *Cryptography Mailing List*. <https://doi.org/10.1007/s10838-008-9062-0>
- Pericoli, M., & Sbracia, M. (2003). A primer on financial contagion. *Journal of Economic Surveys*, 17(4), 571–608. <https://doi.org/10.1111/1467-6419.00205>
- Phillip, A., Chan, J., & Peiris, S. (2018). A new look at Cryptocurrencies. *Economics Letters*, 163, 6–9. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.11.020>
- Rodriguez, J. C. (2007). Measuring financial contagion: A Copula approach. *Journal of Empirical Finance*, 14(3), 401–423. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2006.07.002>
- Rutkowska, A., & Kliber, A. (2020). Say anything you want about me if you spell my name right: the effect of Internet searches on financial market. *Central European Journal of Operations Research*. <https://doi.org/10.1007/s10100-019-00665-6>
- Saksonova, S., & Kuzmina-Merlino, I. (2019). Cryptocurrency as an Investment Instrument in a Modern Financial Market. *St Petersburg University Journal of Economic Studies*, 35(2), 269–282.
- Samuelson, P. A. (1965). Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly, *Industrial Management Review*. *Industrial Management Review*, 6(2), 41–69.
- Schreiber, T. (2000). Measuring information transfer. *Physical Review Letters*, 85(2), 461–464. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.461>
- Ser-Huang, P., & Granger, W. J. (2003). Forecasting volatility in financial markets: A Review. *Journal of Economic Literature*, XLI(June), 478–539. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.439-440.679>
- Sewraj, D., Gebka, B., & Anderson, R. D. J. (2018). Identifying contagion: A unifying approach. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 55, 224–240. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2018.02.012>
- Shahzad, S. J. H., Anas, M., & Bouri, E. (2022). Price explosiveness in cryptocurrencies and Elon Musk's tweets. *Finance Research Letters*, (October 2021), 102695. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2022.102695>
- Shahzad, S. J. H., Bouri, E., Ahmad, T., & Naeem, M. A. (2022). Extreme tail network analysis of cryptocurrencies and trading strategies. *Finance Research Letters*, 44(February 2021), 102106. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102106>
- Steenkamp, D. (2018). Explosiveness in G11 currencies. *Economic Modelling*, 68(April 2017), 388–408. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2017.08.007>
- Tiwari, A. K., Jana, R. K., Das, D., & Roubaud, D. (2018). Informational efficiency of Bitcoin—An extension. *Economics Letters*, 163, 106–109. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.12.006>
- Urquhart, A. (2016). The Inefficiency of Bitcoin. *Economics Letters*, (148), 80–82. <https://doi.org/10.1080/05775132.1958.11468779>
- Vidal-Tomás, D., & Ibañez, A. (2018). Semi-strong efficiency of Bitcoin. *Finance Research*

Letters, 27(January), 259–265. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.03.013>

- Wątorek, M., Drożdż, S., Kwapienie, J., Minati, L., Oświęcimka, P., & Stanuszek, M. (2021). Multiscale characteristics of the emerging global cryptocurrency market. *Physics Reports*, 901, 1–82. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.10.005>
- Wei, W. C. (2018). Liquidity and market efficiency in cryptocurrencies. *Economics Letters*, 168, 21–24. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.04.003>
- White, R., Marinakis, Y., Islam, N., & Walsh, S. (2020). Is Bitcoin a currency, a technology-based product, or something else? *Technological Forecasting and Social Change*, 151(January 2019), 119877. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2019.119877>
- Yonghong, J., He, N., & Ruan, W. (2018). Time-varying long-term memory in Bitcoin market. *Finance Research Letters*, 25(December 2017), 280–284. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2017.12.009>
- Zanin, M., Zunino, L., Rosso, O. A., & Papo, D. (2012). Permutation entropy and its main biomedical and econophysics applications: A review. *Entropy*, 14(8), 1553–1577. <https://doi.org/10.3390/e14081553>
- Zebende, G. F. (2011). DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 390(4), 614–618. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.10.022>
- Zhang, Y.-C. (1999). Toward a theory of marginally efficient markets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 269(1), 30–44. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(99\)00077-1](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(99)00077-1)

Capítulo 3 - *Eficiência Informativa das Criptomoedas*¹³

“The argument for the free market is a complicated and sophisticated one and depends on demonstration of secondary effects. I have confidence market efficiency will win out.”

(Milton Friedman)

¹³ Este estudo encontra-se em processo de revisão pelo *Journal Research in Economics*.

Resumo

Considerando os preços e rendibilidades de uma amostra de 16 criptomoedas, avalia-se a hipótese da eficiência informativa na forma fraca. Para esse efeito, recorrem-se a várias abordagens econométricas e matemáticas, bem como oriundas da econofísica.

As taxas de rendibilidade das criptomoedas revelam estacionariedade, dependência linear e não linear estatisticamente significativas. A presença de *clusters* de volatilidade, encontrada para todas as criptomoedas com exceção da Chain Link, não é a única fonte de não linearidade encontrada. Identifica-se também a presença de caos determinístico para toda a amostra, com exceção da Tether, bem como a presença de dependência de longo alcance. Contudo, a Hipótese de Eficiência do Mercado não fica colocada em causa.

Palavras-Chave: Criptomoedas; *Detrended fluctuation analysis*; Eficiência informativa na forma fraca; Expoentes de Lyapunov; Informação mútua.

Classificação JEL: C10, G12, G13, G14.

3.1. Introdução

As criptomoedas são um fenómeno relativamente recente, tendo sido publicado *on-line* em 2008 o primeiro documento que descrevia aquela que viria a ser a primeira criptomoeda descentralizada, a Bitcoin (BTC), lançada em janeiro de 2009. A partir desta data, outras foram criadas, levando praticamente a uma disseminação global destes ativos financeiros, os quais têm estimulado não apenas a criação de fundos de investimento dedicados, mas também de outros instrumentos financeiros relacionados (Flori, 2019). No cerne do seu desenvolvimento estava, a tentativa de evitar as instituições financeiras, com o consequente afastamento dos intermediários financeiros: *“A purely peer-to-peer version of electronic cash would allow online payments to be sent directly from one party to another without going through a financial institution.”* (Nakamoto, 2008, p. 1). São assim entendidas como ativos digitais com características monetárias, pretendendo ser uma alternativa às moedas fiduciárias.

As diferenças existentes entre criptomoedas e moedas fiduciárias, o facto da BTC ter falhado no desempenho das funções básicas das moedas, conforme demonstrado por Yermack (2013), bem como diversas evidências empíricas (elevada volatilidade, vulnerabilidade a bolhas especulativas, persistência, efeitos de alavancagem, etc.) identificadas por vários autores, têm levado a considerar as criptomoedas como uma nova classe de ativos de investimento (Corbet, Meegan, et al., 2018; Corbet et al., 2019; Saksonova & Kuzmina-Merlino, 2019; White et al., 2020; entre outros), denominados ativos financeiros digitais (Giudici et al., 2020).

O crescente interesse dos investidores na especulação com criptomoedas (Baek & Elbeck, 2015; Baur et al., 2018; Caginalp & Caginalp, 2018; Geuder et al., 2019; Neto, 2021), aliado à dinâmica de preços destes ativos, bem como a sua crescente importância nos mercados financeiros, além de remeterem para a questão da predictabilidade da sua dinâmica de preços, constituem apenas alguns dos fatores que invariavelmente conduzem à questão da eficiência (informativa) do mercado, onde tem sido emergente a literatura. Apesar de muitas análises realizadas para estudar a eficiência dos vários mercados de criptomoedas, a maior parte do trabalho conhecido tem o seu foco no mercado de BTC (Zhang et al., 2020).

Embora seja significativa a pesquisa sobre a eficiência da BTC, em especial a eficiência na sua forma fraca, e embora a maioria dos estudos forneçam evidência de ineficiência no mercado de criptomoedas (Kyriazis, 2019), não têm sido consensuais os resultados obtidos quanto à sua eficiência. Considerando apenas o mercado de BTC, para Urquhart (2016), Yonghong et al. (2018), Al-Yahyaee et al. (2018) e Aggarwal (2019), este era ineficiente, enquanto para Bariviera (2017) e Bariviera et al. (2017) caracterizava-se por um período de ineficiência seguido de outro

de eficiência. No extremo oposto, Nadarajah e Chu (2017) e Tiwari et al. (2018) encontraram evidência da eficiência do mercado. Considerando um mercado de criptomoedas representado por um objeto de estudo mais vasto, onde sejam consideradas outras criptomoedas para além da BTC (também denominadas *altcoins*), os estudos são mais parcisos, há evidência clara de insuficiente análise de *altcoins* (Corbet et al., 2019), e também conflitualidade de resultados. Embora Zhang et al. (2018) e Gregoriou (2019) tenham encontrado evidência da sua ineficiência, em linha com a maioria dos estudos dedicados à eficiência deste mercado (Kyriazis, 2019), veem contrariar a evidência encontrada por Brauneis e Mestel (2018) da sua eficiência.

Assim, justifica-se a realização de uma investigação que simultaneamente conjugue um objeto de estudo mais abrangente (maior número de criptomoedas) e métodos de análise mais adequados e globais, onde sejam tidas em consideração possíveis não linearidades inerentes ao comportamento do referido mercado, contribuindo para uma melhor compreensão do comportamento destes ativos financeiros.

Deste modo, este estudo reveste-se de um contributo duplo: i) em termos de literatura; ii) em termos de metodologia. Em termos de literatura, na medida em que se avalia a eficiência informativa na sua forma fraca considerando uma amostra de 16 criptomoedas, alargando assim o espetro de criptomoedas analisadas. Em termos metodológicos, na medida em que se recorrem a metodologias que permitem captar a dependência temporal global (linear e não linear), sem que seja exigida uma distribuição de probabilidades teórica ou um modelo específico de dependência (Dionísio et al., 2006), ou seja, sem premissas rígidas relativamente à linearidade, normalidade e estacionariedade (Ferreira & Dionísio, 2014). É importante o recurso a este tipo de metodologias atendendo a que, de acordo com vários autores, a utilização de modelos lineares (onde o coeficiente de correlação linear se assume como uma das medidas mais conhecidas e utilizadas) para avaliar a dependência temporal é inconclusiva. O facto de não ser evidenciada dependência linear não é obrigatoriamente sinónimo de independência (Darbellay, 1998; Maasoumi e Racine, 2002). No entanto, avaliar apenas e só a dependência não-linear, onde a assimetria e a curtose ganham relevância, também poderá ser redutor. Assim, justifica-se uma avaliação da dependência de forma global (linear e não linear) e, desejavelmente, sem que haja qualquer condicionamento em função de um modelo ou pressupostos previamente definidos. É neste contexto, que se recorre à Informação mútua (IM) introduzida por Shannon (1948), uma vez que esta constitui uma medida da informação de uma variável contida noutra variável, ou seja, da dependência linear e não linear entre as ditas variáveis, pelo que é possível a ela recorrer para avaliar a dependência global entre os diferentes

lags de uma série financeira. Em complemento da análise da IM, recorrer-se-á ainda à *Detrended fluctuation analysis* (DFA), que capta a dependência de longo alcance, a qual permitirá reforçar (ou não) a verificação da Hipótese de Eficiência do Mercado (HEM). Trata-se de um método através do qual é possível avaliar a dependência temporal como um todo, mas muito mais relevante, permite analisar a dependência de longo alcance para diferentes escalas temporais. Tem ainda como vantagem o facto de poder ser utilizada em contexto de não estacionariedade (Ferreira & Dionísio, 2014; Ferreira et al., 2017; Costa et al., 2019; Ferreira, 2018).

A análise empírica revelou, assimetria, leptocurtose, estacionariedade, heterocedasticidade (exceção a esta última, a Tether (USDT)) e evidência de autocorrelação linear (exceções: Bitcoin SV (BSV), EOS, Chain Link (LINK)) na distribuição das séries de rendibilidades. O processo de formação de preços (rendibilidades) das criptomoedas revelou poder (não poder) ser descrito pelo modelo de *random walk*, sendo as exceções em preços a Ripple (XRP), USDT, Tezos (XTZ), LINK e Tron (TRX). A DFA revelou diferenças no comportamento das séries das rendibilidades (persistência vs. anti persistência), indicando dependência de longo alcance e a não aleatoriedade das rendibilidades. A análise da IM continuou a revelar, mesmo após aplicação de modelos ARCH, sinais de dependência não-linear estatisticamente significativos, indicando que a heterocedasticidade não é a única fonte de não-linearidade observada, podendo a existência de *clusters* de volatilidade justificar a possível ineficiência dos mercados (com exceção da LINK). A análise dos expoentes de Lyapunov revelou a presença de caos para todas as criptomoedas (com exceção da USDT), impedindo a predictabilidade de longo alcance (embora seja possível predictabilidade de curto prazo). Apesar do referido, a HEM não é colocada em causa.

Havendo, tal como referido por Corbet et al. (2019), clara evidência de insuficiente análise de outras criptomoedas, também elas importantes. Esta insuficiência é ainda mais flagrante no que diz respeito à análise da presença de caos ou de memória de longo alcance no mercado de criptomoedas. Assim, e considerando a conjugação dos contributos científicos, i) e ii), referidos anteriormente, com a consequente realização de vários testes, torna a avaliação realizada científica e metodologicamente mais robusta.

Contudo, o contributo não se limita à comunidade científica, na medida em que as evidências encontradas serão úteis não apenas para investidores e gestores de carteiras, mas também para as entidades responsáveis pela definição de políticas e pela regulação. Para os primeiros na medida em que lhes poderá permitir a definição e implementação de estratégias mais rentáveis, quer em termos de afetação de ativos, quer em termos da própria gestão do risco de uma

carteira. Para os segundos, pois a garantia da eficiência do mercado poderá contribuir para um aumento de confiança relativamente a estes ativos.

O remanescente deste estudo encontra-se organizado da seguinte forma: na Secção dois é efetuada uma revisão de literatura onde se apresentam evidências empíricas recentes da eficiência na sua forma fraca, e justifica-se a adoção metodológica. Na Secção três apresentam-se os dados e os métodos adotados. Na Secção quatro apresentam-se e discutem-se os resultados emanados da análise empírica realizada e, na Secção cinco apresentam-se as conclusões da referida análise.

3.2. Revisão de Literatura

O conceito de eficiência de mercado foi antecipado por Bachelier (1900) na tese de doutoramento em Matemática, na qual não só reconheceu a eficiência informativa do mercado, onde não é possível prever as flutuações dos preços dos ativos, como também associou a estas flutuações a definição de probabilidade, a qual por sua vez podia ser avaliada matematicamente. Esta análise e contribuição, embora negligenciadas praticamente até à década de 50 do século XX, antecipou não apenas a derivação de Albert Einstein do processo de movimento Browniano de Einstein-Wiener, como também os resultados analíticos redescobertos pelos académicos da área das finanças na segunda metade do passado século. Destes, pode destacar-se o trabalho de Samuelson, que em 1959 introduziu teoricamente o movimento Browniano geométrico (exponencial de um movimento Browniano), o qual se tornou a coluna vertebral das principais teorias da economia financeira, incluindo por exemplo a teoria da carteira de Markowitz, do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) e dos seus modelos generalizados de fatores.

Um mercado eficiente é definido, como *“a market where there are large numbers of rational, profit-maximizers actively competing, with each trying to predict future market values of individual securities, and where important current information is almost freely available to all participants”* (Fama, 1965, p. 56). Nesta competição, os preços reais dos ativos refletem o impacto das informações dos eventos passados e presentes, bem como as expectativas do mercado relativamente a eventos futuros. Assim, uma implicação importante da existência deste mercado, é que o preço futuro de um ativo dependerá de informações futuras, as quais são por natureza imprevisíveis, e consequentemente o futuro preço de mercado também será imprevisível.

De acordo com a definição clássica, devida a Eugene Fama, um mercado diz-se informativamente eficiente, se *“prices always ‘fully reflect’ available information”* (Fama, 1970,

p. 383). Assim, o elemento-chave na avaliação da eficiência consiste em determinar o conjunto adequado de informações que impulsiona os preços. De acordo com Fama (1970), a eficiência informativa pode subdividir-se em: i) eficiência fraca, quando os preços refletem a informação contida nas séries de preços anteriores (informação histórica); ii) eficiência semiforte, quando os preços refletem toda a informação pública disponível; iii) eficiência forte, quando os preços refletem toda a informação pública e privada disponível. Das três formas de eficiência informativa referidas, tem sido analisada de forma mais frequente a eficiência informativa na sua forma fraca, segundo a qual os investidores não conseguem obter lucros anormais de forma consistente apenas com base na análise da informação histórica dos ativos, e onde as séries referentes às rendibilidades seguem um *random walk* (Yonghong et al., 2018). A eficiência informativa na sua forma fraca exclui a possibilidade de encontrar, de forma sistemática, estratégias de negociação lucrativas. Assim, e enquanto corolário, as séries temporais das rendibilidades não podem apresentar predictabilidade em termos de memória.

A HEM exige que as rendibilidades dos ativos financeiros sigam um processo estocástico sem memória (ou se esta existir, os seus efeitos dissipam-se rapidamente) no que diz respeito a um conjunto de informações subjacentes. Ou seja, num mercado ideal, o preço dos ativos reflete toda a informação relevante disponível (não havendo nenhum tipo de vantagem para compradores e vendedores), pelo que as alterações de ontem não influenciam as de hoje, nem tão pouco as alterações de hoje influenciarão as de amanhã, seguindo um *random walk*, conforme definido por Fama (1965). Isto significa que cada alteração segue alguma distribuição de probabilidade (embora a sua forma não seja especificada no modelo de *random walk*), havendo independência entre observações. Assim, não há por isso forma de prever as alterações de preço dos ativos (sendo os efeitos de *feedback* sobre eles considerados marginais), ou da sua taxa de rendibilidade, consistente com a existência de um mercado eficiente. A justiça de preços é conseguida devido à presença de um grande número de investidores, para os quais se assume a racionalidade. Para Samuelson (1965), a suposição da independência é muito restritiva e não é condição necessária para a HEM, uma vez que a eficiência do mercado apenas exige que o retorno dos ativos siga um processo *martingale*, onde o lucro esperado é nulo. Neste caso apenas é exigido que a média das taxas de rendibilidade seja independente da informação disponível, enquanto no caso do *random walk* toda a distribuição das taxas de rendibilidade terá de ser independente da informação disponível. Assim, Fama (1970) reconheceu que a rejeição do modelo *random walk* não implicava necessariamente a ineficiência do mercado.

Do ponto de vista metodológico, têm sido provenientes de várias as áreas do conhecimento (estatística, matemática, econometria, econofísica, etc.) os métodos utilizados para avaliação da eficiência do mercado de criptomoedas. É possível identificar diferentes testes/abordagens econométricas que têm sido aplicadas à avaliação da (in)eficiência não só do mercado de criptomoedas (ex.: *Runs test*, *Ljung-Box test*, *Bartels test*, *BDS test*, etc.), mas também de outros ativos financeiros. Considerando as investigações cujo objeto de estudo foi exclusivamente a BTC, Urquhart (2016) foi pioneiro a avaliar a eficiência na sua forma fraca deste mercado, tendo o conjunto de testes econôméticos aplicados à rendibilidade desta criptomoeda permitido concluir que este mercado era ineficiente, embora pudesse estar num processo dinâmico em direção à eficiência. Por outro lado, os resultados obtidos por Nadarajah e Chu (2017), conduziram-nos à não rejeição da hipótese nula (H_0) da eficiência informativa, contradizendo assim Urquhart (2016). Aggarwal (2019) submeteu as séries das rendibilidades da BTC à hipótese do *Random Walk Model* (RWM) e encontrou, igualmente, evidência de ineficiência deste mercado, a qual atribuiu à presença de *clusters*¹⁴ de volatilidade assimétrica.

Com o aumento do número de criptomoedas e a disponibilidade de dados, com naturalidade surgiram mais estudos envolvendo a análise de várias criptomoedas. Por exemplo, os resultados obtidos permitiram a Brauneis e Mestel (2018) e Wei (2018) concluir que a eficiência das criptomoedas aumentava à medida que a sua liquidez aumentava, desempenhando por isso esta um papel significativo em termos de eficiência do mercado de criptomoedas. Al-yahyaei et al. (2020) encontraram evidência de que a volatilidade afetava negativamente a eficiência do mercado para quase todas as criptomoedas, indicando que quanto maior a volatilidade, menor a eficiência do mercado. Utilizando pela primeira vez uma estrutura de painel, Hu et al. (2019) testaram a validade da HEM na sua forma fraca para as 31 principais criptomoedas, classificadas de acordo com o seu valor de mercado, tendo os resultados confirmado a presença de *cross-section dependence* e a existência de quebras estruturais, levando-os a rejeitar a HEM na sua forma fraca, com a consequente consideração de que as criptomoedas estudadas não eram eficientes.

A teoria académica da eficiência dos mercados é desafiada pela existência de anomalias de mercado, sendo o “efeito momentum” uma delas. Evidência desta anomalia foi encontrada quer nos mercados acionistas mundiais (Rouwenhorst, 1998), de *commodities* (Miffre & Rallis, 2007) e cambial (Rouwenhorst, 1998), entre outros. Como forma de verificar se o mercado de criptomoedas também era afetado por anomalias semelhantes à identificada, Caporale e

¹⁴ Refletem a variação da variância ao longo do tempo.

Plastun (2019) e Grobys e Sapkota (2019) estudaram, respetivamente, as “anomalias de calendário” e o “efeito *momentum*”. Caporale e Plastun (2019) estudaram o “efeito do dia da semana” sobre o mercado de criptomoedas, representado pela BTC, Litecoin (LTC), Ripple (XRP) e Dash (DASH). Os autores não encontraram evidência conclusiva contra a eficiência do mercado, atendendo a que os resultados permitiram concluir que entre as quatro criptomoedas analisadas, três delas (LTC, XRP e DASH) não apresentava a referida “anomalia”, sendo a única exceção a BTC. Grobys e Sapkota (2019) utilizaram dados mensais de 143 criptomoedas para estudar a eficiência do mercado de criptomoedas na perspetiva da análise de carteira de Fama e French (2008), não tendo encontrado nenhuma evidência do “efeito *momentum*” quer transversalmente ao mercado de criptomoedas, quer ativo a ativo, o que os levou a concluir que o mercado de criptomoedas era mais eficiente que o sugerido em estudos anteriores.

No que concerne a abordagens mais matemáticas e usuais na econofísica, têm sido vários os métodos desenvolvidos e aplicados com o objetivo de avaliar a eficiência do mercado, de que a eficiência na sua forma fraca não tem sido exceção. Assim, para detetar a dependência de longo alcance, a qual sugere ineficiência, e testar a eficiência do mercado, tem sido frequente o recurso à DFA (David et al. (2020), considerando *commodities* do setor energético; Sukpitak e Hengpunya (2016), considerando diferentes bolsas de valores), à *Multifractal detrended fluctuation analysis* (MF-DFA) (Stošić et al. (2015), considerando diferentes mercados cambiais; Ali et al. (2018), considerando várias contrapartes do mercado acionista; Tiwari, Aye, et al. (2019), considerando vários mercados acionistas de países desenvolvidos e de países emergentes) e à *Multifractal detrending moving average* (MF-DMA), permitindo estas últimas estudar as propriedades multifratais das séries temporais não estacionárias, e associar o grau de relação multifractal destas séries com o grau de eficiência dos mercados financeiros. Apesar da MF-DMA ter sido aplicada a vários mercados financeiros (ações, por Hasan e Mohammad (2015) e Lahmiri (2017); *commodities*, por Mali e Mukhopadhyay (2014) e Delbianco et al. (2016); derivados, por Lim et al. (2007); taxas de câmbio, por Qin et al. (2015), Caraiani e Haven (2015)), entre outros, não são conhecidos estudos da sua aplicação ao mercado de criptomoedas, deixando assim em aberto a possibilidade da sua aplicação a este mercado.

O conceito de entropia tem também sido utilizado para medir a eficiência de vários mercados principalmente nos mercados acionistas, atendendo a que permite a identificação da incerteza e da desordem das séries temporais, sem que seja necessário impor limitações em termos de distribuição teórica de probabilidades. Esta medida tem a capacidade de identificar a dependência temporal global (linear e não linear), sem que seja necessário especificar qualquer

tipo de modelo de dependência (Darbellay & Wuertz, 2000; Dionisio et al., 2006; Bentes et al., 2008). Assim, caso as séries referentes aos preços dos ativos descrevam um *random walk* puro, não existirá correlação nas suas variações, pelo que essa série de dados terá entropia máxima (ter-se-á uma série com incerteza máxima). Por outro lado, caso exista correlação entre as variações de preços, a entropia não será máxima, e os desvios relativamente a esta poder-se-ão considerar uma medida de predictabilidade, e consequentemente da ineficiência do mercado (Zhang, 1999). Vários estudos aplicaram o conceito de entropia para quantificar o nível de eficiência em diversos mercados financeiros (Oh et al., 2007; Risso, 2008; Alvarez-Ramirez et al., 2012; Bariviera et al., 2019). Park et al. (2021), entre outros, reconheceram a importância da análise do fluxo de informação entre ativos em termos de cobertura de risco e como forma de prever o comportamento dos mercados (com as consequentes implicações em termos da sua eficiência). Os autores, identificaram igualmente que embora alguns estudos se tenham concentrado em compreender as relações entre a BTC e outros ativos financeiros, poucos procuraram especificar a direção do fluxo de informação, extremamente importante como forma de determinar quais os fatores que exercem maior influência nessas relações. Além disso, esses estudos encontravam-se restritos a ativos financeiros de um número reduzido de países como o Japão, China e Estados Unidos da América, o que constituía mais uma lacuna atendendo, entre outros fatores, ao desenvolvimento das transações eletrónicas e ao acelerar da integração global dos mercados financeiros. Assim, Park et al. (2021) analisaram, recorrendo à *Transfer entropy*¹⁵(TE), o fluxo de informação entre os preços da BTC e os ativos financeiros tradicionais¹⁶ de um conjunto de 27 países¹⁷. A análise da TE de entrada e de saída, onde a primeira significa que a informação flui de outros ativos para a BTC, e a segunda corresponde ao oposto, permitiu-lhes não apenas encontrar evidência de que a BTC recebia mais fluxos de informação de outros ativos (com exceção dos títulos dos estados) do que transmitia, mas também que os padrões direcionais de informação que fluíam das ações e taxas de câmbio eram evidentes e significativos nos mercados desenvolvidos, o mesmo não acontecendo no caso dos mercados emergentes. Estas evidências encontradas têm implicações, no que concerne à inferência sobre

¹⁵ A qual tem a capacidade, de acordo com os autores, para medir as variáveis que têm influência prévia entre as variáveis da série temporal. Trata-se de um conceito introduzido por Schreiber (2000), e que, ao contrário da informação mútua foi projetado para ignorar correlações estáticas (*vide* Schreiber (2000) para mais informação). A *Transfer entropy* pode assim ser considerada uma medida de dependência assimétrica, a qual tem em consideração apenas as dependências estatísticas verdadeiramente originadas na série “fonte”, não considerando aquelas que são derivadas de um histórico compartilhado (como por exemplo, se existir um *driver* externo comum).

¹⁶ Títulos dos estados, ações e taxas de câmbio.

¹⁷ Os quais foram classificados como tendo mercados desenvolvidos ou mercados emergentes.

a (in)eficiência do mercado de BTC, bem como sobre a possibilidade do mercado de BTC está sujeito ao fenómeno de contágio.

No que diz respeito às criptomoedas, Bariviera (2017), Bariviera et al. (2017), Tiwari et al. (2018) e Alvarez-Ramirez et al. (2018), entre outros, recorreram à DFA como forma de evitar a deteção espúria de dependência de longo alcance e testar a eficiência do mercado da BTC, havendo unanimidade na conclusão de que este mercado apresentava períodos em que podia ser caracterizado como informativamente eficiente, alternados com períodos de ineficiência informativa. Enquanto Al-Yahyaee et al. (2018) recorreram à MF-DFA para comparação da relação multifratal e da eficiência variável no tempo para a BTC, com os mercados acionista, de *commodities* e cambial, Zhang et al. (2018) e Al-yahyaee et al. (2020) recorreram à MF-DFA para analisar a eficiência de um conjunto de nove¹⁸ e seis¹⁹ criptomoedas, respectivamente. Al-Yahyaee et al. (2018) encontraram forte evidência de relação multifratal e de memória de longo alcance para todos os mercados estudados, sendo o mercado da BTC o mais volátil e o menos eficiente. Os testes realizados por Zhang et al. (2018) suportaram a hipótese da ineficiência da BTC, embora a Dash e a Monero (XMR) se tivessem revelado relativamente eficientes. No entanto, o conjunto de resultados obtidos indicaram que as criptomoedas no seu todo eram ineficientes. Al-yahyaee et al. (2020) encontraram evidência de relação multifratal e de memória de longo alcance para as rendibilidades de todas as criptomoedas analisadas, suportando também a hipótese da ineficiência dos mercados variável no tempo, onde os mercados tendem para níveis de eficiência no final do período amostral. Concluíram, igualmente, que o mercado da LTC era o mais ineficiente, enquanto o mercado da XMR era o menos ineficiente.

Além dos métodos referidos, outros têm sido também utilizados no domínio da econofísica para testar a eficiência do mercado de criptomoedas. Os resultados obtidos por Yonghong et al. (2018) recorrendo à *Generalized Hurst Exponents (GHE) analysis* permitiram-lhe concordar com Urquhart (2016) relativamente à ineficiência deste mercado, embora não tivessem encontrado evidência de que este mercado se estivesse a tornar mais eficiente ao longo do tempo. Mensi, Lee, et al. (2019), tendo como objetivo estudar a relação multifratal assimétrica e a eficiência dinâmica do mercado da BTC e da Ethereum (ETH), utilizaram dados intra diários dos preços destas criptomoedas e recorreram ao *Generalized Hurst exponent* e à *Asymmetric multifractal detrended fluctuation analysis (A-MF-DFA)*, tendo encontrado evidência de relação multifratal²⁰

¹⁸ Bitcoin, Ripple, Ethereum, NEM, Stellar, Litecoin, Dash, Monero e Verge.

¹⁹ Bitcoin, Ethereum, Monero, Dash, Litecoin, and Ripple.

²⁰ Se por um lado a deteção de comportamento multifractal nos preços dos ativos financeiros se interrelaciona com a memória de longo prazo e contradiz a HEM, a existência de assimetria de correlações

assimétrica para ambos os mercados, não seguindo os preços das criptomoedas um modelo de *random walk*, levando-os a considerar os mercados ineficientes. Os resultados permitiram concluir que o mercado da ETH era menos ineficiente do que o da BTC.

No que diz respeito à análise da presença de caos no mercado de criptomoedas, Lahmiri e Bekiros (2018), tendo como objeto de estudo a BTC, encontraram evidência, recorrendo ao maior expoente de Lyapunov e à entropia de Shannon, da presença de caos em preços, mas não em termos de rendibilidades. Alargando um pouco o espelho em termos de objeto de estudo, Lahmiri e Bekiros (2019), considerando a BTC, a DASH e a XRP, encontraram evidência da presença comportamento caótico em termos de preços, para estas criptomoedas. Gunay e Kaşkaloğlu (2019), considerando a BTC, LTC, ETH e a XRP, encontraram também evidência de caos, embora neste caso nas rendibilidades diárias destas criptomoedas. Mais recentemente, Omane-Adjepong e Alagidede (2020), considerando as rendibilidades da BTC, LTC, XRP, ETH, Ethereum Classic (ETC), DASH, NEO e Zcash (ZEC), e considerando três escalas temporais (toda a amostra, semanal, e intra semanal), encontraram evidência da presença de dinâmica caótica para todas as criptomoedas estudadas quando consideraram a escala semanal, não tendo encontrado evidência da mesma ao considerarem toda a amostra ou numa escala intra semanal. A HEM na sua forma fraca relaciona-se essencialmente com uma dependência linear de preços, sendo, no entanto, perfeitamente possível a existência de relação não linear entre as variáveis consideradas. Reconhecendo-se que com base em metodologias que apenas permitem a avaliação da dependência linear não é possível garantir que se trata de um mercado (in)eficiente, importa recorrer a metodologias que permitam a identificação de ambos os tipos de dependências, justificando-se assim o recurso à análise da IM e à DFA. Embora tenham sido vários os autores a recorrer à DFA (Bariviera, 2017; Bariviera et al., 2017; Tiwari et al., 2018; Alvarez-Ramirez et al., 2018; entre outros), apenas testaram a eficiência do mercado da BTC. Por outro lado, e embora por exemplo Ferreira e Dionísio (2014) tenham recorrido à análise da IM para identificar a dependência temporal não linear nos mercados bolsistas Português, Espanhol e Grego, não se encontrou na revisão de literatura nenhum estudo que a ela tenha recorrido para analisar a eficiência do mercado de criptomoedas. No que diz respeito à análise da presença de caos no mercado de criptomoedas, os estudos são não apenas parcos em termos de quantidade, como também quanto ao número de criptomoedas analisadas, pelo que se

entre ativos financeiros tem implicações quer em termos de afetação de ativos, quer na avaliação do risco da carteira (Mensi, Lee, et al., 2019).

encontra também justificada a análise da presença de dinâmica caótica, investigada com recursos aos expoentes de Lyapunov, numa amostra mais ampla de criptomoedas.

3.3. Dados e Métodos

3.3.1. Dados

A amostra é composta por criptomoedas com capitalização de mercado superior a mil milhões de dólares à data de 07 de março de 2020 (de acordo com informação disponível <https://coinmarketcap.com>), num total de 16 criptomoedas. As séries são apresentadas por ordem decrescente de capitalização de mercado à data da 07 de março de 2020, embora a capitalização de mercado indicada na Tabela 3.1 seja referente à data de 12 de março de 2020. Os dados referentes aos preços de abertura, de fecho e à capitalização de mercado, têm uma frequência diária. A data fim de todas as séries é o dia 12 de Março de 2020, no entanto o número de observações é distinto para as diferentes criptomoedas (*vide* Tabela 3.1), atendendo à diferença de data início da disponibilização/existência de dados para cada criptomoeda.

Tabela 3.1 – Caracterização da Amostra

	Criptomoeda		Data Início	Observações	Capitalização de Mercado (CM)
1	Bitcoin	BTC	29/04/2013	2509	90804613601
2	Ethereum	ETH	07/08/2015	1679	12366138225
3	Ripple	XRP	04/08/2013	2412	6118533337
4	Bitcoin Cash	BCH	23/07/2017	963	2789876800
5	Bitcoin SV	BSV	09/11/2018	489	1993443454
6	Tether	USDT	25/02/2015	1842	4891126961
7	Litecoin	LTC	29/04/2013	2509	1988180694
8	EOS	EOS	01/07/2017	985	1701862021
9	Binance Coin	BNB	25/07/2017	961	1493178250
10	Tezos	XTZ	02/10/2017	892	962437720
11	ChainLink	LINK	20/09/2017	904	722672644
12	Cardano	ADA	01/10/2017	893	621232514
13	Stellar	XLM	05/08/2014	2046	677492669
14	TRON	TRX	13/09/2017	911	586251722
15	Monero	XMR	21/05/2014	2122	577030303
16	Huobi Token	HT	03/02/2018	768	552969523

Notas: i. A data de fim de todas as séries é 12/03/2020; ii. Market Capitalization corresponde à capitalização de mercado de cada uma das criptomoedas em dólares americanos (USD's), à data de 12/03/2020.

Optou-se por considerar a totalidade do período disponível na fonte referida, de modo a obter o maior número de observações possível, e atendendo a que um número diferente de observações não constitui um impedimento à aplicação das diferentes metodologias que se pretende aplicar. Deste modo, a avaliação da eficiência no mercado de criptomoedas, realiza-se considerando todo o período da amostra.

Para cada uma das séries calcularam-se, com base nos preços de fecho (cuja evolução se apresenta nas Figura 3.1 a Figura 3.4), as taxas de rendibilidade das criptomoedas. Estas foram obtidas de acordo com $r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)$, onde $r_{i,t}$ corresponde à taxa de rendibilidade da criptomoeda i no período t , $\ln(P_{i,t})$ e $\ln(P_{i,t-1})$, correspondem ao logaritmo natural do preço de fecho da criptomoeda i no período t e no período imediatamente anterior, $t - 1$, (desfasamento de 1 dia), respetivamente.

Figura 3.1 – Série dos Preços de Fecho da BTC, ETH, XRP e BCH

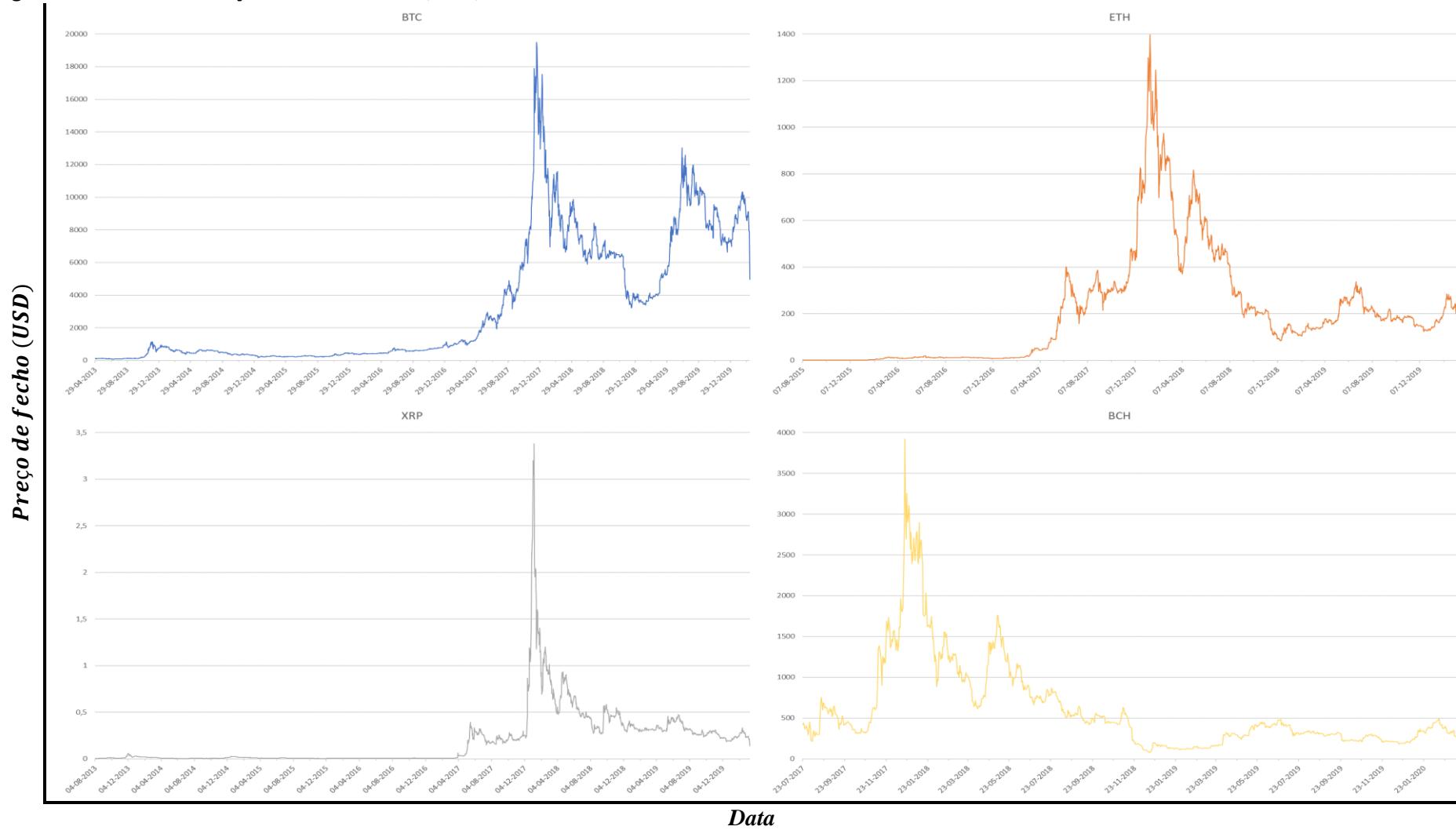


Figura 3.2 – Série dos Preços de Fecho da BSV, USDT, LTC e EOS

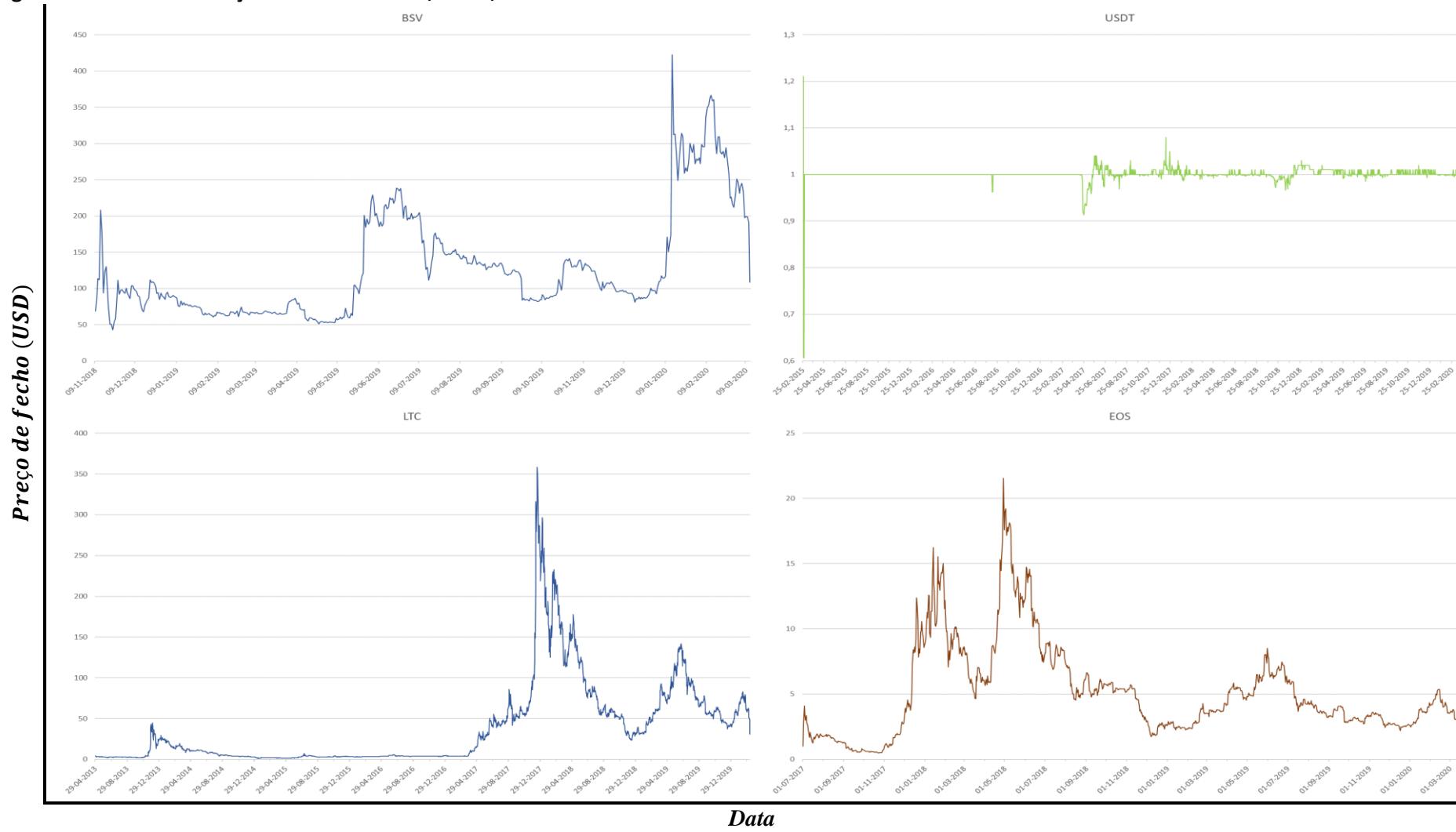


Figura 3.3 – Série dos Preços de Fecho da BNB, XTZ, LINK e ADA

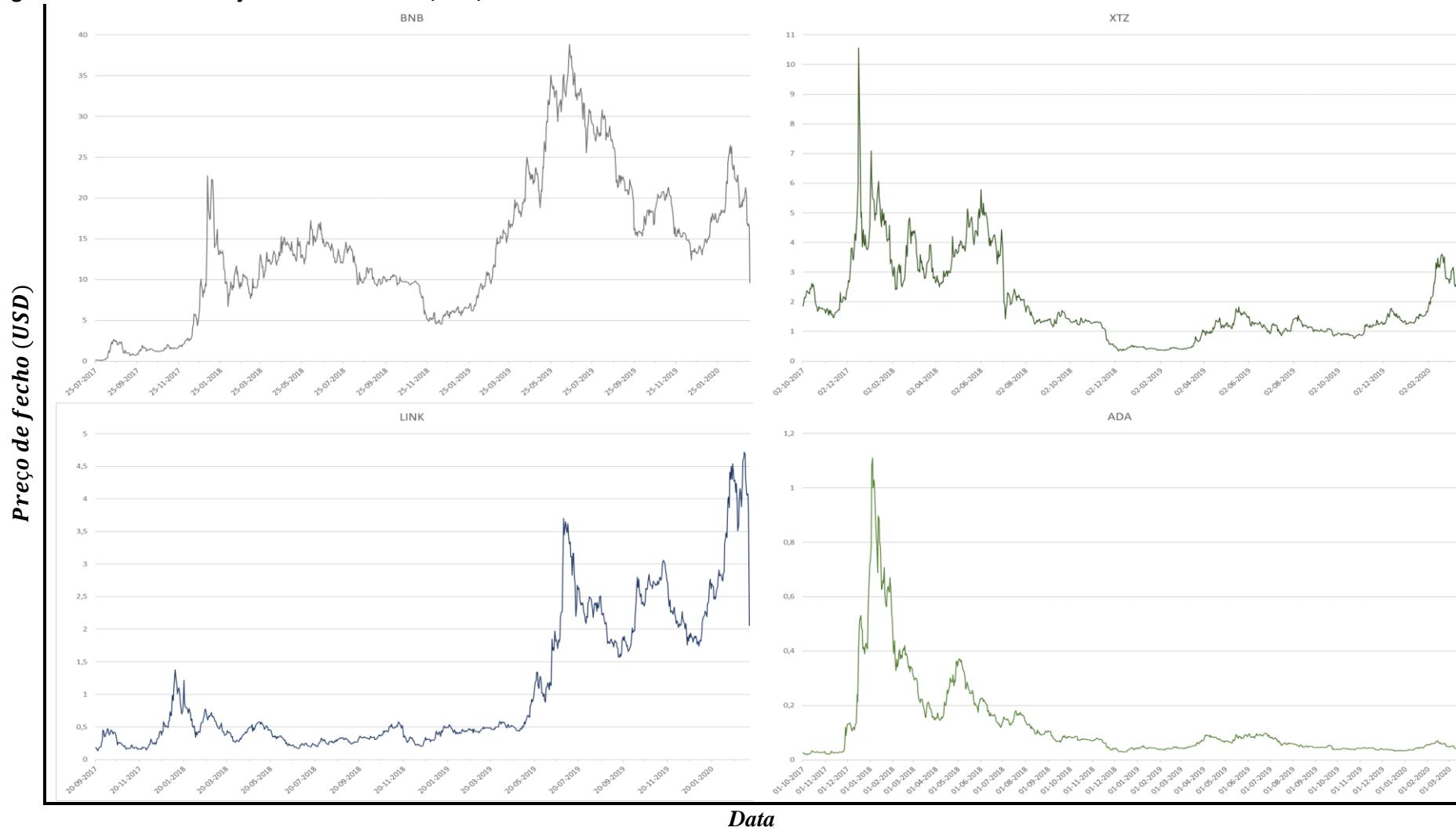
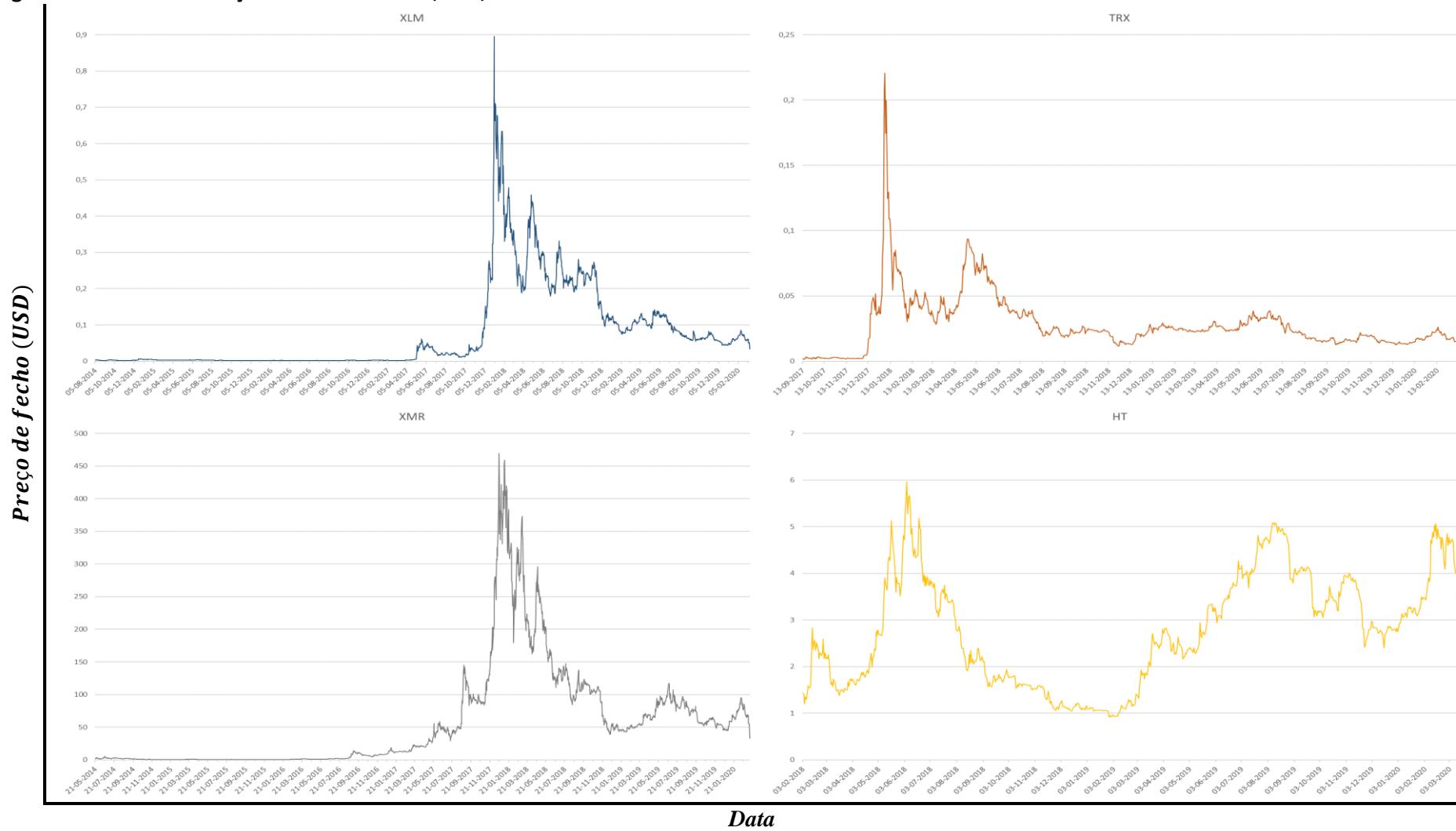


Figura 3.4 – Série dos Preços de Fecho da XLM, TRX, XMR e HT



3.3.2. Métodos

A não possibilidade de predictabilidade de ganhos anormais de forma sistemática, constitui uma das bases na qual está assente a HEM, a qual pressupõe que os preços dos ativos seguem um *random walk*, e que as suas taxas de rendibilidade são independentes e identicamente distribuídas (*i. i. d.*). Deste modo, e para avaliar a eficiência do mercado em análise, é fundamental a avaliação da dependência temporal das taxas de rendibilidade da amostra. Esta análise, poder-se-ia fazer apenas através de uma abordagem linear. No entanto, como referido anteriormente, a mesma poderia ser insuficiente para que as conclusões a retirar traduzissem o mais adequadamente possível a realidade empírica, atendendo à possibilidade de existência de não linearidades. Por este motivo, recorre-se a abordagens que permitem avaliar não apenas a dependência linear, mas também a dependência global (linear e não-linear), e com a vantagem de não necessitarem da definição prévia de um modelo. Para uma melhor compreensão destas metodologias, entendeu-se pertinente apresentá-las sucintamente, bem como os testes aplicados, necessários para a inferência.

3.3.2.1. Normalidade da Distribuição

Em estatística existe um grande número de distribuições que pode ser utilizado. O comportamento dos momentos da amostra e das medidas deles derivadas é sem qualquer dúvida fundamental. No entanto, considerando que “*The limits on sample skewness and kurtosis impart the possibility of bias whenever the upper part of their sampling distributions is cut off by algebraic constraints. In extreme cases, a sample may even deny the distribution that underlies it, because it is impossible for any sample to reproduce the skewness and kurtosis of its parent.*” (Cox, 2010, p. 488), então apenas a assimetria e a curtose, isoladamente, podem não ser suficientes para confirmar (ou infirmar) se os dados seguem ou não uma distribuição normal, havendo assim a necessidade de recorrer a teste(s) que permite(am) avaliar se a distribuição normal descreve fielmente um conjunto de observações. Para este efeito, recorreu-se ao teste de Jarque-Bera, o qual tem como base a assimetria e a curtose de uma série, medindo as diferenças de cada uma delas relativamente à distribuição normal. Este é um teste para a normalidade, que tem como H_0 que a distribuição em análise se trata de uma distribuição normal, e como hipótese alternativa, H_1 , que os dados não seguem esse tipo de distribuição. O seu resultado permite inferir se a série é ou não normalmente distribuída, não permitindo, no entanto, mais nenhum tipo de inferência quanto ao tipo de distribuição subjacente.

2.3.2.2. Estacionariedade

Um processo estocástico pode ser estritamente estacionário (estacionariedade em sentido estrito) ou fracamente estacionário (estacionariedade em sentido lato). Assim, um processo estocástico é estritamente estacionário quando as distribuições de probabilidade são estáveis ao longo do tempo, o que quer dizer que considerando uma qualquer sequência de valores obtida e deslocando-a h períodos, ela terá a mesma distribuição de probabilidade, ou seja, há invariância relativamente à origem do tempo. Isto implica que a distribuição de Y_1 é a mesma que a de qualquer Y_t , e as covariâncias entre Y_t e Y_{t-h} , para qualquer h não depende de t . No entanto, dado que os interesses recaem sobre a análise das médias, variâncias e covariâncias das séries, por vezes é suficiente e até mais útil impor que esses momentos sejam independentes do tempo, e não toda a distribuição. Esta definição de estacionariedade é conhecida como estacionariedade fraca ou estacionariedade de covariância (Verbeek, 2004).

De acordo com Cruz e Lopes (1999) o modo como a função de tendência é especificada ou o facto de esta ter sofrido uma quebra conduzirá ao enviesamento dos testes de raiz unitária, sendo favorecida a hipótese da existência de raiz unitária (não estacionariedade). De acordo com Perron e Vogelsang (1992b) ao poder considerar-se que as quebras estruturais na função de tendência se assemelham a “choques” ou a acontecimentos cuja frequência é bastante baixa, mas que apesar disso alteram de forma permanente a estrutura da série, torna-se imperioso perceber em que medida é afetado o nível da variável, ou seja, a transição para a nova tendência. De modo a ser possível avaliar esta transição foram desenvolvidos dois modelos distintos, o *Innovational outlier* e o *Additive outlier*, que têm como principal vantagem o facto de permitirem num determinado momento a existência de uma quebra estrutural. Estes modelos têm consequências distintas no que diz respeito à transição para a nova tendência. No primeiro dos modelos a transição para a nova tendência ocorre de forma lenta e gradual ao longo do tempo, permitindo captar mudanças graduais em termos da média das séries, enquanto no segundo modelo essa transição é instantânea, com a quebra a ocorrer instantaneamente e não sendo afetada pela dinâmica da série, permitindo captar mudanças abruptas na média das séries. Como forma de investigar a não estacionariedade nas séries temporais, e de modo a tentar ultrapassar aquela que é uma fraqueza bem conhecida dos testes de raiz unitária, ao estilo do teste de Dickey-Fuller, que têm como H_0 de que a série tem uma raiz unitária, com a consequente confusão de que potenciais quebras estruturais constituem uma evidência da não estacionariedade, optou-se pela aplicação de um teste Augmented Dickey-Fuller (ADF) modificado pelas inovações introduzidas por Perron (1989), Perron e

Vogelsang (1992a, 1992b) e Vogelsang e Perron (1998), que permite a existência de quebras estruturais, sendo estas determinadas endogenamente (em detrimento da sua determinação exógena). Neste caso concreto, a data da quebra é selecionada de acordo com o critério que minimiza a Dickey-Fuller *t-statistic*. Este teste tem como H_0 a existência de uma raiz unitária com quebra de estrutura, contra a hipótese alternativa de que a série seja estacionária com quebra estrutural. Ao ser testada a hipótese de raiz unitária com quebra estrutural, permite possivelmente impedir que os resultados dos testes sejam enviesados em direção a uma raiz unitária, e permite também identificar quando ocorreu a quebra estrutural.

3.3.2.3. *Detrended Fluctuation Analysis (DFA)*

Se por um lado a presença de memória de curto prazo em séries financeiras pode constituir um estímulo para que os investidores explorem pequenas rendibilidades extra, fazendo-as desaparecer (Bariviera et al., 2017), as correlações de longo prazo/alcance constituem um desafio em termos de comportamento financeiro. Revela-se assim importante a utilização de métodos que inequivocamente permitam a identificação da presença de memória de longo prazo, ao invés de fornecer de forma errónea informação da sua presença, quando na realidade o que se observa é a presença de memória de curto prazo, sendo disso exemplo o recurso ao expoente de Hurst, não robusto sempre que há desvio relativamente a estacionariedade. A DFA, introduzida por Peng et al. (1994) para estudar fenómenos naturais, permite efetuar esta análise, com a vantagem de ser robusta aquando da presença de não estacionariedade (evitando assim a deteção espúria de dependência de longo alcance, devido à não estacionariedade, (Peng et al., 1995)), motivo pelo qual tem sido utilizada para analisar os mercados financeiros e a possível confirmação da HEM. É neste contexto, e enquanto complemento da IM, sintetizada em 3.3.2.7., que se recorre à DFA para avaliar outros tipos de não linearidade, impossível de captar através dos modelos tradicionais, como por exemplo a dinâmica não linear. Assim, o objetivo principal da DFA (para detalhe do algoritmo *vide* Peng et al. (1994) e Peng et al. (1995)), consiste em avaliar a autocorrelação temporal (com significância estatística) em diferentes momentos do tempo. Tendo por base Peng et al. (1994), Peng et al. (1995) e Ferreira e Dionísio (2014), a DFA contempla os passos seguintes:

- i) Integração da série temporal x_t (de comprimento total N), em relação à média, a qual se traduz no cálculo de X_t , que não é mais do que a soma cumulativa da série temporal:

$$X_t = \sum_{i=1}^t (x_i - \langle x_i \rangle) \quad (3.1)$$

Onde $\langle x_i \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$, corresponde ao valor médio da série temporal.

- ii) Calcular a tendência local, através da divisão da série integrada em janelas temporais de igual comprimento, n , sendo utilizado o método dos mínimos quadrados comuns.
- iii) Recorre-se a (3.1), subtraindo a tendência calculada (*detrend*), para obter a *fluctuation function* $F(n)$, função DFA, dada por:

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (X_t - \tilde{X}_t)^2} \quad (3.2)$$

Onde \tilde{X}_t é a tendência.

- iv) Repete-se o processo em todas as escalas de tempo, de dimensão n , de modo a obter a relação entre a função $F(n)$ e a dimensão n . A função $F(n)$ comporta-se como uma potência de n , $F(n) = \propto n^\alpha$, onde o expoente α se pode interpretar como:
 - a) $0 < \alpha < 0.5$, indica que existem correlações negativas de longo alcance na série temporal (dependência negativa de longo alcance), ou seja, a série apresenta comportamento anti persistente (sendo maior a probabilidade de ocorrência de grandes flutuações seguidas de pequenas flutuações, e *vice-versa*).
 - b) $\alpha = 0.5$, indica que a série pode ser descrita como um *random walk* (e que neste caso específico significa que o mercado pode ser considerado eficiente), não há memória de longo alcance e a função de autocorrelação é zero para qualquer período. Trata-se de um *white noise*.
 - c) $0.5 < \alpha < 1$, indica que existem correlações positivas de longo alcance na série temporal (dependência positiva de longo alcance), apresentando a série comportamento persistente (sendo maior a probabilidade de ocorrência de grandes flutuações seguidas de grandes flutuações, e de pequenas flutuações são seguidas de pequenas flutuações).
 - d) $\alpha = 1$, corresponde a um *pink noise*.²¹
 - e) $\alpha > 1$, indica que a dependência de longo alcance não é explicada por uma relação de potência. A série é não estacionária.

²¹ Ou, *1/f noise*. O espetro de frequência é inversamente proporcional à frequência do sinal. Corresponde a um processo intermédio entre um *white noise* ($1/f^0$) e um *Brownian noise* ($1/f^2$).

O expoente α pode também, de acordo com Peng et al. (1995) interpretar-se como um indicador que descreve a “rugasidade” da série temporal original. Assim, quanto maior o valor de α , “mais suave” será a série temporal.

A DFA baseia-se na estimativa dos mínimos quadrados ordinários, a qual permite obter não só $\hat{\alpha}$, mas também $\sigma_{\hat{\alpha}}$. Assim, considerando a abordagem exploratória feita, por exemplo, em Ferreira (2018) e Costa et al. (2019), é possível testar se os expoentes α estimados são estatisticamente iguais a 0.5, e avaliar assim a sua significância estatística. Ou seja, nesta abordagem exploratória testa-se se num determinado momento a série temporal não sofre de dependência de longo alcance. Este teste (teste t , com a estatística $t = \frac{\hat{\alpha}-0.5}{\sigma_{\hat{\alpha}}}$) tem como $H_0: \alpha = 0.5$ (que corresponde a um *random walk*) e como hipótese alternativa $H_1: \alpha \neq 0.5$.

3.3.2.4. Autocorrelação Linear

A autocorrelação, enquanto descrição da relação de correlação que uma variável aleatória tem com ela própria no passado, é muito comum em séries financeiras. Quanto maior for essa relação, maior será a medida de autocorrelação. Entre as formas de testar a correlação temporal podem destacar-se o teste de Durbin-Watson, o teste de Ljung-Box ou o teste LM de Breusch-Godfrey. O teste de Ljung-Box, sendo um teste *portmanteau*, é um dos testes mais comuns para a inferência da função de autocorrelação numa série temporal linear (Hassani & Yeganegi, 2019), robusto a *outliers* e permite testar a significância conjunta da autocorrelação recorrendo à estatística Q de Ljung-Box (definida, de acordo com Ljung e Box (1978), como $Q_{LB} = T(T - 2) \sum_{j=1}^k \frac{r_j^2}{T-j}$, sendo r_j a j – ésima correlação, e T o número de observações). Esta estatística é utilizada frequentemente como um teste para determinar se a série é um *white noise*, sendo Q assintoticamente distribuído com uma distribuição χ^2 com um número de graus de liberdade igual ao número de autocorrelações.

O correograma permite avaliar a presença (ausência) de autocorrelação numa série de dados. Nos correogramas (*vide* Anexo A) as linhas pontilhadas correspondem aos dois limites de desvio padrão (Std. Dev.) aproximados, calculados como $\pm 2/\sqrt{n}$, onde n corresponde ao número de observações. Se a autocorrelação estiver dentro desses limites, então ela não é significativamente diferente de zero para um determinado nível de significância, o qual neste caso se considera 5%. Assim, as duas últimas colunas do correograma são as estatísticas Q de Ljung-Box (Q-Stat.) e os seus *p-value*, os quais são habitualmente utilizados para testar se a série

é um *white noise*. Ou seja, se considerarmos uma série $y_t = \varepsilon_t$, na qual o choque ε_t não é correlacionado em termos temporais, então esse processo com média zero e variância constante, denominar-se-á *white noise*. Por outro lado, se ε_t , e consequentemente y_t forem temporalmente independentes, então y será um ruído branco independente, pelo que se poderá escrever $y_t \sim i.i.d(0; \sigma^2)$, que significa que y é *i.i.d* com média zero e variância constante.

3.3.2.5. O Teste da Razão de Variância (Variance Ratio Test)

É longa a tradição existente em termos de literatura no que diz respeito a testar as hipóteses dos dados de uma série temporal seguirem um modelo *random walk* ou um *martingale*. De acordo com Fama (1970, 1991) a hipótese de *random walk* constitui um meio para testar a eficiência na sua forma fraca, e consequente não previsibilidade dos mercados. Assim, responder à questão se uma série temporal segue ou não um *random walk* tem sido de grande interesse para os economistas (Lo & MacKinlay, 1989). Muitos foram os testes desenvolvidos para testar esta hipótese. No entanto, existem alguns desvios relativamente ao *random walk* que os testes de raiz unitária não podem detetar, pelo que ganharam popularidade os testes baseados na metodologia da razão de variância (*variance ratio*), como por exemplo Cochrane (1988) e Lo e MacKinlay (1988). A metodologia consiste em testar a hipótese de *random walk* relativamente a alternativas estacionárias, explorando o facto de que a variância dos incrementos que seguem um *random walk* é linear para todos os intervalos da amostra, isto é, a variância da rendibilidade da amostra do período k (ou diferenças do período k), $y_t - y_{t-k}$, da série temporal y_t , é k vezes a variância amostral da rendibilidade de um período (ou a primeira diferença), $y_t - y_{t-1}$. Assim, o rácio de variância para o desfasamento k fica definido como a razão entre $(1/k)$ -enésima rendibilidade do período k (ou k -enésima diferença) e a rendibilidade de um período (ou a primeira diferença). Assim sendo, para um processo *random walk*, a variância calculada para cada intervalo de desfasamento k ($k = 2, 3, \dots, +\infty$) deve ser igual à unidade.

Deste modo, para responder à questão se as séries temporais das rendibilidades das criptomoedas seguem ou não um *random walk* ou um *martingale*, aplica-se o *variance ratio test* de Lo e MacKinlay (1988, 1989), o qual analisa a previsibilidade das rendibilidades comparando as suas variâncias em diferentes intervalos. Trata-se de um teste de aplicabilidade apenas possível a séries estacionárias, e que assume que se pretende testar se as séries das taxas de

rendibilidade seguem um *random walk* homocedástico ou heterocedástico. Atendendo ao consenso crescente de que muitas séries temporais económicas possuem volatilidade variável no tempo (Lo & MacKinlay, 1989) é enfraquecida a hipótese de que as rendibilidades são *i. i. d.* (o qual tem como H_0 de que as séries de rendibilidades seguem um *random walk*), para assumir a H_0 de que as séries de rendibilidades seguem um processo *martingale*, sendo igualmente expectável que o *variance ratio* seja igual a 1. Este teste é não apenas robusto a alterações nas variâncias (ainda que na presença de heterocedasticidade, mas desde que os incrementos sejam não correlacionados, o rácio de variâncias deve aproximar-se da unidade à medida que o número de observações aumenta, pois a variância da soma dos incrementos não correlacionados deve ser igual à soma das variâncias), como também permite “relaxar” a exigência de incrementos gaussianos, a qual é especialmente importante sempre que se verificam desvios relativamente à normalidade (mas assumindo a finitude dos segundos momentos).

No entanto, quando se pretende testar a HEM será também importante, não apenas recorrer a modelos para os quais a estacionariedade das séries tem que ser observada, mas também modelos que considerem a sua não estacionariedade, na medida em que o comportamento dinâmico dos investidores pode provocar a não estacionariedade destas séries (Timmermann & Granger, 2004).

Se por um lado os testes de raiz unitária permitem avaliar a presença (ausência) de estacionariedade na série temporal, nenhuma avaliação permite fazer quanto ao tipo de dependência temporal. Assim, há a necessidade de recorrer a outros testes para avaliar quanto à presença de dependência linear ou não linear numa série temporal, onde o Teste BDS permite realizar a avaliação pretendida.

3.3.2.6. O Teste BDS (BDS Test)

O teste BDS proposto por Brock et al. (1996) é um teste não paramétrico para a independência temporal, o qual tem como objetivo averiguar se as observações podem ser considerados *i. i. d.*. Permite testar vários possíveis desvios da independência, onde se incluem a dependência linear, a dependência não linear, o caos ou a não estacionariedade (Hsieh, 1991). De acordo com Brock et al. (1996) para amostras de tamanho igual ou superior a 500 observações, o teste apresenta um bom desempenho e apresenta uma boa potência, comparativamente com os testes alternativos, embora se consigam melhores desempenhos para amostras de dimensão

superior. Além disso, para séries com um número de observações superior a 500, a distribuição normal $N(0,1)$ é uma boa aproximação para a estatística BDS. Para a realização do teste há dois parâmetros importantes a escolher. O primeiro corresponde à distância entre um par de pontos, dimensão de distância (ε). Considerando um par de pontos, se as observações da série forem *i. i. d.* (H_0 do teste), então para qualquer par de pontos a probabilidade de a distância entre esses pontos ser menor ou igual a ε será constante (ou seja, $c_1(\varepsilon) = \text{constante}$). Este teste tem como hipótese alternativa a existência de dependência não-linear, embora não permita conhecer o tipo de dependência não linear. A distância (ε) pode ser medida, entre outras formas, em múltiplos de desvio padrão, podendo assumir qualquer valor. Ao considerar conjuntos compostos por vários pares de pontos, e de modo a escolher esses conjuntos de pares, uma possibilidade é percorrer observações consecutivas da amostra ordenada. Surge assim a necessidade de definir uma nova dimensão, a dimensão do teste, *embedding dimension* (m), que corresponde ao número de pontos consecutivos utilizados no conjunto. Assim, ter-se-ão m pares com $c_m(\varepsilon)$ probabilidades associadas, consequentemente e uma vez que temos m pares, a H_0 formalizar-se-á como $H_0: c_m(\varepsilon) = c_1^m(\varepsilon) = \text{independência}$, que é o mesmo que dizer que a probabilidade associada a todos os pares $c_m(\varepsilon)$ é igual ao produto de todas as probabilidades individuais $c_1^m(\varepsilon)$, e que caso se verifique, então as observações serão *i. i. d.*. A escolha das dimensões ε e m constituem a principal fragilidade deste teste, enquanto uma vantagem do teste é que o mesmo é robusto para variáveis aleatórias que não possuem momentos de elevada ordem.

3.3.2.7. Informação Mútua (IM)

Em “*A Mathematical Theory of Communication*”, Shannon (1948) apresentou não apenas a teoria da informação mas também uma variedade de novas métricas estatísticas. Entre estas, destacam-se a entropia e as suas variantes (entropia conjunta, entropia condicional), e a IM. De acordo com Shannon (1948, 1949), não é apenas no campo da termodinâmica que o conceito de entropia tem a sua aplicação, podendo ser aplicado em qualquer domínio de natureza probabilística. Assim, o conceito de entropia não só é aplicável, como é útil na análise do comportamento de processos estocásticos, atendendo a que representa a incerteza, a ambiguidade e a desordem dos processos, com a vantagem de não se limitar às formas das distribuições teóricas de probabilidade, podendo assim ser um conceito útil na rejeição (ou não) da H_0 da não previsibilidade destes processos. A IM assenta no conceito de entropia, na medida

em que pode ser entendida como uma redução da incerteza entre uma ou mais variáveis aleatórias, dado que se conhece a outra. Ou seja, é uma medida de informação, de dependência, de grau de relação.

Recorrendo à teoria das probabilidades (mais concretamente às definições de probabilidade marginal, conjunta e condicionada), e considerando a existência de duas variáveis aleatórias contínuas, X e Y , bem como as definições apresentadas por Shannon (1948) para:

1. Entropia, $H(X)$ e $H(Y)$

Onde $H(X)$ e $H(Y)$ são funções da distribuição de probabilidade continua das variáveis aleatórias X e Y , sendo as funções de densidade de probabilidade, respetivamente:

$$p_X(x) = \int p_{X,Y}(x,y)dy \quad (3.3)$$

e

$$p_Y(y) = \int p_{X,Y}(x,y)dx \quad (3.4)$$

Considerando uma distribuição de probabilidade com n dimensões, ter-se-á para a variável aleatória contínua X ,

$$H(X) = - \int \dots \int p_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) \log p_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1, \dots dx_n \quad (3.5)$$

E para a variável aleatória contínua Y ,

$$H(Y) = - \int \dots \int p_{Y_1, \dots, Y_n}(y_1, \dots, y_n) \log p_{Y_1, \dots, Y_n}(y_1, \dots, y_n) dy_1, \dots dy_n \quad (3.6)$$

2. Entropia conjunta ($H(X, Y)$)

$$H(X, Y) = - \iint p_{X,Y}(x,y) \log p_{X,Y}(x,y) dx dy \quad (3.7)$$

3. Entropia condicionada ($H(X|Y)$ e $H(Y|X)$)

$$H(Y|X) = - \iint p_{X,Y}(x,y) \log \frac{p_{X,Y}(x,y)}{p_X(x)} dx dy \quad (3.8)$$

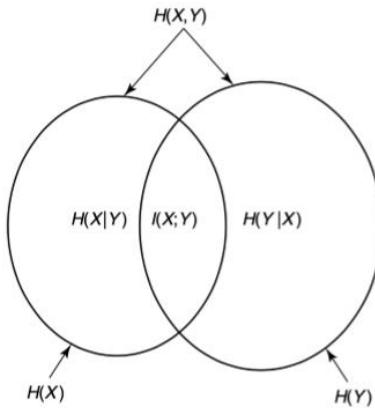
$$H(X|Y) = - \iint p_{X,Y}(x,y) \log \frac{p_{X,Y}(x,y)}{p_Y(y)} dx dy \quad (3.9)$$

Então, conforme ilustrado na Figura 3.5, e conforme Shannon (1948), a IM ($I(X, Y)$), estimada enquanto diferença de entropias²², define-se como:

²² Atendendo a que também pode ser estimada de forma direta.

$$\begin{aligned}
 I(X, Y) &= H(Y) - H(Y|X) = H(X) - H(X|Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) \Leftrightarrow \\
 I(X, Y) &= \iint p_{X,Y}(x, y) \log \frac{p_{X,Y}(x, y)}{p_X(x)p_Y(y)} dx dy
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Figura 3.5 – Informação Mútua, Entropia, Entropia Conjunta e Entropia Condicionada



Fonte: Namdari e Li (2019).

Deste modo, a IM²³ é uma medida de dependência entre as variáveis, revelando a quantidade de informação comum entre elas (vide Figura 3.5), podendo por isso ser considerada como a correlação estatística entre essas variáveis. Enquanto medida da dependência entre variáveis, de acordo com Granger et al. (2004) terá que satisfazer um conjunto de seis propriedades denominada de “ideais” pelos autores (em Kullback (1968) encontra-se a demonstração dos teoremas que provam que a IM satisfaz algumas destas propriedades):

1. Estar definida para variáveis contínuas e para variáveis discretas;
2. Assumir o valor zero quando as variáveis são independentes, e variar entre 0 e $|1|$ para qualquer tipo de dependência entre as variáveis;
3. Assumir o valor de $|1|$ (máximo) se existir uma relação não-linear perfeita entre as variáveis;
4. Assumir os mesmos valores que o coeficiente de correlação linear, r , no caso de se tratar de uma distribuição normal bivariada;
5. Ser uma medida métrica²⁴, ou seja, uma verdadeira medida de distância e não apenas de divergência;

²³ Tal como referido por Shannon (1948), a unidade de medida da Informação mútua (IM) depende da base logarítmica utilizada. Assim, ao adotar-se um logaritmo de base 2, significa que a IM será expressa em dígitos binários (*bits*). Caso se recorra a um logaritmo de base 10, significa que a IM expressar-se-á em dígitos decimais (*igits*). E, finalmente caso se utilize a base natural, e , a IM expressar-se-á em *nats*.

²⁴ Devendo ser positiva, simétrica e satisfazer a desigualdade triangular (o que não se verifica para a Entropia de Shannon, que viola a regra da simetria e/ou a desigualdade triangular) (Granger et al., 2004).

6. Ser invariável devido a transformações continuas e estritamente crescentes, evitando diferentes níveis de dependência.

No entanto, de (3.10) é facilmente compreensível que:

$$I(X, Y) \geq 0 \quad (3.11)$$

Podendo por isso variar entre 0 e $+\infty$ para distribuições contínuas, e verificando-se a igualdade se e somente se X e Y forem independentes²⁵. No entanto, para que a IM possa ser considerada como a correlação estatística entre variáveis, e satisfazer as propriedades 2. e 4., é desejável que possa ser comparada com o coeficiente de correlação linear (r). Assim, há a necessidade de proceder à normalização da IM para $0 \leq I(X, Y) \leq 1$. Para esta normalização, Granger e Lin (1994) recorreram à medida *standard* (3.12) para a IM, entendida assim como um coeficiente de correlação global (linear e não linear), λ , entre duas variáveis. Assim, ter-se-á $0 \leq \lambda \leq 1$, e deste modo comparável com o coeficiente de correlação linear, r :

$$\lambda(X, Y) = \sqrt{1 - e^{-2I(X, Y)}} \quad (3.12)$$

Para $\lambda = 0$, não há IM entre as variáveis, pelo que não há dependência entre as variáveis. Por outro lado, para $\lambda = 1$ a totalidade da informação de X é comum (coincidente) com a informação de Y , correspondendo ao limite do determinismo (que se fizermos o paralelismo com r , trata-se de uma correlação perfeita). Assim, e de forma bastante intuitiva seria expectável que, enquanto medida de previsibilidade, $\lambda \geq |r|$. No entanto, e de acordo com Darbellay (1998), esta relação nem sempre se verifica: *"We found that a significance level between 1% and 3% for the χ^2 test works well. For small samples, that is to say less than 500 points, one may even choose a significance level of 5%. Higher (lower) significance levels usually result in overestimation (underestimation)." (Darbellay, 1998, p. 257)*. Assim, um dos motivos que poderá conduzir a $\lambda < |r|$ será a reduzida dimensão da amostra, na medida em que poderá levar a que λ seja subestimado. Além disso, a diferença $\lambda - |r|$ não pode ser considerada a parte não linear que poderá ser alvo de predição. Apenas se pode inferir que se $\lambda \neq |r|$ há uma inadequação do modelo linear (Darbellay, 1998), sendo por isso necessário recorrer a modelos não lineares.

²⁵ Atendendo a que $\log u \leq u - 1 \forall u \in R^+$, então a igualdade (3.11) verificar-se-á apenas se $u = 1$ ou se $p_{X,Y}(x, y) = p_X(x)p_Y(y) \forall x, y$. Caso X e Y sejam independentes, então de (3.10) e (3.11) pode concluir-se que $H(Y|X) = H(Y)$. Faz-se notar que para as equações indicada X e Y podem ser entendidos como vetores de variáveis aleatórias (Darbellay & Wuertz, 2000).

A IM para duas variáveis aleatórias depende da sua distribuição de probabilidade. Como na maior parte das vezes procuram-se informações mútuas de duas variáveis cujas distribuições de probabilidade são desconhecidas, então é precisamente aqui que reside a principal dificuldade no cálculo das informações mútuas, uma vez é necessário estimar entropias ou funções de densidade de probabilidade das amostras em causa.

Vários têm sido os métodos utilizados para estimar as informações mútuas de amostras finitas, havendo, de acordo com Moddemeijer (1999), essencialmente três métodos diferentes para estimar a IM. São eles o recurso a estimadores baseados em histogramas, o recurso a estimadores de Kernel e, finalmente através do recurso a métodos paramétricos. O método mais usual é através de estimadores baseados em histogramas (Moddemeijer, 1999; Loquin e Strauss, 2008; entre outros), onde o espaço é dividido em várias partições que podem ser equidistantes ou equiprováveis (equiquantização marginal). Apesar da simplicidade e eficiência computacional dos métodos baseados em histogramas, estes apresentam algumas limitações e/ou desvantagens, de que se destacam o enviesamento causado pelo número finito de observações, o enviesamento causado pela quantização, e o enviesamento causado pela finitude do histograma (Moddemeijer, 1999; Haeri & Ebadzadeh, 2014), pelo que o ideal será a existência de um histograma que tenha a capacidade de se adaptar a qualquer densidade de probabilidade conjunta (Darbellay & Wuertz, 2000). Entre os métodos que recorrem a estimadores baseados em histogramas, e de acordo com Darbellay (1998), a equiquantização marginal (onde há a partição do domínio da variável em compartimentos com a mesma “ocupação”, e daí a designação de partição equiprovável) permite melhor adequação da partição à amostra em estudo, possibilita menores enviesamentos nas estimativas, ao mesmo tempo que maximiza a IM e a entropia. Assim, será este o método adotado na realização do presente estudo (*vide Anexo B*).

Como neste caso recorrer-se-á à IM como forma de avaliar a dependência temporal, então utilizar-se-á a seguinte definição de IM:

$$I(X_t, X_{t-i}) = \iint p_{X_t, X_{t-i}}(x_t, x_{t-i}) \log \left(\frac{p_{X_t, X_{t-i}}(x_t, x_{t-i})}{p_{X_t}(x_t)p_{X_{t-i}}(x_{t-i})} \right) dx_t dx_{t-i} \quad (3.13)$$

Neste caso o que se pretende analisar não é a dependência entre duas variáveis, mas sim a dependência de *lags* da série temporal. Se existir independência entre dois *lags*, então a IM entre ambos será nula, ou seja, indica a inexistência de informação em comum entre eles. Consequentemente, e para que esta possa ser comparada com o coeficiente de correlação linear terá de ser normalizada, pelo que recorrendo a (3.12), ter-se-á:

$$\lambda(X_t, X_{t-i}) = \sqrt{1 - e^{-2I(X_t, X_{t-i})}} \quad (3.14)$$

Onde, e à semelhança do referido anteriormente para a (in)dependência entre duas variáveis, λ indicará a correlação global (linear e não linear) entre dois *lags* da mesma variável (dois *lags* da mesma série temporal). Assim, se $\lambda = 0$ indicará que não há informação comum entre os dois momentos em avaliação, pelo que não existirá dependência temporal. Por outro lado, se $\lambda = 1$ existirá uma dependência temporal perfeita entre os momentos em avaliação.

Granger e Maasoumi (2000), recorrendo a estimadores de Kernel para estimar informações mútuas, e Dionisio et al. (2004) e Dionisio et al. (2006), estimando-as com base em histogramas (equiquantização marginal), propuseram a análise da IM enquanto abordagem para avaliar a dependência global (linear e não linear).

Considerando as propriedades da IM, e reconhecendo que a independência é um dos conceitos mais valiosos em econometria, Dionisio et al. (2004) e Dionisio et al. (2006) construíram um teste, que tem a particularidade de não necessitar se suposições sobre a linearidade ou normalidade das séries temporais, para a independência temporal baseado nas seguintes hipóteses:

$H_0: p_{X,Y}(x, y) = p_X(x)p_Y(y)$
 $H_1: p_{X,Y}(x, y) \neq p_X(x)p_Y(y)$, considerando (3.13) será equivalente a:

$$\begin{aligned} H_0: I(X_t, X_{t-i}) &= 0 \\ H_1: I(X_t, X_{t-i}) &> 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Onde, a não rejeição de H_0 significa que há independência entre as variáveis, e quando aplicado a uma série temporal significa que esta não tem memória. A rejeição de H_0 significa a rejeição da hipótese da independência. A decisão de rejeitar ou não a H_0 é tomada através da comparação entre os valores obtidos da análise da evidência empírica com os valores críticos calculados por Dionisio et al. (2006) (para mais informações sobre a forma como os mesmos foram obtidos *vide* Dionisio et al. (2006), e que se apresentam em anexo (*vide* Anexo C).

3.3.2.8. Exponentes de Lyapunov (λ)

“Chaos appears to be random and unpredictable, although it originates from deterministic dynamical systems and has a bounded chaotic stability.”
 (Kinsner, 2006, p. 142).

Embora sejam várias as definições do termo caos, parece ser universalmente aceite que a sua definição assenta em três características: i) comportamento aperiódico de longo prazo, significando que existem trajetórias que não se estabelecem em pontos fixos, órbitas periódicas ou quase periódicas quando $t \rightarrow \infty$ (Strogatz, 1994); ii) sistema determinístico, onde o termo determinístico significa que o sistema não possui *inputs* ou parâmetros aleatórios ou com ruído, surgindo o comportamento irregular apenas da não linearidade do sistema (Strogatz, 1994); iii) dependência sensível às condições iniciais, significando que as trajetórias próximas se afastam de forma exponencial, possuindo por isso o sistema um expoente de Lyapunov positivo (Strogatz, 1994).

Assim, o caos determinístico num sistema dinâmico dissipativo caracteriza-se por não linearidade, oscilações aperiódicas e dependência sensível a pequenas perturbações iniciais, significando estas últimas que embora se conheçam as equações que descrevem o sistema, continua a ser impossível fazer previsões de longo prazo no que diz respeito à evolução do mesmo, devido ao chamado “efeito borboleta” (Rüdisüli et al., 2013). No entanto, quando o que está em causa é o estudo de séries económicas, de base de observação empírica, onde não se conhecem as equações que podem reger uma determinada sequência discreta de números (observações), e onde pode também haver ruído, importa distinguir entre caos determinístico e ruído, pelo que é fundamental a reconstrução do espaço de fase, não sendo no entanto tarefas fáceis a escolha da dimensão de mergulho (m) e do desfasamento temporal, *lag*, (τ).

O comportamento caótico²⁶ assume particular importância na medida em que pode, potencialmente, explicar as flutuações que parecem ser aleatórias, quer na economia quer nos mercados financeiros (Hsieh, 1991). Assim, importa não apenas testar a presença de caos, mas também medir o mesmo. São várias as técnicas existentes para medir o caos, as quais dependem do que se deseja caracterizar na trajetória caótica. A medição dos expoentes de Lyapunov (λ_i), dados pelo logaritmo natural do número de Lyapunov, os quais quantificam a divergência exponencial das trajetórias de um sistema (dependência sensível às condições iniciais) e permitem estimar a quantidade de caos presente nesse sistema, constitui apenas uma dessas técnicas. Têm sido vários os algoritmos propostos para estimar o maior expoente de Lyapunov. No entanto, e de acordo com Rosenstein et al. (1993) os vários métodos propostos sofrem pelo menos de uma das seguintes desvantagens: i) fraca fiabilidade para amostras de pequena dimensão; ii) intensidade/exigência em termos computacionais; iii) de difícil implementação.

²⁶ Trata-se de comportamento caótico de baixa complexidade, o qual deve ter previsibilidade de curto prazo, permitindo distinguir entre caos determinístico e aleatoriedade.

Os expoentes de Lyapunov podem ser considerados como uma taxa logarítmica de separação entre dois pontos próximos, separados por uma distância infinitesimal δ_0 . Dada a condição inicial x_0 , e considerando um ponto próximo $x_0 + \delta_0$ (onde a separação inicial δ_0 é extremamente pequena) e depois de n iterações, se $|\delta_n| = |\delta_0|e^{n\lambda}$, λ denomina-se como expoente de Lyapunov, sendo um λ positivo como que uma assinatura que consubstancia a presença de caos. Considerando os logaritmos e notando que $\delta_n = f^n(x_0 + \delta_0) - f^n(x_0)$, obtém-se:

$$\lambda \approx \frac{1}{n} \ln \left| \frac{\delta_n}{\delta_0} \right| = \frac{1}{n} \ln \left| \frac{f^n(x_0 + \delta_0) - f^n(x_0)}{\delta_0} \right| = \frac{1}{n} \ln |(f^n)'(x_0)| \quad (3.16)$$

De notar que no último passo considerou-se que $\delta_0 \rightarrow 0$. Se se considerar que o termo que se encontra dentro do logaritmo pode ser expandido pela regra da cadeia $(f^n)'(x_0) = \prod_{i=0}^{n-1} f'(x_i)$ então a expressão (3.16) pode reescrever-se como $\lambda \approx \frac{1}{n} \ln |\prod_{i=0}^{n-1} f'(x_i)| = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln |f'(x_i)|$. Se a expressão tiver um limite quando $n \rightarrow \infty$, esse limite é definido como o expoente de Lyapunov para uma órbita que tem início em x_0 :

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln |f'(x_i)| \right\} \quad (3.17)$$

Onde λ depende de x_0 , sendo, contudo o mesmo para todos os x_0 na zona de atração de um dado atractor. Para pontos fixos estáveis e para ciclos, λ é negativo, enquanto para atractores caóticos λ é positivo.

Os sistemas caóticos apresentam como principais propriedades, de acordo com Higgins (2002) e Rickles et al. (2007), não linearidade, comportamento determinístico não aleatório, sensibilidade às condições iniciais e dimensões fractais. Assim, a deteção estatisticamente significativa destas propriedades permitirá inferir sobre as características caóticas das séries temporais, permitindo assim distinguir entre caos e aleatoriedade. O teste BDS, que na sua H_0 testa se as observações da série temporal são *i. i. d.*, permite inferir quanto à não linearidade, enquanto os expoentes de Lyapunov permitem inferir quanto à sensibilidade às condições iniciais.

Num sistema dinâmico, a sensibilidade às condições iniciais é quantificada pelos expoentes de Lyapunov, que medem a rapidez com que as órbitas divergem (se expandem) no espaço de fase

(Peters, 1996). Caso o atrator²⁷ seja caótico (ou estranho), as trajetórias divergem, em média, a uma taxa exponencial caracterizada pelo maior expoente de Lyapunov²⁸, o qual permite uma indicação do intervalo de tempo onde é possível fazer previsões credíveis acerca do futuro comportamento do sistema. A presença de um expoente de Lyapunov positivo (independentemente da sua magnitude) indica, para séries produzidas por sistemas dinâmicos, a presença de caos e representa a instabilidade local numa determinada direção (Rosenstein et al., 1993). Se o expoente de Lyapunov for positivo e finito tratar-se-á de uma série determinística, revelando uma divergência entre as órbitas com crescimento exponencial (órbita instável e caótica), enquanto se for positivo e infinito, então será uma série estocástica, e corresponde a um ruído aleatório. Por outro lado, um expoente de Lyapunov negativo mede a contração das órbitas, ou seja, a convergência de trajetórias para o atrator. Os sinais dos expoentes de Lyapunov permitem obter uma imagem qualitativa da dinâmica de um sistema, e a sua magnitude quantifica a dinâmica de um atrator (ponto fixo estável). Um expoente de Lyapunov negativo é característico do sistema dissipativo, o qual apresenta estabilidade assintótica. Deste modo, quanto mais negativo o expoente, maior a estabilidade. Caso o máximo expoente de Lyapunov apresente valor nulo, implica a manutenção da distância entre duas trajetórias, pelo que o sistema estará num estado estacionário ou próximo da transição para o caos.

A soma dos expoentes de Lyapunov corresponde à divergência média da velocidade do espaço de fase²⁹ (Wolf et al., 1985), permitindo assim obter a proporção de contração do volume de fase. Um sistema dinâmico dissipativo terá então pelo menos um expoente negativo (Wolf et al., 1985).

Para a estimação dos expoentes de Lyapunov das séries temporais utilizou-se o código lapmain.m, baseado no algoritmo de Wolf et al. (1985), em MatlabR2012b, o qual corresponde à conversão da versão Fortran do “Appendix B” de Wolf et al. (1985), podendo este ser consultado para um maior detalhe da forma de estimativa. Para a sua aplicação, e para cada criptomoeda (série filtrada de linearidade e volatilidade), foram previamente definidos seis parâmetros (*inputs*), necessários para a reconstrução do atrator e estimativa dos expoentes de Lyapunov:

²⁷ Trata-se de uma figura topológica, o qual atrai todas as soluções do sistema independentemente das condições iniciais. É como que uma impressão digital do estado dinâmico de um sistema. Para um sistema determinístico – caótico, o atrator é denominado de atrator estranho” (Rüdisüli et al., 2013).

²⁸ O maior expoente de Lyapunov corresponde ao máximo expoente do espetro de Lyapunov, o qual por sua vez, e para um sistema com n dimensões terá n expoentes de Lyapunov.

²⁹ Espaço multi dimensional.

- i) A dimensão de mergulho (m). Takens (1981) defendeu que o valor deste parâmetro deveria ser maior que o dobro da dimensão do atrator subjacente, embora Wolf et al. (1985) considerassem que é possível obter expoentes de Lyapunov confiáveis, para valores de m inferiores. Para Abarbanel et al. (1993), há várias opções para escolher este parâmetro. Não é, de acordo com Wolf (1985), expectável ter um sistema que exija um m superior a quatro atendendo ao número de observações para cada série temporal. Assim, para a escolha deste parâmetro construíram-se diagramas de fase, começando por uma dimensão igual a dois, tendo o parâmetro sido escolhido quanto deixaram de se verificar alterações nos expoentes de Lyapunov.
- ii) O desfasamento temporal (τ). À semelhança do que acontece com a dimensão de mergulho, são também várias as formas possíveis para a escolha deste parâmetro, sem que no entanto haja um único valor ótimo para o mesmo (Abarbanel et al., 1993). Assim, tal como referido em Abarbanel et al. (1993), para a escolha deste parâmetro considerou-se τ como o *lag* onde se verifica o primeiro mínimo da IM, tendo sido este o critério adotado para a seleção do parâmetro.
- iii) O tempo entre as amostras de dados (dt). Apenas é utilizado para efeitos de escala (normalização) do cálculo do expoente de Lyapunov. Atendendo a que os dados (séries temporais) têm amostragem regular (diária), considerou-se $dt = 1$.
- iv) A separação máxima na substituição (SCALMX). Corresponde a uma estimativa da escala de comprimento a partir da qual a estrutura local do atrator (divergência orbital) deixa de ser analisada, ou seja, é a divergência máxima permitida para encontrar um ponto de substituição. Para este parâmetro considerou-se, atendendo ao referido em Wolf (1985), 15% do intervalo entre o valor máximo e o valor mínimo da série em análise.
- v) A separação mínima permitida na substituição (SCALMN). Corresponde à menor escala de comprimento na qual a divergência orbital é analisada. Assim, e atendendo novamente ao referido em Wolf (1985). Considerou-se, de novo seguindo Wolf (1985), como valor para este parâmetro 2% do intervalo entre o valor máximo e o valor mínimo da série em análise.
- vi) Tempo de propagação, constante, entre tentativas de substituição (EVOLV). Este parâmetro deve ser mantido, de acordo com Wolf (1985), suficientemente pequeno para garantir a monitorização da divergência orbital pelo menos algumas vezes por

órbita. Assim, para conjuntos de dados pequenos, deve assumir o valor um, uma vez que todos os dados serão necessários para uma boa avaliação do expoente de Lyapunov. Por este motivo considerou-se, para todas as criptomoedas, o valor um para este parâmetro.

3.4. Resultados

3.4.1. Estatísticas Descritivas

Analizar previamente o comportamento de um conjunto de dados é um dos procedimentos mais comuns em estatística e econometria. Permite conhecer as características gerais das séries analisadas, as quais podem revelar algumas fontes de factos estilizados. Sendo estes úteis no que diz respeito ao estabelecimento dos passos seguintes em termos de análise e metodologia, efetuou-se essa análise. Na Tabela 3.2 apresentam-se as estatísticas descritivas das taxas de rendibilidade de cada uma das criptomoedas da amostra.

Da análise das estatísticas descritivas das séries de rendibilidades das criptomoedas verifica-se que, com exceção da Bitcoin Cash (BCH), as restantes apresentam taxa de rendibilidade média positiva, embora todas próximas de zero, como seria expectável (corroborando, entre outros, Urquhart (2016), Al-Yahyaee et al. (2018) e Selmi et al. (2018)).

No que diz respeito à assimetria, as séries das taxas de rendibilidade da BTC, ETH, USDT, Tezos (XTZ) e Huobi Token (HT) apresentaram assimetria negativa, em linha com Urquhart (2016) e Bariviera et al. (2017) ao estudarem a BTC, e Koutmos (2018), Katsiampa (2018) e Ardia et al. (2019) para uma amostra com outra(s) criptomoeda(s) além da BTC. As restantes criptomoedas apresentaram assimetria positiva, distribuição com *long right tail*, (concordante, entre outros com Brauneis e Mestel (2018), Wei (2018) e Caporale e Zekokh (2019)), implicando maior probabilidade de grandes variações positivas de preço, que de grandes variações negativas, bem como um certo otimismo dos investidores.

A curtose é, de forma significativamente expressiva (e para a USDT ainda de forma mais expressiva) superior a zero para todas as criptomoedas, tratando-se por isso de distribuições leptocúrticas, implicando a existência de *fat tails*, em linha com Urquhart (2016), Bariviera et al. (2017), Brauneis e Mestel (2018), Wei (2018), Ardia et al. (2019), entre outros. De acordo com os resultados do teste *Jarque-Bera* para a normalidade das distribuições, considerando os valores de *p-value*, é revelada forte evidência contra a hipótese da normalidade da distribuição

das rendibilidades, levando à rejeição de H_0 , concordante com Bariviera et al. (2017), Al-Yahyaee et al. (2018), Beneki et al. (2019) e Aggarwal (2019), entre outros.

O facto de as séries das taxas de rendibilidade não revelarem ajustamento à distribuição normal e revelarem *fat tails* pode levar-nos, por um lado a considerar que existe uma possibilidade de ocorrência de eventos extremos significativamente superior àquela que seria de esperar se se tratasse de uma distribuição normal e, por outro lado, e de acordo com Cont (2001), conduzir à hipótese de que as taxas de rendibilidade das criptomoedas não são *i. i. d.*, com a consequente parcimoniosa rejeição da eficiência do mercado.

Tabela 3.2 – Estatísticas Descritivas das Rendibilidades das Criptomoedas

	Criptomoeda		Média	Mediana	Máximo	Mínimo	d.p.	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	p-value
1	Bitcoin	BTC	0.001	0.002	0.357	-0.465	0.043	-0.626	15.164	15631.000	0.000
2	Ethereum	ETH	0.002	-0.001	0.412	-1.302	0.072	-3.501	72.150	337946.000	0.000
3	Ripple	XRP	0.001	-0.003	1.027	-0.616	0.072	1.974	32.868	91222.630	0.000
4	Bitcoin Cash	BCH	-0.001	-0.003	0.432	-0.561	0.080	0.249	11.846	3149.583	0.000
5	Bitcoin SV	BSV	0.001	-0.002	0.886	-0.624	0.101	1.548	25.056	10106.920	0.000
6	Tether	USDT	0.000	0.000	0.500	-0.691	0.021	-12.436	855.586	55837236	0.000
7	Litecoin	LTC	0.001	-0.001	0.829	-0.514	0.065	1.518	28.314	67952.240	0.000
8	EOS	EOS	0.001	-0.001	0.987	-0.503	0.083	1.855	27.369	24937.380	0.000
9	Binance Coin	BNB	0.005	0.000	0.675	-0.543	0.079	0.951	16.635	7588.500	0.000
10	Tezos	XTZ	0.000	0.000	0.569	-0.605	0.077	-0.428	13.429	4070.016	0.000
11	ChainLink	LINK	0.003	-0.003	0.484	-0.618	0.082	0.170	10.043	1872.536	0.000
12	Cardano	ADA	0.000	-0.001	0.862	-0.504	0.079	2.424	29.301	26612.510	0.000
13	Stellar	XLM	0.001	-0.003	0.723	-0.410	0.075	1.892	19.763	25175.500	0.000
14	TRON	TRX	0.002	-0.002	0.787	-0.523	0.095	1.874	19.879	11347.520	0.000
15	Monero	XMR	0.001	-0.001	0.585	-0.494	0.070	0.466	10.387	4901.614	0.000
16	Huobi Token	HT	0.001	0.000	0.333	-0.498	0.054	-0.481	15.608	5116.635	0.000

Nota: d.p. – desvio padrão.

3.4.2. Estacionariedade

Inicialmente realizou-se teste à não estacionariedade das séries originais dos preços de fecho e das rendibilidades das criptomoedas, tendo a aplicação do teste ADF modificado pelas inovações introduzidas por Perron (1989), Perron e Vogelsang (1992a, 1992b) e Vogelsang e Perron (1998), permitido obter os resultados apresentados no Anexo D e Anexo E, respetivamente. Da análise do Anexo D, e considerando um nível de significância de 1%, apenas se rejeita a H_0 (considerando simultaneamente os modelos *Innovational Outlier* e *Additive Outlier*) da existência de uma raiz unitária, para a XRP, USDT, XTZ, LINK e TRX. Apenas estas séries de preços são estacionárias, com quebra estrutural. Para as restantes criptomoedas, não se rejeita a H_0 da existência de raiz unitária, sendo por isso séries não estacionárias (corroborando, entre outros, Khuntia e Pattanayak (2018), Tiwari et al. (2019) e Antonakakis et al. (2019)). Atendendo a que a maioria das séries em causa evidenciaram sinais de não estacionariedade, realizou-se o referido teste para a diferença dos logaritmos dos preços de fecho, o qual corresponde a uma taxa de rendibilidade. Todas estas séries se revelaram estacionárias (*vide* Anexo E), levando à rejeição da H_0 da existência de raiz unitária para as mesmas (corroborando Aggarwal (2019) e Tiwari, Adewuyi, et al., 2019) e Antonakakis et al. (2019), entre outros). No que diz respeito ao possível tipo de quebra estrutural existente, e embora não se tenha verificado de forma clara (considerando que não se verificou para todas as séries de preços e de taxas de rendibilidade consideradas estacionárias), estas são melhor representadas através dos modelos *additive outliers*, consequentemente, e apesar da existência de quebra estrutural que ocorre instantaneamente, esta não é afetada pela dinâmica da série, não havendo assim uma alteração da estrutura da série.

Assim, foi encontrada evidência de não estacionariedade em preços para a maioria das criptomoedas analisadas (exceções: XRP, USDT, XTZ, LINK e TRX) e estacionariedade em todas as séries das taxas de rendibilidade.

3.4.3. Detrended Fluctuation Analysis (DFA)

Com o objetivo de avaliar a autocorrelação de longo alcance (e consequentemente a eficiência informativa na sua forma fraca, de acordo com Fama (1970, 1991)), aplicou-se a todo o período da amostra de cada criptomoeda a DFA. Esta metodologia permite, com as vantagens identificadas em 3.3.2.3. relativamente a outras metodologias, avaliar se as séries apresentam um comportamento aleatório (como seria de esperar teoricamente). Estimou-se o expoente

DFA (α) para cada uma das criptomoedas, sendo os valores dos mesmos, bem como o respetivo erro padrão, apresentados na Tabela 3.3. Os valores foram obtidos a partir da regressão \log^{30} entre $F(n)$ e n (a escala, em dias), respetivamente o eixo vertical e o eixo horizontal (*vide* Anexo F). A análise do Anexo F, e considerando os valores de R^2 , permite verificar a qualidade de ajustamento do expoente DFA.

Através da análise da Tabela 3.3 verifica-se, atendendo a que o coeficiente da DFA é superior a 0.5, que a BTC, ETH, XRP, LTC, EOS, LINK, ADA, Stellar (XLM) e TRX apresentam correlação positiva de longo alcance, significando que um aumento de preços tende a ser seguido por outro aumento de preços, enquanto uma queda de preços levará a uma redução nos preços futuros, podendo indicar predictabilidade e sugerir a possibilidade de ineficiência nestes mercados. Por outro lado, Bitcoin SV (BSV), Binance Coin (BNB), XTZ, XMR e HT, apresentam correlação negativa de longo alcance, significando que existe maior propensão para que rendibilidades negativas sejam seguidas de rendibilidades positivas (e vice-versa), sugerindo igualmente a possibilidade de ineficiência nestes mercados. Esta evidência é parcialmente concordante com a evidência encontrada por Costa et al. (2019) e por Zhang et al. (2018), na medida em que foi evidenciada correlação positiva de longo alcance para a BTC e ETH para os primeiros, enquanto que para os segundos, para além destas também a XRP, Stellar (XLM) e XMR a evidenciaram. Por outro lado, foi evidenciada correlação negativa de longo alcance para a XRP e LTC pelos primeiros, sendo que para os segundos apenas a LTC revelou esta evidência.

Ou seja, o primeiro conjunto referido revela comportamento persistente, enquanto que o segundo um comportamento anti persistente, ambos podendo ser indício de ineficiência destas criptomoedas, em linha com Zhang et al. (2018), Bariviera et al. (2017), entre outros, o que permitiria aos diferentes agentes de mercado algum tipo de predictabilidade, sem que esta seja necessariamente sinónimo de lucros anormais (Costa et al., 2019). De acordo com a teoria, os mercados financeiros devem estar desprovidos de memória, e existe aleatoriedade nas taxas de rendibilidade (significando que os investidores não conseguem prever as mesmas), sendo que nestas circunstâncias, o expoente α deve ser igual a 0.5. Assim, e considerando a proximidade ao valor de 0.5 como um comportamento que se aproxima da eficiência do mercado, então o comportamento da BCH parece indicar eficiência. Contudo, importa salientar que a consideração da (in)eficiência deve ser cautelosa. Considera-se que a referida inferência deva ser cautelosa, não só pelo referido por Costa et al. (2019), como também pelo facto de na

³⁰ Utilizou-se para a regressão o logaritmo de base e , logaritmo neperiano (\ln).

avaliação efetuada não existir igual número de observações para todas as séries, nem terem sido considerados os custos de transação.

Tabela 3.3 – Expoentes DFA para cada Criptomoeda

	Criptomoeda		Expoente DFA (α)		Tipo de Sinal
1	Bitcoin	BTC	(0.5327	\pm 0.0153)	Persistente
2	Ethereum	ETH	(0.5469	\pm 0.0225)	Persistente
3	Ripple	XRP	(0.5544	\pm 0.0290)	Persistente
4	Bitcoin Cash	BCH	(0.5007	\pm 0.0180)	Não correlacionado. <i>White noise</i>
5	Bitcoin SV	BSV	(0.4329	\pm 0.0136)	Anti persistente
6	Tether	USDT	(0.1395	\pm 0.0002)	Ver nota ii.
7	Litecoin	LTC	(0.5354	\pm 0.0239)	Persistente
8	EOS	EOS	(0.5509	\pm 0.0210)	Persistente
9	Binance Coin	BNB	(0.4827	\pm 0.0154)	Anti persistente
10	Tezos	XTZ	(0.4703	\pm 0.0145)	Anti persistente
11	ChainLink	LINK	(0.5059	\pm 0.0175)	Persistente
12	Cardano	ADA	(0.5450	\pm 0.0193)	Persistente
13	Stellar	XLM	(0.5503	\pm 0.0272)	Persistente
14	TRON	TRX	(0.5469	\pm 0.0236)	Persistente
15	Monero	XMR	(0.4854	\pm 0.0191)	Anti persistente
16	Huobi Token	HT	(0.4869	\pm 0.0101)	Anti persistente

Notas: i. O expoente DFA é apresentado, bem como o respetivo erro padrão, pelo que a leitura será (Expoente DFA \pm Erro Padrão); ii. Num movimento Browniano fracionário, os incrementos são Gaussianos podendo associar-se α ao tipo de autocorrelação (Šapina et al., 2017), no entanto, caso os incrementos não sejam Gaussianos esta associação não é correta. Para a USDT não foi encontrado um comportamento convergente, tendo sido registadas divergências para diferentes escalas. Observou-se um comportamento standard para escalas maiores (apresentado na tabela) e outro para escalas menores, $\alpha = -0.1374 \pm 0.0002$, o qual não se considerou atendendo ao referido por Šapina et al. (2017).

Avaliou-se, exclusivamente com carácter exploratório e seguindo Ferreira (2018) e Costa et al. (2019), a significância estatística de α . Considerando as hipóteses do teste (H_0 e H_1) e o referido em 3.3.2.3., com exceção do valor de α estimado para a BSV e para a USDT, todos os restantes valores se revelaram estatisticamente significativos a um nível de significância de 1%.

3.4.4. (In)dependência Temporal

3.4.4.1. Autocorrelação Linear

Para avaliar a autocorrelação e obter as estatísticas Q de Ljung-Box recorreu-se ao correlograma, representação gráfica do valor da autocorrelação com desfasamentos sucessivos em relação ao comprimento do desfasamento, e onde as duas últimas colunas correspondem, respetivamente, às estatísticas Q de Ljung-Box e aos seus p -value (vide Anexo A). Da aplicação do teste de Ljung-Box para a ausência de autocorrelação linear, o qual tem como H_0 a inexistência de autocorrelação linear até ao *lag k*, e considerando os 15 primeiros *lags* e um nível de significância de 5%, foi revelada evidência de autocorrelação linear para a maioria das

séries de rendibilidades das criptomoedas (*vide* Anexo G), levando à rejeição da hipótese H_0 de inexistência de autocorrelação linear (em linha com a evidência encontrada por Urquhart (2016), Zhang et al. (2018), entre outros). Tal como mostra a Tabela 3.4, apenas as séries das rendibilidades da BSV, EOS e LINK não permitiram a rejeição de H_0 .

De acordo com Cont (2001) a ausência de autocorrelação nas séries das taxas de rendibilidade fornece algum suporte empírico para modelos *random walk*, onde as rendibilidades são consideradas variáveis aleatórias independentes, o que não se verificou de forma clara para a maioria das criptomoedas. A existência de autocorrelação linear, estatisticamente significativa, remete-nos para a suposição da não aleatoriedade das taxas de rendibilidade, podendo haver predictabilidade das mesmas. Para as criptomoedas em que foi revelada evidência da ausência de autocorrelação linear para os *lags* e nível de significância considerados (BSV, EOS e LINK) é preciso não esquecer, tal como referido por Cont (2001), que esta não implica a independência dos incrementos, apenas vem alertar para a possibilidade de existência de possíveis *clusters* de volatilidade (conforme encontrado por Katsiampa (2018), Beneki et al. (2019) e Aggarwal (2019)), com a consequente necessidade de análise da dependência não-linear. A existência de *clusters* de volatilidade foi, inclusive, apontada por Aggarwal (2019) como a possível causa da ineficiência do mercado de BTC, justificando-se a análise da dependência não linear.

Tabela 3.4 – Teste à Autocorrelação nas Séries de Rendibilidades das Criptomoedas

	Criptomoeda	Lag														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Bitcoin	BTC					+	-	-		+	+	+	-	+	+
2	Ethereum	ETH	+			-	+	+	+	+	+	+	-			
3	Ripple	XRP	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	+	+	+
4	Bitcoin Cash	BCH	+	-	-	-	+	+	-	-	-					
5	Bitcoin SV	BSV														
6	Tether	USDT	-	-	-	+	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-
7	Litecoin	LTC					+	+	-	+	+	+	+	-	+	+
8	EOS	EOS														
9	Binance Coin	BNB	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-
10	Tezos	XTZ	+	-	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+
11	ChainLink	LINK														
12	Cardano	ADA	+	+	+	+	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+
13	Stellar	XLM	+	-	+	-	+	+	-	+	+	+	-	+	+	-
14	TRON	TRX	+	+	-	+	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+
15	Monero	XMR					+	+	-	+	-	-	+	-	+	-
16	Huobi Token	HT									+	-				

Nota: Os sinais (+) e (-) representam, respetivamente a autocorrelação linear positiva e negativa, com significância estatística ao nível de significância de 5%.

3.4.4.2. O Teste da Razão de Variância (Variance Ratio Test)

Atendendo à estacionariedade das séries das taxas de rendibilidade revelada anteriormente, bem como ao facto de empiricamente se verificarem desvios relativamente à normalidade da distribuição, aplicou-se às séries de rendibilidades das criptomoedas a estatística básica de Lo & MacKinlay heterocedástica, utilizando a distribuição assintótica normal de Lo e MacKinlay (1988) para avaliar a significância estatística. A informação encontra-se sintetizada no Anexo H, tendo-se rejeitado para todas as criptomoedas, e considerando um nível de significância de 1%, a hipótese H_0 de que as séries de rendibilidades seguem um processo *martingale*, com a consequente parcimoniosa não aceitação da eficiência do mercado. A única exceção à rejeição da H_0 verificou-se para a USDT. Assim sendo, é pois evidente a presença de heterocedasticidade (indicando a possibilidade de existência de não linearidades nas séries analisadas), corroborando Katsiampa (2017), Brauneis e Mestel (2018) e Tiwari, Adewuyi, et al. (2019), entre outros. A presença de heterocedasticidade para todas as criptomoedas, sendo a USDT a única exceção, poderá relacionar-se com a existência de um possível *leverage effect*, ou seja, um aumento de volatilidade em períodos de queda de preços.

3.4.4.3. O Teste BDS (BDS Test)

Considerou-se para a aplicação deste teste uma dimensão de distância (ε), correspondente a 0,5 vezes o desvio padrão (considerando o referido por Broock et al. (1996) e Kim et al. (2003)). Para a dimensão do teste (m), que apenas representa o desfasamento que se deseja estudar quanto à (in)dependência, considerou-se $m = 2, \dots, 6$ (Urquhart (2016), Brauneis & Mestel (2018) e Wei (2018) consideraram $m = 2, \dots, 5$), de modo a ser possível o estudo de um maior desfasamento quanto à (in)dependência. Como a maioria das séries tem um número superior a 500 observações (a única exceção é a BSV, com 489 observações), então a distribuição normal $N(0,1)$ é uma boa aproximação para a estatística BDS. A aplicação deste teste às séries das rendibilidades das criptomoedas, cujos resultados se apresentam no Anexo I, e considerando os *p-value*, e para um nível e significância de 1%, permitiram a rejeição da hipótese H_0 da existência de independência linear para todas as criptomoedas (ex.: para a BTC, $BDS_{m=2} = 0.0230[0.000]$). Consequentemente, as observações não são *i. i. d.*. Contudo, esta evidência empírica não implica necessariamente a ineficiência dos mercados ou a presença de caos, torna sim evidente a dificuldade na interpretação da estimativa de densidade incondicional, e para além disso é consistente com a possibilidade da não estacionariedade nas séries das taxas de

rendibilidade, com a possibilidade de que estas séries são geradas por processos estocásticos não lineares ou ainda com a possibilidade da presença de comportamento caótico de baixa complexidade nas séries das taxas de rendibilidade (Hsieh, 1991).

O teste à estacionariedade indicou a estacionariedade das séries das rendibilidades em estudo, reduzindo-se assim as hipóteses que justifiquem o comportamento não *i. i. d.* das observações, podendo assim este comportamento ser justificado pela não linearidade ou pela presença de comportamento caótico de baixa complexidade nas séries das taxas de rendibilidade.

3.4.4.4. Informação Mútua (IM)

A análise da IM efetuou-se em duas fases.

Na primeira fase, estimou-se a IM,³¹ aplicada às taxas de rendibilidade da amostra, através do método da equiquantização marginal do espaço, para os 15 primeiros *lags*, com recurso ao software MatlabR2012b. Os valores de IM obtidos foram utilizados para realizar o teste de independência indicado em (3.15), tendo-se utilizado as tabelas de valores críticos de Dionisio et al. (2006), que se apresentam em anexo (*vide* Anexo C). De acordo com Darbellay (1998), para amostras com um número de observações inferior a 500 (amostras pequenas, segundo o autor), pode escolher-se um nível de significância de 5%, atendendo a que níveis mais altos (mais baixos) podem resultar na sobreestimação (subestimação). Por sua vez Darbellay e Vajda (1999) referem que para amostras grandes (onde o número de observações é da ordem de grandeza 10^6), deve ser escolhido um nível de significância em torno de 1%. Atendendo à heterogeneidade do número de observações da amostra, e embora apenas para uma das criptomoedas (BSV) o número de observações seja inferior a 500, sendo a ordem de grandeza do número de observações para outras criptomoedas da amostra de 10^3 (consideravelmente inferior a 10^6), e atendendo a que “*We stress that within the range 1–5% the estimated value of the mutual information is very weakly sensitive to the significance level.*” (Darbellay, 1999, p. 10), consideraram-se estes dois níveis de significância no traçado gráfico da IM para cada uma das criptomoedas (*vide* Figura 3.6). Para todas as criptomoedas existe algum *lag*, com significância estatística (*vide* Anexo J), que permite a rejeição da hipótese H_0 da independência temporal. Assim, e de acordo com Dionisio et al. (2006), para estes *lags* denota-se a presença de dependência não linear. No entanto, esta é mais evidente para a USDT, LTC, BTC, XLM, XRP, XMR e ETH. Para a USDT o valor da IM é bastante superior ao das restantes criptomoedas, e

³¹ A qual se encontra expressa em *nats*, atendendo a que foi utilizado o logaritmo neperiano.

estatisticamente significativo para todos os *lags*. Embora o valor da IM da BTC e LTC seja bastante inferior ao da USDT, esta é estatisticamente significativa para todos os *lags*, e considerando que estas duas criptomoedas revelaram autocorrelação linear não estatisticamente significativa até ao quinto *lag*, então esta evidência poderá indicar uma forte dependência não linear. Além disso, para a USDT, LTC e BTC, os *lags* mais afastados apresentam um peso considerável, e com significância estatística, podendo indicar que a memória poderá não ser tão curta quanto aquilo que é normalmente aceite e expectável. Embora para Bonanno et al. (2001) possa existir dependência não linear estatisticamente significativa para um período de aproximadamente 20 dias. Também a XMR revelou autocorrelação linear não estatisticamente significativa até ao *lag* 4, tendo a IM para estes *lags* apresentado significância estatística, o que também aqui poderá indicar uma forte dependência não linear.

Calculou-se λ recorrendo a (3.14), o qual se comparou com o valor absoluto do coeficiente de correlação linear ($|r|$), de modo a inferir sobre uma possível dependência não linear caso $\lambda > |r|$ (vide Anexo K e Anexo L). Apesar de λ ser uma medida mais geral que r , não é possível afirmar que a diferença entre ambos corresponde à parte não linear da correlação (Darbellay, 1998). No entanto, poderá indicar a existência de componentes não lineares nas taxas de rendibilidade. Observa-se no entanto para algumas das criptomoedas, em especial aquelas em que o número de observações é menor, que $\lambda < |r|$ o que, de acordo com Darbellay (1998), se pode dever a uma subestimação de λ (subestimação de I). Igualmente de acordo com Darbellay (1998), como $\lambda \neq |r|$ pode inferir-se uma inadequação de um modelo linear, justificando-se a necessidade de recorrer a modelos não lineares.

Quer o teste de independência, quer λ (baseados na IM) foram utilizados para avaliar a dependência temporal global das taxas de rendibilidade das 16 criptomoedas, parecendo evidenciar-se a existência de dependência global superior àquela que r permite captar. Assim, e como forma de avaliar unicamente a dependência temporal não linear e isolar fontes de dependência não linear, torna-se necessário analisar as séries temporais filtradas, naquela que se considerou uma segunda fase na análise da IM, onde os resíduos obtidos com estes modelos foram avaliados à luz da IM.

Nesta segunda fase, o objeto não foram as rendibilidades da amostra, mas sim as séries dos resíduos. Por este motivo, e tendo como objetivo isolar os efeitos de dependência linear, todas as séries em estudo foram filtradas recorrendo a *Autoregressive distributed lag models* (*ARDL*(k, l)), nos quais os *lags* (k) foram selecionados de acordo com os critérios *Akaike information criterion* (AIC) e *Bayesian information criterion* (BIC), sendo que l assumiu sempre

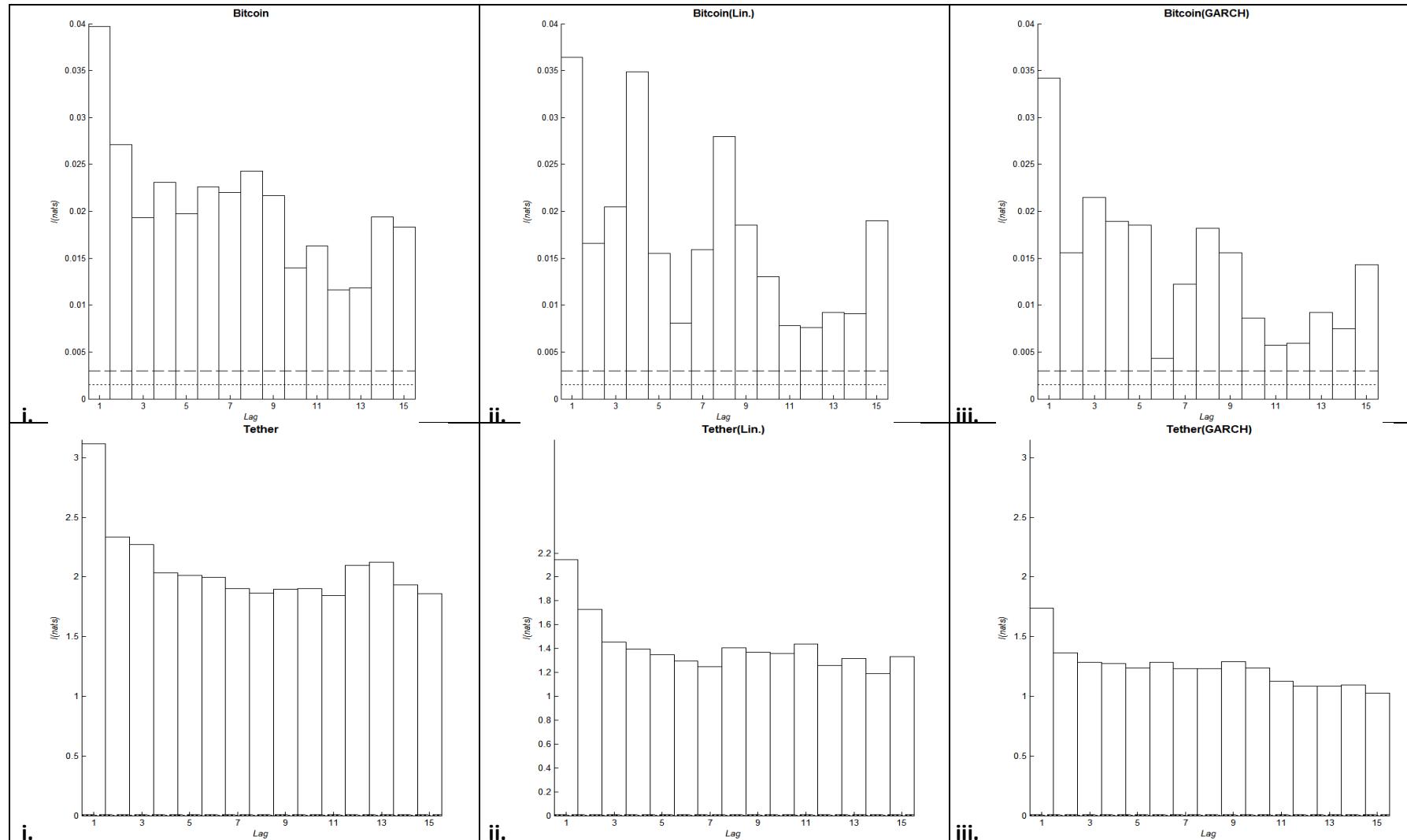
o valor zero, atendendo a que não existiam mais regressores para além daquela que é considerada variável dependente. Os modelos que melhor se ajustaram, de acordo com o referido, encontram-se no Anexo M. Não foram obtidas séries temporais filtradas para a BSV, EOS e LINK, dado que não apresentaram no teste à autocorrelação, para nenhum dos *lags*, um r com significância estatística.

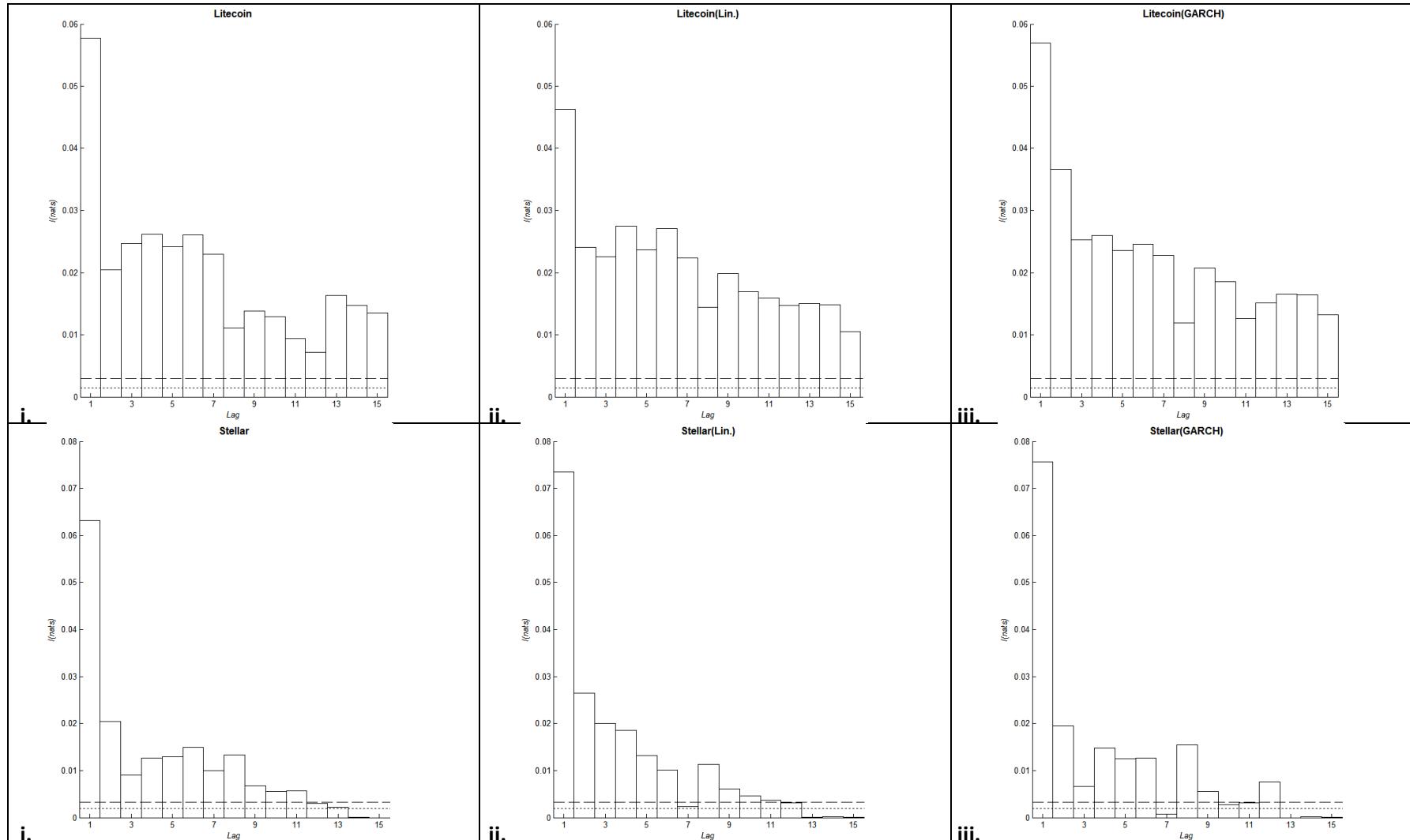
Da aplicação do teste de Ljung-Box para a ausência de autocorrelação linear, o qual tem como H_0 a inexistência de autocorrelação linear até ao *lag* k , e considerando os 15 primeiros *lags* e um nível de significância de 5%, foi revelada (como seria expectável) evidência de ausência de autocorrelação linear para todas as séries de rendibilidade filtradas, levando à não rejeição da H_0 da inexistência de autocorrelação linear para as criptomoedas da amostra.

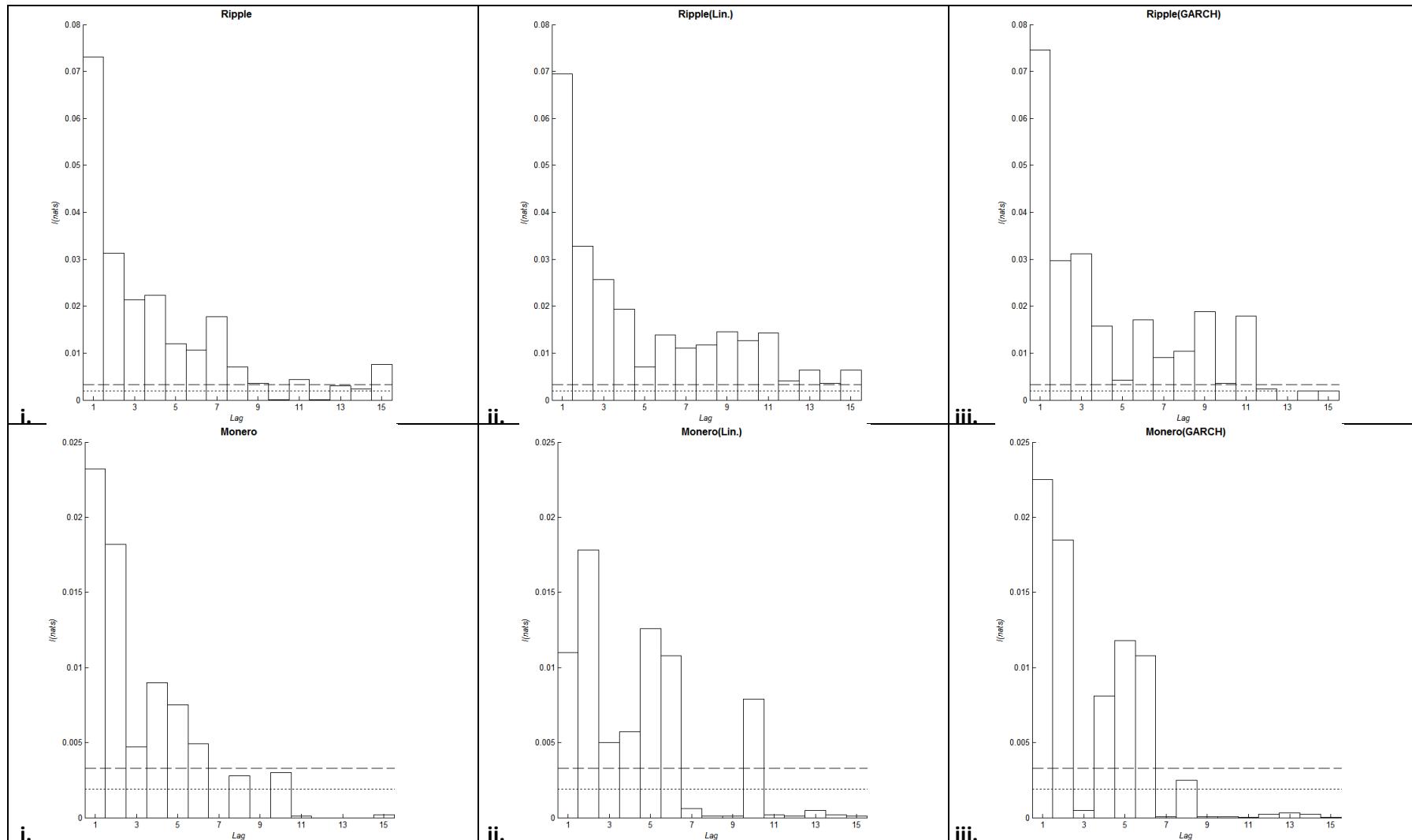
A cada série das rendibilidades filtradas aplicou-se o teste ADF modificado pelas inovações introduzidas por Perron (1989), Perron e Vogelsang (1992a, 1992b) e Vogelsang e Perron (1998), tendo-se rejeitada a H_0 da existência de raiz unitária para todas as criptomoedas, havendo assim evidência da existência de estacionariedade. De modo a verificar se as observações são *i. i. d.*, aplicou-se o teste BDS com especificações, relativamente a (ε) e (m) , idênticas às descritas anteriormente, tendo-se rejeitado, para um nível de significância de 1%, a H_0 de que as observações das séries em estudo são *i. i. d.* (*vide* Anexo N) tal como também se havia verificado anteriormente com a aplicação deste mesmo teste às séries das rendibilidades das criptomoedas da amostra.

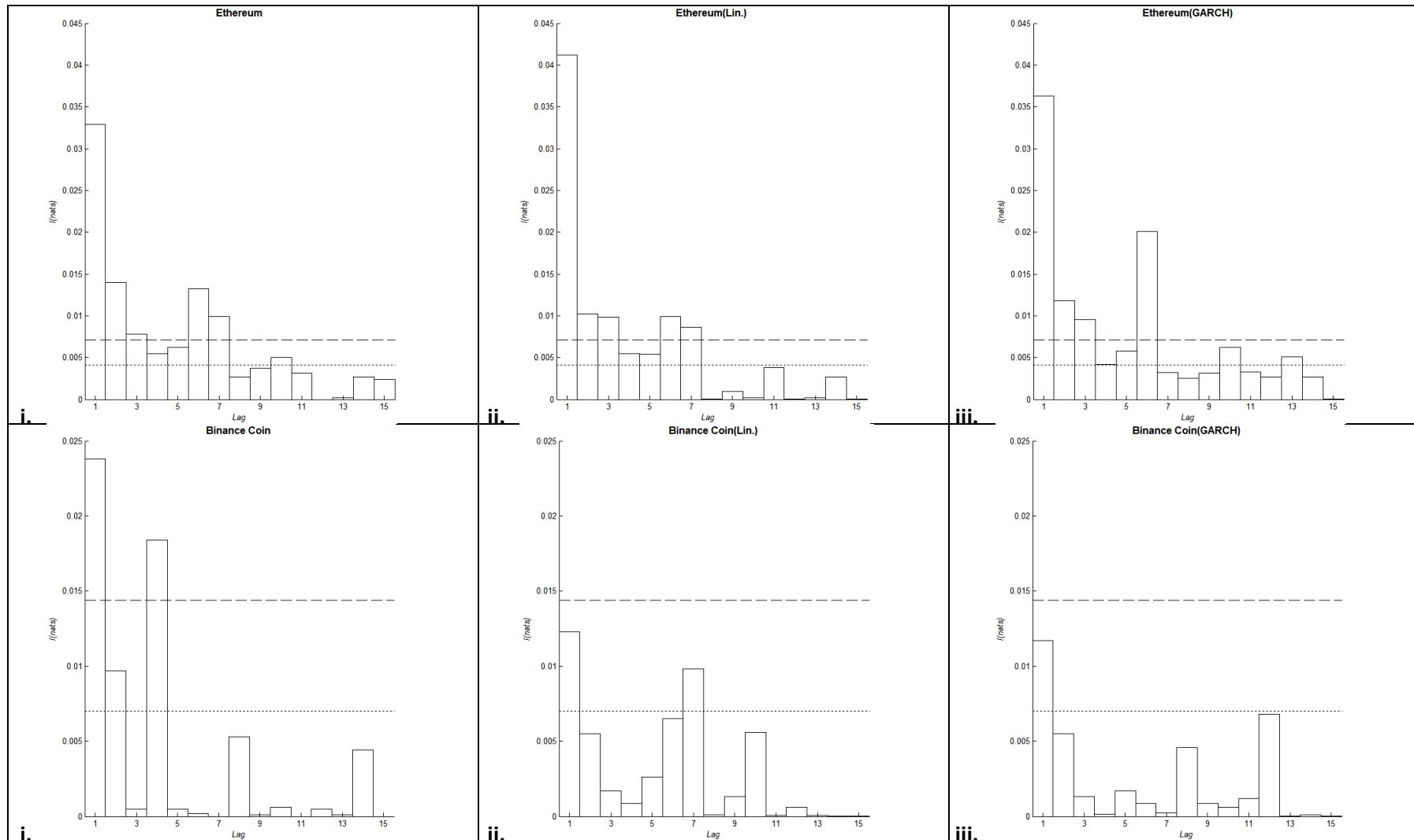
À semelhança do efetuado para as séries das rendibilidades, calculou-se λ recorrendo a (3.14), o qual se comparou com $|r|$, conforme visível na Figura 3.7, de modo não só a inferir sobre uma possível dependência não linear caso $\lambda > |r|$ (*vide* Anexo P), mas também a medir de forma concreta este grau de dependência não linear. Apenas para a USDT, LTC, BTC, XRP e XMR se verificou para todos os *lags* que $\lambda > |r|$. Se analisarmos conjuntamente os Anexo O e Anexo P, verifica-se que para a USDT, LTC, BTC e XRP a IM é estatisticamente significativa para todos os *lags*, o que poderá indicar que para estas criptomoedas existirá um maior nível de dependência não linear. Para as restantes criptomoedas, em especial aquelas em que o número de observações é menor, continuou a verificar-se que $\lambda < |r|$ (para pelo menos dois dos *lags*), justificando-se novamente a necessidade de recorrer a modelos não lineares.

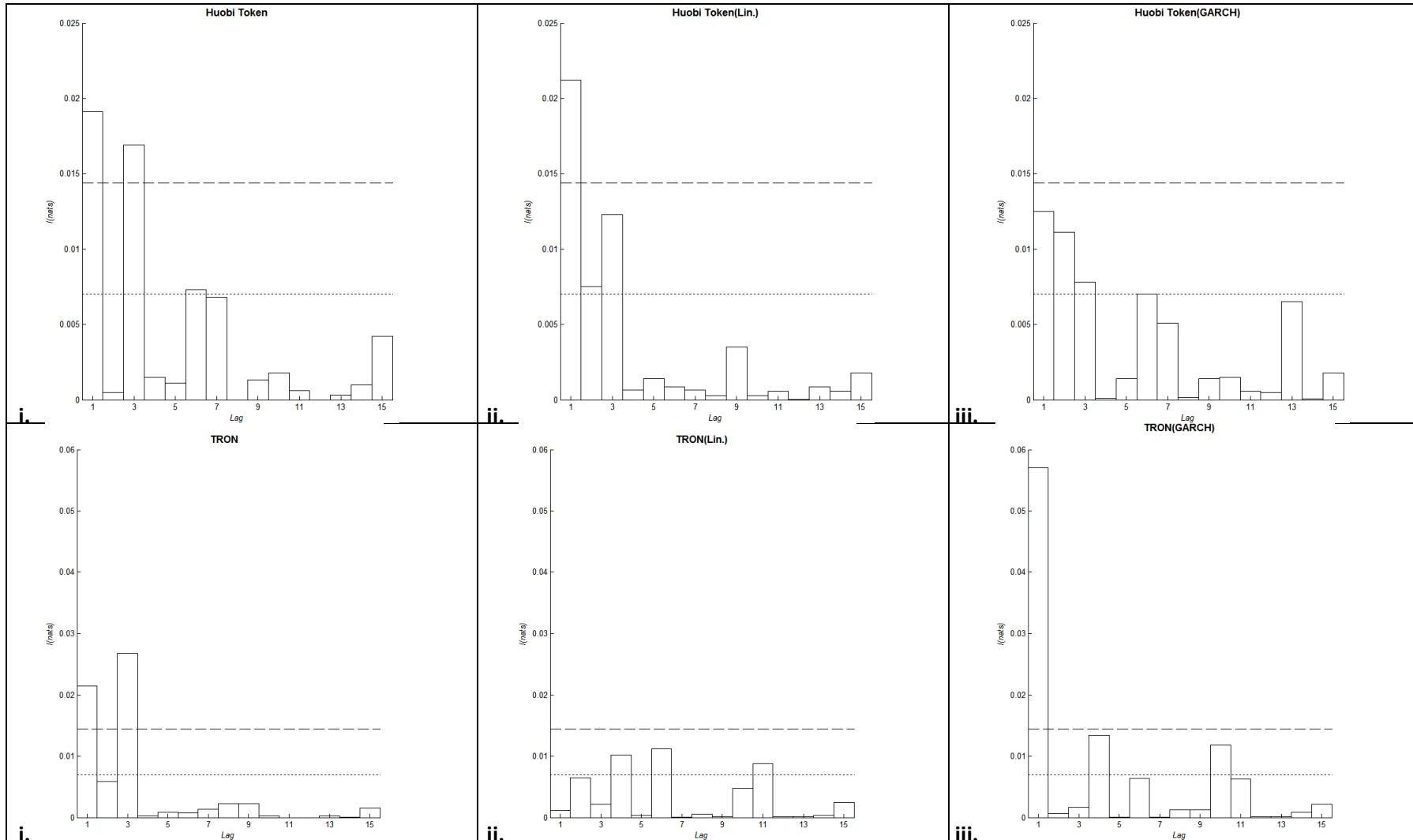
Figura 3.6 – Informação Mútua (I) para as taxas de rendibilidade e taxas de rendibilidade filtradas (de linearidade e de volatilidade)

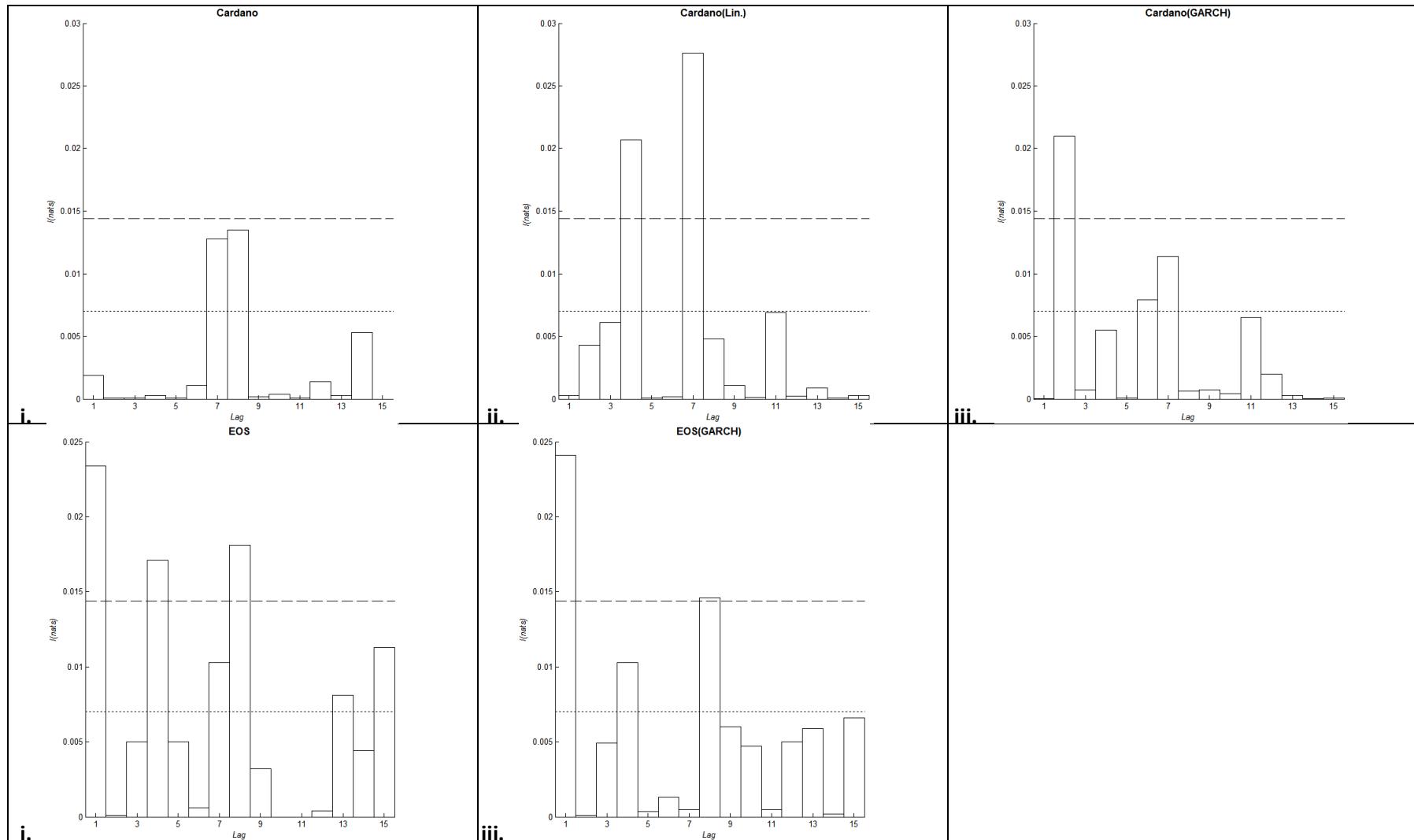


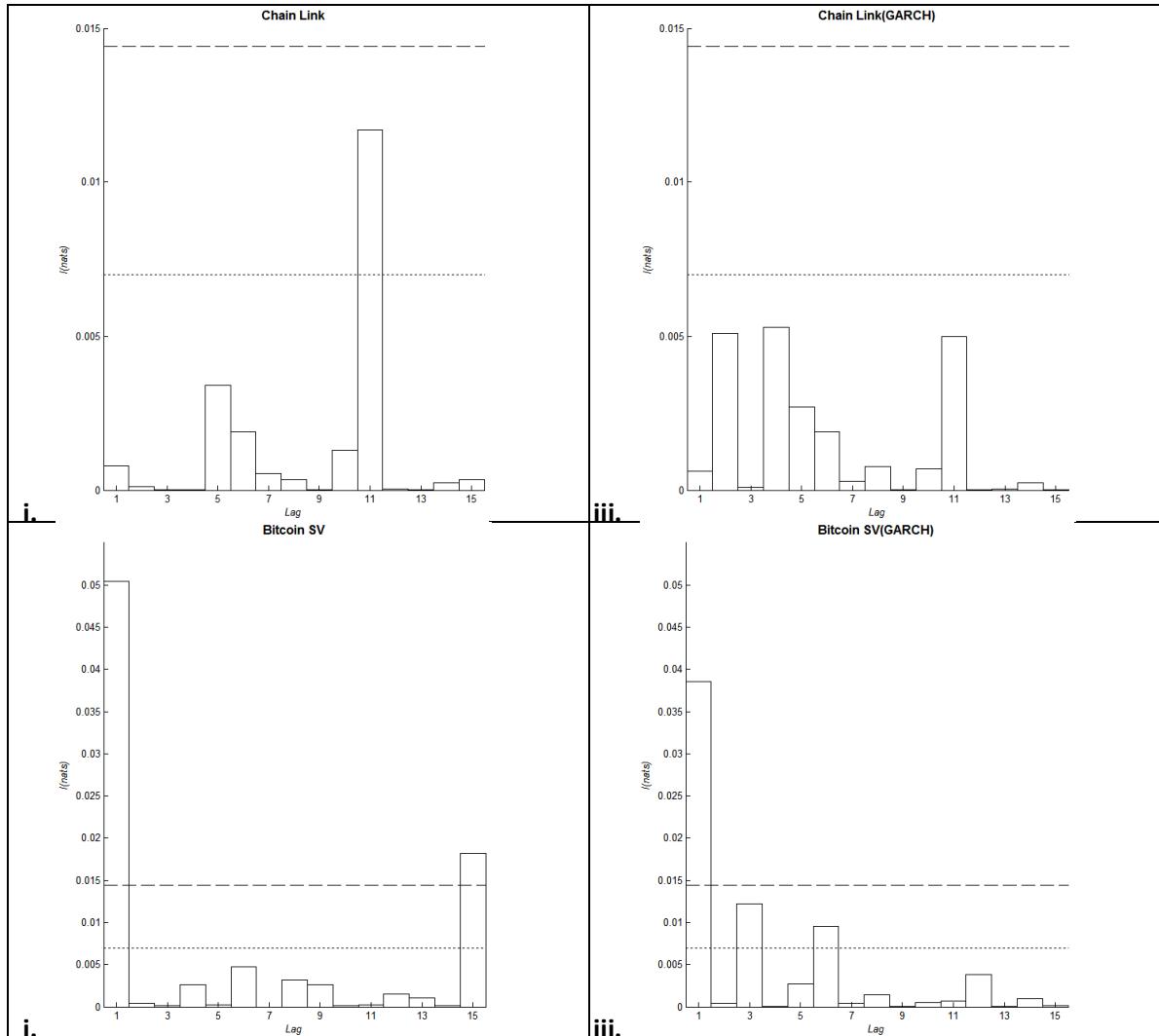












Informação Mútua para: i. taxas de rendibilidade das criptomoedas, ii. taxas de rendibilidade filtradas (filtro de linearidade) das criptomoedas; iii. taxas de rendibilidade filtradas de efeitos ARCH/GARCH (filtro de volatilidade), para os lags $k=1, \dots, 15$. O segmento de reta a tracejado refere-se ao valor crítico da Informação Mútua para um nível de significância de 1% (0.0030 nats para $N=2500$; 0.0033 nats para $N=2000$; 0.0071 para $N=1000$ e 0.0144 para $N=500$) e o segmento de reta a ponteado refere-se ao valor crítico da informação mútua para um nível de significância de 5% (0.0015 nats para $N=2500$; 0.0019 nats para $N=2000$; 0.0041 para $N=1000$ e 0.0070 para $N=500$), com 2 graus de liberdade.

Com o objetivo de confirmar (infirmar) os resultados obtidos com a aplicação do teste BDS, foi calculada a IM para as séries temporais filtradas (filtro de linearidade), as quais se encontram no Anexo O. Para todas as criptomoedas existe pelo menos um *lag*, com significância estatística, que permite a rejeição da hipótese H_0 da independência temporal, continuando por isso a encontrar-se evidência de dependência global. Assim, atendendo a esta evidência (vide Figura 3.6), bem como à estacionariedade nas séries, à inexistência de autocorrelação temporal linear, e tendo o teste BDS conduzido à rejeição da hipótese de que as observações das séries temporais filtradas são *i. i. d.*, importa isolar possíveis fontes de dependência não linear. A avaliação da presença de *clusters* de volatilidade constitui uma delas, na medida em que a sua presença é apontada por Scalas (2006) como uma possível justificação para a rejeição da H_0 de que as observações das séries em estudo são *i. i. d.*.

Deste modo, considerou-se importante proceder à filtragem destas novas séries de resíduos com recurso a modelos da família ARCH (apenas passíveis de aplicação dada a estacionariedade das séries) com vista a eliminar sinais ou evidências de *clusters* de volatilidade.

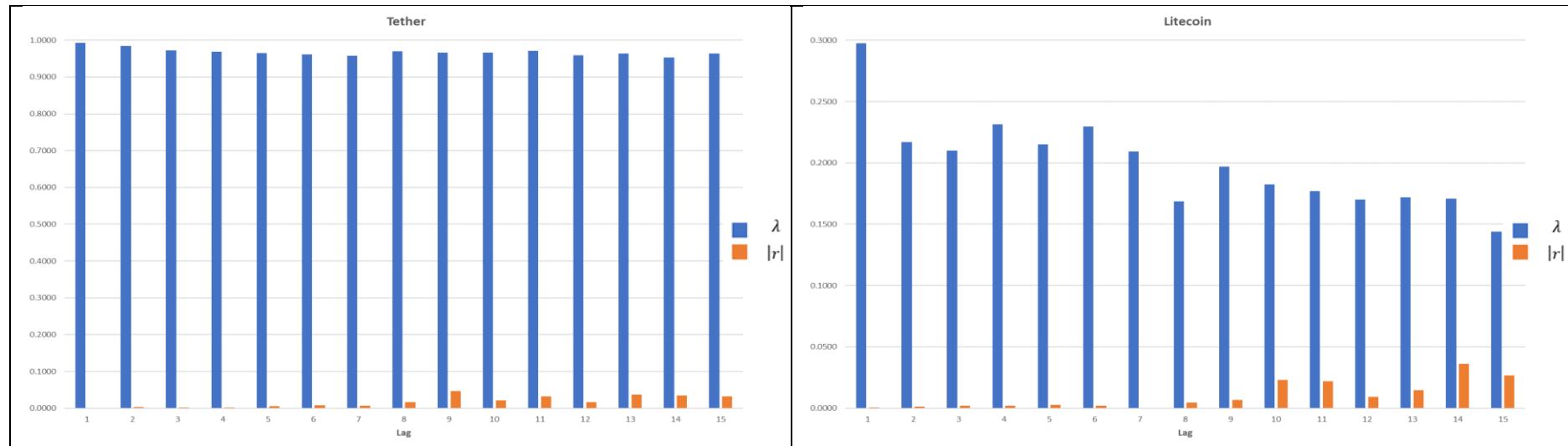
Para tal foram usados modelos da família ARCH, os quais foram estimados recorrendo à estimativa da máxima verossimilhança, e cuja especificação e número de *lags* foram, igualmente, selecionados de acordo com os critérios AIC e BIC (vide Anexo Q). Atendendo a que as criptomoedas tendem a apresentar, entre outras características, elevada volatilidade (Chu et al., 2017; Katsiampa, 2017; entre outros) para a estimação dos modelos considerou-se o desvio padrão (Std. Dev.) do ARCH-M. O software E-Views® foi utilizado para a realização dos testes necessários em cada uma das séries de cada criptomoeda. Apresenta-se, no entanto, em anexo os resultados do teste BDS, continuando a rejeitar-se, para um nível de significância de 1%, a H_0 de que as observações das séries em estudo são *i. i. d.* (vide Anexo R). Dos modelos selecionados para cada uma das criptomoedas, apenas para a LINK e XLM não apresentam significância estatística (a um nível e de significância de 5%), podendo indicar a inexistência de *clusters* de volatilidade.

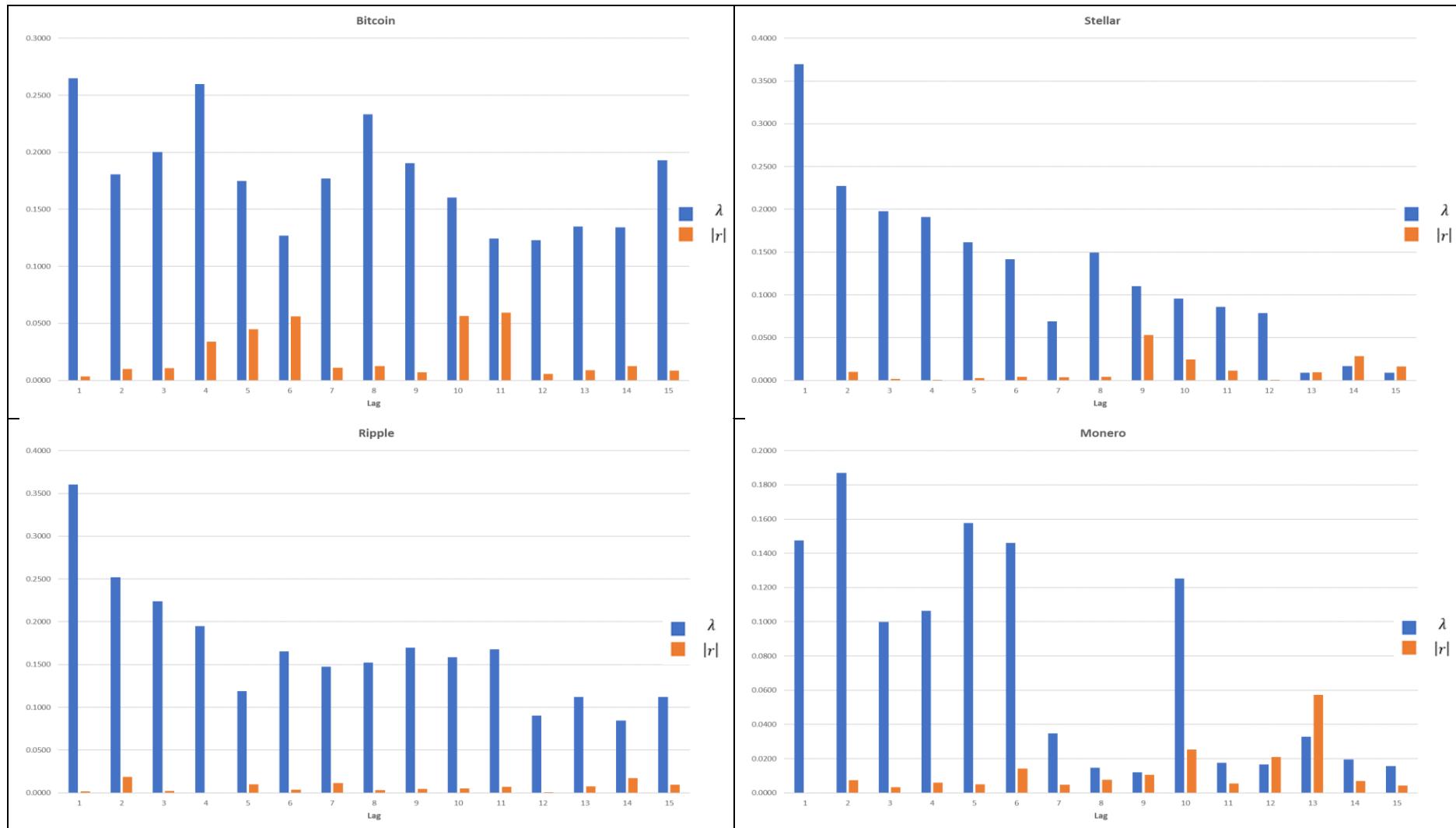
Calculou-se, igualmente a IM para as séries temporais filtradas com recurso a modelos da família ARCH (vide Anexo S), continuando contudo a ser encontrado para todas as criptomoedas, pelo menos um *lag* com significância estatística, conduzindo por isso à rejeição da H_0 da independência temporal (vide Figura 3.6). A única exceção é a LINK, o que em conjunto com o facto do modelo da família ARCH selecionado não apresentar significância estatística, revelará a inexistência de *clusters* de volatilidade para esta criptomoedas. Da análise das Figura 3.6 e Figura 3.7 observou-se que a USDT é a criptomoeda da amostra que apresenta, os valores mais

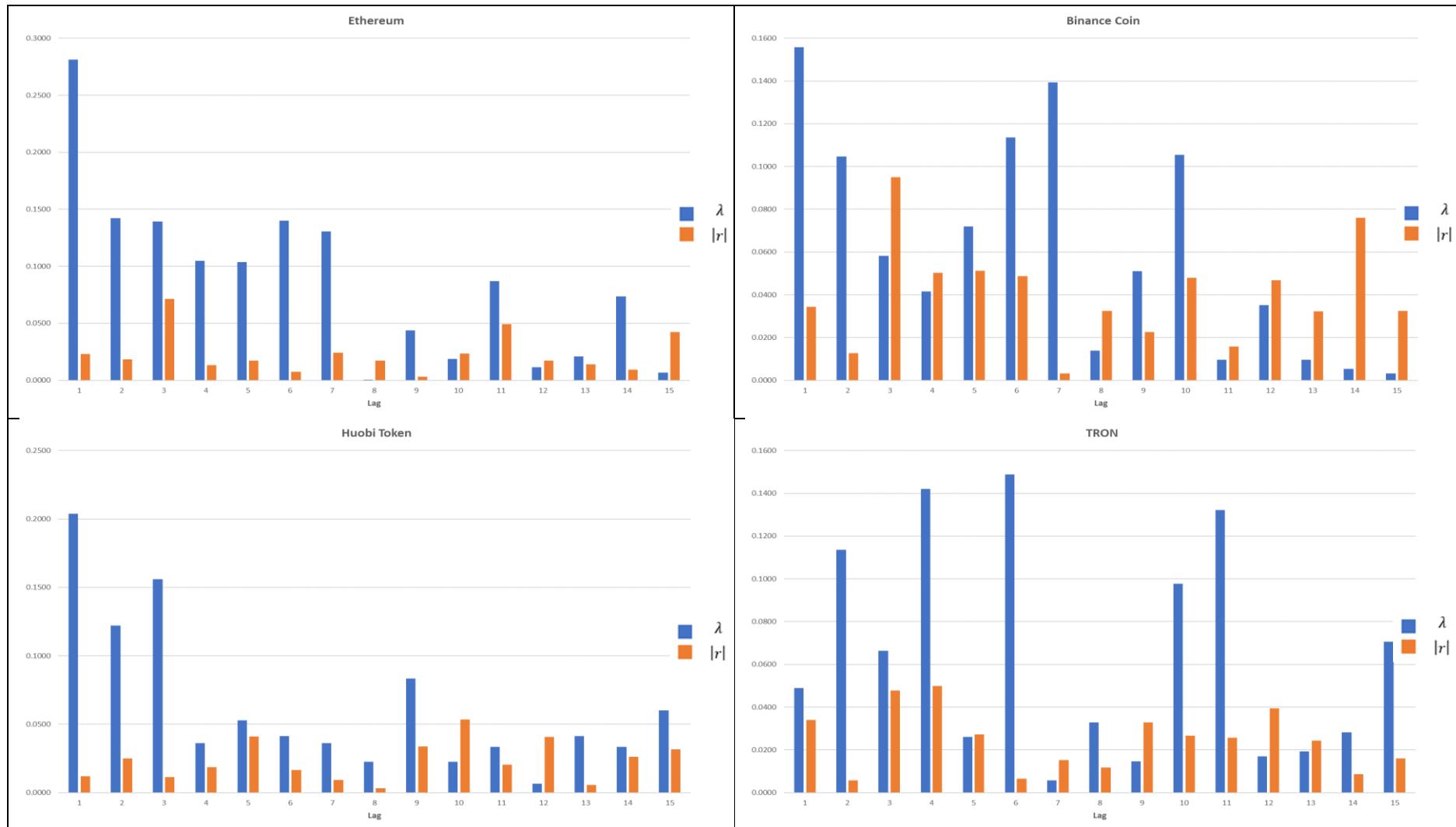
elevados de IM (e $\lambda \approx 1$), e um forte comportamento não linear, indicando assim uma forte ineficiência. Para a XRP e para a XTZ evidenciou-se um aumento da IM para o primeiro *lag* após filtragem com modelos *Autoregressive conditional heteroskedasticity* (ARCH)/*Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity* (GARCH), o qual se poderá ficar a dever à introdução de ruído na série, uma vez que de acordo com Petruccelli e Davies (1986) o processo de filtragem da autocorrelação linear e da heterocedasticidade pode afetar a não-linearidade da série temporal em causa.

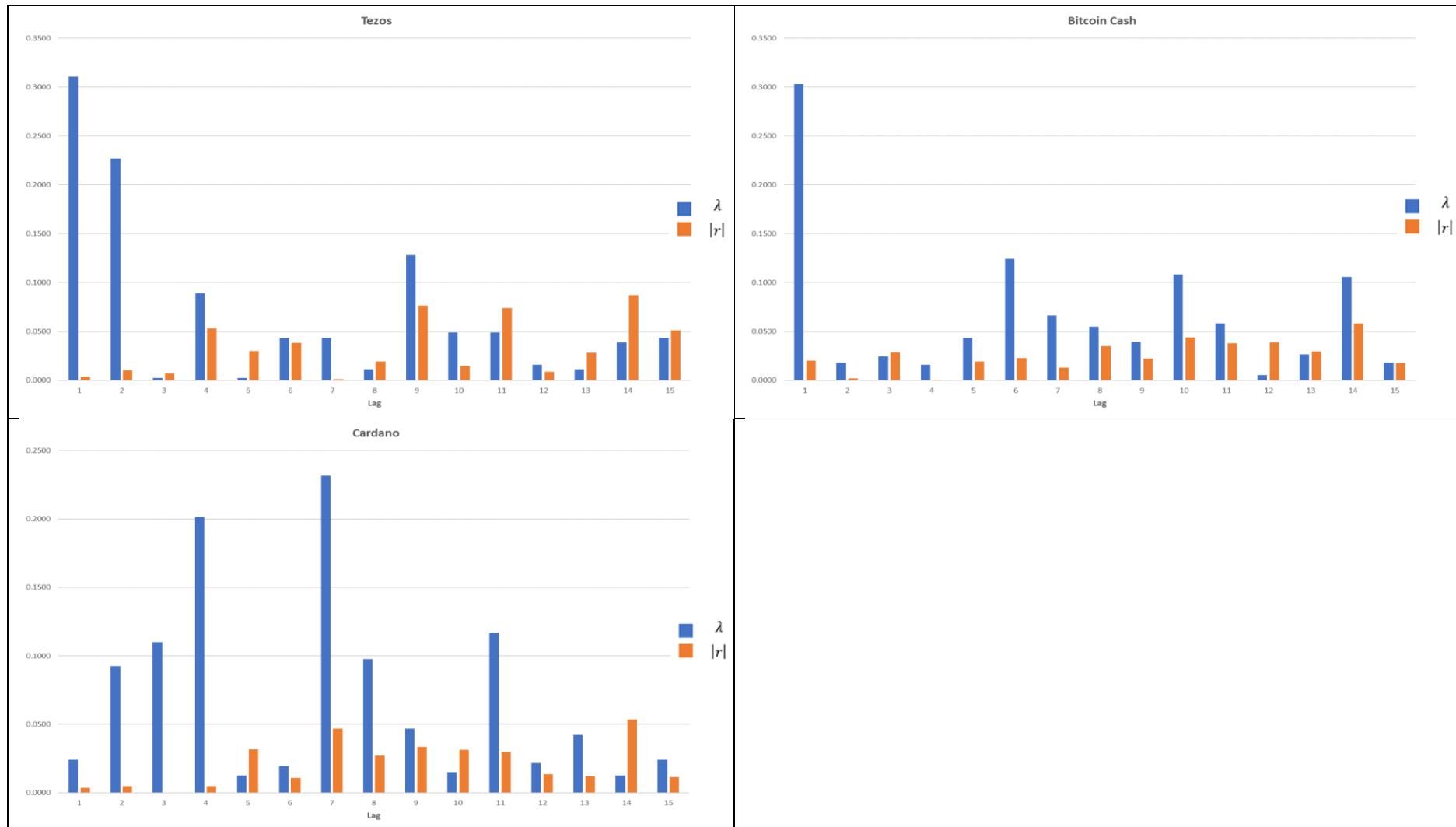
A XLM e HT revelaram comportamento *fast decay*, evidenciando assim a presença do histórico nas suas séries de rendibilidade. Para a BTC, a introdução de filtros (linear e de volatilidade) provocaram um decréscimo da IM. Não foi, no entanto, encontrada evidência de qualquer alteração no comportamento das séries e na significância estatística para cada um dos *lags* (tal como para a LTC) indicando a existência de outras fontes de não linearidade, não passíveis de identificação com recurso às metodologias utilizadas, revelando que estas não serão as que melhor se ajustam ao estudo do comportamento desta série.

Figura 3.7 – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear ($|r|$) para as Séries dos Resíduos (filtro de linearidade)









Atendendo a que os resultados apontam para a evidência de possível dependência não linear para as séries filtradas, e conforme referido, importa procurar outras fontes de não linearidade, mais concretamente o caos determinístico, pelo que se calculam os expoentes de Lyapunov.

3.4.4.5. *Expoentes de Lyapunov (λ)*

O teste BDS, que na sua H_0 testa se as observações da série temporal são *i. i. d.*, permite inferir quanto à não linearidade, enquanto os expoentes de Lyapunov permitem inferir quanto à sensibilidade às condições iniciais. Ao aplicar o teste BDS aos resíduos filtrados de linearidade e aos resíduos dos modelos da família GARCH, a rejeição de H_0 no teste BDS (para todas as dimensões consideradas e para $\varepsilon = 0,5\sigma$), para todas as criptomoedas, revela-se consistente com a visão de que as rendibilidades das criptomoedas são geradas por sistemas estocásticos não lineares e, de acordo com Hsieh (1991) isso prova que o mercado de criptomoedas é governado por uma dinâmica caótica de baixa complexidade, e consequentemente a flutuação nas rendibilidades e volatilidades não é aleatória.

Peters (1996) refere que a sensibilidade às condições iniciais constitui uma das propriedades mais importantes da dinâmica caótica. No entanto, é preciso não esquecer que quanto maior for o desfasamento temporal, menor será a precisão em termos de predição. Além disso, no que diz respeito à aleatoriedade, esta é criada pelo próprio sistema, e quando se atinge um determinado ponto são perdidas as informações sobre os estádios iniciais. A sensibilidade às condições iniciais foi analisada recorrendo ao maior expoente de Lyapunov, descrito pelas taxas exponenciais médias de divergência das órbitas próximas³² no espaço de fase, pelo que a capacidade de predictabilidade rapidamente é perdida. Um sistema que contenha um maior expoente de Lyapunov positivo é definido como caótico na magnitude desse expoente, o que reflete a escala de tempo em que a dinâmica do sistema se torna imprevisível.

Para a estimação dos expoentes de Lyapunov das séries temporais foram, conforme descrito em 3.3.2.8., previamente definidos seis parâmetros (*inputs*), necessários para a reconstrução do atrator e estimação dos expoentes de Lyapunov. Ficaram assim identificados os pressupostos que estiveram na base da estimação dos expoentes de Lyapunov para cada criptomoeda, apresentam-se os mesmos simultaneamente com os *outputs* na Tabela 3.5. Um sistema cujo maior expoente de Lyapunov seja positivo é definido como caótico na magnitude do seu

³² Correspondem a estados praticamente idênticos.

expoente (Wolf et al., 1985), refletindo a escala de tempo em que a dinâmica do sistema se torna imprevisível.

Como todos os maiores expoentes de Lyapunov se revelaram positivos, há evidência de comportamento caótico (imprevisibilidade nas suas órbitas) no mercado das criptomoedas em estudo. Atendendo ao referido, a capacidade de predictabilidade será perdida após $1/\lambda$. Considerando a informação contida na Tabela 3.5, conclui-se que a BCH é a criptomoeda para a qual a capacidade de predictabilidade em termos de rendibilidade seria perdida mais rapidamente (aproximadamente seis dias), seguindo-se a ETH para a qual a capacidade de predictabilidade seria perdida ao fim de nove dias. Para as restantes criptomoedas, a capacidade de predictabilidade seria perdida para valores superiores a 10 dias, conduzindo a uma interrogação: será ainda adequado considerar capacidade de predictabilidade para estes prazos? Com exceção da USDT, para todas as restantes criptomoedas o expoente de Lyapunov dominante é positivo (*vide* Anexo T), bem como a soma de todos os expoentes de Lyapunov, evidenciando a presença de caos determinístico para as séries consideradas e impedindo a predictabilidade de longo alcance (embora possa haver predictabilidade a curto prazo, com a consequente possibilidade para os investidores de obterem lucros anormais neste período). Esta evidência, onde as exceções são a USDT e BCH, era já expectável, atendendo à evidência encontrada aquando da aplicação da DFA, considerando que os fractais ajudam a detetar o caos, podendo a característica de comportamento fractal de séries temporais caóticas ser observada pela presença de memória de longo alcance (Gunay & Kaşkaloğlu, 2019).

A evidência da presença de caos para a BTC, embora contrária a encontrada por Lahmiri e Bekiros (2018), que não encontrou carácter caótico na série da rendibilidade desta criptomoeda, está de acordo com os resultados de Gunay e Kaşkaloğlu (2019) da existência de caos no comportamento da BTC, LTC, XRP e ETH. Para a USDT, e uma vez que o expoente de Lyapunov dominante é negativo, e como a soma de todos os expoentes de Lyapunov também é negativa, então estamos na presença de um sistema dissipativo (órbitas periódicas). Há uma aproximação das trajetórias numa mesma direção, pelo que o sinal será convergente, mas não caótico. Será sim um processo determinístico, que pode indicar a inexistência de aleatoriedade nas rendibilidades, e consequentemente de preços. A aparente evidência de ausência de caos na rendibilidade desta criptomoeda implica que uma pequena mudança nos seus fatores determinísticos pouco ou nenhum efeito terá na sua rendibilidade.

Tabela 3.5 – Exponentes de Lyapunov para as Taxas de Rendibilidade Filtradas (de linearidade e de volatilidade)

	Criptomoeda															
	Bitcoin	Tether	Litecoin	Stellar	Ripple	Monero	Ethereum	Binance Coin	Huobi Token	TRON	Tezos	Bitcoin Cash	Cardano	EOS	Chain Link	Bitcoin SV
m	3	5	4	3	4	2	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3
τ	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	2
dt								1								
SCALMX	0.12	0.02	0.20	0.16	0.26	0.15	0.14	0.16	0.13	0.18	0.18	0.15	0.22	0.21	0.17	0.23
SCALMN	0.016	0.002	0.027	0.022	0.034	0.020	0.019	0.022	0.017	0.024	0.024	0.020	0.029	0.027	0.022	0.031
EVOLV								1								
$\lambda_{min.}$	-0.0701	-0.4018	-0.4595	0.0203	-0.0176	-0.1177	-0.0079	0.0363	0.0032	0.0284	0.0114	0.0815	-0.0453	-0.3315	0.0523	-0.1078
$\lambda_{max.}$	1.2782	0.8789	0.2202	2.8563	1.5821	1.5044	0.8110	1.9390	2.9228	1.0571	2.2547	1.7442	2.3142	0.3340	1.3320	0.6432
λ	0.0309	-0.0542	0.0345	0.0887	0.0157	0.0570	0.1077	0.0368	0.0690	0.0868	0.0697	0.1730	0.0348	0.0509	0.0847	0.0282
$\sum_{i=1}^n \lambda_i$	77.0590	-96.6548	86.0436	180.4896	37.6298	120.0024	179.9198	34.8821	52.2224	77.5770	61.4658	165.2543	30.6550	49.7315	76.0053	13.5648

Tal indica estabilidade na sua taxa de rendibilidade, podendo refletir um dos factos presentes na génesis desta criptomoeda, onde cada unidade estará garantida na proporção de um para um pela unidade de moeda fiduciária correspondente, ou seja 1USDT = 1 USD, mantida em depósito legal pela Tether Limited (Griffin & Shams, 2018).

A interpretação efetuada dos expoentes de Lyapunov (existência de comportamento caótico) deve ter, igualmente, em consideração as evidências anteriormente encontradas, na medida em que a teoria do caos requer que aleatoriedade e caos sejam diferenciados. Assim, as evidências anteriores indicaram que o mercado de criptomoedas apresentam um comportamento que não pode ser descrito por um modelo de *random walk*, apoiando assim a hipótese da memória de longo alcance.

Sintetizam-se na Tabela 3.6 os resultados da análise empírica desenvolvida neste capítulo.

Tabela 3.6 – Testes/Métodos Aplicadas aos Preços e Rendibilidades das Criptomoedas

Teste / Metodologia	Jarque-Bera	ADF (i.)		DFA	Ljung-box	V.R. (ii.)	BDS (iii.)	Informação Mútua		Expoente Lyapunov
								Fase 1	Fase 2	
Objecto	Rendibilidades	Preços	Rendibilidades						Resíduos	Rendibilidades
Bitcoin	Criptomoeda	Rejeita-se H_0	$\lambda > 0$ e $\sum_{i=1}^n \lambda_i > 0$							
Ethereum										
Ripple										
Bitcoin Cash										
Bitcoin SV										
Tether										
Litecoin										
EOS										
Binance Coin										
Tezos										
ChainLink										
Cardano										
Stellar										
TRON										
Monero										
Huobi Token										

Notas: i. Modificado pelas inovações introduzidas por Perron (1989), Perron e Vogelsang (1992a, 1992b) e Vogelsang e Perron (1998); ii. Teste da Razão de Variância (Variance Ratio Test); iii. Correspondendo às iniciais W. A. Broock, W. Dechert e J. Scheinkman; iv. Apenas se fez referência às situações em que se rejeitou a H_0 no teste aplicado. Para as restantes situações, não se rejeita a H_0 .

3.5. Conclusões

O objetivo deste estudo era avaliar a (in)eficiência informativa na sua forma fraca dos mercados de criptomoedas. Não apenas tem sido crescente o corpo de evidências que tem como objetivo avaliar a HEM nos mercados de criptomoedas, como tem sido crescente, conforme referido anteriormente, o número de criptomoedas. Por um lado, efetuar esta análise para todas as criptomoedas seria incompatível e até mesmo impossível dado que para muitas delas não existem dados disponíveis. Por outro lado, selecionar apenas as quatro ou cinco principais criptomoedas, ou considerar apenas a BTC, seria redutor e reduzido contributo científico seria acrescentado. Assim, considerou-se uma amostra mais ampla de criptomoedas, selecionando-se todas as criptomoedas com capitalização de mercado superior a mil milhões de dólares à data de 07 de março de 2020 (de acordo com informação disponível <https://coinmarketcap.com>). Para a avaliação da eficiência aplicaram-se testes e recorreram-se a métodos provenientes, essencialmente, de duas áreas do conhecimento: a econometria e econofísica. Os resultados da aplicação dos referidos testes/ métodos encontram-se sintetizados na Tabela 3.6.

As criptomoedas analisadas apresentaram taxa de rendibilidade média positiva (exceção: BCH) e próxima de zero, assimetria positiva (exceções: BTC, ETH, USDT, XTZ e HT) e elevados valores de curtose. Concluindo-se poder existir não só maior probabilidade de variações positivas de preços (em detrimento de variações negativas), bem como de indícios de leptocurtose (*fat tails*), facto estilizado nos mercados financeiros. A não estacionariedade em preços (exceções: XRP, USDT, XTZ, LINK e TRX) e a estacionariedade nas séries das rendibilidades estão de acordo com a literatura financeira e com a HEM. A existência de comportamento persistente (BTC, ETH, XRP, LTC, EOS, LINK, ADA, XLM e TRX) e anti persistente (BSV, BNB, XTZ, XMR e HT) para estes ativos, permite alguma predictabilidade, podendo ser indício (ainda que de forma cautelosa) da ineficiência destes mercados. A evidência de autocorrelação linear nas rendibilidades das criptomoedas (exceções: BSV, EOS e LINK), o facto de estas não seguirem um *martingale* (exceção: USDT) e havendo evidência de heterocedasticidade, remete por um lado para uma parcimoniosa rejeição da eficiência dos mercados, e por outro, evidencia a necessidade de análise da dependência não-linear.

De acordo com Hsieh (1991), a não estacionariedade, a não-linearidade e o caos determinístico permitem justificar o facto das taxas de rendibilidade das criptomoedas consideradas não serem *i. i. d.*. Tendo-se concluído haver indícios de estacionariedade, então apenas a não-linearidade ou a presença de caos determinístico permitiriam justificar o comportamento não *i. i. d.*. Assim, a análise da dependência não-linear justifica-se não apenas para conferir maior robustez à

avaliação realizada, mas também enquanto tentativa de justificação do referido comportamento não *i. i. d.*. Recorreu-se à análise da IM, tendo-se concluído existir dependência global (linear e não linear) nas séries das rendibilidades (mais evidente para USDT, LTC, BTC, XLM, XRP, XMR e ETH). Contudo, a existência de valores de IM estatisticamente significativos não permite excluir de imediato a existência de dependência linear. Assim, filtraram-se as séries das rendibilidades, passando o objeto de análise a ser as séries dos resíduos. Após a filtragem com recurso a modelos $ARDL(k, l)$ concluiu-se, igualmente, que havia evidência de dependência global para todas as criptomoedas. Na tentativa de isolar possíveis fontes de dependência não linear, e avaliar mais concretamente a presença de *clusters* de volatilidade, efetuou-se nova filtragem com modelos da família $ARCH$, tendo-se concluído a inexistência de *clusters* de volatilidade para a LINK, enquanto para as restantes criptomoedas estes podem ser uma possível justificação para a sua ineficiência. Atendendo à existência de possível dependência não linear para as séries filtradas, continuou em aberto a possibilidade de outras fontes de não-linearidade. Destas, procurou-se evidência da presença (ausência) de caos determinístico, tendo-se concluído existir evidência da sua presença para todas as criptomoedas (exceção: USDT), facto que impede que possa ser efetuada predictabilidade de longo alcance (embora possa haver predictabilidade a curto prazo, com a consequente possibilidade para os investidores de obterem lucros anormais neste período). Assim, parece existir evidência da coexistência simultânea de efeitos determinísticos e estocásticos para as séries temporais consideradas. No entanto, a HEM não fica colocada em causa, ainda que haja indícios de predictabilidade, na medida em que não está assegurada a existência de lucros anormais de forma sistemática com base na utilização de informação histórica.

Ao considerar um conjunto amplo e representativo do mercado de criptomoedas, ao invés de apenas considerar a BTC como em parte significativa dos estudos dedicados à eficiência informativa na forma fraca do mercado de criptomoedas, foi possível uma perspetiva geral das características de eficiência e oportunidades de lucro nos mercados de criptomoedas.

Como principal limitação deste estudo, identifica-se o tamanho reduzido do número de observações para algumas criptomoedas. Este facto significa que alguns novos mercados podem ainda ser relativamente imaturos, exibindo um comportamento persistente que limita a abrangência dos resultados obtidos e das conclusões produzidas. Assim, e como futuras linhas de investigação, sugere-se a utilização de dados de maior frequência e/ou abordagens dinâmicas. Sugere-se o recurso a *sliding windows* para estimar a DFA, visando avaliar

simultaneamente a possibilidade de prever bolhas de preços. Também seria interessante avaliar o impacto da atual pandemia de COVID-19 na eficiência dos mercados de criptomoedas.

3.6. Referências Bibliográficas

- Abarbanel, H. D. I., Brown, R., Sidorowich, J. J., & Tsimring, L. S. (1993). The analysis of observed chaotic data in physical systems. *Reviews of Modern Physics*, 65(4), 1331–1392. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.65.1331>
- Aggarwal, D. (2019). Do bitcoins follow a random walk model? *Research in Economics*, 73(1), 15–22. <https://doi.org/10.1016/j.rie.2019.01.002>
- Al-yahyae, K. H., Mensi, W., Ko, H.-U., & Yoon, S.-M. (2020). Why cryptocurrency markets are inefficient : The impact of liquidity and volatility. *North American Journal of Economics and Finance*, 52(February), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2020.101168>
- Al-Yahyae, K. H., Mensi, W., & Yoon, S. M. (2018). Efficiency, multifractality, and the long-memory property of the Bitcoin market: A comparative analysis with stock, currency, and gold markets. *Finance Research Letters*, 27(January), 228–234. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.03.017>
- Ali, S., Shahzad, S. J. H., Raza, N., & Al-Yahyae, K. H. (2018). Stock market efficiency: A comparative analysis of Islamic and conventional stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 503, 139–153. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.02.169>
- Alvarez-Ramirez, J., Rodriguez, E., & Ibarra-Valdez, C. (2018). Long-range correlations and asymmetry in the Bitcoin market. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 492, 948–955. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.11.025>
- Alvarez-Ramirez, Jose, Rodriguez, E., & Espinosa-Paredes, G. (2012). Is the US stock market becoming weakly efficient over time? Evidence from 80-year-long data. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 391(22), 5643–5647. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2012.06.051>
- Antonakakis, N., Chatziantoniou, I., & Gabauer, D. (2019). Cryptocurrency market contagion: Market uncertainty, market complexity, and dynamic portfolios. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 61, 37–51.

<https://doi.org/10.1016/j.intfin.2019.02.003>

- Ardia, D., Bluteau, K., & Rüede, M. (2019). Regime changes in Bitcoin GARCH volatility dynamics. *Finance Research Letters*, 29(June 2018), 266–271.
<https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.08.009>
- Baek, C., & Elbeck, M. (2015). Bitcoins as an investment or speculative vehicle? A first look. *Applied Economics Letters*, 22(1), 30–34. <https://doi.org/10.1080/13504851.2014.916379>
- Bariviera, A. F. (2017). The inefficiency of Bitcoin revisited: A dynamic approach. *Economics Letters*, 161(2017), 1–4. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.09.013>
- Bariviera, A. F., Basgall, M. J., Hasperué, W., & Naiouf, M. (2017). Some stylized facts of the Bitcoin market. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 484, 82–90.
<https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.04.159>
- Bariviera, A. F., Font-Ferrer, A., Sorrosal-Forradellas, M. T., & Rosso, O. A. (2019). An information theory perspective on the informational efficiency of gold price. *North American Journal of Economics and Finance*, 50(June), 101018.
<https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101018>
- Baur, D. G., Hong, K. H., & Lee, A. D. (2018). Bitcoin: Medium of exchange or speculative assets? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 54, 177–189.
<https://doi.org/10.1016/j.intfin.2017.12.004>
- Beneki, C., Koulis, A., Kyriazis, N. A., & Papadamou, S. (2019). Investigating volatility transmission and hedging properties between Bitcoin and Ethereum. *Research in International Business and Finance*, 48(August 2018), 219–227.
<https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2019.01.001>
- Bentes, S. R., Menezes, R., & Mendes, D. A. (2008). Long memory and volatility clustering: Is the empirical evidence consistent across stock markets? *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 387(15), 3826–3830. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2008.01.046>
- Bonanno, G., Lillo, F., & Mantegna, R. N. (2001). Levels of complexity in financial markets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 299(1–2), 16–27.
[https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(01\)00279-5](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(01)00279-5)
- Brauneis, A., & Mestel, R. (2018). Price discovery of cryptocurrencies: Bitcoin and beyond.

Economics Letters, 165, 58–61. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.02.001>

Broock, W. A., Scheinkman, J. A., Dechert, W. D., & LeBaron, B. (1996). A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews*, 15(3), 197–235.
<https://doi.org/10.1080/07474939608800353>

Caginalp, C., & Caginalp, G. (2018). Valuation, liquidity price, and stability of cryptocurrencies. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 115(6), 1131–1134. <https://doi.org/10.1073/pnas.1722031115>

Caporale, G. M., & Plastun, A. (2019). The day of the week effect in the cryptocurrency market. *Finance Research Letters*, 31(November 2018), 101042.
<https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.11.012>

Caporale, G. M., & Zekoh, T. (2019). Modelling volatility of cryptocurrencies using Markov-Switching GARCH models. *Research in International Business and Finance*, 48(December 2018), 143–155. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2018.12.009>

Caraiani, P., & Haven, E. (2015). Evidence of multifractality from CEE exchange rates against Euro. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 419, 395–407.
<https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.06.043>

Chu, J., Chan, S., Nadarajah, S., & Osterrieder, J. (2017). GARCH Modelling of Cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 10(4), 17.
<https://doi.org/10.3390/jrfm10040017>

Cochrane, J. H. (1988). How big is the random walk in GNP. *The Journal of Political Economy*, 96(6), 893–920.

Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223–236. <https://doi.org/10.1080/713665670>

Corbet, S., Lucey, B., Urquhart, A., & Yarovaya, L. (2019). Cryptocurrencies as a financial asset: A systematic analysis. *International Review of Financial Analysis*, 62(August 2018), 182–199. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.09.003>

Corbet, S., Meegan, A., Larkin, C., Lucey, B., & Yarovaya, L. (2018). Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets. *Economics Letters*, 165, 28–34. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.01.004>

- Costa, N., Silva, C., & Ferreira, P. (2019). Long-range behaviour and correlation in DFA and DCCA analysis of cryptocurrencies. *International Journal of Financial Studies*, 7(3).
- <https://doi.org/10.3390/ijfs7030051>
- Cox, N. J. (2010). Speaking Stata: The limits of sample skewness and kurtosis. *Stata Journal*, 10(3), 482–495. <https://doi.org/10.1177/1536867x1001000311>
- Cruz, P. A. M. V. M., & Lopes, A. C. B. da S. (1999). Raízes Unitárias e Quebras de Estrutura: Evidência Empírica para a Economia Portuguesa. *Estudos de Economia*, XIX(2), 233–264.
- Darbella, G. A. (1998). Predictability: An Information-Theoretic Perspective. In K. N. G. In: Procházka A., Uhlíř J., Rayner P.W.J. (Ed.), *Signal Analysis and Prediction. Applied and Numerical Harmonic Analysis*. (pp. 249–262). Birkhäuser, Boston, MA.
- https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1768-8_18
- Darbella, G. A. (1999). An estimator of the mutual information based on a criterion for conditional independence. *Computational Statistics and Data Analysis*, 32(1), 1–17.
- [https://doi.org/10.1016/S0167-9473\(99\)00020-1](https://doi.org/10.1016/S0167-9473(99)00020-1)
- Darbella, G. A., & Vajda, I. (1999). Estimation of the Information by an Adaptive Partitioning of the Observation Space. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(1), 219–240.
- <https://doi.org/10.1109/18.746793>
- Darbella, G. A., & Wuertz, D. (2000). The entropy as a tool for analyzing statistical dependences in financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 287(3–4), 429–439. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(00\)00382-4](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(00)00382-4)
- David, S. A., Inácio, C. M. C., Quintino, D. D., & Machado, J. A. T. (2020). Measuring the Brazilian ethanol and gasoline market efficiency using DFA-Hurst and fractal dimension. *Energy Economics*, 85, 104614. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2019.104614>
- Delbianco, F., Tohmé, F., Stosic, T., & Stosic, B. (2016). Multifractal behavior of commodity markets: Fuel versus non-fuel products. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 457, 573–580. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2016.03.096>
- Dionisio, A., Menezes, R., & Mendes, D. A. (2004). Mutual information: A measure of dependency for nonlinear time series. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 344(1–2), 326–329. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2004.06.144>

- Dionísio, A., Menezes, R., & Mendes, D. A. (2006). Entropy-based independence test. *Nonlinear Dynamics*, 44(1–4), 351–357. <https://doi.org/10.1007/s11071-006-2019-0>
- Fama, E. F. (1965). Random Walks in Stock Market Prices. *Financial Analysts Journal*, 21(I), 55–59. <https://doi.org/10.2469/faj.v51.n1.1861>
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- Fama, E. F. (1991). Efficient Capital Markets: II. *The Journal of Finance*, 46(5), 1575. <https://doi.org/10.2307/2328565>
- Fama, E. F., & French, K. R. (2008). Dissecting anomalies. *Journal of Finance*, 63(4), 1653–1678. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2008.01371.x>
- Ferreira, P. (2018). Dynamic long-range dependences in the Swiss stock market. *Empirical Economics*, 58(4), 1541–1573. <https://doi.org/10.1007/s00181-018-1549-x>
- Ferreira, P., & Dionísio, A. (2014). Revisiting serial dependence in the stock markets of the G7 countries, Portugal, Spain and Greece. *Applied Financial Economics*, 24(5), 319–331. <https://doi.org/10.1080/09603107.2013.875106>
- Ferreira, P., Loures, L., Nunes, J. R., & Dionísio, A. (2017). The behaviour of share returns of football clubs: An econophysics approach. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 472, 136–144. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.01.022>
- Flori, A. (2019). News and subjective beliefs: A Bayesian approach to Bitcoin investments. *Research in International Business and Finance*, 50(May), 336–356. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2019.05.007>
- Geuder, J., Kinateder, H., & Wagner, N. F. (2019). Cryptocurrencies as financial bubbles: The case of Bitcoin. *Finance Research Letters*, 31(November 2018), 179–184. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.11.011>
- Giudici, G., Milne, A., & Vinogradov, D. (2020). Cryptocurrencies: market analysis and perspectives. *Journal of Industrial and Business Economics*, 47(1), 1–18. <https://doi.org/10.1007/s40812-019-00138-6>
- Granger, C., & Lin, J. -L. (1994). Using the Mutual Information Coefficient To Identify Lags in Nonlinear Models. *Journal of Time Series Analysis*, 15(4), 371–384.

<https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.1994.tb00200.x>

- Granger, C. W., & Maasoumi, E. (2000). A Dependence Metric for Nonlinear Time Series. *Econometric Society World Congress 2000 Contributed Papers 0421*. Econometric Society.
- Granger, C. W., Maasoumi, E., & Racine, J. (2004). A Dependence Metric for Possibly Nonlinear Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 25(5), 649–669.
- Gregoriou, A. (2019). Cryptocurrencies and asset pricing. *Applied Economics Letters*, 26(12), 995–998. <https://doi.org/10.1080/13504851.2018.1527439>
- Griffin, J. M., & Shams, A. (2018). Is Bitcoin Really Un-Tethered? *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3195066>
- Grobys, K., & Sapkota, N. (2019). Cryptocurrencies and momentum. *Economics Letters*, 180, 6–10. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2019.03.028>
- Gunay, S., & Kaşkaloğlu, K. (2019). Seeking a Chaotic Order in the Cryptocurrency Market. *Mathematical and Computational Applications*, 24(2), 36. <https://doi.org/10.3390/mca24020036>
- Haeri, M. A., & Ebadzadeh, M. M. (2014). Estimation of mutual information by the fuzzy histogram. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 13(3), 287–318. <https://doi.org/10.1007/s10700-014-9178-0>
- Hasan, R., & Mohammad, S. M. (2015). Multifractal analysis of Asian markets during 2007-2008 financial crisis. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 419, 746–761. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.10.030>
- Hassani, H., & Yeganegi, M. R. (2019). Sum of squared ACF and the Ljung–Box statistics. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 520, 81–86. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.12.028>
- Higgins, J. P. (2002). Nonlinear systems in medicine. *Yale Journal of Biology and Medicine*, 74, 247–260.
- Hsieh, D. A. (1991). Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets. *The Journal of Finance*, 46(5), 1839–1877. <https://doi.org/10.1177/0020872803046001792>
- Hu, Y., Valera, H. G. A., & Oxley, L. (2019). Market efficiency of the top market-cap cryptocurrencies: Further evidence from a panel framework. *Finance Research Letters*,

- 31(April), 138–145. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.04.012>
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3–6. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.06.023>
- Katsiampa, P. (2018). Volatility co-movement between Bitcoin and Ether. *Finance Research Letters*, 30(June 2018), 221–227. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.10.005>
- Khuntia, S., & Pattanayak, J. K. (2018). Adaptive market hypothesis and evolving predictability of bitcoin. *Economics Letters*, 167, 26–28. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.03.005>
- Kim, H. S., Kang, D. S., & Kim, J. H. (2003). The BDS statistic and residual test. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 17(1–2), 104–115. <https://doi.org/10.1007/s00477-002-0118-0>
- Kinsner, W. (2006). Characterizing chaos through Lyapunov metrics. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part C: Applications and Reviews*, 36(2), 141–151. <https://doi.org/10.1109/TSMCC.2006.871132>
- Koutmos, D. (2018). Return and volatility spillovers among cryptocurrencies. *Economics Letters*, 173, 122–127. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.10.004>
- Kullback, S. (1968). *Information Theory and Statistics*. (Dover, Ed.). New York.
- Kyriazis. (2019). A Survey on Efficiency and Profitable Trading Opportunities in Cryptocurrency Markets. *Journal of Risk and Financial Management*, 12(2), 67. <https://doi.org/10.3390/jrfm12020067>
- Lahmiri, S. (2017). Multifractal analysis of Moroccan family business stock returns. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 486, 183–191. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.05.048>
- Lahmiri, S., & Bekiros, S. (2018). Chaos, randomness and multi-fractality in Bitcoin market. *Chaos, Solitons and Fractals*, 106, 28–34. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2017.11.005>
- Lahmiri, S., & Bekiros, S. (2019). Cryptocurrency forecasting with deep learning chaotic neural networks. *Chaos, Solitons and Fractals*, 118, 35–40. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.11.014>
- Lim, G., Kim, S. Y., Lee, H., Kim, K., & Lee, D. I. (2007). Multifractal detrended fluctuation analysis of derivative and spot markets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 386, 103–112. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.07.040>

Applications, 386(1), 259–266. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.07.055>

Ljung, G. M., & Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models.

Biometrika, 65(2), 297–303. <https://doi.org/10.1093/biomet/65.2.297>

Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. (1988). Stock Market Prices do not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test. *The Review of Financial Studies*, 1(1), 41–66. Retrieved from https://forensicswiki.org/wiki/Google_Chrome

Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. (1989). The size and power of the variance ratio test in finite samples. A Monte Carlo investigation. *Journal of Econometrics*, 40(2), 203–238. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(89\)90083-3](https://doi.org/10.1016/0304-4076(89)90083-3)

Loquin, K., & Strauss, O. (2008). Histogram density estimators based upon a fuzzy partition. *Statistics and Probability Letters*, 78(13), 1863–1868. <https://doi.org/10.1016/j.spl.2008.01.053>

Maasoumi, E., & Racine, J. (2002). Entropy and predictability of stock market returns. *Journal of Econometrics*, 107(1–2), 291–312. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(01\)00125-7](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(01)00125-7)

Mali, P., & Mukhopadhyay, A. (2014). Multifractal characterization of gold market: A multifractal detrended fluctuation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 413, 361–372. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.06.076>

Mensi, W., Lee, Y. J., Al-Yahyaee, K. H., Sensoy, A., & Yoon, S. M. (2019). Intraday downward/upward multifractality and long memory in Bitcoin and Ethereum markets: An asymmetric multifractal detrended fluctuation analysis. *Finance Research Letters*, 31(February), 19–25. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.03.029>

Miffre, J., & Rallis, G. (2007). Momentum strategies in commodity futures markets. *Journal of Banking and Finance*, 31(6), 1863–1886. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2006.12.005>

Moddemeijer, R. (1999). Statistic to estimate the variance of the histogram-based mutual information estimator based on dependent pairs of observations. *Signal Processing*, 75(1), 51–63. [https://doi.org/10.1016/S0165-1684\(98\)00224-2](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(98)00224-2)

Nadarajah, S., & Chu, J. (2017). On the inefficiency of Bitcoin. *Economics Letters*, 150(August 2010), 6–9. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2016.10.033>

Nakamoto, S. (2008). Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System. *Cryptography Mailing*

List. <https://doi.org/10.1007/s10838-008-9062-0>

- Namdari, A., & Li, Z. (Steven). (2019). A review of entropy measures for uncertainty quantification of stochastic processes. *Advances in Mechanical Engineering*, 11(6), 1–14. <https://doi.org/10.1177/1687814019857350>
- Neto, D. (2021). Are Google searches making the Bitcoin market run amok? A tail event analysis. *North American Journal of Economics and Finance*. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2021.101454>
- Oh, G., Kim, S., & Eom, C. (2007). Market efficiency in foreign exchange markets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 382(1), 209–212. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.02.032>
- Omane-Adjepong, M., & Alagidede, I. P. (2020). High- and low-level chaos in the time and frequency market returns of leading cryptocurrencies and emerging assets. *Chaos, Solitons and Fractals*, 132, 109563. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2019.109563>
- Park, S., Jang, K., & Yang, J.-S. (2021). Information flow between bitcoin and other investment assets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 566. <https://doi.org/10.3390/e2111116>
- Peng, C. K., Buldyrev, S. V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H. E., & Goldberger, A. L. (1994). Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review E*, 49(2), 1685–1689. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.49.1685>
- Peng, C. K., Havlin, S., Stanley, H. E., & Goldberger, A. L. (1995). Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos*, 5(1), 82–87. <https://doi.org/10.1063/1.166141>
- Perron, P. (1989). The Great Crash , the Oil Price Shock , and the Unit Root Hypothesis. *The Econometric Society Stable*, 57(6), 1361–1401. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/1913712>
- Perron, P., & Vogelsang, T. J. (1992a). Nonstationarity and level shifts with an application to purchasing power parity. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), 301–320. <https://doi.org/10.1080/07350015.1992.10509907>
- Perron, P., & Vogelsang, T. J. (1992b). Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing

Mean: Corrections and Extensions. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(4), 467–470. <https://doi.org/10.1080/07350015.1990.10509786>

Peters, E. E. (1996). *Chaos and Order in the Capital Markets*. (J. E. Sons, Ed.). New York.

Petruccielli, J., & Davies, N. (1986). A portmanteau test for self-exciting threshold autoregressive-type nonlinearity in time series. *Biometrika*, 73(3), 687–694. <https://doi.org/10.1093/biomet/73.3.687>

Qin, J., Lu, X., Zhou, Y., & Qu, L. (2015). The effectiveness of China's RMB exchange rate reforms: An insight from multifractal detrended fluctuation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 421(1), 443–454. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.11.053>

Rickles, D., Hawe, P., & Shiell, A. (2007). A simple guide to chaos and complexity. *Journal of Epidemiology and Community Health*, 61(11), 933–937. <https://doi.org/10.1136/jech.2006.054254>

Risso, W. A. (2008). The informational efficiency and the financial crashes. *Research in International Business and Finance*, 22(3), 396–408. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2008.02.005>

Rosenstein, M. T., Collins, J. J., & De Luca, C. J. (1993). A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D*, 65(1–2), 117–134. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(93\)90009-P](https://doi.org/10.1016/0167-2789(93)90009-P)

Rouwenhorst, K. G. (1998). International momentum strategies. *Journal of Finance*, 53(1), 267–284. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.95722>

Rüdisüli, M., Schildhauer, T. J., Biollaz, S. M. A., & Van Ommen, J. R. (2013). Measurement, monitoring and control of fluidized bed combustion and gasification. In *Fluidized Bed Technologies for Near-Zero Emission Combustion and Gasification* (pp. 813–864). <https://doi.org/10.1533/9780857098801.3.813>

Saksonova, S., & Kuzmina-Merlino, I. (2019). Cryptocurrency as an Investment Instrument in a Modern Financial Market. *St Petersburg University Journal of Economic Studies*, 35(2), 269–282.

Samuelson, P. A. (1965). Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly, Industrial

Management Review. *Industrial Management Review*, 6(2), 41–69.

Šapina, M., Garcin, M., Kramarić, K., Milas, K., Brdarić, D., & Pirić, M. (2017). The Hurst exponent of heart rate variability in neonatal stress, based on a mean-reverting fractional Lévy stable motion, 2(November). Retrieved from <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01649280>

Scalas, E. (2006). Five years of continuous-time random walks in econophysics. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 567, 3–16. https://doi.org/10.1007/3-540-28727-2_1

Schreiber, T. (2000). Measuring information transfer. *Physical Review Letters*, 85(2), 461–464. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.461>

Selmi, R., Mensi, W., Hammoudeh, S., & Bouoiyour, J. (2018). Is Bitcoin a hedge, a safe haven or a diversifier for oil price movements? A comparison with gold. *Energy Economics*, 74(November 2016), 787–801. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2018.07.007>

Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. *Bell System Technical Journal*, 27, 379–423, 623–656. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1948.tb00917.x>

Shannon, C. E. (1949). Communication Theory of Secrecy Systems. *Bell System Technical Journal*, 28(4), 656–715.

Stošić, D., Stošić, D., Stošić, T., & Stanley, H. E. (2015). Multifractal analysis of managed and independent float exchange rates. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 428, 13–18. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.02.055>

Strogatz, S. H. (1994). *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. (P. Books, Ed.). Reading: Perseus Books Publishing, L.L.C.

Sukpitak, J., & Hengpunya, V. (2016). Efficiency of Thai stock markets: Detrended fluctuation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 458, 204–209. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2016.03.076>

Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence. In D. Rand & L. Young (Eds.), *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980. Lecture Notes in Mathematics*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/bfb0091924>

Timmermann, A., & Granger, C. W. J. (2004). Efficient market hypothesis and forecasting.

International Journal of Forecasting, 20(1), 15–27. [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(03\)00012-8](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(03)00012-8)

Tiwari, A. K., Adewuyi, A. O., Albulescu, C. T., & Wohar, M. E. (2019). Empirical Evidence of Extreme Dependence and Contagion Risk between Main Cryptocurrencies. *North American Journal of Economics and Finance*. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101083>

Tiwari, A. K., Aye, G. C., & Gupta, R. (2019). Stock market efficiency analysis using long spans of Data: A multifractal detrended fluctuation approach. *Finance Research Letters*, 28(June 2018), 398–411. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.06.012>

Tiwari, A. K., Jana, R. K., Das, D., & Roubaud, D. (2018). Informational efficiency of Bitcoin—An extension. *Economics Letters*, 163, 106–109.
<https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.12.006>

Urquhart, A. (2016). The Inefficiency of Bitcoin. *Economics Letters*, (148), 80–82.
<https://doi.org/10.1080/05775132.1958.11468779>

Verbeek, M. (2004). *A Guide to Modern Econometrics*. (L. John Wiley & Sons, Ed.) (2nd ed.). Chichester.

Vogelsang, T. J., & Perron, P. (1998). Additional Tests for a Unit Root Allowing for a Break in the Trend Function at an Unknown Time. *International Economic Review*, 39(4), 1073–1100.

Wei, W. C. (2018). Liquidity and market efficiency in cryptocurrencies. *Economics Letters*, 168, 21–24. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.04.003>

White, R., Marinakis, Y., Islam, N., & Walsh, S. (2020). Is Bitcoin a currency, a technology-based product, or something else? *Technological Forecasting and Social Change*, 151(January 2019), 119877. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2019.119877>

Wolf, A. (1985). Estimating the dominant Lyapunov exponent from a Time Series, 1–25.

Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., & Vastano, J. A. (1985). Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 16(3), 285–317.
[https://doi.org/10.1016/0167-2789\(85\)90011-9](https://doi.org/10.1016/0167-2789(85)90011-9)

Yermack, D. (2013). Is Bitcoin a Real Currency? *National Bureau of Economic Research, No. w19747*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2361599>

Yonghong, J., He, N., & Ruan, W. (2018). Time-varying long-term memory in Bitcoin market.

Finance Research Letters, 25(December 2017), 280–284.

<https://doi.org/10.1016/j.frl.2017.12.009>

Zhang, W., Wang, P., Li, X., & Shen, D. (2018). The inefficiency of cryptocurrency and its cross-correlation with Dow Jones Industrial Average. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 510(92), 658–670. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.07.032>

Zhang, Y.-C. (1999). Toward a theory of marginally efficient markets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 269(1), 30–44. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(99\)00077-1](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(99)00077-1)

Zhang, Y., Chan, S., Chu, J., & Sulieman, H. (2020). On the Market Efficiency and Liquidity of High-Frequency Cryptocurrencies in a Bull and Bear Market. *Journal of Risk and Financial Management*, 13(8), 1–14. <https://doi.org/10.3390/jrfm13010008>

3.7. Anexos

3.7.1. Anexo A – Correlogramas das Rendibilidades das Criptomoedas

Bitcoin

Date: 03/30/20 Time: 23:13
Sample: 4/29/2013 3/12/2020
Included observations: 2509

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1 0.002	0.002	0.0065	0.936
		2 -0.011	-0.011	0.2899	0.865
		3 0.006	0.006	0.3815	0.944
		4 0.031	0.031	2.7936	0.593
		5 0.044	0.045	7.7639	0.170
		6 0.055	0.056	15.417	0.017
		7 -0.012	-0.012	15.796	0.027
		8 -0.012	-0.012	16.148	0.040
		9 -0.007	-0.011	16.287	0.061
		10 0.053	0.047	23.271	0.010
		11 0.058	0.054	31.653	0.001
		12 0.006	0.006	31.743	0.002
		13 -0.007	-0.003	31.853	0.003
		14 0.013	0.011	32.250	0.004
		15 0.008	0.001	32.424	0.006
		16 0.017	0.006	33.125	0.007
		17 0.068	0.063	44.709	0.000
		18 -0.012	-0.010	45.099	0.000
		19 -0.019	-0.017	46.015	0.000
		20 0.045	0.041	51.232	0.000
		21 -0.015	-0.025	51.769	0.000
		22 0.035	0.027	54.865	0.000
		23 -0.036	-0.042	58.221	0.000
		24 -0.025	-0.023	59.844	0.000
		25 -0.010	-0.012	60.085	0.000
		26 0.041	0.035	64.275	0.000
		27 0.027	0.022	66.070	0.000
		28 -0.031	-0.036	68.575	0.000
		29 -0.037	-0.028	72.012	0.000
		30 -0.043	-0.048	76.766	0.000
		31 0.051	0.044	83.348	0.000
		32 -0.012	-0.019	83.689	0.000
		33 0.027	0.033	85.584	0.000
		34 -0.018	-0.009	86.454	0.000
		35 0.005	0.016	86.515	0.000
		36 -0.005	-0.007	86.573	0.000

Ethereum

Date: 04/03/20 Time: 22:17
Sample: 8/07/2013 3/13/2018
Included observations: 1679

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1 0.052	0.052	4.5290	0.033
		2 0.025	0.022	5.5476	0.062
		3 -0.019	-0.022	6.1643	0.104
		4 -0.029	-0.027	7.5357	0.110
		5 -0.060	-0.057	13.638	0.018
		6 0.002	0.008	13.643	0.034
		7 0.035	0.037	15.715	0.028
		8 0.009	0.003	15.857	0.044
		9 0.045	0.041	19.347	0.022
		10 0.029	0.023	20.793	0.023
		11 0.015	0.013	21.151	0.032
		12 -0.008	-0.005	21.267	0.047
		13 -0.003	0.001	21.278	0.068
		14 0.011	0.017	21.487	0.090
		15 0.039	0.041	24.063	0.064
		16 0.054	0.048	29.000	0.024
		17 0.070	0.062	37.342	0.003
		18 -0.009	-0.018	37.469	0.005
		19 0.063	0.066	44.154	0.001
		20 0.013	0.016	44.446	0.001
		21 0.005	0.008	44.487	0.002
		22 0.014	0.020	44.817	0.003
		23 -0.009	-0.013	44.941	0.004
		24 -0.002	-0.001	44.946	0.006
		25 0.032	0.030	46.744	0.005
		26 0.037	0.023	49.084	0.004
		27 -0.021	-0.028	49.810	0.005
		28 -0.019	-0.025	50.430	0.006
		29 -0.023	-0.024	51.349	0.006
		30 0.008	0.010	51.454	0.009
		31 -0.009	-0.015	51.584	0.012
		32 -0.007	-0.021	51.663	0.015
		33 0.006	-0.005	51.732	0.020
		34 -0.031	-0.043	53.389	0.018
		35 -0.012	-0.018	53.657	0.023
		36 -0.007	-0.018	53.746	0.029

Ripple

Date: 04/03/20 Time: 22:17
Sample: 8/07/2013 3/13/2018
Included observations: 1679

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1 0.052	0.052	4.5290	0.033
		2 0.025	0.022	5.5476	0.062
		3 -0.019	-0.022	6.1643	0.104
		4 -0.029	-0.027	7.5357	0.110
		5 -0.060	-0.057	13.638	0.018
		6 0.002	0.008	13.643	0.034
		7 0.035	0.037	15.715	0.028
		8 0.009	0.003	15.857	0.044
		9 0.045	0.041	19.347	0.022
		10 0.029	0.023	20.793	0.023
		11 0.015	0.013	21.151	0.032
		12 -0.008	-0.005	21.267	0.047
		13 -0.003	0.001	21.278	0.068
		14 0.011	0.017	21.487	0.090
		15 0.039	0.041	24.063	0.064
		16 0.054	0.048	29.000	0.024
		17 0.070	0.062	37.342	0.003
		18 -0.009	-0.018	37.469	0.005
		19 0.063	0.066	44.154	0.001
		20 0.013	0.016	44.446	0.001
		21 0.005	0.008	44.487	0.002
		22 0.014	0.020	44.817	0.003
		23 -0.009	-0.013	44.941	0.004
		24 -0.002	-0.001	44.946	0.006
		25 0.032	0.030	46.744	0.005
		26 0.037	0.023	49.084	0.004
		27 -0.021	-0.028	49.810	0.005
		28 -0.019	-0.025	50.430	0.006
		29 -0.023	-0.024	51.349	0.006
		30 0.008	0.010	51.454	0.009
		31 -0.009	-0.015	51.584	0.012
		32 -0.007	-0.021	51.663	0.015
		33 0.006	-0.005	51.732	0.020
		34 -0.031	-0.043	53.389	0.018
		35 -0.012	-0.018	53.657	0.023
		36 -0.007	-0.018	53.746	0.029

Bitcoin Cash

Date: 04/03/20 Time: 22:49
 Sample: 7/23/2017 3/12/2020
 Included observations: 963

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.094	0.094	8.5339 0.003
		2	-0.026	-0.035	9.2020 0.010
		3	-0.024	-0.019	9.7703 0.021
		4	-0.000	0.003	9.7703 0.044
		5	0.046	0.044	11.788 0.038
		6	0.039	0.030	13.262 0.039
		7	-0.026	-0.030	13.909 0.053
		8	0.022	0.031	14.367 0.073
		9	-0.006	-0.011	14.403 0.109
		10	0.050	0.051	16.854 0.078
		11	0.043	0.031	18.625 0.068
		12	0.030	0.027	19.504 0.077
		13	-0.034	-0.036	20.657 0.080
		14	-0.052	-0.044	23.259 0.056
		15	0.017	0.024	23.557 0.073
		16	0.057	0.042	26.743 0.044
		17	0.023	0.011	27.245 0.055
		18	-0.034	-0.035	28.395 0.056
		19	-0.012	0.004	28.532 0.074
		20	-0.002	-0.006	28.536 0.097
		21	0.022	0.013	29.008 0.114
		22	-0.024	-0.034	29.579 0.129
		23	-0.044	-0.036	31.533 0.110
		24	0.010	0.024	31.636 0.136
		25	0.043	0.040	33.500 0.119
		26	-0.024	-0.036	34.062 0.133
		27	-0.026	-0.029	34.758 0.145
		28	-0.079	-0.072	40.996 0.054
		29	-0.005	0.013	41.020 0.069
		30	-0.017	-0.019	41.300 0.082
		31	0.028	0.029	42.080 0.088
		32	-0.002	-0.010	42.085 0.109
		33	-0.022	-0.014	42.568 0.123
		34	-0.104	-0.091	53.383 0.018
		35	0.020	0.036	53.798 0.022
		36	0.014	-0.001	53.985 0.027

Bitcoin SV

Date: 03/31/20 Time: 02:28
 Sample: 11/09/2018 3/12/2020
 Included observations: 489

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.036	-0.036	0.6489 0.420
		2	-0.031	-0.032	1.1131 0.573
		3	0.035	0.033	1.7147 0.634
		4	-0.030	-0.029	2.1604 0.706
		5	-0.030	-0.030	2.5937 0.762
		6	-0.030	-0.036	3.0512 0.802
		7	-0.052	-0.054	4.3894 0.734
		8	0.012	0.007	4.4601 0.813
		9	-0.132	-0.135	13.132 0.157
		10	0.024	0.015	13.423 0.201
		11	-0.006	-0.021	13.443 0.265
		12	0.092	0.100	17.734 0.124
		13	0.070	0.066	20.217 0.090
		14	0.028	0.033	20.607 0.112
		15	0.034	0.030	21.206 0.130
		16	0.018	0.010	21.362 0.165
		17	-0.063	-0.050	23.380 0.137
		18	0.005	-0.010	23.391 0.176
		19	-0.011	0.006	23.453 0.218
		20	-0.006	0.004	23.471 0.266
		21	-0.010	0.019	23.520 0.317
		22	0.014	0.031	23.626 0.367
		23	0.049	0.060	24.886 0.356
		24	0.005	0.005	24.899 0.411
		25	0.053	0.050	26.370 0.388
		26	0.034	0.011	26.979 0.410
		27	-0.016	-0.015	27.105 0.458
		28	-0.069	-0.083	29.608 0.382
		29	0.013	0.017	29.694 0.429
		30	-0.045	-0.036	30.747 0.428
		31	-0.071	-0.059	33.386 0.352
		32	-0.059	-0.054	35.229 0.318
		33	0.020	0.013	35.439 0.354
		34	0.003	0.005	35.443 0.400
		35	0.021	0.007	35.684 0.436
		36	-0.051	-0.073	37.058 0.420

Tether

Date: 04/12/20 Time: 01:50
 Sample: 2/25/2015 3/12/2020
 Included observations: 1842

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.026	-0.026	1.2495 0.264
		2	-0.434	-0.435	348.31 0.000
		3	-0.005	-0.040	348.36 0.000
		4	-0.002	-0.238	348.37 0.000
		5	0.000	-0.041	348.37 0.000
		6	0.000	-0.140	348.37 0.000
		7	-0.001	-0.038	348.37 0.000
		8	-0.001	-0.087	348.37 0.000
		9	-0.001	-0.033	348.37 0.000
		10	-0.002	-0.059	348.38 0.000
		11	0.005	-0.021	348.43 0.000
		12	-0.002	-0.043	348.44 0.000
		13	-0.001	-0.015	348.44 0.000
		14	-0.002	-0.032	348.44 0.000
		15	-0.001	-0.014	348.45 0.000
		16	0.001	-0.023	348.45 0.000
		17	0.005	-0.005	348.49 0.000
		18	-0.003	-0.019	348.50 0.000
		19	-0.001	-0.004	348.51 0.000
		20	-0.001	-0.017	348.51 0.000
		21	0.002	-0.001	348.51 0.000
		22	0.001	-0.011	348.52 0.000
		23	0.000	0.000	348.52 0.000
		24	0.001	-0.005	348.52 0.000
		25	-0.003	-0.003	348.54 0.000
		26	-0.001	-0.004	348.54 0.000
		27	-0.002	-0.006	348.55 0.000
		28	0.001	-0.003	348.55 0.000
		29	-0.004	-0.011	348.57 0.000
		30	0.001	-0.002	348.58 0.000
		31	0.003	-0.007	348.59 0.000
		32	-0.007	-0.011	348.69 0.000
		33	0.000	-0.006	348.69 0.000
		34	0.001	-0.012	348.69 0.000
		35	0.005	0.002	348.74 0.000
		36	-0.004	-0.015	348.78 0.000

Litecoin

Date: 04/03/20 Time: 23:16
 Sample: 4/29/2013 3/12/2020
 Included observations: 2509

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q.Stat	Prob
		1	0.024	0.024	1.4503 0.228
		2	-0.026	-0.026	3.0906 0.213
		3	0.002	0.003	3.1029 0.376
		4	0.049	0.048	9.1643 0.057
		5	0.021	0.019	10.279 0.068
		6	0.089	0.090	30.040 0.000
		7	0.016	0.013	30.682 0.000
		8	-0.042	-0.041	35.124 0.000
		9	0.007	0.007	35.235 0.000
		10	-0.007	-0.019	35.355 0.000
		11	0.032	0.028	37.893 0.000
		12	0.015	0.009	38.461 0.000
		13	-0.007	-0.007	38.575 0.000
		14	0.025	0.035	40.158 0.000
		15	0.023	0.019	41.507 0.000
		16	0.023	0.022	42.800 0.000
		17	0.032	0.029	45.412 0.000
		18	-0.011	-0.019	45.735 0.000
		19	0.007	0.010	45.867 0.001
		20	0.008	-0.001	46.020 0.001
		21	-0.030	-0.039	48.285 0.001
		22	0.024	0.024	49.701 0.001
		23	0.012	0.003	50.085 0.001
		24	-0.018	-0.013	50.912 0.001
		25	0.040	0.046	54.949 0.000
		26	0.027	0.019	56.751 0.000
		27	0.017	0.024	57.468 0.001
		28	-0.010	-0.014	57.698 0.001
		29	-0.007	-0.016	57.818 0.001
		30	-0.078	-0.080	73.454 0.000
		31	0.045	0.035	78.664 0.000
		32	0.001	-0.010	78.666 0.000
		33	0.026	0.030	80.427 0.000
		34	0.016	0.025	81.111 0.000
		35	0.005	0.014	81.185 0.000
		36	-0.015	-0.004	81.744 0.000

EOS

Date: 04/03/20 Time: 23:23
 Sample: 7/01/2017 3/12/2020
 Included observations: 985

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q.Stat	Prob
		1	0.060	0.060	3.5994 0.058
		2	0.002	-0.001	3.6054 0.165
		3	0.006	0.006	3.6452 0.302
		4	-0.026	-0.027	4.2997 0.367
		5	-0.005	-0.002	4.3211 0.504
		6	0.076	0.077	10.070 0.122
		7	-0.022	-0.031	10.548 0.160
		8	-0.044	-0.042	12.480 0.131
		9	0.003	0.007	12.487 0.187
		10	0.017	0.021	12.767 0.237
		11	-0.009	-0.011	12.846 0.304
		12	-0.007	-0.015	12.898 0.376
		13	-0.015	-0.010	13.114 0.439
		14	0.022	0.031	13.587 0.481
		15	0.070	0.065	18.483 0.238
		16	0.051	0.038	21.111 0.174
		17	0.046	0.042	23.241 0.142
		18	0.072	0.071	28.455 0.055
		19	0.015	0.011	28.684 0.071
		20	-0.036	-0.042	30.009 0.070
		21	0.009	0.005	30.088 0.090
		22	-0.019	-0.017	30.448 0.108
		23	0.010	0.015	30.550 0.134
		24	0.031	0.021	31.548 0.139
		25	0.030	0.030	32.454 0.145
		26	-0.030	-0.023	33.388 0.151
		27	0.003	0.006	33.398 0.184
		28	-0.001	-0.001	33.400 0.221
		29	-0.015	-0.016	33.624 0.253
		30	0.052	0.047	36.351 0.197
		31	0.013	-0.001	36.519 0.228
		32	0.036	0.033	37.847 0.220
		33	0.004	-0.016	37.863 0.257
		34	-0.010	-0.019	37.970 0.293
		35	0.065	0.069	42.278 0.186
		36	-0.000	-0.014	42.278 0.218

Binance Coin

Date: 04/03/20 Time: 23:33
 Sample: 7/25/2017 3/12/2020
 Included observations: 981

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q.Stat	Prob
		1	0.146	0.146	20.511 0.000
		2	0.057	0.036	23.621 0.000
		3	0.106	0.095	34.569 0.000
		4	0.109	0.082	46.106 0.000
		5	0.088	0.057	53.576 0.000
		6	0.074	0.041	58.827 0.000
		7	0.004	-0.034	58.839 0.000
		8	0.070	0.052	63.661 0.000
		9	0.085	0.051	70.624 0.000
		10	0.065	0.036	74.738 0.000
		11	0.044	0.016	76.637 0.000
		12	0.056	0.026	79.647 0.000
		13	-0.019	-0.056	79.986 0.000
		14	-0.052	-0.075	82.598 0.000
		15	-0.024	-0.030	83.149 0.000
		16	-0.008	-0.008	83.213 0.000
		17	0.003	0.012	83.223 0.000
		18	-0.030	-0.025	84.108 0.000
		19	-0.013	0.004	84.284 0.000
		20	0.015	0.016	84.505 0.000
		21	-0.037	-0.043	85.838 0.000
		22	-0.060	-0.044	89.387 0.000
		23	-0.101	-0.080	99.544 0.000
		24	-0.017	0.026	99.814 0.000
		25	-0.002	0.024	99.820 0.000
		26	-0.019	0.014	100.17 0.000
		27	-0.097	-0.075	109.43 0.000
		28	-0.035	-0.011	110.65 0.000
		29	-0.001	0.010	110.65 0.000
		30	-0.038	-0.024	112.06 0.000
		31	-0.072	-0.036	117.25 0.000
		32	-0.034	0.005	118.40 0.000
		33	0.057	0.098	121.62 0.000
		34	0.012	0.014	121.76 0.000
		35	-0.003	0.010	121.77 0.000
		36	-0.034	-0.046	122.95 0.000

Tezos

Date: 04/03/20 Time: 23:41
 Sample: 10/02/2017 3/12/2020
 Included observations: 892

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1	0.031	0.031	0.8488
		2	0.081	0.080	6.7564
		3	-0.105	-0.111	16.630
		4	0.043	0.045	18.299
		5	-0.046	-0.032	20.192
		6	-0.036	-0.052	21.332
		7	-0.005	0.015	21.351
		8	-0.018	-0.022	21.634
		9	0.086	0.083	28.333
		10	0.023	0.023	28.810
		11	0.082	0.061	34.932
		12	-0.030	-0.021	35.721
		13	-0.031	-0.046	36.566
		14	-0.092	-0.070	44.273
		15	0.055	0.065	46.978
		16	0.055	0.067	49.715
		17	0.044	0.026	51.474
		18	-0.069	-0.075	55.770
		19	0.016	0.012	56.006
		20	0.020	0.017	56.360
		21	0.027	0.015	57.006
		22	-0.019	-0.007	57.324
		23	-0.025	-0.008	57.881
		24	-0.032	-0.031	58.825
		25	0.005	0.007	58.848
		26	0.001	-0.017	58.849
		27	0.064	0.062	62.594
		28	0.018	0.014	62.897
		29	-0.008	-0.004	62.953
		30	-0.045	-0.040	64.857
		31	0.039	0.034	66.281
		32	-0.005	-0.018	66.302
		33	-0.038	-0.031	67.675
		34	-0.063	-0.037	71.366
		35	-0.062	-0.055	74.979
		36	0.018	0.000	75.284

Chain Link

Date: 04/03/20 Time: 23:48
 Sample: 9/20/2017 3/12/2020
 Included observations: 904

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1	0.018	0.018	0.2789
		2	0.009	0.008	0.3458
		3	0.031	0.030	1.2036
		4	0.013	0.012	1.3672
		5	0.068	0.068	5.6409
		6	0.031	0.028	6.5077
		7	-0.018	-0.021	6.8156
		8	-0.030	-0.035	7.6638
		9	-0.014	-0.016	7.8447
		10	-0.028	-0.032	8.5828
		11	0.036	0.036	9.7490
		12	0.042	0.046	11.406
		13	0.011	0.017	11.509
		14	-0.021	-0.020	11.932
		15	-0.013	-0.013	12.093
		16	0.070	0.064	16.567
		17	0.029	0.018	17.338
		18	0.002	-0.004	17.342
		19	-0.039	-0.039	18.780
		20	-0.052	-0.049	21.293
		21	0.066	0.064	25.393
		22	-0.022	-0.027	25.843
		23	-0.004	-0.003	25.860
		24	-0.031	-0.028	26.749
		25	-0.015	-0.003	26.972
		26	-0.057	-0.056	30.006
		27	0.051	0.050	32.417
		28	-0.031	-0.038	33.324
		29	-0.053	-0.051	35.962
		30	0.009	0.014	36.041
		31	-0.098	-0.080	45.064
		32	-0.032	-0.036	46.020
		33	-0.010	-0.017	46.115
		34	-0.044	-0.037	47.913
		35	0.027	0.044	48.590
		36	0.020	0.040	48.969

Cardano

Date: 04/03/20 Time: 23:57
 Sample: 10/01/2017 3/12/2020
 Included observations: 893

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1	0.022	0.022	0.4199
		2	0.148	0.148	20.130
		3	0.085	0.081	26.672
		4	0.017	-0.008	26.922
		5	0.045	0.021	28.717
		6	-0.011	-0.020	28.821
		7	-0.048	-0.059	30.863
		8	-0.026	-0.027	31.477
		9	-0.031	-0.014	32.370
		10	-0.038	-0.023	33.660
		11	0.036	0.051	34.820
		12	0.025	0.043	35.378
		13	0.033	0.027	36.344
		14	0.087	0.072	43.255
		15	0.035	0.019	44.353
		16	0.180	0.150	73.796
		17	0.067	0.043	77.851
		18	0.107	0.061	88.401
		19	0.131	0.097	104.09
		20	0.041	0.017	105.60
		21	0.023	-0.017	106.08
		22	0.034	0.020	107.15
		23	-0.065	-0.060	110.98
		24	-0.057	-0.062	113.92
		25	-0.011	0.013	114.02
		26	-0.064	-0.025	117.81
		27	0.025	0.029	118.38
		28	-0.004	0.007	118.40
		29	-0.037	-0.048	119.69
		30	-0.017	-0.068	119.97
		31	0.019	-0.002	120.29
		32	0.007	-0.032	120.33
		33	0.020	-0.025	120.69
		34	-0.023	-0.058	121.20
		35	0.062	0.030	124.77
		36	-0.032	-0.054	125.73

Stellar

Date: 04/04/20 Time: 00:05
 Sample: 8/05/2014 3/12/2020
 Included observations: 2046

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1	0.073	0.073	11.063 0.001
		2	-0.028	-0.033	12.645 0.002
		3	0.017	0.022	13.241 0.004
		4	-0.008	-0.012	13.364 0.010
		5	0.060	0.064	20.853 0.001
		6	0.009	-0.002	21.017 0.002
		7	-0.009	-0.005	21.196 0.003
		8	-0.006	-0.007	21.265 0.006
		9	0.050	0.052	26.379 0.002
		10	0.035	0.023	28.840 0.001
		11	0.020	0.019	29.662 0.002
		12	-0.001	-0.003	29.663 0.003
		13	0.008	0.011	29.802 0.005
		14	0.031	0.024	31.847 0.004
		15	-0.011	-0.018	32.091 0.006
		16	0.052	0.055	37.732 0.002
		17	0.031	0.022	39.670 0.001
		18	-0.033	-0.035	41.934 0.001
		19	0.029	0.028	43.685 0.001
		20	0.006	-0.001	43.770 0.002
		21	0.037	0.035	46.576 0.001
		22	-0.002	-0.014	46.584 0.002
		23	-0.008	-0.002	46.719 0.002
		24	0.021	0.018	47.599 0.003
		25	-0.003	-0.011	47.614 0.004
		26	0.002	-0.005	47.626 0.006
		27	-0.008	-0.008	47.744 0.008
		28	0.048	0.050	52.506 0.003
		29	0.018	0.007	53.144 0.004
		30	-0.039	-0.047	56.306 0.003
		31	-0.019	-0.014	57.074 0.003
		32	-0.026	-0.024	58.428 0.003
		33	0.017	0.010	59.038 0.004
		34	0.016	0.012	59.554 0.004
		35	0.007	0.010	59.670 0.006
		36	0.024	0.027	60.886 0.006

Tron

Date: 04/04/20 Time: 00:13
 Sample: 9/13/2017 3/12/2020
 Included observations: 911

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1	0.030	0.030	0.8211 0.365
		2	0.087	0.086	7.6322 0.021
		3	0.083	0.089	15.605 0.001
		4	-0.009	-0.021	15.674 0.003
		5	0.067	0.053	19.798 0.001
		6	0.019	0.011	20.129 0.003
		7	0.077	0.071	25.598 0.001
		8	-0.042	-0.060	27.207 0.001
		9	-0.080	-0.102	34.632 0.000
		10	0.084	0.083	41.110 0.000
		11	-0.099	-0.080	50.091 0.000
		12	-0.022	-0.026	50.537 0.000
		13	-0.011	-0.010	50.657 0.000
		14	-0.035	-0.006	51.814 0.000
		15	0.080	0.091	57.734 0.000
		16	0.024	0.043	58.287 0.000
		17	0.121	0.099	71.908 0.000
		18	0.040	0.032	73.370 0.000
		19	0.050	0.044	75.700 0.000
		20	0.055	-0.001	78.505 0.000
		21	0.049	0.044	80.762 0.000
		22	0.103	0.061	90.774 0.000
		23	0.082	0.058	97.062 0.000
		24	-0.021	-0.051	97.468 0.000
		25	0.036	0.003	98.671 0.000
		26	-0.091	-0.086	106.50 0.000
		27	-0.000	-0.007	106.50 0.000
		28	0.005	0.022	106.52 0.000
		29	-0.045	-0.029	108.45 0.000
		30	-0.018	-0.010	108.74 0.000
		31	-0.088	-0.056	116.10 0.000
		32	-0.058	-0.059	119.31 0.000
		33	-0.049	-0.035	121.61 0.000
		34	-0.086	-0.070	128.60 0.000
		35	0.072	0.068	133.52 0.000
		36	-0.027	0.003	134.18 0.000

Monero

Date: 04/12/20 Time: 15:30
 Sample: 5/21/2014 3/12/2020
 Included observations: 2122

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1	0.002	0.002	0.0065 0.936
		2	0.009	0.009	0.1625 0.922
		3	0.003	0.003	0.1787 0.981
		4	-0.023	-0.023	1.3449 0.854
		5	0.078	0.078	14.358 0.013
		6	0.063	0.063	22.837 0.001
		7	-0.030	-0.032	24.742 0.001
		8	0.000	-0.002	24.742 0.002
		9	-0.008	-0.004	24.874 0.003
		10	-0.039	-0.042	28.091 0.002
		11	0.023	0.012	29.193 0.002
		12	-0.012	-0.010	29.483 0.003
		13	0.036	0.040	32.267 0.002
		14	-0.009	-0.011	32.436 0.003
		15	-0.018	-0.011	33.124 0.005
		16	0.035	0.037	35.761 0.003
		17	0.003	0.002	35.775 0.005
		18	0.010	0.005	35.983 0.007
		19	0.013	0.008	36.321 0.010
		20	-0.013	-0.008	36.692 0.013
		21	-0.005	-0.008	36.736 0.018
		22	-0.009	-0.015	36.911 0.024
		23	-0.019	-0.015	37.722 0.027
		24	-0.018	-0.023	38.441 0.031
		25	0.022	0.023	39.436 0.033
		26	0.022	0.027	40.458 0.035
		27	-0.013	-0.013	40.838 0.043
		28	0.038	0.044	43.991 0.028
		29	0.011	0.014	44.234 0.035
		30	0.018	0.015	44.920 0.039
		31	0.025	0.017	46.254 0.038
		32	-0.025	-0.027	47.563 0.038
		33	0.027	0.025	49.175 0.035
		34	-0.074	-0.084	60.950 0.003
		35	0.027	0.028	62.468 0.003
		36	0.025	0.023	63.767 0.003

Huobi Token

Date: 04/04/20 Time: 00:28

Sample: 2/03/2018 3/12/2020

Included observations: 768

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	QStat	Prob
		1	-0.005	-0.005	0.0212 0.884
		2	0.043	0.043	1.4321 0.489
		3	-0.015	-0.015	1.6070 0.658
		4	0.073	0.071	5.7052 0.222
		5	-0.019	-0.017	5.9821 0.308
		6	0.029	0.023	6.6170 0.358
		7	0.013	0.017	6.7511 0.455
		8	-0.006	-0.014	6.7798 0.561
		9	-0.102	-0.101	14.870 0.095
		10	0.076	0.074	19.367 0.036
		11	-0.038	-0.032	20.487 0.039
		12	-0.020	-0.028	20.794 0.053
		13	0.016	0.035	20.986 0.073
		14	0.048	0.037	22.819 0.063
		15	0.015	0.024	22.999 0.084
		16	0.061	0.062	25.897 0.056
		17	0.021	0.013	26.231 0.070
		18	0.083	0.069	31.612 0.024
		19	-0.023	-0.011	32.043 0.031
		20	0.005	-0.025	32.064 0.043
		21	-0.032	-0.033	32.891 0.047
		22	-0.019	-0.025	33.176 0.059
		23	-0.056	-0.053	35.692 0.044
		24	0.021	0.020	36.051 0.054
		25	0.057	0.078	38.632 0.040
		26	0.014	0.016	38.800 0.051
		27	-0.010	0.012	38.873 0.065
		28	-0.043	-0.057	40.361 0.061
		29	0.038	0.035	41.508 0.062
		30	0.012	0.008	41.629 0.077
		31	0.022	0.003	42.027 0.089
		32	-0.014	-0.031	42.176 0.108
		33	0.047	0.049	43.978 0.096
		34	0.001	0.003	43.979 0.117
		35	0.051	0.044	46.112 0.099
		36	-0.030	-0.024	46.815 0.107

3.7.2. Anexo B – Estimação da Informação Mútua (IM)

De acordo com Darbellay (1999), e considerando:

- i) Apenas espaços Euclidianos de dimensão finita, d , definidos em \mathbb{R}^d
- ii) \vec{X} e \vec{Y} , vetores aleatórios definidos, respetivamente em \mathbb{R}^{d_X} e \mathbb{R}^{d_Y}
- iii) $\{A_i\}$ e $\{B_j\}$, subconjuntos do \vec{X} e \vec{Y} , respetivamente.
- iv) $p_{\vec{X},\vec{Y}}(A_i \times B_j)$, $p_{\vec{X}}(A_i)$ e $p_{\vec{Y}}(B_j)$, a probabilidade conjunta de dois acontecimentos e as respetivas probabilidades marginais.
- v) \mathbb{R}^{d_X} e \mathbb{R}^{d_Y} dois subespaços ortogonais \mathbb{R}^d (de dimensão d_X e d_Y , respetivamente), pelo que $d_X + d_Y = d$, e $\mathbb{R}^{d_X} \times \mathbb{R}^{d_Y} = \mathbb{R}^d$
- vi) Γ_X e Γ_Y duas partições finitas de \mathbb{R}^{d_X} e \mathbb{R}^{d_Y} , respetivamente. Onde $\Gamma_X = \{A_i, i = 1, \dots, m\}$ e $\Gamma_Y = \{B_j, j = 1, \dots, n\}$

A IM entre \vec{X} e \vec{Y} fica definida como:

$$I(\vec{X}, \vec{Y}) \equiv \sup_{\{A_i\}, \{B_j\}} \sum_{i,j} p_{\vec{X},\vec{Y}}(A_i \times B_j) \ln \frac{p_{\vec{X},\vec{Y}}(A_i \times B_j)}{p_{\vec{X}}(A_i)p_{\vec{Y}}(B_j)} \quad (3.18)$$

Sendo:

- i) O supremo retirado de todas as partições Γ_X e Γ_Y de \mathbb{R}^{d_X} e \mathbb{R}^{d_Y} , respetivamente.
- ii) Utilizada a convenção de que $0 \ln(0/z) = 0 \forall z \geq 0$ e $\ln(z/0) = \infty$

Pelo que a IM é um número real positivo.

A definição geral de IM encontra-se assim baseada no recurso a partições do espaço em análise. Assim, é importante ter um procedimento definido para a construção das referidas partições e sub-partições, independentemente de a escolha recair sobre trabalhar com intervalos equidistantes ou equiprováveis. Considerando que para o processo de partição se opta por trabalhar com intervalos de igual probabilidade (equiprováveis), dada não só a sua maior flexibilidade, como também a invariância da IM perante transformações lineares nas variáveis (Darbellay, 1999). Assim, descreve-se o processo de partição de uma célula de dimensão d , o qual consiste na divisão das suas d -arestas (margens), em α^{33} intervalos equiprováveis (ou seja, cada célula é dividida em $\alpha^{\beta d}$ sub-células, onde $\beta \geq 1$ e corresponde ao número de

³³ Pode assumir qualquer valor, embora faça sentido considerar $\alpha = 2$, pois se α for muito grande então apenas existiria uma única etapa do processo de partição, contradizendo o fundamento do algoritmo (Darbellay, 1999).

subpartições), sendo este processo conhecido como equiquantização marginal. A partição das células cessa quando é encontrada independência local, ou seja, quando é satisfeita a condição:

$$\frac{p_{\bar{X},\bar{Y}}(C_{k,l})}{p_{\bar{X}}(C_{k,l})p_{\bar{Y}}(C_{k,l})} = \frac{p_{\bar{X},\bar{Y}}(C_k)}{p_{\bar{X}}(C_k)p_{\bar{Y}}(C_k)} \forall l \quad (3.19)$$

Sendo:

- i) $l = 1, \dots, \alpha^{\beta d}$
- ii) $C_k = A_i \times B_j$
- iii) $C_{k,l}$, um refinamento de C_k

Deste modo, cada etapa do processo de partição comporta duas fases. Na primeira delas verifica-se (ou não) a satisfação da condição (3.19) para cada sub-partição da célula C_k em causa. Na segunda fase, e caso (3.19) não tenha sido satisfeita, então é substituída a célula C_k pelas $\alpha^{\beta d}$ sub-células $C_{k,l}$. Caso a condição (3.19) tenha sido satisfeita, então a célula C_k não é subdividida.

Assim, e de acordo com Darbellay (1999) o processo descrito resulta da aplicação do seguinte algoritmo:

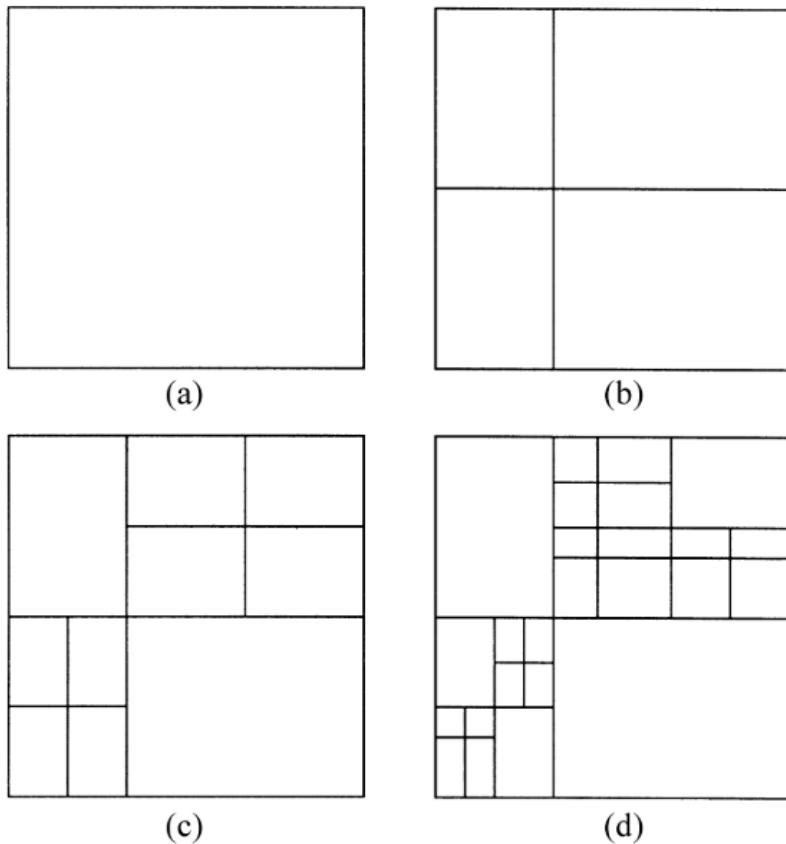
1. Dada uma partição inicial de células, \mathbb{R}^d
2. Cada célula é dividida (sofre uma partição), através da divisão de cada uma das suas margens em α intervalos equiprováveis, em $\alpha^{\beta d}$ sub-células. Ou seja, equiquantização marginal.
3. O processo de partição de cada célula cessa quando se verifica (3.19), ou seja, quando é encontrada independência local.

Assim, este algoritmo pode ser ilustrado em \mathbb{R}^2 , considerando $\alpha = 2$, conforme a Figura 3.8. Desta modo, em (a) está representado o ponto 1. do referido algoritmo. Em (b) aplica-se o referido em 2., onde cada uma das sub-células resultantes tem profundidade³⁴ um. Em (c) aplicou-se o referido em 2. à célula do canto inferior esquerdo e do canto superior direito, enquanto para as restantes células se aplicou o referido em 3. Em (d) aplicou-se o referido em 2. à célula do canto inferior esquerdo e do canto superior direito, enquanto para as restantes células se aplicou o referido em 3., onde cada uma das sub-células resultantes tem

³⁴ Corresponde ao número de etapas consecutivas de partição realizadas, de modo a obter aquela célula (Darbellay, 1999).

profundidade³⁵ dois. Em (d) aplicou-se o referido em 2. a cinco sub-células, cuja profundidade passou a ser três, e aplicou-se o referido em 3. a três sub-células, cuja profundidade permaneceu igual a dois.

Figura 3.8 – Ilustração do Algoritmo de Equiquantização Marginal (em \mathbb{R}^2 e para $\alpha = 2$)



Fonte: Darbellay (1999)

³⁵ Corresponde ao número de etapas consecutivas de partição realizadas, de modo a obter aquela célula (Darbellay, 1999).

3.7.3. Anexo C – Tabelas de Valores Críticos, de Dionisio et al. (2006)

<i>N=100</i>				<i>N=500</i>				<i>N=1000</i>				<i>N=2000</i>				<i>N=2500</i>			
<i>Percentiles</i>				<i>Percentiles</i>				<i>Percentiles</i>				<i>Percentiles</i>				<i>Percentiles</i>			
<i>D.F</i>	90	95	99	<i>D.F</i>	90	95	99	<i>D.F</i>	90	95	99	<i>D.F</i>	90	95	99	<i>D.F</i>	90	95	99
2	0.0185	0.0323	0.0679	2	0.0037	0.0070	0.0144	2	0.0019	0.0041	0.0071	2	0.0009	0.0019	0.0033	2	0.0008	0.0015	0.0030
3	0.1029	0.1232	0.1933	3	0.0222	0.0369	0.0501	3	0.0133	0.0191	0.0311	3	0.0061	0.0094	0.0147	3	0.0054	0.0078	0.0129
4	0.1059	0.1260	0.1722	4	0.0680	0.0788	0.1128	4	0.0340	0.0399	0.0568	4	0.0169	0.0203	0.0278	4	0.0134	0.0171	0.0251
5	0.2290	0.2580	0.3261	5	0.1756	0.2066	0.2712	5	0.0708	0.0865	0.1128	5	0.0701	0.0804	0.1030	5	0.0556	0.0648	0.0797
6	0.6639	0.7528	0.9663	6	0.3084	0.3514	0.4390	6	0.2119	0.2430	0.3046	6	0.1370	0.1549	0.1940	6	0.1203	0.1376	0.1738
7	0.8996	0.9731	1.1586	7	0.4920	0.5391	0.6339	7	0.3635	0.3954	0.4688	7	0.2496	0.2733	0.3224	7	0.2181	0.2418	0.2884
8	1.3384	1.3839	1.5024	8	0.4477	0.4843	0.5659	8	0.4041	0.4414	0.5252	8	0.4497	0.4864	0.5508	8	0.3938	0.4217	0.4719
9	1.9030	1.9352	2.0142	9	0.6661	0.6941	0.7594	9	0.3865	0.4114	0.4640	9	0.3036	0.3298	0.3858	9	0.3175	0.3409	0.4024
10	2.5266	2.5571	2.6181	10	1.0884	1.1082	1.1483	10	0.6418	0.6585	0.6942	10	0.3530	0.3669	0.3996	10	0.2931	0.3124	0.3477

Notas: i. Tabelas de valores críticos para testar a independência temporal por meio de informações mútuas para distribuições $N(0,1)$. ii. Foram realizadas 5000 simulações para cada valor crítico; iii. D.F. corresponde aos graus de liberdade para a informação mútua, que correspondem à dimensão (d) dos vetores analisados.

3.7.4. Anexo D – Teste à Estacionariedade de Preços de Fecho das Criptomoedas

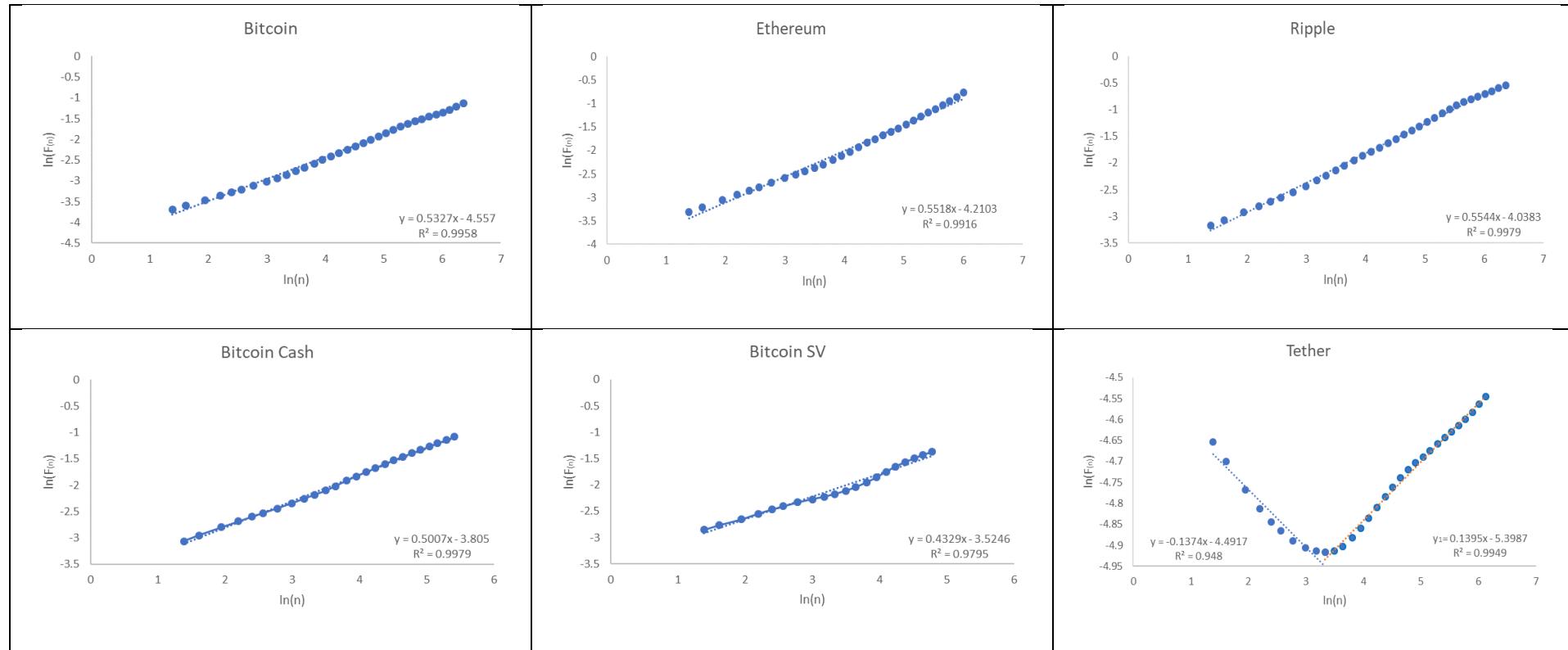
Lag Length	Automatic - based on Schwarz information criterion (SIC)																	
Break Selection	Minimize Dickey-Fuller t-statistic																	
Trend Specification	Intercept only																	
Break Specification	Intercept only																	
Cryptocurrency	Bitcoin		Ethereum		Ripple		Bitcoin Cash		Bitcoin SV		Tether		Litecoin		EOS			
Break Type	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier		
Break Date	16/07/2017	20/11/2017	24/04/2015	22/12/2015	02/05/2017	12/12/2017	20/12/2017	29/11/2017	09/01/2020	27/12/2019	23/03/2015	22/03/2015	30/05/2017	22/11/2017	02/06/2018	11/04/2018		
Augmented Dickey-Fuller test statistic																		
Test critical values:	-4.544	-4.497	-3.288	-4.129	-5.542	-19.204	-4.219	-6.421	-3.686	-3.429	-36.582	-36.207	-4.384	-6.700	-3.121	-3.807		
p-value	0.038	0.044	0.510	0.118	< 0.01	< 0.01	0.093	< 0.01	0.289	0.425	< 0.01	< 0.01	0.059	< 0.01	0.614	0.233		
Lag Length	10	26	20	23	18	26	4	21	1	1	1	1	1	25	26	0	0	
Akaike info criterion	13.897	13.668	8.725	8.511	-3.857	-4.707	11.471	11.306	8.541	8.541	-5.766	-5.755	5.924	5.517	1.589	1.357		
Schwarz criterion	13.930	13.795	8.804	8.668	-3.804	-4.577	11.512	11.533	8.584	8.575	-5.751	-5.743	5.992	5.643	1.609	1.569		
Hannan-Quinn criter.	13.909	13.714	8.754	8.569	-3.837	-4.660	11.486	11.392	8.558	8.554	-5.761	-5.751	5.949	5.563	1.597	1.438		
Durbin-Watson stat	1.950	1.896	1.980	1.978	2.015	1.652	1.832	1.829	1.952	1.961	0.948	0.948	1.998	2.001	2.046	2.014		
Cryptocurrency	Binance Coin		Tezos		ChainLink		Cardano		Stellar		TRON		Monero		Huobi Token			
Break Date	30/01/2019	30/01/2019	30/06/2018	27/06/2018	04/06/2019	09/06/2019	12/01/2018	16/12/2017	12/11/2017	09/12/2017	04/01/2018	16/12/2017	16/07/2017	25/11/2017	19/06/2018	30/05/2018		
Augmented Dickey-Fuller test statistic																		
Test critical values:	-2.699	-2.701	-5.140	-5.143	-5.985	-5.296	-4.930	-8.536	-4.431	-8.243	-5.804	-9.136	-3.466	-4.565	-2.763	-2.760		
p-value	0.831	0.830	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01	0.011	< 0.01	0.052	< 0.01	< 0.01	< 0.01	0.406	0.036	0.804	0.806		
Lag Length	0	0	3	3	16	5	10	19	25	25	16	20	18	25	4	4		
Akaike info criterion	2.524	2.520	0.216	0.215	-1.672	-1.648	-5.050	-5.533	-5.858	-6.511	-8.782	-9.049	6.796	6.617	-0.898	-0.905		
Schwarz criterion	2.544	2.530	0.253	0.258	-1.564	-1.584	-4.974	-5.314	-5.777	-6.367	-8.674	-8.823	6.855	6.757	-0.850	-0.845		
Hannan-Quinn criter.	2.532	2.524	0.230	0.232	-1.631	-1.624	-5.021	-5.449	-5.828	-6.458	-8.741	-8.963	6.818	6.669	-0.880	-0.882		
Durbin-Watson stat	1.825	1.824	1.969	1.969	1.805	1.743	2.025	1.970	2.001	1.555	2.100	1.882	2.000	1.944	1.846	1.870		
Test critical values: 1% level: -4.949133; 5% level: -4.443649; 10% level: -4.193627																		

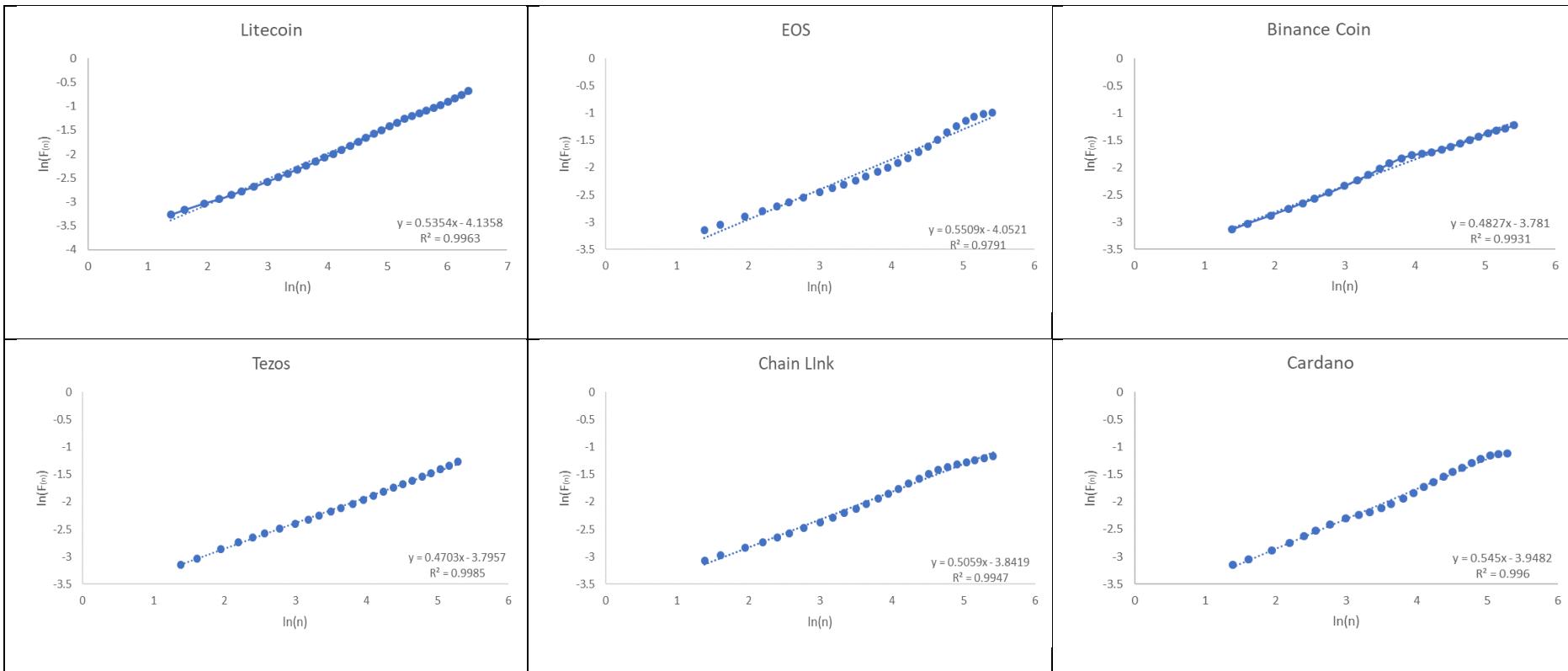
3.7.5. Anexo E – Teste à Estacionariedade das Rendibilidades das Criptomoedas

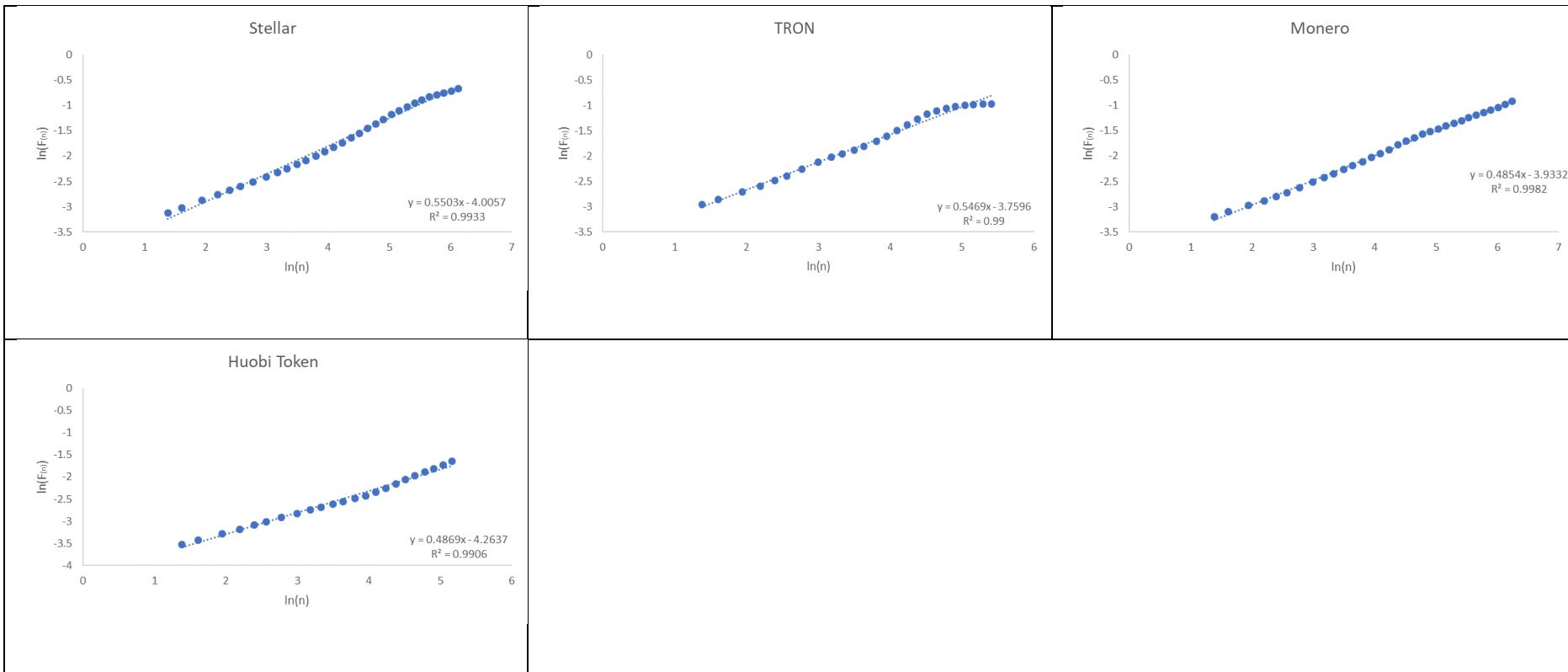
Lag Length		Automatic - based on Schwarz information criterion (SIC)																	
Break Selection		Minimize Dickey-Fuller t-statistic																	
Trend Specification		Intercept only																	
Break Specification		Intercept only																	
Cryptocurrency	Bitcoin		Ethereum		Ripple		Bitcoin Cash		Bitcoin SV		Tether		Litecoin		EOS				
Break Type	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	
Break Date	16/12/2017	12/03/2020	17/08/2013	03/05/2016	17/08/2013	11/03/2020	04/08/2017	04/08/2017	14/01/2020	15/11/2018	01/03/2015	11/03/2020	03/05/2013	11/03/2020	20/01/2018	22/12/2017			
Augmented Dickey-Fuller test statistic																			
Test critical values:	-47.821	-48.126	-38.960	-39.376	-45.510	-45.575	-32.137	-32.173	-34.266	-27.024	-108.441	-95.421	-46.798	-47.015	-33.988	-33.338			
p-value	< 0.01																		
Lag Length	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
Akaike info criterion	13.904	13.870	8.807	8.790	-3.629	-3.631	11.772	11.768	7.993	8.480	-6.628	-6.797	6.011	6.005	1.541	1.578			
Schwarz criterion	13.914	13.875	8.819	8.796	-3.619	-3.626	11.792	11.778	8.027	8.497	-6.616	-6.785	6.020	6.010	1.561	1.588			
Hannan-Quinn criter.	13.908	13.872	8.811	8.792	-3.625	-3.630	11.779	11.771	8.006	8.487	-6.624	-6.793	6.014	6.007	1.548	1.582			
Durbin-Watson stat	1.937	1.998	1.989	1.990	2.005	2.006	2.009	2.009	1.612	1.938	2.053	2.467	1.987	1.989	1.942	1.992			
Cryptocurrency	Binance Coin		Tezos		ChainLink		Cardano		Stellar		TRON		Monero		Huobi Token				
Break Type	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	Innovational outlier	Additive outlier	
Break Date	06/01/2018	12/03/2020	20/12/2017	11/03/2020	11/03/2020	12/03/2020	11/01/2018	01/02/2018	12/08/2014	14/02/2018	19/09/2017	11/03/2020	25/05/2014	11/03/2020	08/03/2020	12/03/2020			
Augmented Dickey-Fuller test statistic																			
Test critical values:	-31.011	-29.464	-32.728	-30.399	-29.323	-29.242	-27.357	-27.034	-46.484	-46.736	-27.906	-27.966	-51.937	-52.102	-26.992	-27.782			
p-value	< 0.01																		
Lag Length	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Akaike info criterion	2.438	2.455	0.182	0.283	-1.899	-1.894	-4.857	-4.850	-5.758	-5.766	-7.602	-7.607	6.897	6.892	-0.891	-0.978			
Schwarz criterion	2.459	2.465	0.203	0.294	-1.877	-1.884	-4.836	-4.839	-5.747	-5.760	-7.581	-7.597	6.908	6.897	-0.867	-0.966			
Hannan-Quinn criter.	2.446	2.459	0.190	0.287	-1.890	-1.890	-4.849	-4.846	-5.754	-5.764	-7.594	-7.603	6.901	6.894	-0.882	-0.973			
Durbin-Watson stat	1.827	2.000	1.977	1.985	2.000	2.000	1.883	2.005	1.997	1.998	2.004	2.004	1.996	1.998	1.931	1.998			

Test critical values: 1% level: -4.949133; 5% level: -4.443649; 10% level: -4.193627

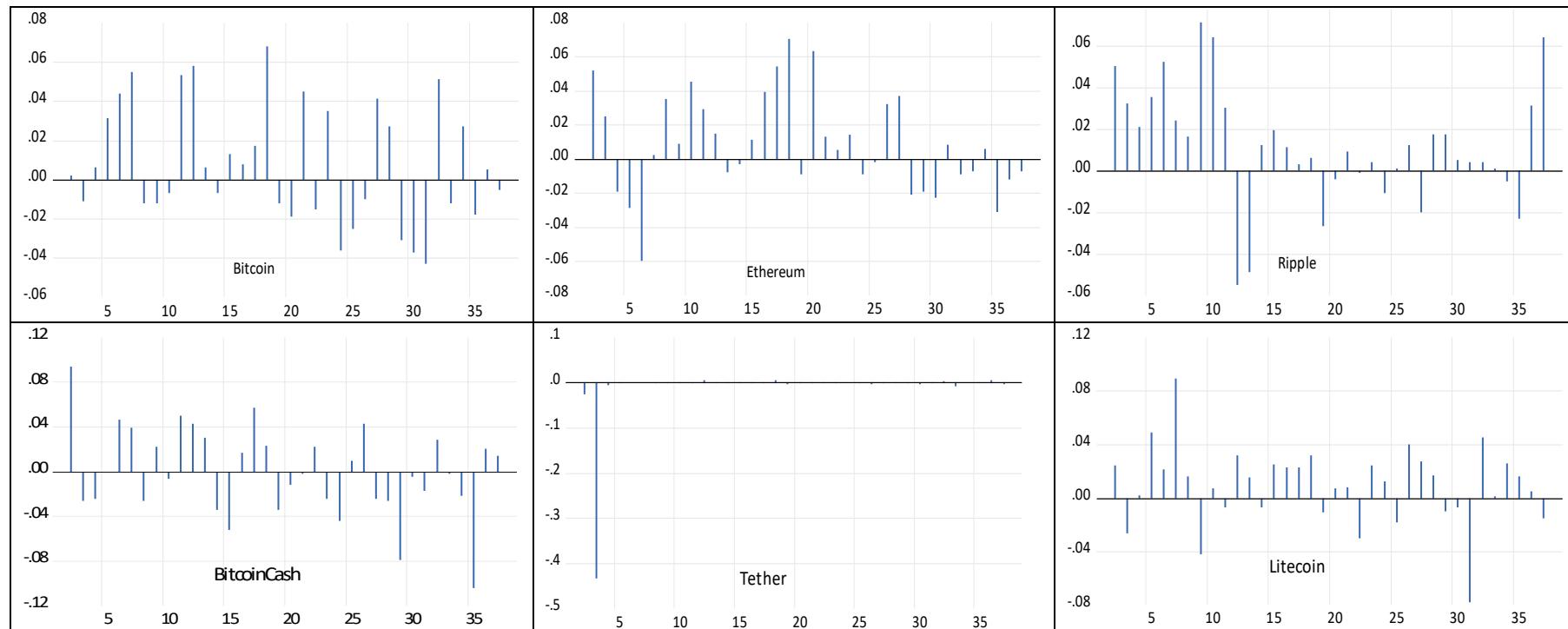
3.7.6. Anexo F – Identificação dos Exponentes DFA e sua Qualidade de Ajustamento

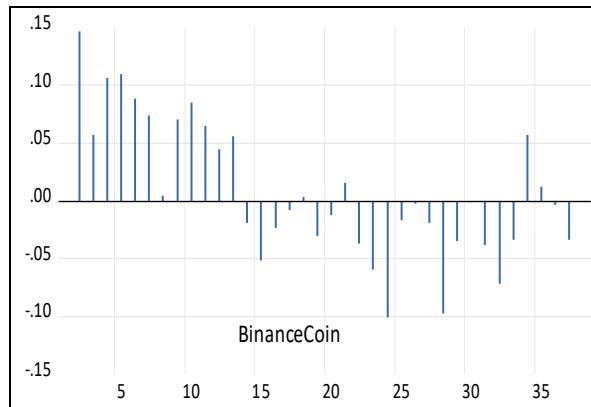




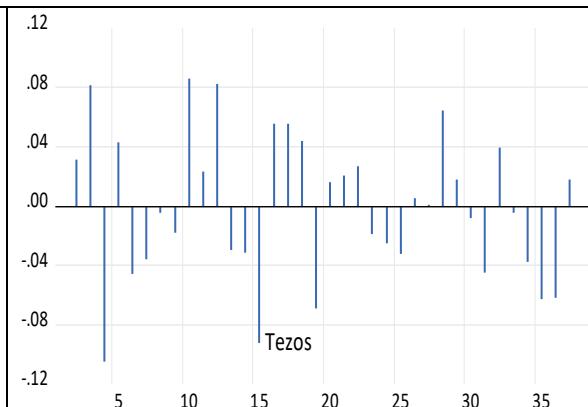


3.7.7. Anexo G – Traçado Gráfico da Autocorrelação Linear nas Séries de Rendibilidades das Criptomoedas

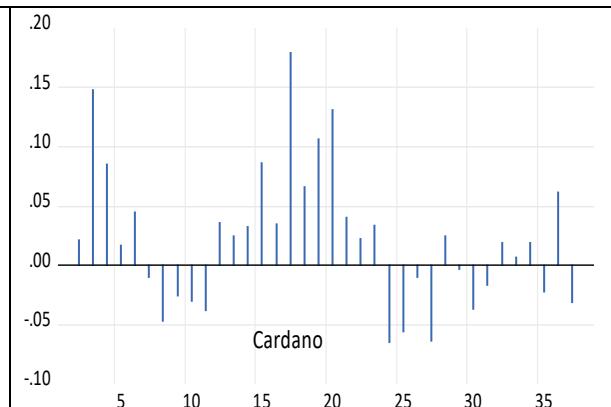




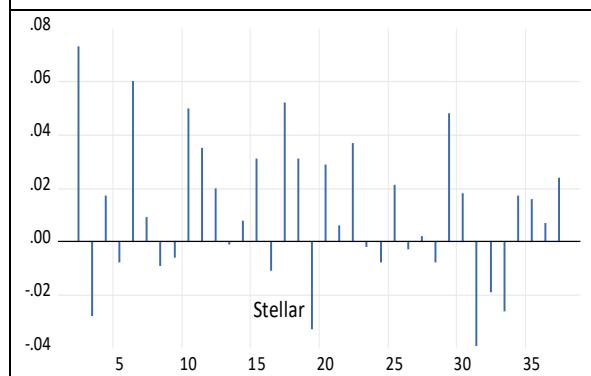
BinanceCoin



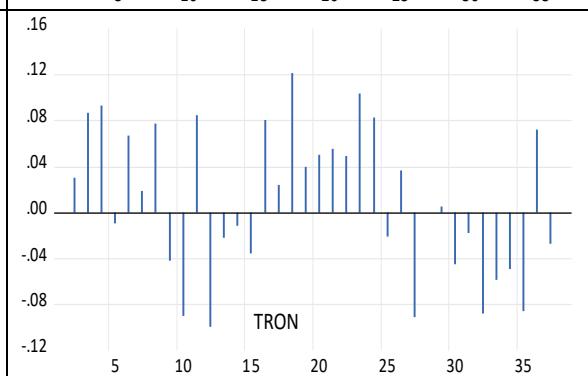
Tezos



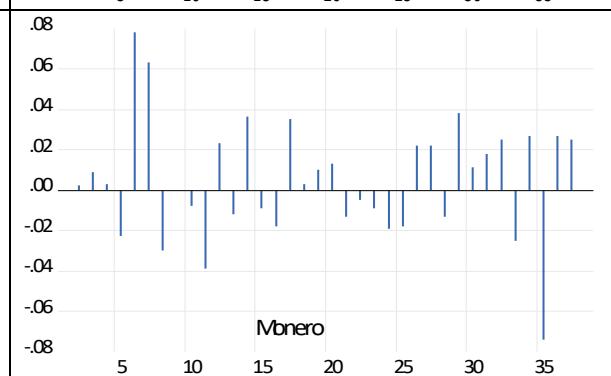
Cardano



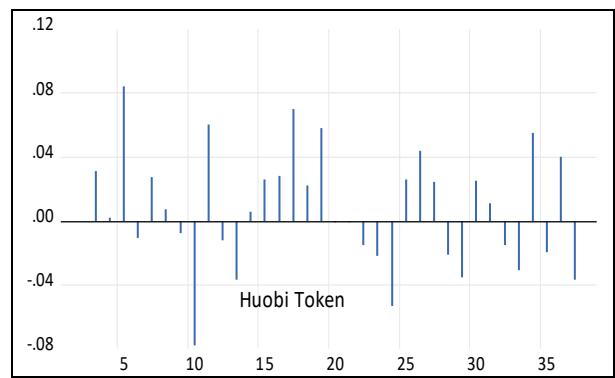
Stellar



TRON



Monero



3.7.8. Anexo H – Teste à Heterocedasticidade nas Séries das Rendibilidades das Criptomoedas

Cryptocurrency	Joint Tests				Individual Tests																			
	Max z (at period i)*	Value	df	p-value	Period (i)								2				4				8			
					2				4				Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	p-value	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	p-value	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	p-value
					Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	p-value	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	p-value	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	p-value	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	p-value	Var. Ratio	Std. Error	z-Statistic	p-value
1 Bitcoin	BTC	2	10.771	2508.000	0.000	0.505	0.046	-10.771	0.000	0.242	0.077	-9.802	0.000	0.126	0.107	-8.175	0.000	0.062	0.141	-6.675	0.000			
2 Ethereum	ETH	2	12.671	1678.000	0.000	0.517	0.038	-12.671	0.000	0.272	0.077	-9.457	0.000	0.129	0.120	-7.250	0.000	0.061	0.164	-5.722	0.000			
3 Ripple	XRP	2	5.155	2411.000	0.000	0.510	0.095	-5.155	0.000	0.254	0.153	-4.877	0.000	0.123	0.193	-4.538	0.000	0.065	0.230	-4.057	0.000			
4 Bitcoin Cash	BCH	2	8.825	962.000	0.000	0.569	0.049	-8.825	0.000	0.278	0.089	-8.122	0.000	0.136	0.133	-6.511	0.000	0.064	0.187	-5.004	0.000			
5 Tether	USDT	4	1.288	1841.000	0.586	0.552	0.395	-1.133	0.257	0.132	0.674	-1.288	0.198	0.066	0.869	-1.075	0.282	0.033	0.974	-0.992	0.321			
6 Bitcoin SV	BSV	2	3.503	488.000	0.002	0.497	0.144	-3.503	0.001	0.231	0.241	-3.196	0.001	0.112	0.329	-2.698	0.007	0.053	0.411	-2.304	0.021			
7 Litecoin	LTC	2	7.498	2508.000	0.000	0.526	0.063	-7.498	0.000	0.244	0.101	-7.463	0.000	0.134	0.131	-6.605	0.000	0.063	0.168	-5.579	0.000			
8 EOS	EOS	2	8.358	984.000	0.000	0.528	0.057	-8.358	0.000	0.273	0.094	-7.725	0.000	0.140	0.134	-6.410	0.000	0.065	0.185	-5.052	0.000			
9 Binance Coin	BNB	2	7.266	960.000	0.000	0.555	0.061	-7.266	0.000	0.263	0.114	-6.460	0.000	0.138	0.174	-4.964	0.000	0.074	0.243	-3.817	0.000			
10 Tezos	XTZ	2	8.530	891.000	0.000	0.473	0.062	-8.530	0.000	0.248	0.110	-6.852	0.000	0.133	0.164	-5.287	0.000	0.063	0.220	-4.250	0.000			
11 ChainLink	LINK	2	8.751	903.000	0.000	0.505	0.057	-8.751	0.000	0.250	0.095	-7.912	0.000	0.132	0.133	-6.515	0.000	0.059	0.182	-5.172	0.000			
12 Cardano	ADA	2	4.905	892.000	0.000	0.432	0.116	-4.905	0.000	0.252	0.189	-3.966	0.000	0.132	0.240	-3.622	0.000	0.053	0.283	-3.351	0.001			
13 Stellar	XLM	2	9.865	2045.000	0.000	0.556	0.045	-9.865	0.000	0.272	0.078	-9.311	0.000	0.135	0.113	-7.644	0.000	0.064	0.152	-6.161	0.000			
14 Monero	XMR	2	13.497	2121	0.000	0.494	0.037	-13.497	0.000	0.255	0.064	-11.577	0.000	0.124	0.094	-9.342	0.000	0.059	0.131	-7.170	0.000			
15 TRON	TRX	2	6.647	910.000	0.000	0.469	0.080	-6.647	0.000	0.255	0.144	-5.179	0.000	0.131	0.211	-4.107	0.000	0.061	0.290	-3.244	0.001			
16 Huobi Token	HT	2	8.991	767.000	0.000	0.477	0.058	-8.991	0.000	0.230	0.104	-7.396	0.000	0.125	0.152	-5.750	0.000	0.056	0.212	-4.446	-4.446			

3.7.9. Anexo I – Teste BDS Aplicado às Taxas de Rendibilidades das Criptomoedas

Cryptocurrency		ϵ	Value	m																			
				2				3				4				5				6			
				BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	p-value	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	p-value	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	p-value	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	p-value	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	p-value
1	Bitcoin	0.5 Standard deviations	BTC	0.0230	0.0017	13.3766	0.0000	0.0283	0.0016	17.6211	0.0000	0.0250	0.0011	22.2078	0.0000	0.0201	0.0007	29.0527	0.0000	0.0151	0.0004	38.2991	0.0000
2	Ethereum		ETH	0.0216	0.0021	10.4801	0.0000	0.0245	0.0020	12.4063	0.0000	0.0202	0.0014	14.2031	0.0000	0.0147	0.0009	16.3398	0.0000	0.0105	0.0005	20.0324	0.0000
3	Ripple		XRP	0.0393	0.0021	18.3974	0.0000	0.0510	0.0023	22.1049	0.0000	0.0488	0.0019	26.1049	0.0000	0.0409	0.0013	30.7887	0.0000	0.0322	0.0009	36.7632	0.0000
4	Bitcoin Cash		BCH	0.0194	0.0027	7.2900	0.0000	0.0197	0.0025	7.9248	0.0000	0.0148	0.0017	8.4625	0.0000	0.0109	0.0011	10.0858	0.0000	0.0073	0.0006	11.8339	0.0000
5	Bitcoin SV		BSV	0.0420	0.0054	7.8209	0.0000	0.0620	0.0065	9.5636	0.0000	0.0606	0.0059	10.3232	0.0000	0.0544	0.0047	11.6568	0.0000	0.0448	0.0034	13.0757	0.0000
6	Tether		USDT	0.0262	0.0016	16.8126	0.0000	0.0591	0.0031	18.9689	0.0000	0.0901	0.0047	19.3473	0.0000	0.1159	0.0061	19.0293	0.0000	0.1433	0.0074	19.4451	0.0000
7	Litecoin		LTC	0.0298	0.0020	15.2332	0.0000	0.0381	0.0020	19.0101	0.0000	0.0373	0.0015	24.1176	0.0000	0.0316	0.0010	30.2188	0.0000	0.0250	0.0007	38.2190	0.0000
8	EOS		EOS	0.0224	0.0027	8.2764	0.0000	0.0253	0.0025	9.9313	0.0000	0.0202	0.0018	11.2425	0.0000	0.0146	0.0011	13.1599	0.0000	0.0095	0.0006	14.9099	0.0000
9	Binance Coin		BNB	0.0199	0.0026	7.6500	0.0000	0.0258	0.0025	10.4497	0.0000	0.0224	0.0018	12.7058	0.0000	0.0171	0.0011	15.5497	0.0000	0.0120	0.0006	18.8024	0.0000
10	Tezos		XTZ	0.0170	0.0021	8.1181	0.0000	0.0184	0.0017	10.5951	0.0000	0.0142	0.0011	13.0605	0.0000	0.0093	0.0006	15.7045	0.0000	0.0058	0.0003	19.2840	0.0000
11	ChainLink		LINK	0.0097	0.0017	5.7515	0.0000	0.0097	0.0013	7.2703	0.0000	0.0068	0.0008	8.5887	0.0000	0.0041	0.0004	9.9431	0.0000	0.0023	0.0002	11.7931	0.0000
12	Cardano		ADA	0.0118	0.0023	5.1791	0.0000	0.0151	0.0021	7.2400	0.0000	0.0131	0.0014	9.1454	0.0000	0.0100	0.0009	11.5780	0.0000	0.0067	0.0005	13.8864	0.0000
13	Stellar		XLM	0.0269	0.0017	15.4083	0.0000	0.0316	0.0016	19.2723	0.0000	0.0264	0.0012	22.8391	0.0000	0.0192	0.0007	26.9516	0.0000	0.0131	0.0004	32.1403	0.0000
14	TRON		TRX	0.0260	0.0029	8.8888	0.0000	0.0334	0.0029	11.5538	0.0000	0.0297	0.0021	13.8193	0.0000	0.0237	0.0014	16.9710	0.0000	0.0176	0.0008	20.9189	0.0000
15	Monero		XMR	0.0151	0.0014	11.2179	0.0000	0.0178	0.0011	16.0284	0.0000	0.0137	0.0007	19.9572	0.0000	0.0093	0.0004	24.9213	0.0000	0.0057	0.0002	30.7457	0.0000
16	Huobi Token		HT	0.0211	0.0026	8.1319	0.0000	0.0221	0.0022	10.1311	0.0000	0.0178	0.0014	12.8664	0.0000	0.0124	0.0008	16.1548	0.0000	0.0077	0.0004	19.5315	0.0000

3.7.10. Anexo J – Informação Mútua (*I*) nas Taxas de Rendibilidade

Lag	Cryptocurrency																	
	Tether	Litecoin	Bitcoin	Stellar	Ripple	Monero	Ethereum	Binance Coin	Huobi Token	EOS	TRON	Bitcoin SV	Tezos	Bitcoin Cash	Cardano	Chain Link		
1	3.1143 **	0.0577 **	0.0397 **	0.0632 **	0.0731 **	0.0232 **	0.0329 **	0.0238 **	0.0191 **	0.0234 **	0.0215 **	0.0504 **	0.0159 **	0.0073 *	0.0019	0.00078		
2	2.3370 **	0.0205 **	0.0271 **	0.0205 **	0.0313 **	0.0182 **	0.0140 **	0.0097 *	0.0005	0.0001	0.0059	0.0004	0.0055	0.0004	0.0001	0.00011		
3	2.2725 **	0.0247 **	0.0193 **	0.0091 **	0.0214 **	0.0047 **	0.0078 **	0.0005 **	0.0169 **	0.0050	0.0268 **	0.0001	0.0005	0.0006	0.0001	0.00001		
4	2.0344 **	0.0262 **	0.0231 **	0.0126 **	0.0223 **	0.0090 **	0.0055 *	0.0184	0.0015	0.0171 **	0.0003	0.0026	0.0047	0.0103 *	0.0003	0.00001		
5	2.0139 **	0.0242 **	0.0197 **	0.0129 **	0.0120 **	0.0075 **	0.0062 *	0.0005	0.0011	0.0050	0.0009	0.0002	0.0001	0.0000	0.0001	0.00340		
6	1.9962 **	0.0261 **	0.0226 **	0.0149 **	0.0107 **	0.0049 **	0.0132 **	0.0002	0.0073 *	0.0006	0.0008	0.0047	0.0000	0.0026	0.0011	0.00190		
7	1.8995 **	0.0230 **	0.0220 **	0.0100 **	0.0178 **	0.0000	0.0099 **	0.0000	0.0068	0.0103 *	0.0014	0.0000	0.0009	0.0039 *	0.0128 *	0.00053		
8	1.8673 **	0.0111 **	0.0243 **	0.0134 **	0.0071 **	0.0028 *	0.0027	0.0053	0.0000	0.0181 **	0.0023	0.0032	0.0060	0.0013	0.0135 *	0.00033		
9	1.8980 **	0.0138 **	0.0217 **	0.0068 **	0.0035 **	0.0000	0.0037	0.0001	0.0013	0.0032	0.0023	0.0026	0.0001	0.0009	0.0002	0.00001		
10	1.9017 **	0.0129 **	0.0140 **	0.0056 **	0.0001	0.0030 *	0.0050 *	0.0006	0.0018	0.0000	0.0003	0.0001	0.0031	0.0066	0.0004	0.00130		
11	1.8425 **	0.0094 **	0.0163 **	0.0057 **	0.0043 **	0.0001	0.0031	0.0000	0.0006	0.0000	0.0000	0.0002	0.0047	0.0009	0.0001	0.01170 *		
12	2.0987 **	0.0072 **	0.0116 **	0.0030 *	0.0001	0.0000	0.0000	0.0005	0.0000	0.0004	0.0000	0.0015	0.0000	0.0004	0.0014	0.00003		
13	2.1250 **	0.0163 **	0.0118 **	0.0022 *	0.0030 *	0.0000	0.0002	0.0001	0.0003	0.0081 **	0.0003	0.0011	0.0056	0.0073 *	0.0003	0.00002		
14	1.9326 **	0.0147 **	0.0194 **	0.0001	0.0023 *	0.0000	0.0027	0.0044	0.0010	0.0044	0.0001	0.0001	0.0010	0.0163 **	0.0053	0.00023		
15	1.8611 **	0.0135 **	0.0183 **	0.0000	0.0076 **	0.0002	0.0024	0.0000	0.0042	0.0113 **	0.0016	0.0182 **	0.0000	0.0000	0.0000	0.00033		

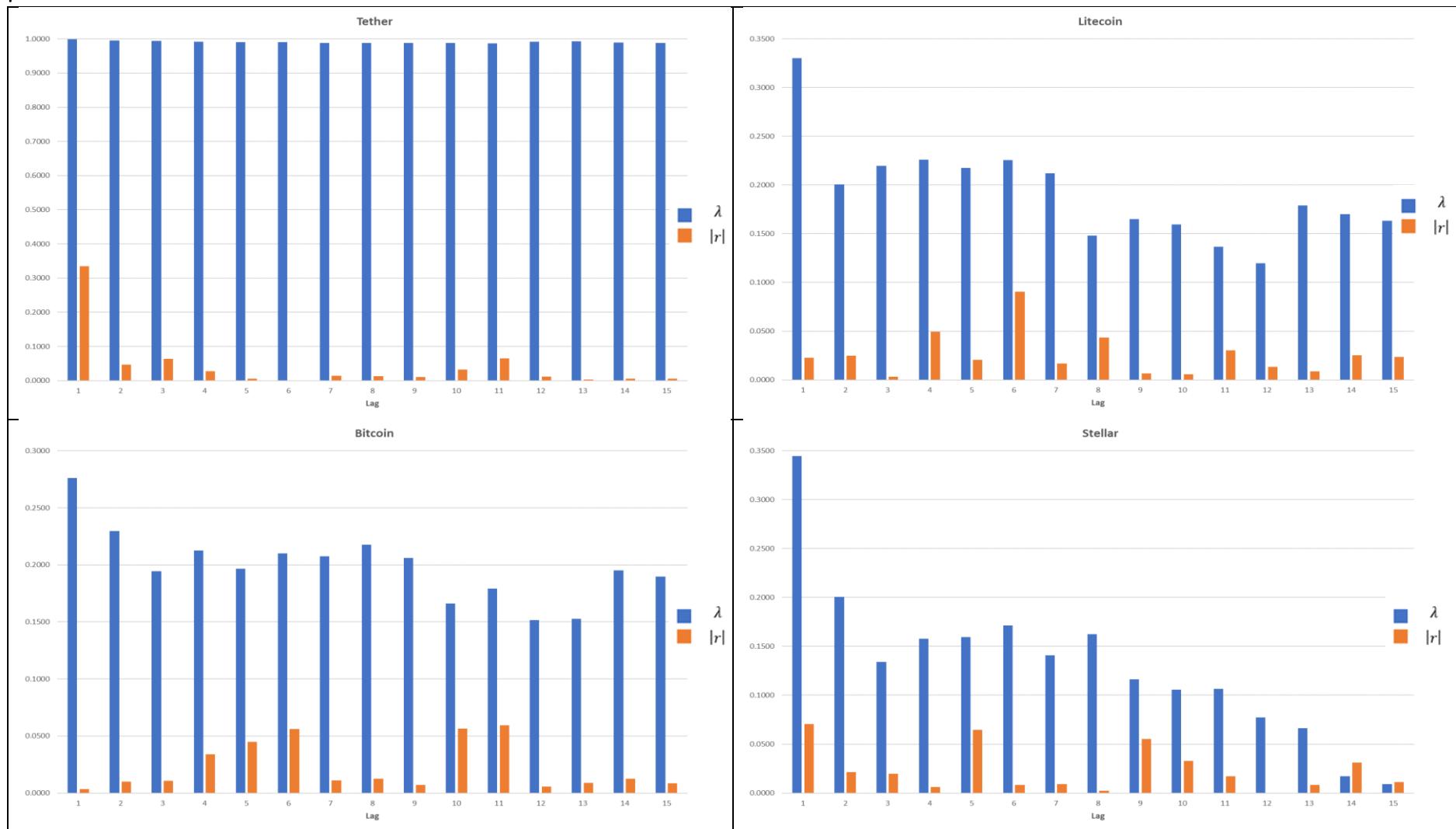
Notas: Informação mútua (*I*), em nats, entre $r_{i,t}$ e $r_{i,t-j}$, para $j = \{1, \dots, 15\}$, para os níveis de significância de 1% (representado por **) e de 5% (representado por *). E onde $r_{i,t}$ representa a taxa de rendibilidade da criptomoeda i no dia t .

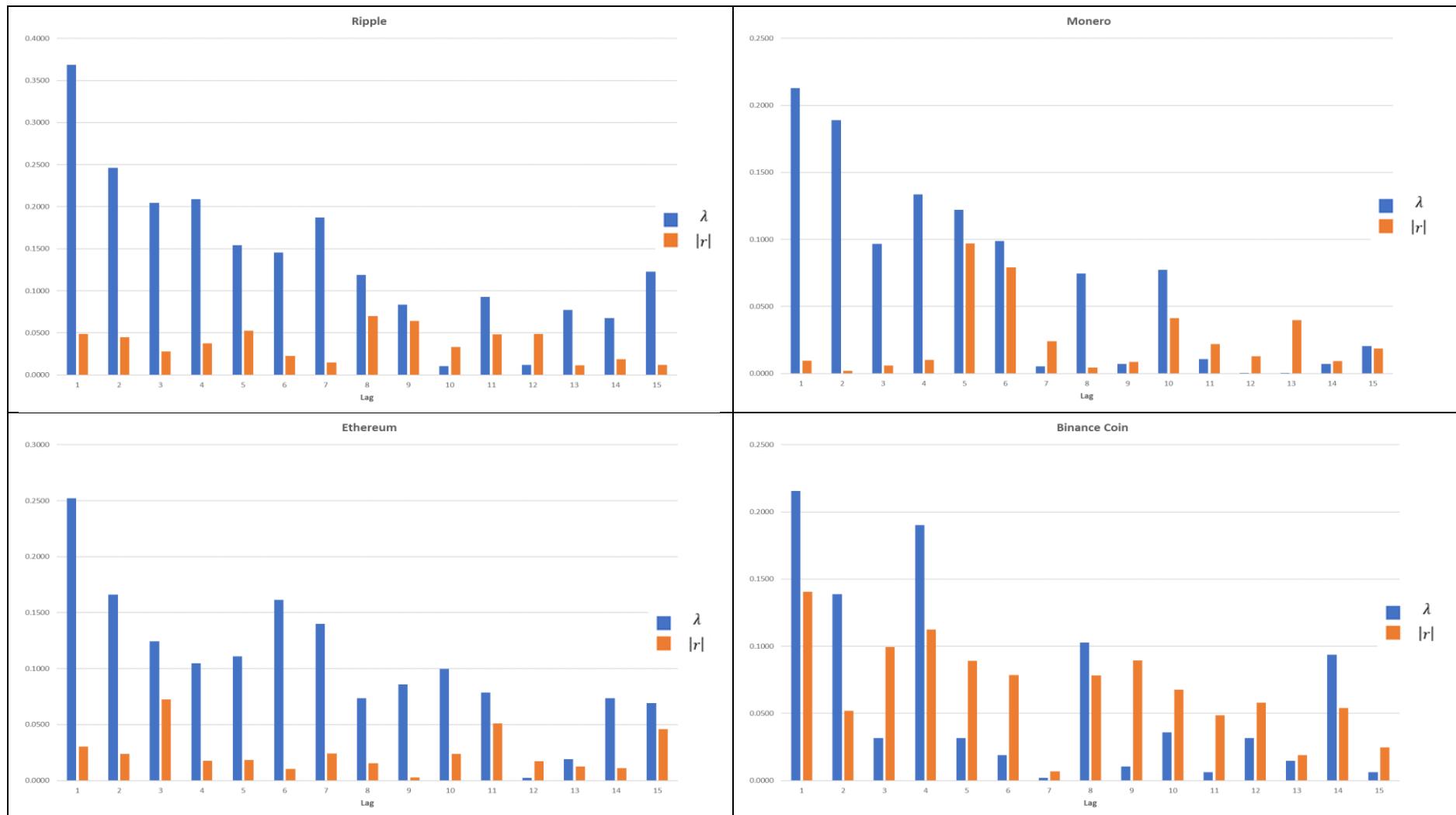
3.7.11. Anexo K – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear ($|r|$) para as Rendibilidades das Criptomoedas

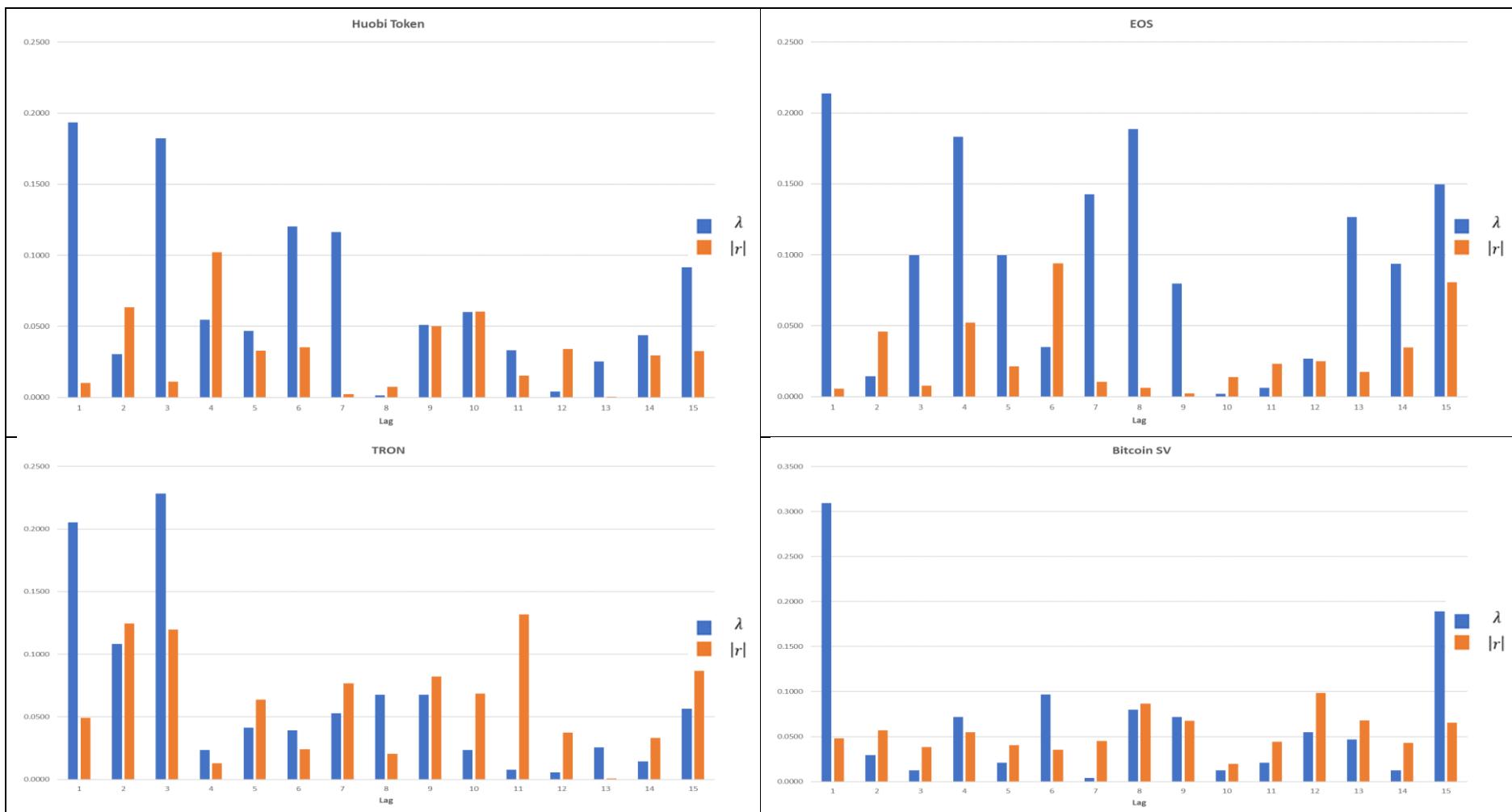
Lag	Cryptocurrency																															
	Tether		Litecoin		Bitcoin		Stellar		Ripple		Monero		Ethereum		Binance Coin		Huobi Token		EOS		TRON		Bitcoin SV		Tezos		Bitcoin Cash		Cardano		Chain Link	
	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $				
1	0.9990	0.3342	0.3301	0.0226	0.2763	0.0036	0.3446	0.0706	0.3688	0.0486	0.2129	0.0095	0.2524	0.0305	0.2156	0.1407	0.1936	0.0101	0.2138	0.0055	0.2052	0.0493	0.3097	0.0482	0.1769	0.0335	0.1204	0.0811	0.0616	0.0233	0.0394	0.0086
2	0.9953	0.0464	0.2004	0.0249	0.2297	0.0101	0.2004	0.0214	0.2463	0.0449	0.1891	0.0021	0.1662	0.0238	0.1386	0.0518	0.0305	0.0634	0.0144	0.0458	0.1083	0.1246	0.0295	0.0571	0.1046	0.0825	0.0295	0.0129	0.0114	0.1579	0.0146	0.0140
3	0.9947	0.0640	0.2195	0.0032	0.1946	0.0108	0.1343	0.0198	0.2047	0.0277	0.0967	0.0059	0.1244	0.0725	0.0317	0.0993	0.1823	0.0111	0.0998	0.0078	0.2284	0.1196	0.0127	0.0384	0.0308	0.1098	0.0337	0.0285	0.0114	0.0895	0.0034	0.0521
4	0.9914	0.0267	0.2259	0.0495	0.2125	0.0340	0.1578	0.0063	0.2089	0.0374	0.1336	0.0100	0.1046	0.0177	0.1901	0.1124	0.0547	0.1022	0.1834	0.0522	0.0235	0.0129	0.0720	0.0550	0.0967	0.0444	0.1428	0.0021	0.0251	0.0211	0.0034	0.0001
5	0.9911	0.0056	0.2174	0.0206	0.1966	0.0450	0.1596	0.0647	0.1540	0.0525	0.1220	0.0970	0.1110	0.0184	0.0317	0.0891	0.0469	0.0328	0.0998	0.0214	0.0413	0.0638	0.0211	0.0404	0.0125	0.0481	0.0084	0.0160	0.0159	0.0436	0.0823	0.0619
6	0.9907	0.0007	0.2255	0.0905	0.2102	0.0562	0.1713	0.0083	0.1455	0.0227	0.0988	0.0790	0.1614	0.0105	0.0190	0.0786	0.1204	0.0351	0.0350	0.0939	0.0391	0.240	0.0967	0.0353	0.0057	0.0375	0.0720	0.0251	0.0469	0.0082	0.0616	0.0233
7	0.9887	0.0144	0.2120	0.0168	0.2075	0.0112	0.1407	0.0093	0.1870	0.0147	0.0052	0.0242	0.1400	0.0243	0.0021	0.0067	0.1162	0.0022	0.1428	0.0103	0.0529	0.0768	0.0042	0.0451	0.0422	0.0052	0.0881	0.0031	0.1590	0.0436	0.0326	0.0030
8	0.9880	0.0129	0.1482	0.0436	0.2178	0.0124	0.1626	0.0024	0.1187	0.0702	0.0747	0.0045	0.0734	0.0156	0.1027	0.0783	0.0013	0.0076	0.1886	0.0064	0.0677	0.0204	0.0799	0.0869	0.1092	0.0199	0.0510	0.0311	0.1632	0.0253	0.0259	0.0126
9	0.9887	0.0105	0.1650	0.0067	0.2061	0.0073	0.1162	0.0555	0.0835	0.0640	0.0071	0.0086	0.0859	0.0026	0.0106	0.0894	0.0510	0.0502	0.0799	0.0023	0.0677	0.0822	0.0720	0.0678	0.0125	0.0895	0.0422	0.0159	0.0205	0.0309	0.0034	0.0138
10	0.9888	0.0318	0.1596	0.0057	0.1662	0.0565	0.1055	0.0328	0.0104	0.0332	0.0773	0.0412	0.0998	0.0239	0.0359	0.0676	0.0599	0.0604	0.0021	0.0137	0.0235	0.0685	0.0127	0.0197	0.0786	0.0229	0.1145	0.0452	0.0296	0.0314	0.0510	0.0434
11	0.9874	0.0643	0.1365	0.0304	0.1791	0.0592	0.1065	0.0172	0.0925	0.0484	0.0109	0.0219	0.0786	0.0511	0.0063	0.0485	0.0332	0.0152	0.0062	0.0231	0.0078	0.1317	0.0211	0.0445	0.0967	0.0869	0.0422	0.0471	0.0114	0.0350	0.1521	0.0365
12	0.9925	0.0122	0.1196	0.0135	0.1514	0.0057	0.0773	0.0004	0.0121	0.0487	0.0005	0.0129	0.0024	0.0174	0.0317	0.0578	0.0040	0.0339	0.0268	0.0250	0.0056	0.0373	0.0547	0.0984	0.0057	0.0314	0.0295	0.0407	0.0529	0.0235	0.0079	0.0489
13	0.9928	0.0031	0.1791	0.0086	0.1527	0.0088	0.0663	0.0083	0.0773	0.0112	0.0005	0.0397	0.0192	0.0126	0.0148	0.0189	0.0252	0.0006	0.1268	0.0175	0.0257	0.0009	0.0469	0.0679	0.1055	0.0314	0.1204	0.0324	0.0251	0.0333	0.0056	0.0147
14	0.9895	0.0055	0.1702	0.0251	0.1951	0.0124	0.0172	0.0314	0.0677	0.0188	0.0071	0.0093	0.0734	0.0112	0.0936	0.0541	0.0438	0.0294	0.0936	0.0346	0.0145	0.0331	0.0127	0.0428	0.0445	0.0960	0.1791	0.0600	0.1027	0.0914	0.0214	0.0226
15	0.9878	0.0052	0.1632	0.0235	0.1896	0.0086	0.0094	0.0111	0.1228	0.0118	0.0204	0.0187	0.0692	0.0460	0.0063	0.0248	0.0915	0.0326	0.1495	0.0807	0.0565	0.0868	0.1891	0.0653	0.0057	0.0571	0.0000	0.0188	0.0023	0.0363	0.0259	0.0259

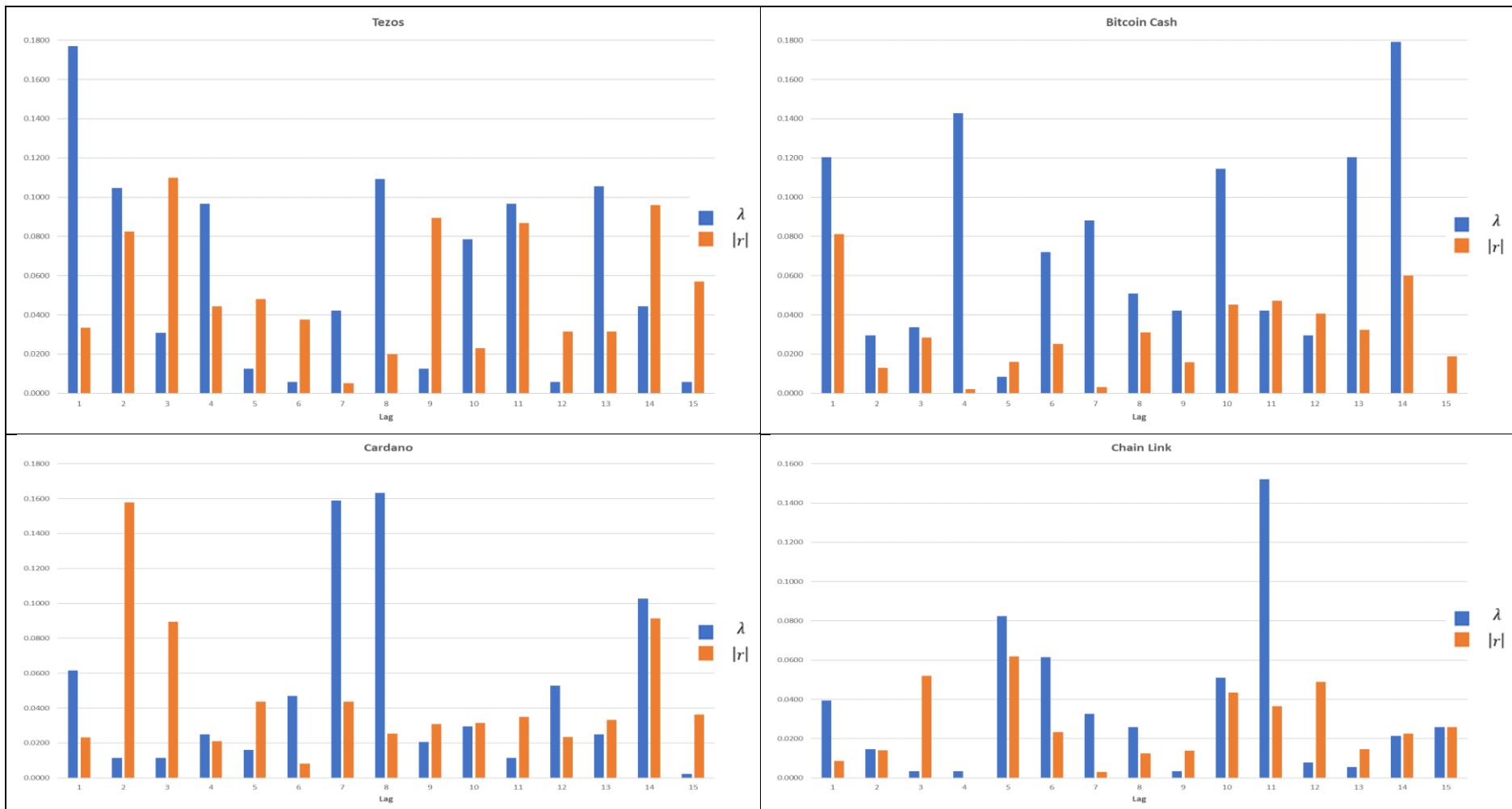
Notas: Para efeitos de comparação entre o Coeficiente Correlação Global (λ) e Coeficiente de Correlação Linear (r), considerou-se o valor absoluto deste último, tendo-se assinalado a negrito, quando $r > \lambda$

3.7.12. Anexo L – Traçado Gráfico do Coeficiente de Correlação Global (λ) e do Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear ($|r|$) para as Séries das Rendibilidades









3.7.13. Anexo M – Modelos *ARDL* (*k, l*)

Cryptocurrency	Bitcoin	Ethereum	Ripple	Bitcoin Cash	Bitcoin SV	Tether	Litecoin	EOS	Binance Coin	Tezos	Chain Link	Cardano	Stellar	TRON	Monero	Huobi Token
Model ARDL	(11,0)	(3,0)	(12,0)	(1,0)		(10,0)	(8,0)		(9,0)	(3,0)		(3,0)	(5,0)	(11,0)	(10,0)	(4,0)
Mean Equation																
C	0.0012	0.0028	0.0012	-0.0011		0.0000	0.0007		0.0023	-0.0005		0.0000	0.0009	0.0011	0.0012	0.0006
t-Statistic	1.3490	1.8143	0.8354	-0.4109		0.2763	0.5729		0.9141	-0.1933		-0.0144	0.5157	0.3647	0.8263	0.3224
p-value	0.1775	0.0698	0.4036	0.6813		0.7823	0.5668		0.3609	0.8468		0.9885	0.6061	0.7155	0.4087	0.7473
RENDCLOSE(-1)	-0.0102	0.0537	0.0353	0.0990		-0.3866	0.0202		0.1297	0.0409		0.0102	0.0752	0.0548	-0.0162	0.0112
t-Statistic	-0.4975	2.4157	1.7172	3.0041		-16.1365	1.0020		3.8877	1.1792		0.2988	3.3795	1.6068	-0.7350	0.2924
p-value	0.6189	0.0158	0.0861	0.0027		0.0000	0.3164		0.0001	0.2386		0.7651	0.0007	0.1084	0.4624	0.7701
RENDCLOSE(-2)	-0.0093		0.0272			-0.1266	-0.0246		0.0139	0.0898		0.1533	-0.0399	0.0948	0.0049	0.0305
t-Statistic	-0.4526		1.3243			-4.9360	-1.2163		0.4152	2.6045		4.5453	-1.7927	2.7930	0.2236	0.7972
p-value	0.6509		0.1855			0.0000	0.2240		0.6781	0.0094		0.0000	0.0732	0.0053	0.8231	0.4256
RENDCLOSE(-3)	0.0141		0.0191			-0.1262	0.0040		0.0797	-0.1192		0.0851	0.0254	0.0916	0.0102	0.0016
t-Statistic	0.6892		0.9322			-4.9048	0.1967		2.3756	-3.4445		2.4923	1.1406	2.7056	0.4685	0.0431
p-value	0.4908		0.3514			0.0000	0.8441		0.0177	0.0006		0.0129	0.2542	0.0069	0.6395	0.9656
RENDCLOSE(-4)	0.0335		0.0300			-0.1056	0.0532		0.0734			-0.185	0.0055	-0.0065	0.0933	
t-Statistic	1.6365		1.4658			-4.0957	2.6463		2.1809			-0.8325	0.1612	-0.2979	2.4531	
p-value	0.1019		0.1428			N	0.0000	0.0082	N	0.0294		N	0.4052	0.8719	0.7658	0.0144
RENDCLOSE(-5)	0.0420		0.0464			o	-0.0560	0.0175	o	0.0483		o	0.0652	0.0349	0.1004	
t-Statistic	2.0498		2.2683			t	-2.1701	0.8703	t	1.4314		t	2.9362	1.0320	4.6225	
p-value	0.0405		0.0234			E	0.0301	0.3842	E	0.1526		E	0.0034	0.3024	0.0000	
RENDCLOSE(-6)	0.0545		0.0178			s	-0.0301	0.0909	s	0.0429		s	0.0266	0.0825		
t-Statistic	2.6609		0.8694			t	-1.2169	4.5189	t	1.2707		t	0.7939	3.7914		
p-value	0.0078		0.3847			i	0.2238	0.0000	i	0.2041		i	0.4275	0.0002		
RENDCLOSE(-7)	-0.0127		0.0083			m	-0.0199	0.0142	m	-0.0439		m	0.0637	-0.0243		
t-Statistic	-0.6185		0.4044			a	-1.3772	0.7018	a	-1.3043		a	1.9045	-1.1138		
p-value	0.5363		0.6859			t	0.1686	0.4829	t	0.1925		t	0.0572	0.2655		
RENDCLOSE(-8)	-0.0123		0.0644			e	-0.0205	-0.0414	e	0.0493		e	-0.0695	-0.0084		
t-Statistic	-0.6040		3.1489			d	-1.4591	-2.0516	d	1.4630		d	-2.1277	-0.3887		
p-value	0.5459		0.0017				0.1447	0.0403		0.1438			0.0336	0.6975		
RENDCLOSE(-9)	-0.0101		0.0536				-0.0111			0.0529			-0.0946	-0.0112		
t-Statistic	-0.4948		2.6145				-1.2403			1.5817			-2.8974	-0.5175		
p-value	0.6208		0.0090				0.2150			0.1141			0.0039	0.6048		
RENDCLOSE(-10)	0.0504		0.0221				-0.0125						0.0922	-0.0443		
t-Statistic	2.4746		1.0793				-1.4332						2.8279	-2.0625		
p-value	0.0134		0.2806				0.1520						0.0048	0.0393		
RENDCLOSE(-11)	0.0569		-0.0648										-0.0837			
t-Statistic	2.7937		-3.1620										-2.5783			
p-value	0.0053		0.0016										0.0101			
RENDCLOSE(-12)			-0.0545													
t-Statistic			-2.6552													
p-value			0.0080													
AIC	-3.4257	-2.6517	-2.4271	-2.2110		-7.5693	-2.6480		-2.2227	-2.3134		-2.2708	-2.3547	-1.9916	-2.5236	-3.0139
BIC	-3.4435	-2.6452	-2.3958	-2.2008		-7.5362	-2.6270		-2.2543	-2.2919		-2.2493	-2.3382	-1.9276	-2.4942	-2.9835

3.7.14. Anexo N – Teste BDS Aplicado às Taxas de Rendibilidades Filtradas (filtro de linearidade) das Criptomoedas

Cryptocurrency		Value	m															
			2			3			4			5			6			
			BDS Statistic	z-Statistic	p-value	BDS Statistic	z-Statistic	p-value	BDS Statistic	z-Statistic	p-value	BDS Statistic	z-Statistic	p-value	BDS Statistic	z-Statistic	p-value	
1	Bitcoin	BTC	Standard deviations	0.0204	11.8155	0.0000	0.0252	15.6734	0.0000	0.0226	20.1501	0.0000	0.0182	26.4645	0.0000	0.0135	34.6604	0.0000
2	Ethereum	ETH		0.0206	11.7162	0.0000	0.0207	13.5667	0.0000	0.0154	15.5603	0.0000	0.0103	18.2147	0.0000	0.0068	22.6596	0.0000
3	Ripple	XRP		0.0382	19.0892	0.0000	0.0479	22.7309	0.0000	0.0447	26.8353	0.0000	0.0365	31.6495	0.0000	0.0282	38.1219	0.0000
4	Bitcoin Cash	BCH		0.0212	8.5003	0.0000	0.0210	9.2150	0.0000	0.0156	10.0009	0.0000	0.0111	11.7922	0.0000	0.0072	13.8067	0.0000
5	Bitcoin SV	BSV		-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	
6	Tether	USDT		0.1343	33.4052	0.0000	0.2118	40.0895	0.0000	0.2489	47.6849	0.0000	0.2596	57.4073	0.0000	0.2605	71.7834	0.0000
7	Litecoin	LTC		0.0286	15.1983	0.0000	0.0364	19.1410	0.0000	0.0352	24.4003	0.0000	0.0297	30.9069	0.0000	0.0233	39.3355	0.0000
8	EOS	EOS		-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	
9	Binance Coin	BNB		0.0170	7.4144	0.0000	0.0222	10.8328	0.0000	0.0182	13.2413	0.0000	0.0133	16.4492	0.0000	0.0089	20.2759	0.0000
10	Tezos	XTZ		0.0175	8.8214	0.0000	0.0195	12.0842	0.0000	0.0148	15.0149	0.0000	0.0098	18.5169	0.0000	0.0060	22.9044	0.0000
11	ChainLink	LINK		-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	
12	Cardano	ADA		0.0124	5.6125	0.0000	0.0146	7.4496	0.0000	0.0124	9.4468	0.0000	0.0091	11.8873	0.0000	0.0060	14.4439	0.0000
13	Stellar	XLM		0.0278	16.7653	0.0000	0.0318	20.8851	0.0000	0.0260	24.7707	0.0000	0.0187	29.5507	0.0000	0.0127	35.7240	0.0000
14	TRON	TRX		0.0208	8.2546	0.0000	0.0246	10.5806	0.0000	0.0205	12.7571	0.0000	0.0156	15.9958	0.0000	0.0110	20.0662	0.0000
15	Monero	XMR		0.0125	9.7945	0.0000	0.0146	14.2147	0.0000	0.0110	17.7213	0.0000	0.0074	22.4989	0.0000	0.0045	28.2626	0.0000
16	Huobi Token	HT		0.0196	7.5550	0.0000	0.0215	9.5334	0.0000	0.0180	12.2814	0.0000	0.0133	15.7961	0.0000	0.0087	19.4458	0.0000

3.7.15. Anexo O – Informação Mútua (I) nas Séries de Rendibilidade Filtradas (filtro de linearidade)

Lag	Cryptocurrency													
	Tether	Litecoin	Bitcoin	Stellar	Ripple	Monero	Ethereum	Binance Coin	Huobi Token	TRON	Tezos	Bitcoin Cash	Cardano	
1	2.1452 **	0.0463 **	0.0364 **	0.0735 **	0.0695 **	0.0110 **	0.0412 **	0.0123 *	0.0212 **	0.0012	5.07E-02 **	0.0482 **	2.88E-04	
2	1.727 **	0.0241 **	0.0166 **	0.0265 **	0.0328 **	0.0178 **	0.0102 **	0.0055	0.0075 *	0.0065	0.0264 **	1.61E-04	0.0043	
3	1.4512 **	0.0226 **	0.0205 **	0.0200 **	0.0257 **	0.0050 **	0.0098 **	0.0017	0.0123 *	0.0022	2.62E-06	2.95E-04	0.0061	
4	1.3966 **	0.0275 **	0.0349 **	0.0186 **	0.0194 **	0.0057 **	0.0055	8.67E-04	6.50E-04	0.0102 *	0.004	1.25E-04	0.0207 **	
5	1.3485 **	0.0237 **	0.0155 **	0.0132 **	0.0071 **	0.0126 **	0.0054	0.0026	0.0014	3.38E-04	2.62E-06	9.38E-04	7.90E-05	
6	1.2942 **	0.0271 **	0.0081 **	0.0101 **	0.0139 **	0.0108 **	0.0099 **	0.0065	8.57E-04	0.0112 *	9.45E-04	0.0078 *	1.89E-04	
7	1.2498 **	0.0224 **	0.0159 **	0.0024	0.011 **	0.0006	0.0086 **	0.0098 *	6.50E-04	1.60E-05	9.45E-04	0.0022	0.0276 **	
8	1.4076 **	0.0144 **	0.0280 **	0.0113 **	0.0117 **	0.0001	1.81E-07	9.62E-05	2.58E-04	5.37E-04	6.55E-05	0.0015	0.0048	
9	1.3677 **	0.0198 **	0.0185 **	0.0061 **	0.0146 **	0.0001	9.64E-04	0.0013	0.0035	1.08E-04	0.0083 *	7.64E-04	0.0011	
10	1.3606 **	0.0169 **	0.0130 **	0.0046 **	0.0127 **	0.0079 **	1.74E-04	0.0056	2.58E-04	0.0048	0.0012	0.0059	1.10E-04	
11	1.437 **	0.0159 **	0.0078 **	0.0037 **	0.0143 **	0.0002	0.0038	4.61E-05	5.57E-04	0.0088 *	0.0012	0.0017	0.0069	
12	1.259 **	0.0147 **	0.0076 **	0.0031	0.0041 **	0.0001	6.53E-05	6.20E-04	2.23E-05	1.44E-04	1.28E-04	1.39E-05	2.36E-04	
13	1.3173 **	0.0150 **	0.0092 **	3.95E-05	0.0063 **	0.0005	2.21E-04	4.61E-05	8.57E-04	1.84E-04	6.55E-05	3.49E-04	8.94E-04	
14	1.1914 **	0.0148 **	0.0091 **	1.41E-04	0.0036 **	0.0002	0.0027	1.42E-05	5.57E-04	3.99E-04	7.57E-04	0.0056	7.90E-05	
15	1.3305 **	0.0105 **	0.0190 **	3.95E-05	0.0063 **	0.0001	2.19E-05	5.13E-06	0.0018	0.0025	9.45E-04	1.61E-04	2.88E-04	

Notas: Informação mútua (I), em nats, entre $\varepsilon_{i,t}$ e $\varepsilon_{i,t-j}$, para $j = \{1, \dots, 15\}$, para os níveis de significância de 1% (representado por **) e de 5% (representado por *). E onde $\varepsilon_{i,t}$ representa a taxa de rendibilidade filtrada (resíduo) da criptomoeda i no dia t .

3.7.16. Anexo P – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear ($|r|$) para as Rendibilidades Filtradas das Criptomoedas

Lag	Cryptocurrency																				Cardano					
	Tether		Litecoin		Bitcoin		Stellar		Ripple		Monero		Ethereum		Binance Coin		Huobi Token		TRON		Tezos		Bitcoin Cash			
	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $	λ	$ r $				
1	0.9931	0.0013	0.2974	0.0007	0.2650	0.0036	0.3697	0.0003	0.3602	0.0016	0.1475	0.0000	0.2812	0.0233	0.1559	0.0344	0.2037	0.0119	0.0490	0.0340	0.3105	0.0034	0.3031	0.0200	0.0240	0.0036
2	0.9841	0.0030	0.2169	0.0014	0.1807	0.0101	0.2272	0.0101	0.2520	0.0186	0.1870	0.0073	0.1421	0.0183	0.1046	0.0127	0.1220	0.0251	0.1136	0.0057	0.2268	0.0106	0.0180	0.0018	0.0925	0.0046
3	0.9722	0.0021	0.2102	0.0020	0.2004	0.0108	0.1980	0.0016	0.2238	0.0020	0.0998	0.0034	0.1393	0.0712	0.0583	0.0951	0.1559	0.0115	0.0663	0.0477	0.0023	0.0071	0.0243	0.0286	0.1101	0.0001
4	0.9689	0.0022	0.2313	0.0021	0.2597	0.0340	0.1911	0.0006	0.1951	0.0005	0.1065	0.0061	0.1046	0.0135	0.0416	0.0502	0.0360	0.0187	0.1421	0.0499	0.0893	0.0531	0.0158	0.0007	0.2014	0.0046
5	0.9657	0.0056	0.2152	0.0027	0.1747	0.0450	0.1614	0.0026	0.1187	0.0097	0.1578	0.0049	0.1036	0.0174	0.0720	0.0513	0.0529	0.0409	0.0260	0.0273	0.0023	0.0298	0.0433	0.0191	0.0126	0.0317
6	0.9617	0.0085	0.2297	0.0022	0.1268	0.0562	0.1414	0.0044	0.1656	0.0037	0.1462	0.0142	0.1400	0.0074	0.1136	0.0486	0.0414	0.0166	0.1488	0.0065	0.0435	0.0382	0.1244	0.0228	0.0194	0.0108
7	0.9581	0.0069	0.2093	0.0003	0.1769	0.0112	0.0692	0.0039	0.1475	0.0112	0.0348	0.0047	0.1306	0.0241	0.1393	0.0031	0.0360	0.0093	0.0056	0.0153	0.0435	0.0013	0.0663	0.0129	0.2317	0.0468
8	0.9696	0.0170	0.1685	0.0046	0.2334	0.0124	0.1495	0.0043	0.1521	0.0033	0.0148	0.0076	0.0006	0.0172	0.0139	0.0325	0.0227	0.0031	0.0328	0.0117	0.0114	0.0191	0.0547	0.0352	0.0977	0.0271
9	0.9670	0.0462	0.1970	0.0067	0.1906	0.0073	0.1101	0.0531	0.1696	0.0045	0.0119	0.0105	0.0439	0.0032	0.0510	0.0226	0.0835	0.0338	0.0147	0.0329	0.1283	0.0765	0.0391	0.0221	0.0469	0.0334
10	0.9665	0.0216	0.1823	0.0232	0.1602	0.0565	0.0957	0.0246	0.1584	0.0049	0.1252	0.0253	0.0186	0.0233	0.1055	0.0478	0.0227	0.0533	0.0977	0.0267	0.0490	0.0147	0.1083	0.0440	0.0149	0.0315
11	0.9714	0.0327	0.1769	0.0220	0.1244	0.0592	0.0859	0.0112	0.1679	0.0069	0.0176	0.0054	0.0870	0.0493	0.0096	0.0157	0.0334	0.0205	0.1321	0.0257	0.0490	0.0741	0.0583	0.0381	0.1171	0.0297
12	0.9588	0.0167	0.1702	0.0092	0.1228	0.0057	0.0786	0.0009	0.0904	0.0008	0.0167	0.0209	0.0114	0.0173	0.0352	0.0468	0.0067	0.0407	0.0169	0.0394	0.0160	0.0086	0.0053	0.0390	0.0217	0.0134
13	0.9635	0.0375	0.1719	0.0147	0.1350	0.0088	0.0089	0.0094	0.1119	0.0076	0.0329	0.0573	0.0210	0.0140	0.0096	0.0322	0.0414	0.0055	0.0192	0.0243	0.0114	0.0282	0.0264	0.0296	0.0423	0.0121
14	0.9527	0.0346	0.1708	0.0362	0.1343	0.0124	0.0168	0.0286	0.0847	0.0172	0.0196	0.0069	0.0734	0.0092	0.0053	0.0759	0.0334	0.0263	0.0282	0.0086	0.0389	0.0871	0.1055	0.0582	0.0126	0.0534
15	0.9644	0.0318	0.1442	0.0266	0.1931	0.0086	0.0089	0.0162	0.1119	0.0096	0.0157	0.0043	0.0066	0.0424	0.0032	0.0325	0.0599	0.0317	0.0706	0.0160	0.0435	0.0511	0.0180	0.0178	0.0240	0.0114

Notas: Para efeitos de comparação entre o Coeficiente Correlação Global (λ) e Coeficiente de Correlação Linear (r), considerou-se o valor absoluto deste último, tendo-se assinalado a negrito, quando $r > \lambda$

3.7.17. Anexo Q – Modelos da Família *ARCH* Selecionados

Cryptocurrency	Bitcoin	Ethereum	Bitcoin Cash	Bitcoin SV	Litecoin	EOS	Binance Coin	ChainLink	Cardano	Stellar	TRON	Monero	Huobi Token
Model	Component ARCH	EGARCH	Component ARCH	EGARCH	Component ARCH	EGARCH	EGARCH	EGARCH	EGARCH	EGARCH	EGARCH	EGARCH	EGARCH
ARCH/GARCH ORDER	(1;1)	(2;3)	(1,1)	(2;5)	(1;1)	(3;6)	(1,5)	(4;6)	(2;5)	(4;4)	(3;8)	(1;0)	(4;2)
Threshold Order	Included	4	Included	3	Included	2	2	1	4	2	2	1	3
ARCH-M							Std. Dev.						
Error distribution	Student's t		Normal				Student's t		Normal			Student's t	Normal
Mean Equation													
C	-0.0014	-0.0121	-0.0163	-0.0225	-0.0105	-0.0209	-0.0142	0.0084	-0.0174	-0.0082	-0.0140	-0.0240	-0.0092
z-Statistic	-75.5937	-2.6126	-2.0736	-7.1174	-2.9284	-4.0108	-3.1902	1.7062	-3.0760	-2.4731	-3.2088	-2.6524	-3.5525
p-value	0.0000	0.0090	0.0381	0.0000	0.0034	0.0001	0.0014	0.0880	0.0021	0.0134	0.0013	0.0080	0.0004
@SQRT(GARCH)	0.0586	0.2052	0.2432	0.2621	0.1823	0.2747	0.2370	-0.1417	0.2911	0.1187	0.1961	0.3132	0.2209
z-Statistic	3.8117	2.3604	2.0496	3.3537	2.7686	2.8898	2.6278	-1.8035	2.7714	1.8823	2.3443	2.4351	2.8628
p-value	0.0001	0.0183	0.0404	0.0008	0.0056	0.0039	0.0086	0.0713	0.0056	0.0598	0.0191	0.0149	0.0042
Variance Equation													
C(3)	0.0317	-1.7028	0.0060	-1.4479	0.0050	-0.7981	-0.4040	-0.0723	-0.1929	-4.3732	-0.6257	-5.5411	-0.0525
z-Statistic	0.4295	-11.0231	14.4807	-8.0388	14.1153	-19.3210	-6.3261	-5.8928	-5.7411	-14.6455	-9.3065	-39.7587	-27.5205
p-value	0.6676	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
C(4)	0.9996	0.3623	0.9661	0.3903	0.9759	0.1018	0.2910	0.1727	0.1504	0.4260	0.2306	0.4713	0.3402
z-Statistic	1208.1160	11.7124	118.2728	7.6102	432.9349	5.8437	6.8128	5.2298	11.0931	21.7209	10.4391	6.1603	5.1381
p-value	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
C(5)	0.0969	0.3631	0.0349	0.5744	0.0807	0.2632	-0.0773	-0.1477	0.0070	0.8917	0.2343	0.0108	-0.7097
z-Statistic	5.7187	9.7904	4.2100	16.5318	12.3310	15.0450	-3.7526	-3.4578	0.4169	21.1141	10.6790	0.2359	-5.1909
p-value	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0005	0.6768	0.0000	0.0000	0.8135	0.0000
C(6)	-0.0112	-0.0559	0.3722	-0.0251	0.0052	-0.0004	0.0398	0.2304	0.0933	0.7295	0.0235		0.3519
z-Statistic	-0.4344	-2.0691	9.1390	-0.7926	0.2619	-0.0443	2.0064	5.6508	6.2844	15.6225	2.1793		3.0257
p-value	0.6640	0.0385	0.0000	0.4280	0.7934	0.9647	0.0448	0.0000	0.0000	0.0000	0.0293		0.0025
C(7)	0.1191	-0.0564	-0.2908	0.0630	0.2042	0.0553	0.6264	-0.1928	0.0383	0.2426	0.0772		0.0359
z-Statistic	3.4901	-2.4246	-7.5866	1.5776	11.5510	5.6437	4.6099	-6.6059	2.5797	10.9507	4.3520		0.6729
p-value	0.0005	0.0153	0.0000	0.1147	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0099	0.0000	0.0000		0.5010
C(8)	0.8383	0.1177	-0.1685	-0.0358	0.0153	0.0160	-0.3765	-0.0066	-0.0558	0.1209	-0.0830		-0.0740
z-Statistic	18.7665	5.4398	-3.6823	-1.1997	0.2080	1.3590	-2.3597	-1.1914	-3.1950	9.7475	-4.6422		-1.7231
p-value	0.0000	0.0000	0.0002	0.2303	0.8352	0.1741	0.0183	0.2335	0.0014	0.0000	0.0000		0.0849
C(9)		0.0810		-0.6736		-0.4434	0.8459	1.0923	0.0026	0.0919	0.0475		0.0266
z-Statistic		2.5577		-10.0039		-109.3150	7.3477	341.1616	0.1393	6.6911	3.0018		0.3214
p-value		0.0105		0.0000		0.0000	0.0000	0.0000	0.8892	0.0000	0.0027		0.7479
C(10)		-0.3027				1.0703	-0.0131	-0.4896	1.1027	-1.4874	0.7978		0.0516
z-Statistic		-4.4463				141.8339	-0.0777	-148.4652	98.3880	-73.4052	83.7099		1.2451
p-value		0.0000				0.0000	0.9381	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.2131
C(11)		0.5623				1.0846	-0.1167	0.6253	-0.5177	-0.0705	0.9460		1.9474
z-Statistic		8.9151				1399.9670	-1.0013	964.5508	-77.8799	-3.2589	602.7215		277.0518
p-value		0.0000				0.0000	0.3167	0.0000	0.0000	0.0011	0.0000		0.0000
C(12)		12.8555				-0.3780		-0.2891	0.5658	1.2653	-0.5430		-0.9539
z-Statistic		0.0000				-46.2826		-110.4399	152.6928	73.4060	-32.1862		-133.6971
p-value						0.0000		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.0000
C(13)						-0.5466		0.9097	-1.1092	0.7990	-0.7169		
z-Statistic						-116.9150		5464.5770	-134.4581	48.7950	-407.5317		
p-value						0.0000		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
C(14)						0.1151		-0.8532	0.9447		-0.4856		
z-Statistic						18.4860		-197.9025	529.0911		-25.7368		
p-value						0.0000		0.0000	0.0000		0.0000		
C(15)											0.7017		
z-Statistic											59.5289		
p-value											0.0000		
C(16)											0.2045		
z-Statistic											12.6890		
p-value											0.0000		
AIC	-4.0552	-2.8925	-2.3875	-2.5236	-2.9589	-2.5827	-2.7514		-2.6938	-2.7704	-2.5655	-2.7780	-3.2633
BIC	-4.0342	-2.8537	-2.3470	-2.4119	-2.9402	-2.5131	-2.6953		-2.6184	-2.7346	-2.4802	-2.7619	-3.1905

Cryptocurrency	Ripple	Tether	Tezos
Model	GARCH/TARCH	GARCH/TARCH	GARCH/TARCH
ARCH/GARCH ORDER	(1;2)	(3;1)	(4;3)
Threshold Order	2	2	1
ARCH-M	Std. Dev.		
Error distribution	Normal		Student's t
Mean Equation			
C	-0.0081	0.0002	0.0267
z-Statistic	-3.0002	1.6535	6.7973
p-value	0.0027	0.0982	0.0000
@SQRT(GARCH)	0.1157	-0.0744	-0.3375
z-Statistic	2.0296	-2.3395	-7.8484
p-value	0.0424	0.0193	0.0000
Variance Equation			
C	0.0005	0.0000	0.0022
z-Statistic	21.4226	11.3031	6.6892
p-value	0.0000	0.0000	0.0000
RESID(-1)^2	0.5841	0.2033	0.4727
z-Statistic	15.7461	2.3636	8.0066
p-value	0.0000	0.0181	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.4231	0.9153	-0.3304
z-Statistic	-9.8034	6.5777	-5.0382
p-value	0.0000	0.0000	0.0000
RESID(-2)^2		-0.1374	-0.0982
z-Statistic		-1.4920	-2.8401
p-value		0.1357	0.0045
RESID(-2)^2*(RESID(-2)<0)	0.1174	-0.6976	
z-Statistic	4.8667	-6.1522	
p-value	0.0000	0.0000	
RESID(-3)^2		0.0495	0.1549
z-Statistic		1.9612	3.4659
p-value		0.0499	0.0005
RESID(-4)^2			0.1522
z-Statistic			4.0092
p-value			0.0001
GARCH(-1)	0.3096	0.8767	0.3136
z-Statistic	13.1809	328.2076	2.3670
p-value	0.0000	0.0000	0.0179
GARCH(-2)	0.2293		-0.1987
z-Statistic	11.6487		-1.8397
p-value	0.0000		0.0658
GARCH(-3)			0.0600
z-Statistic			0.9419
p-value			0.3462
AIC	-2.9832	-8.7688	-2.5061
BIC	-2.9639	-8.7417	-2.4468

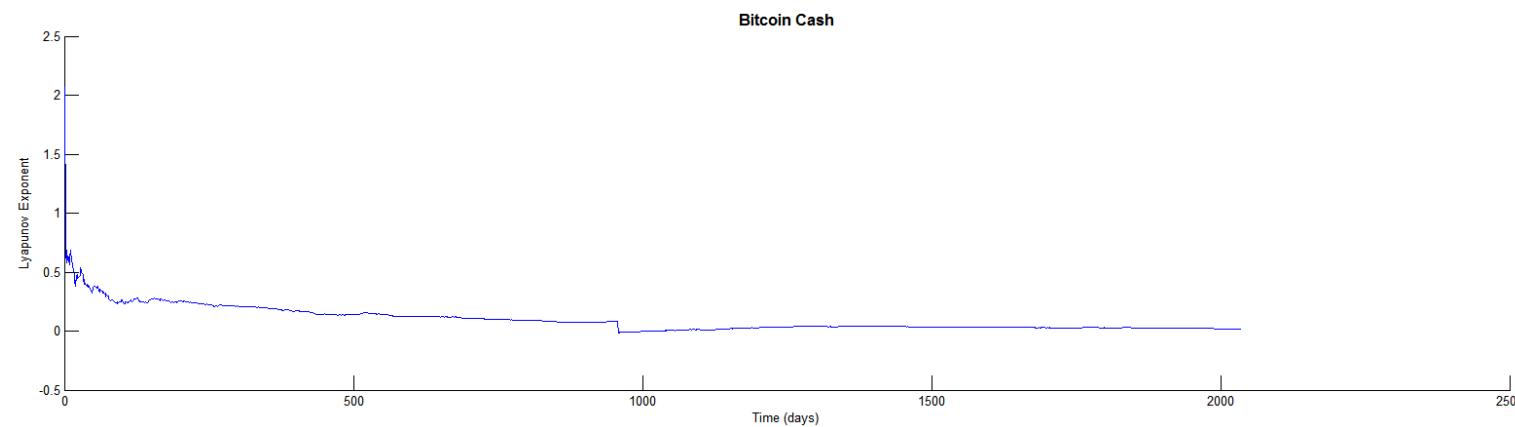
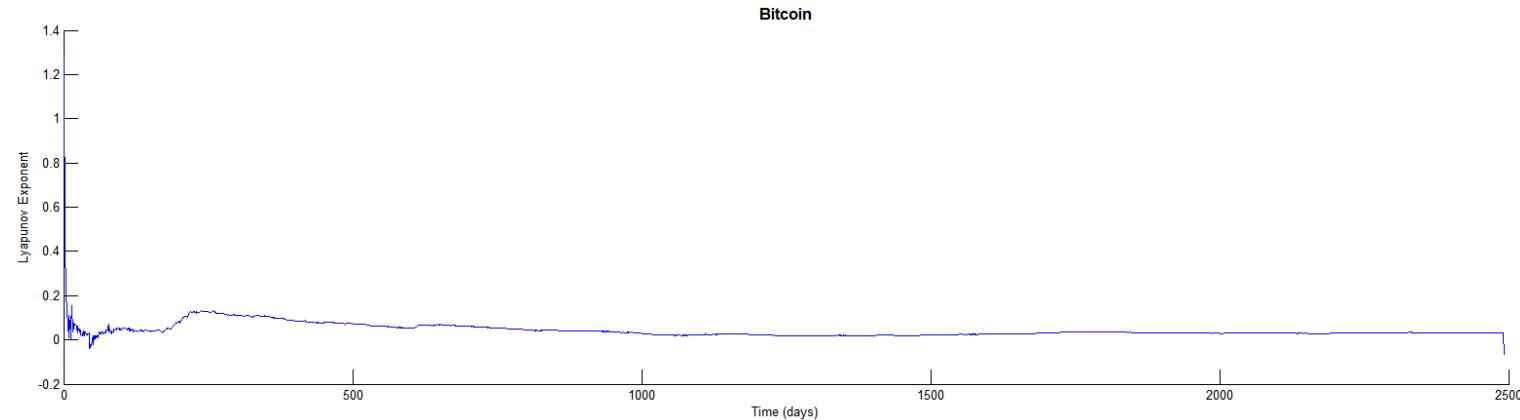
3.7.18. Anexo R – Teste BDS Aplicado às Taxas de Rendibilidade, Filtradas de Efeitos *ARCH/GARCH*, das Criptomoedas

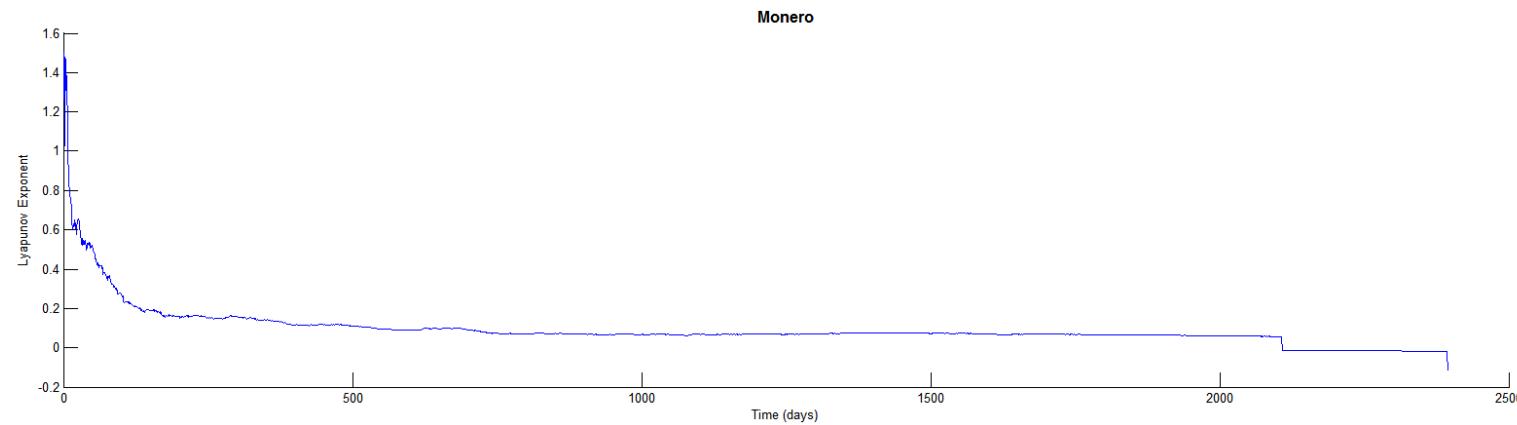
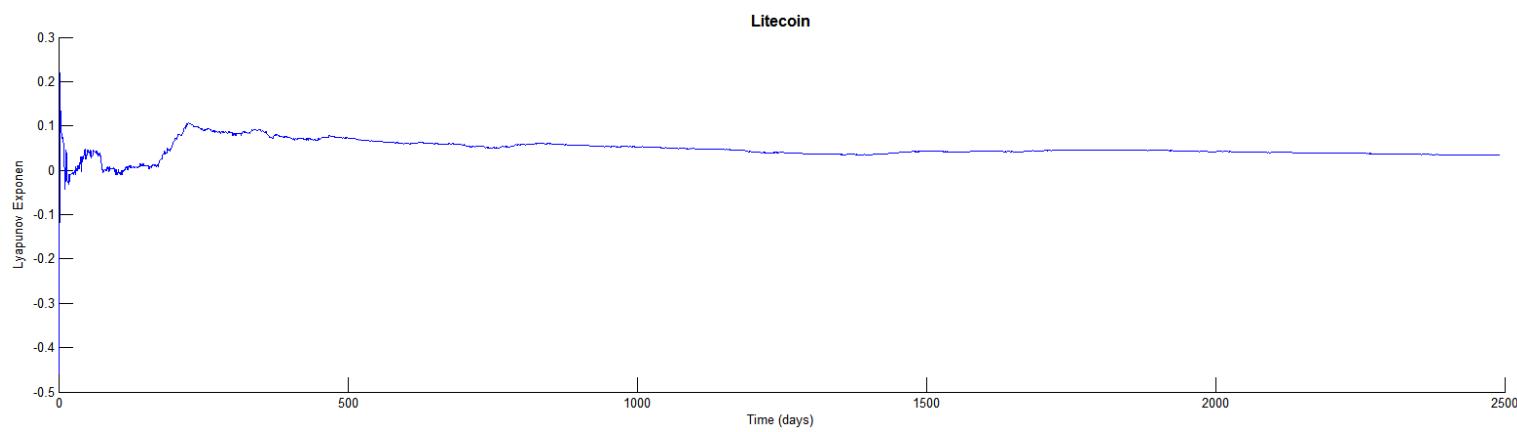
Cryptocurrency			Value	m																		
				2				3				4				5				6		
				BDS Statistic	z-Statistic	p-value																
1	Bitcoin	BTC	Standard deviations	0.0202	11.7434	0.0000	0.0250	15.5655	0.0000	0.0225	20.0703	0.0000	0.0181	26.4224	0.0000	0.0135	34.5342	0.0000				
2	Ethereum	ETH		0.0202	11.8194	0.0000	0.0203	13.8459	0.0000	0.0152	16.0924	0.0000	0.0100	18.8690	0.0000	0.0066	23.5925	0.0000				
3	Ripple	XRP		0.0383	19.1853	0.0000	0.0487	23.3152	0.0000	0.0449	27.3383	0.0000	0.0365	32.2588	0.0000	0.0282	39.0311	0.0000				
4	Bitcoin Cash	BCH		0.0208	8.4247	0.0000	0.0205	9.1871	0.0000	0.0152	10.0429	0.0000	0.0109	12.0264	0.0000	0.0071	14.2904	0.0000				
5	Bitcoin SV	BSV		0.0386	7.6646	0.0000	0.0583	9.8157	0.0000	0.0572	10.8778	0.0000	0.0512	12.5430	0.0000	0.0417	14.2049	0.0000				
6	Tether	USDT		0.1336	33.1144	0.0000	0.2122	39.7214	0.0000	0.2505	47.1098	0.0000	0.2628	56.6319	0.0000	0.2646	70.5492	0.0000				
7	Litecoin	LTC		0.0286	15.4171	0.0000	0.0361	19.3797	0.0000	0.0346	24.6563	0.0000	0.0290	31.1941	0.0000	0.0226	39.6693	0.0000				
8	EOS	EOS		0.0234	8.9167	0.0000	0.0253	10.4402	0.0000	0.0193	11.5347	0.0000	0.0133	13.0489	0.0000	0.0082	14.3264	0.0000				
9	Binance Coin	BNB		0.0170	7.4487	0.0000	0.0218	10.7375	0.0000	0.0176	12.8936	0.0000	0.0128	16.0529	0.0000	0.0087	19.9596	0.0000				
10	Tezos	XTZ		0.0166	8.3575	0.0000	0.0192	11.9019	0.0000	0.0141	14.2613	0.0000	0.0092	17.3344	0.0000	0.0058	21.9982	0.0000				
11	ChainLink	LINK		0.0100	5.8369	0.0000	0.0100	7.3310	0.0000	0.0069	8.4985	0.0000	0.0040	9.4566	0.0000	0.0023	10.9732	0.0000				
12	Cardano	ADA		0.0122	5.7374	0.0000	0.0153	8.1573	0.0000	0.0128	10.3120	0.0000	0.0094	13.1165	0.0000	0.0063	16.2986	0.0000				
13	Stellar	XLM		0.0271	16.6432	0.0000	0.0312	20.9784	0.0000	0.0256	25.0875	0.0000	0.0184	29.9982	0.0000	0.0124	36.4451	0.0000				
14	TRON	TRX		0.0207	8.4579	0.0000	0.0252	11.2862	0.0000	0.0207	13.5503	0.0000	0.0155	16.9916	0.0000	0.0109	21.4957	0.0000				
15	Monero	XMR		0.0130	9.8832	0.0000	0.0152	14.3071	0.0000	0.0116	17.8800	0.0000	0.0079	22.7762	0.0000	0.0049	28.5492	0.0000				
16	Huobi Token	HT		0.0187	7.4299	0.0000	0.0174	12.5336	0.0000	0.0174	12.5336	0.0000	0.0127	16.1667	0.0000	0.0084	20.4136	0.0000				

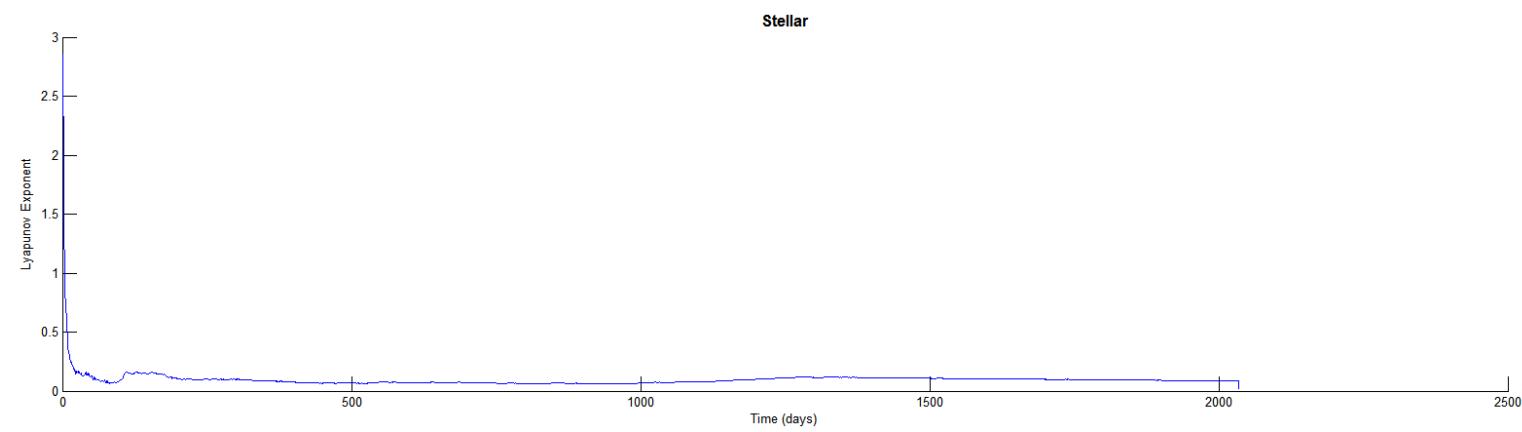
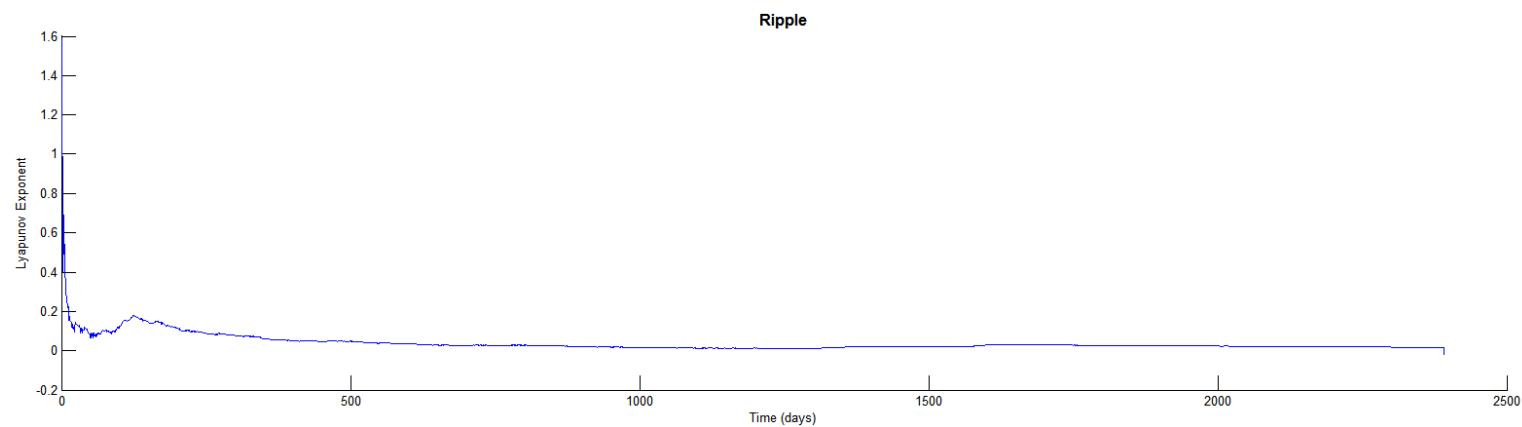
3.7.19. Anexo S – Informação Mútua (*I*) nas Séries de Rendibilidade, Filtradas de Efeitos *ARCH/GARCH*, das Criptomoedas

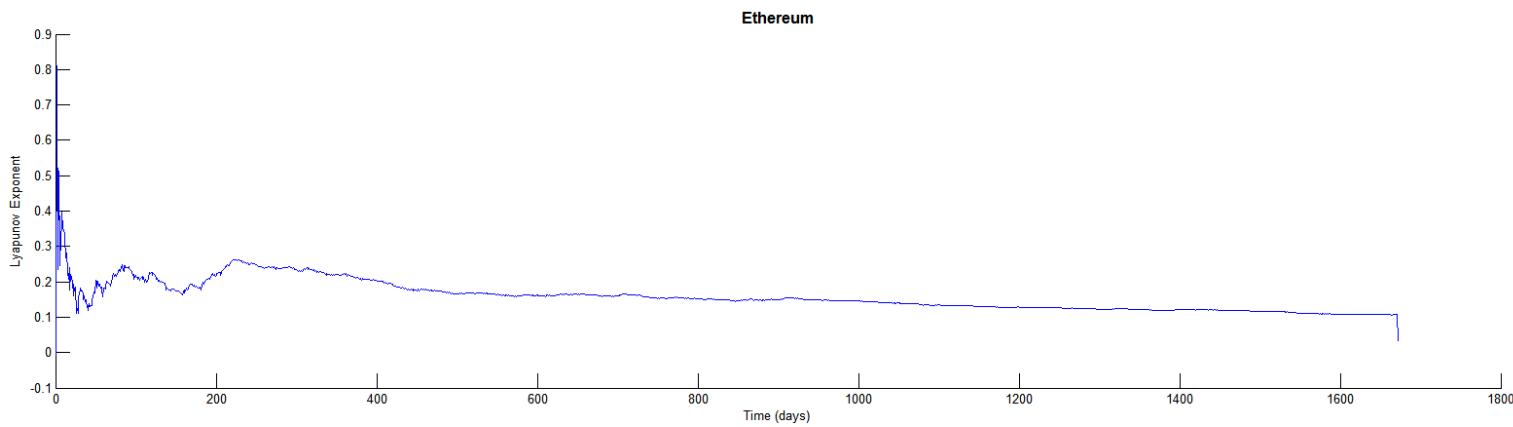
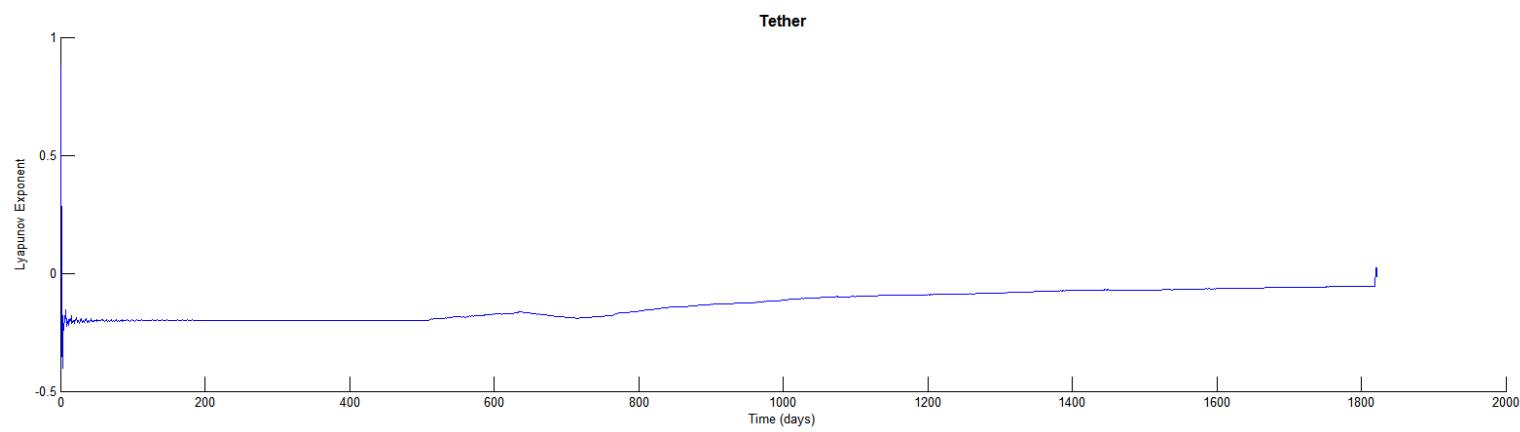
Lag	Cryptocurrency																	
	Tether	Litecoin	Bitcoin	Stellar	Ripple	Monero	Ethereum	Binance Coin	Huobi Token	TRON	Tezos	Bitcoin Cash	Cardano	EOS	Chain Link	Bitcoin SV		
1	1.7377 **	0.0569 **	0.0342 **	0.0757 **	0.0746 **	0.0225 **	0.0363 **	0.0117 *	0.0125 *	0.057 **	0.0382 **	0.0336 **	5.87E-06 **	0.0241 **	6.08E-04	0.0386 **		
2	1.3653 **	0.0366 **	0.0156 **	0.0195 **	0.0297 **	0.0185 **	0.0118 **	0.0055	0.0111 *	6.14E-04	0.0122 *	2.46E-04	0.0210	1.04E-04	0.0051	3.78E-04		
3	1.2861 **	0.0253 **	0.0215 **	0.0067 **	0.0312 **	4.80E-04	0.0095 **	0.0013	0.0078 *	0.0017	3.17E-04	4.06E-04	7.11E-04	0.0049	7.66E-05	0.0122 *		
4	1.2726 **	0.0260 **	0.0189 **	0.0148 **	0.0158 **	0.0081 **	0.0042 *	1.28E-04	1.08E-04	0.0134 *	0.0036	1.25E-04	0.0055	0.0103 *	0.0053	5.58E-05		
5	1.2354 **	0.0236 **	0.0185 **	0.0125 **	0.0042 **	0.0118 **	0.0058 *	0.0017	0.0014	5.17E-05	0.0058	5.59E-07	7.90E-05	3.59E-04	0.0027	0.0027		
6	1.2874 **	0.0246 **	0.0043 **	0.0126 **	0.0171 **	0.0108 **	0.0201 **	8.67E-04	0.007	0.0064	2.36E-05	0.0065	0.0079 *	0.0013	0.0019	0.0095 *		
7	1.2320 **	0.0228 **	0.0122 **	0.0007	0.0091 **	7.11E-05	0.0032	2.51E-04	0.0051	5.75E-06	0.0061	0.005	0.0114 *	4.78E-04	2.79E-04	3.78E-04		
8	1.2320 **	0.0119 **	0.0182 **	0.0155 **	0.0104 **	0.0025 *	0.0025	0.0046	1.51E-04	0.0013	6.55E-05	0.0017	6.28E-04	0.0146 **	7.75E-04	0.0014		
9	1.2918 **	0.0208 **	0.0156 **	0.0056 **	0.0188 **	5.01E-05	0.0031	8.67E-04	0.0014	0.0013	6.55E-05	7.64E-04	7.11E-04	0.006	5.70E-06	2.23E-06		
10	1.2358 **	0.0185 **	0.0086 **	0.0027 *	0.0035 **	7.11E-05	0.0062 *	6.20E-04	0.0015	0.0118 *	0.0032	0.0054	4.08E-04	0.0047	6.89E-04	5.03E-04		
11	1.1290 **	0.0126 **	0.0057 **	0.0032 *	0.0179 **	3.29E-05	0.0033	0.0012	5.57E-04	0.0063	0.0025	0.0012	0.0065	4.78E-04	0.005	6.46E-04		
12	1.0867 **	0.0151 **	0.0059 **	0.0076 **	0.0023 *	2.10E-04	0.0027	0.0068	4.72E-04	1.08E-04	1.28E-04	0.0054	0.002	0.005	1.58E-05	0.0038		
13	1.0865 **	0.0165 **	0.0092 **	0.0000	0.0000	3.19E-04	0.0051 *	5.13E-06	0.0065	1.84E-04	0.0059	6.07E-04	2.88E-04	0.0059	3.10E-05	2.01E-05		
14	1.0928 **	0.0164 **	0.0075 **	0.0002	0.0019	2.30E-04	0.0027	9.62E-05	7.22E-05	8.74E-04	0.0014	0.0051	5.87E-06	1.72E-04	2.28E-04	9.86E-04		
15	1.0282 **	0.0132 **	0.0143 **	0.0001	0.0019	9.21E-06	1.46E-05	2.79E-05	0.0018	0.0022	9.45E-04	1.61E-04	5.29E-05	0.0066	5.70E-06	1.81E-04		

3.7.20. Anexo T – Traçado Gráfico dos Exponentes de Lyapunov para as Taxas de Rendibilidade Filtradas (de linearidade e de volatilidade)

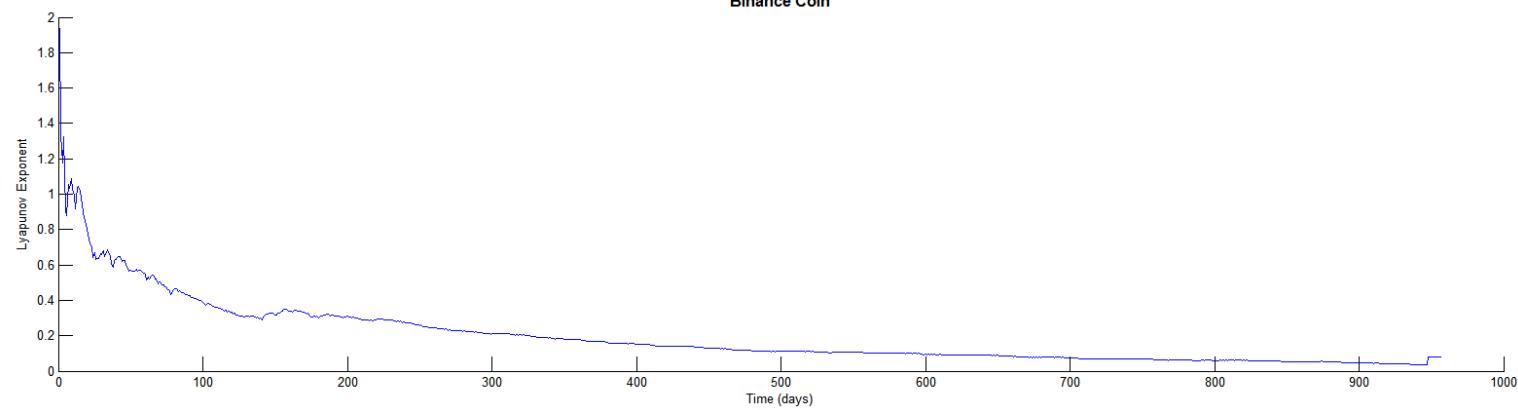




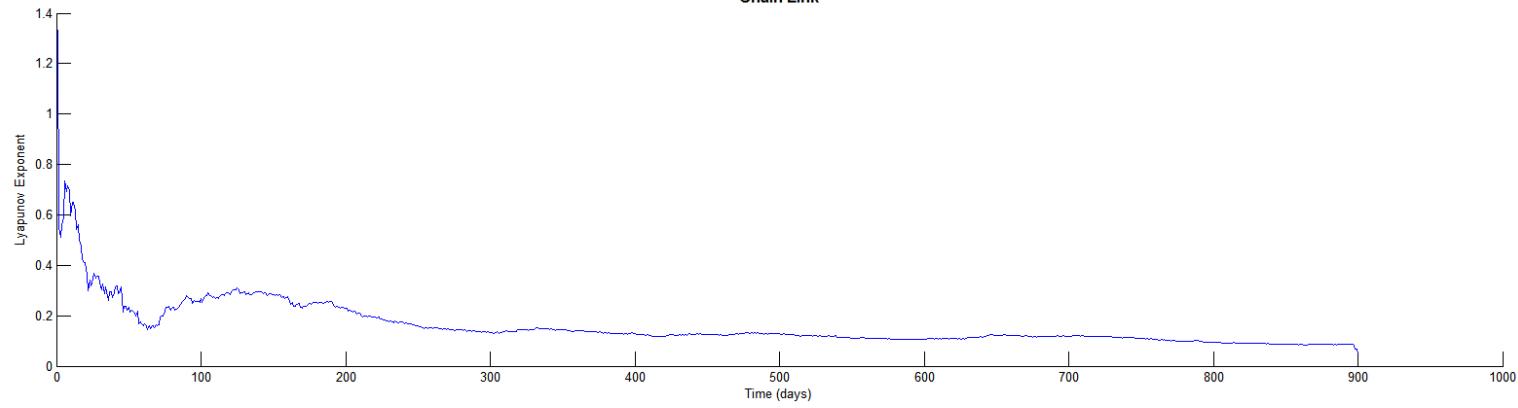




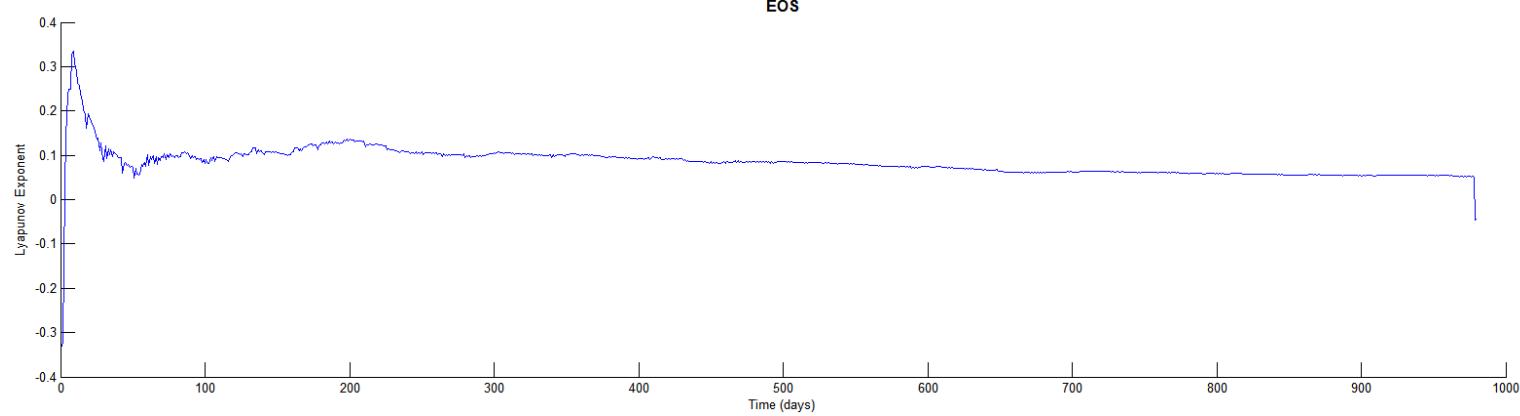
Binance Coin



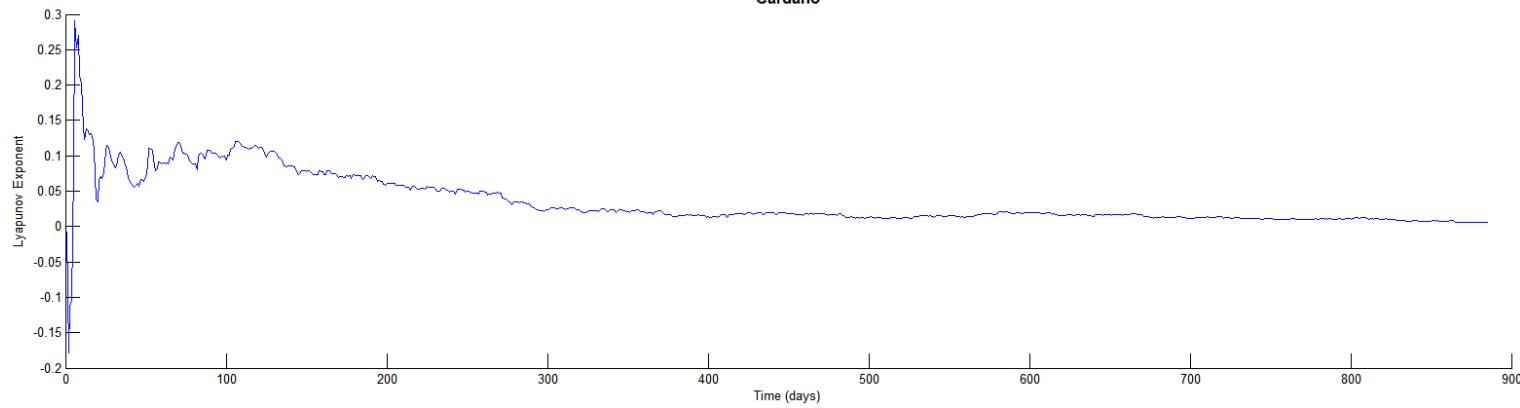
Chain Link

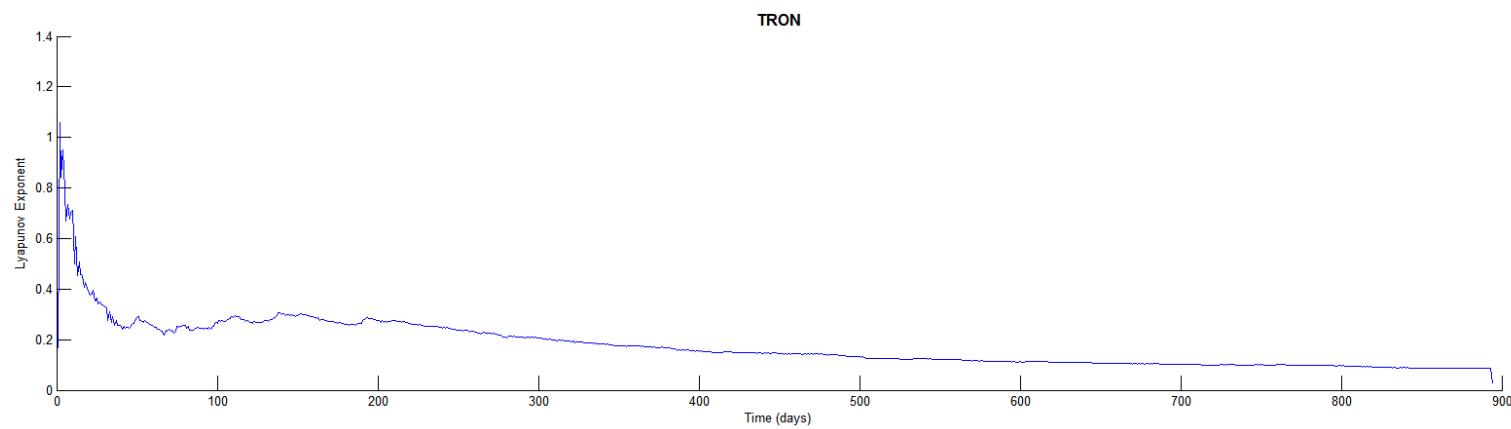
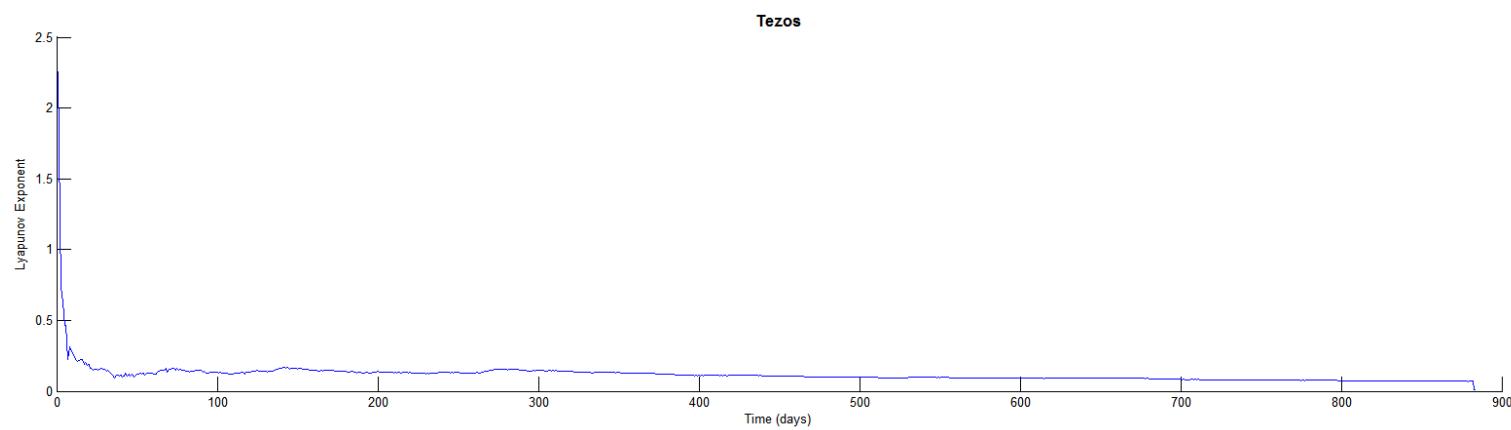


EOS

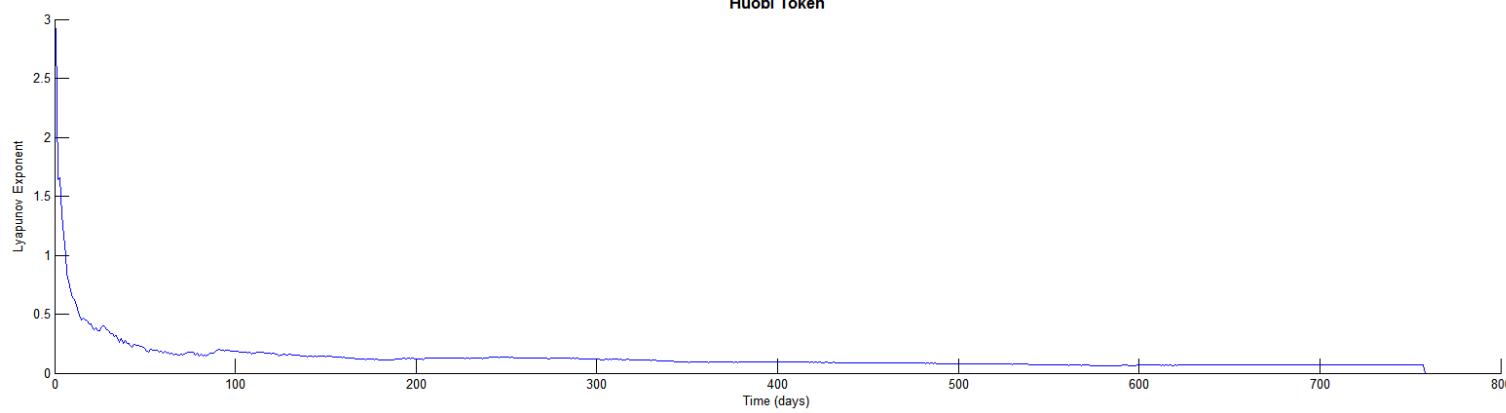


Cardano

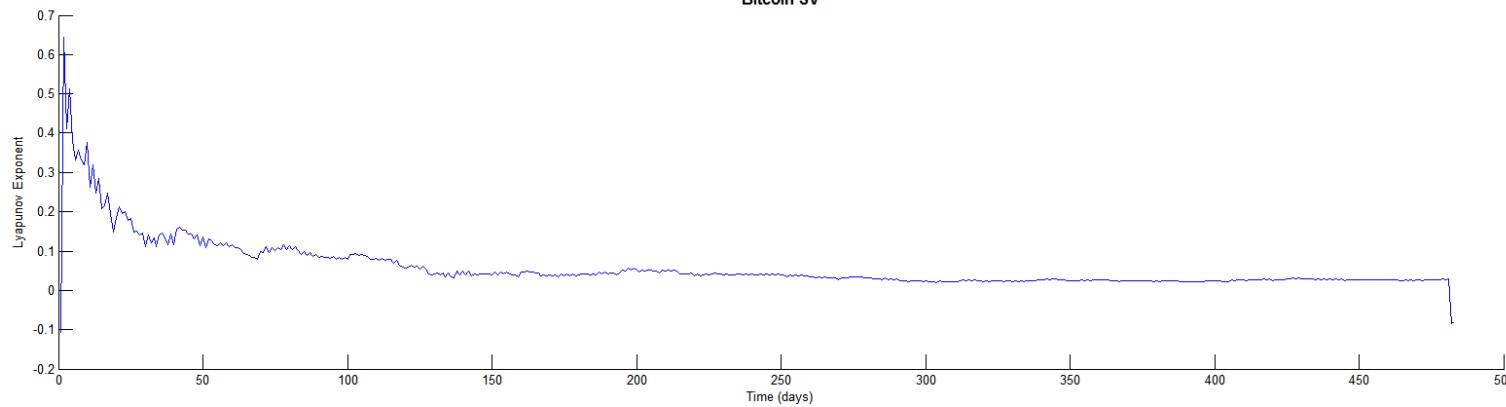




Huobi Token



Bitcoin SV



Capítulo 4 – Criptomoedas: Incerteza e Risco

“It's like a crapshoot in Las Vegas, except in Las Vegas the odds are with the house. As for the market, the odds are with you, because on average over the long run, the market has paid off.”

(Harry Markowitz)

Resumo

Algumas das características únicas das criptomoedas podem contribuir para que a estes ativos sejam associados maiores níveis de incerteza e risco, comparativamente com outros ativos financeiros. Esta evidência, bem como o facto das criptomoedas integrarem cada vez mais carteiras de investimento, evidencia e justifica a necessidade de uma avaliação em complementaridade, da incerteza (de uma forma global) e do risco associado ao seu investimento. Neste capítulo utiliza-se uma amostra de sete criptomoedas, analisando-se os seus níveis de incerteza e risco. A incerteza é avaliada, para cada uma das criptomoedas individualmente, pela entropia simbólica de Shannon. Por outro lado, o risco é avaliado através de duas medidas de cauda amplamente utilizadas para avaliar o risco de ativos financeiros, o *Value-at-risk* e o *Conditional Value-at-risk*. As distribuições das rendibilidades revelam média não negativa e próxima de zero para a maioria dos períodos analisados, elevada assimetria e leptocurtose. A períodos de maior incerteza não correspondem, necessariamente, períodos de maior risco associado ao investimento nestas criptomoedas. O investimento em criptomoedas revela elevado nível de incerteza associado, havendo períodos de incerteza máxima. Identificam-se criptomoedas com comportamento semelhante no que diz respeito à incerteza e ao risco associado às suas rendibilidades (Bitcoin e Litecoin; Ripple e Stellar). A Tether, apesar de revelar comportamento também semelhante no que diz respeito à incerteza e ao risco, é completamente distinto das demais criptomoedas. No período 2019/2020, marcado pelo início da pandemia COVID-19, houve um aumento da incerteza, mas uma redução do risco associado ao investimento nestes ativos, podendo indicar propriedades de *safe-haven* em períodos de crises de origem externa aos mercados financeiros. Considerando os binómios rendibilidade *vis-à-vis* incerteza e risco, identificam-se criptomoedas cujo investimento poderá proporcionar, para níveis mais elevados de incerteza e/ou de risco, rendibilidades mais elevadas. As evidências empíricas encontradas indicam possibilidade de diversificação entre as diferentes criptomoedas.

Palavras-Chave: *Conditional Value-at-risk*; Criptomoedas; Entropia; Incerteza; Risco; *Value-at-Risk*.

Classificação JEL: C10, C14, G10, G11, G12.

4.1. Introdução

Na última década assistiu-se a um rápido desenvolvimento dos mercados de criptomoedas. Embora as criptomoedas tenham sido criadas visando ser uma alternativa às moedas fiduciárias, rapidamente passaram a poder ser consideradas uma nova classe de ativos (Katsiampa, 2017; Corbet, Meegan, et al., 2018; Corbet et al., 2019) de elevada volatilidade, e com maior rendibilidade e riscos mais elevados (Ji, Bouri, Lau, et al., 2019; Chaim & Laurini, 2019), comparativamente com os ativos financeiros tradicionais. Dada a imprevisibilidade do seu comportamento, estes ativos têm sido alvo de valorização no mercado, negociação e têm atraído crescente atenção, entre outros, de investidores financeiros (Pradhan et al., 2021), levando a que estes ativos assumam, assim um papel cada vez mais relevante no mercado financeiro global (Gajardo et al., 2018). Para o rápido crescimento do mercado de criptomoedas, poderão ter contribuído não apenas a crise financeira de 2008 (Trucíos et al., 2020), a qual conduziu a um aumento da volatilidade (à semelhança do que aconteceu perante outras crises financeiras) e a uma mudança na percepção de risco dos investidores nos mercados financeiros globais (Soylu et al., 2020), mas também a incerteza política vivida, bem como os desenvolvimentos na tecnologia *blockchain*. Contudo, não houve apenas a proliferação de criptomoedas, verificou-se também um aumento na sua procura (Panagiotidis et al., 2020). A elevada volatilidade destes ativos, bem como o facto de o seu valor não se encontrar indexado a nenhum ativo tangível, constituem dois dos principais riscos a que se encontram expostos os investidores em criptomoedas (Soylu et al., 2020). Assim, num mundo onde a globalização e a liberalização financeira potenciaram o incremento da integração entre os mercados financeiros e eventual diminuição das oportunidades de diversificação (Mensi, Sensoy, et al., 2019), os investidores procuram nestes instrumentos financeiros alternativos não apenas oportunidades de diversificação, mas também vantagens em termos de cobertura de risco, remetendo de imediato para a questão da utilidade das criptomoedas em termos de gestão de carteiras, uma vez que o *trade-off* entre risco e rendibilidade está sempre presente.

Com alguma frequência, maior que a desejável, os conceitos de risco e incerteza são utilizados indistintamente como sinónimos. A ambos os conceitos está associado, de acordo com a distinção explícita em contexto económico preconizada por Knight (1921), um conhecimento imperfeito. No entanto, são na realidade conceitos distintos, justificando distingui-los. Assim, um primeiro objetivo deste estudo consiste em avaliar, de um modo geral, a incerteza no mercado de criptomoedas. Sendo a entropia uma medida mais geral da incerteza do que a variância ou o desvio padrão, atendendo a que pode estar relacionada com momentos de ordem

superior da distribuição (Dionísio et al., 2006) recorrer-se-á à entropia simbólica de Shannon para a avaliação da incerteza associada ao investimento nestes ativos.

Este estudo tem também como objetivo avaliar, numa perspetiva complementar a incerteza e o risco associado ao investimento em criptomoedas. Numa análise preliminar, utiliza-se uma das mais populares medidas de risco, o desvio-padrão. Trata-se de uma medida de cálculo fácil e simples, e que tem a capacidade de captar a probabilidade de ocorrência de eventos extremos (Bentes & Menezes, 2012). No entanto, trata-se de uma medida que é severamente afetada por valores extremos, fazendo com que não seja totalmente satisfatória para avaliar o risco destes ativos. Por outro lado, é vasta a literatura na qual o *Value-at-risk* (*VaR*) e o *Conditional Value-at-risk* (*CVaR*) são amplamente utilizados como medidas de risco financeiro (Rockafellar & Uryasev, 2002) inclusive na avaliação do risco no contexto das criptomoedas (Likitratcharoen et al., 2018; Trucíos et al., 2020; entre outros). Trata-se de duas das principais métricas de risco utilizadas na literatura no que diz respeito à avaliação e gestão do risco do setor financeiro e para reguladores. Assim, o risco avaliar-se-á com recurso ao *VaR* e ao *CVaR*.

Além dos riscos já referidos, os investidores em criptomoedas encontram-se expostos a outros riscos. Para Yousuf Javed et al. (2019) encontram-se expostos aos riscos de mercado (avaliado, entre muitos outros, por Fry e Cheah (2016), Chu et al. (2017), Ardia et al. (2019), Borri (2019)), liquidez (avaliado, entre outros, por Wei (2018)), operacional e financeiro (Syuhada & Hakim, 2020). Para Soylu et al. (2020) os dois principais riscos associados ao investimento neste tipo de ativos relacionam-se, com o seu valor (atendendo a que o mesmo não se encontra indexado a nenhum ativo tangível) e com a sua elevada volatilidade, a qual é, de acordo com Akyildirim et al. (2019), mais elevada durante períodos de maior turbulência nos mercados financeiros (onde o “medo” do investidor é elevado). Feng et al. (2018b) referem que as criptomoedas são bastante sensíveis às políticas governamentais direcionadas para este tipo de ativos, a eventos regulatórios, tecnológicos, de *hacking* e eventos de mercado. Por outro lado, Yao et al. (2020), num estudo pioneiro que procurou explorar os fatores que influenciam o risco não sistemático (idiossincrático) dos mercados de criptomoedas sob o ponto de vista da atenção do investidor, referem que este tipo de risco está intimamente relacionado com a qualidade da divulgação de informação, tendo encontrado evidência empírica de que a atenção do investidor pode restringir significativamente (mantendo-se, inclusive, no longo prazo) o referido risco, uma vez que aumenta a liquidez nestes mercados (validando, igualmente, o importante papel desempenhado pela liquidez na mitigação do risco idiosincrático). É assim evidente a vastidão de fatores com potencial capacidade para provocar alterações no valor destes ativos.

O mercado de criptomoedas parece exibir quedas repentinas e extremas de preços (Feng et al., 2018a), bem como oscilações abruptas (Chaim & Laurini, 2019), que se podem traduzir na

existência de possível *tail dependence* entre criptomoedas, a qual reduz (podendo mesmo impedir) o efeito da diversificação. Um aumento da correlação entre as várias criptomoedas, bem como um aumento da sua volatilidade, impede a mitigação de risco pelos investidores, e suprime a dinâmica do mercado (Ji, Bouri, Lau, et al., 2019). Assim, e embora na perspetiva de gestão de risco, seja importante a compreensão da(s) interconexão(ões) existente(s) no mercado de criptomoedas, fica reservado o capítulo seguinte para a avaliação da integração e do contágio entre criptomoedas. A elevada volatilidade destes ativos financeiros torna-as um investimento potencialmente arriscado, sendo por isso fundamental a estimativa de medidas de risco adequadas (Trucíos et al., 2020).

Havendo evidência de *fat tails* para o objeto de estudo, e tendo sempre presente que todas as medidas de risco têm potencialidades e limitações (conforme evidenciado no subcapítulo 4.2.), adotar-se-ão neste estudo como medidas de risco o *VaR*, paramétrico e empírico (para dois níveis de confiança diferentes), e o *CVaR* ou Expected Shortfall (*ES*). Contudo, faz-se notar que a questão da escolha de uma medida de risco adequada a cada tipo de ativos financeiros é uma questão em aberto.

No cerne da gestão de risco encontra-se a adequada estimativa das medidas de risco que podem melhorar não só as decisões de investimento, mas também as estratégias de negociação. A volatilidade das rendibilidades é uma questão fundamental na gestão de carteiras. Assim, a análise e compreensão do seu comportamento dinâmico é fulcral em termos de gestão do risco, bem como pelas implicações que possíveis desfasamentos no que diz respeito transmissão de volatilidade entre criptomoedas têm na (in)eficiência deste mercado. Justifica-se assim não apenas a pertinência da avaliação do risco sob diferentes perspetivas, como a complementaridade entre este capítulo e o anterior, com o consequente contributo para uma compreensão mais abrangente do comportamento do mercado de criptomoedas sob diferentes perspetivas da teoria financeira.

Além do referido, ao efetuar-se uma análise da dinâmica da volatilidade de várias criptomoedas, e não apenas na Bitcoin (BTC), as quais de acordo com Corbet, Lucey, et al. (2018) têm dinâmicas relativamente isoladas das demais, poderá oferecer aos investidores informação relevante relativamente a possíveis benefícios em termos de diversificação. Esta avaliação constitui uma das contribuições deste estudo. A avaliação complementar da incerteza e do risco de um conjunto de criptomoedas permitirá uma avaliação em maior profundidade do mercado de criptomoedas, a qual se revela cada vez mais pertinente atendendo à relevância crescente destes ativos em termos de composição de carteiras de investimento. Esta avaliação comparativa e complementar de incerteza e risco das criptomoedas, aplicando medidas adequadas ao comportamento complexo destes ativos, é de acordo com aquele que é nosso

conhecimento baseado na revisão de literatura efetuada, pioneira. Deste modo, considera-se a maior contribuição deste estudo.

Como principais resultados destaca-se o facto de a BTC e a LTC, bem como a XRP e a XLM, apresentarem comportamento semelhante no que diz respeito à incerteza e ao risco associado às suas rendibilidades. A USDT evidenciou ser a criptomoeda cujo investimento revela menor incerteza e risco (embora com rendibilidade nula), seguida da BTC. O investimento em criptomoedas tem associado um elevado nível de incerteza, tendo a ETH revelado a maior incerteza (até 2020) bem como a máxima perda possível. No ano de 2020 ocorreu uma redução do risco associado ao investimento nas criptomoedas da amostra, podendo indicar propriedades de *safe-haven* em períodos de crises de origem externa aos mercados financeiros. Considerando os binómios rendibilidade vs. incerteza e rendibilidade vs. risco, a aumentos de incerteza e de risco não está necessariamente associado um aumento da rendibilidade, exceto para a BTC e XRP considerado o primeiro binómio, e para a LTC considerando o segundo.

Este capítulo encontra-se organizado da seguinte forma: na Secção dois é efetuada uma revisão de literatura onde se apresentam estudos recentes no que diz respeito a análise e compreensão dos riscos associados ao investimento em criptomoedas, e justifica-se a escolha metodológica. Na Secção três apresentam-se os dados e a metodologia utilizada. Na Secção quatro apresentam-se e discutem-se os resultados da análise empírica realizada e, na Secção cinco apresentam-se as conclusões.

4.2. Revisão de Literatura

O valor das criptomoedas, à semelhança das moedas fiduciárias, não se encontra indexado a nenhum ativo financeiro tangível. Este facto tem contribuído para a falta de consenso no que concerne à definição do seu valor intrínseco, o qual está baseado na segurança de um algoritmo capaz de rastrear todas as transações. Este facto constitui, de acordo com Soylu et al. (2020), um dos principais riscos associados ao investimento neste tipo de ativos. O comportamento das criptomoedas é diferente do comportamento das moedas fiduciárias, onde as primeiras apresentam maior volatilidade em termos de rendibilidade e um risco mais elevado (Gkillas & Katsiampa, 2018), registando o preço destes ativos quedas repentinhas e extremas (Feng et al., 2018a), bem como oscilações abruptas (Chaim & Laurini, 2019).

Se por um lado a predictabilidade dos preços pode constituir uma evidência da ineficiência de um qualquer mercado, por outro lado, a predictabilidade da volatilidade pode ajudar a avaliar o risco desse mesmo mercado, contribuir para a diminuição da especulação e evitar a formação

de bolhas especulativas. No que concerne ao mercado de criptomoedas, e apesar deste parecer estar não só sujeito a um crescente interesse por parte dos investidores em termos de especulação (Baek & Elbeck, 2015; Tan et al., 2020; Baur et al., 2018), como também vulnerável a bolhas especulativas (Cheah & Fry, 2015; Fry, 2018; Agosto & Cafferata, 2020; Goodell & Goutte, 2021), existem outros fatores, tais como uma certa inconsistência regulatória, a cibercriminalidade, o impacto dos *media*, entre outros, que podem afetar também de forma adversa o nível de especulação no mercado de criptomoedas (Tan et al., 2020).

Os ciberataques em geral, bem como os direcionados para as criptomoedas, parecem afetar negativamente a probabilidade destes ativos permanecerem num regime de baixa volatilidade (Caporale et al., 2020). Atendendo ao referido, e dada a crescente importância e aceitação das criptomoedas como investimento, justifica-se a modelação da volatilidade dos seus preços para a tomada de decisões de investimento e de gestão de risco (Caporale & Zekokh, 2019). São disso exemplo os estudos realizados, embora considerando apenas a BTC, entre outros, por Katsiampa (2017), Bouri, Gil-Alana, et al. (2018) e Ardia et al. (2019). Há evidência de bolhas especulativas no mercado de BTC (Cheah & Fry, 2015; Fry & Cheah, 2016), bem como de uma forma mais geral no mercado de criptomoedas (Chen & Hafner, 2019). Assim, de modo que a modelação potencie a robustez da inferência, é necessário que a modelação da volatilidade dos preços, bem como a sua persistência, tenha em consideração as não linearidades e as quebras estruturais.

Desde o advento da avaliação probabilística de risco, este tem sido definido como o produto matemático entre a probabilidade de um acontecimento e alguma medida das suas consequências negativas. Por outro lado, na teoria económica o risco tem sido concebido como uma variância, ou seja, quanto maior for a variância de uma alternativa de investimento, então maior será o risco associado. A variância é assim identificada como uma medida de risco. No entanto, de acordo com Dionísio (2006), historicamente, a variância tem assumido também relevância enquanto medida de dispersão, incerteza e da avaliação do ajustamento de determinado modelo. Ou seja, a variância parece ser indistintamente utilizada para definir, por exemplo, risco e incerteza, justificando efetuar a distinção entre estes dois conceitos.

De acordo com Knight (1921), à definição de risco associa-se uma situação em que é do conhecimento do decisor, quer o espaço de potenciais resultados da decisão quer a probabilidade de ocorrência de cada um destes resultados. Ou seja, não se conhece com certeza qual o resultado da tomada de decisão, mas é conhecida a probabilidade de ocorrência (distribuição de probabilidade) de cada um dos potenciais resultados. Por outro lado, a incerteza corresponde a uma situação em que o decisor desconhece o espaço de possíveis resultados ou as probabilidades específicas associadas (desconhece a distribuição de probabilidades). Assim, ao risco pode associar-se o perigo, enquanto a incerteza pode ser entendida como uma

componente positiva ou negativa, que resulta de estados favoráveis embora imprevisíveis. Risco e incerteza diferenciam-se, principalmente, na capacidade de quantificar, a qual caracteriza o risco. Deste modo, ao conceito de risco está intrinsecamente associada a quantificação de perdas e ganhos. Ao entender-se que o risco envolve a dispersão de resultados possíveis em relação à sua média, tratar-se-á de um ganho relativo ou de uma perda relativa, consoante a dispersão seja positiva ou negativa.

Na tradicional teoria financeira, risco e incerteza são medidos, de acordo com o preconizado por Markowitz (1952) naquele que foi o trabalho seminal da teoria moderna da carteira (e pela qual foi laureado com o Prémio Nobel), pela variância (desvio padrão), ou, de acordo com Sharpe (1964) pelo beta (β) do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Além destes, e numa perspetiva diferente dos anteriores modelos, ou seja, medindo e quantificando o risco em termos de risco (ao invés de rendibilidade esperada) também o *VaR*, entre outros, tem sido utilizado enquanto medida de risco. No entanto, a variância, o desvio-padrão e o *VaR* paramétrico apenas constituem verdadeiras medidas de risco caso as taxas de rendibilidade sejam normalmente distribuídas, uma vez que são medidas de dispersão central (relativamente à média).

Dionísio et al. (2006) apontaram a entropia como uma medida de incerteza mais geral do que a variância ou desvio-padrão, uma vez que pode estar relacionada com momentos de ordem superior de uma distribuição, pode por isso ser mais adequada do que a variância ou volatilidade para estimar o *VaR* ou a *ES*.

Embora seja vasta a literatura que recorre à entropia para estimar medidas de risco para os ativos denominados “clássicos”, são raros os estudos que a utilizam para estimar medidas de risco no mercado de criptomoedas. Com recurso à entropia de Shannon, Lahmiri et al. (2018) quantificaram a aleatoriedade (incerteza) das séries analisadas, tendo encontrado evidência de elevada entropia para a maioria dos mercados analisados, a qual implica a existência de um baixo grau de “organização” nesses mercados. A entropia de Shannon tem sido utilizada como uma medida de incerteza, quer em termos de predictabilidade do *VaR* e do *CVaR* diário da BTC (Pele & Mazurencu-Marinescu-Pele, 2019; Takada et al., 2019; respetivamente). Os autores, ao invés de utilizarem a entropia da distribuição intra diária das rendibilidades da BTC logaritmizadas, definiram a entropia recorrendo à *symbolic time series analysis* (STSA), a qual transforma uma sequência de números reais numa sequência binária, tendo os primeiros mostrado a superioridade desta medida (comparativamente com os clássicos modelos *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity* (GARCH)), enquanto preditor do *VaR* diário. Os segundos, além de terem encontrado evidência de correlação positiva entre a entropia e a probabilidade de valores extremos nas séries de rendibilidades logaritmizadas,

mostraram que a entropia apresentava melhor desempenho, comparativamente com o *CVaR* histórico, em termos de predictabilidade do *CVaR* do dia seguinte.

A volatilidade, tópico chave e recorrente em finanças, refere-se neste contexto ao desvio-padrão condicional das rendibilidades dos ativos, descrevendo por isso a capacidade do preço se alterar. A volatilidade é, pois, um tópico fundamental para a tomada de decisão em diversas áreas, entre as quais a gestão do risco. Este tópico assume uma relevância ainda maior quando a incerteza domina, uma vez que alterações significativas na volatilidade das rendibilidades podem provocar significativos efeitos negativos em investidores avessos ao risco (Bentes & Menezes, 2012). No entanto, e tal como referido por Dionisio et al. (2006), embora a volatilidade possa ser considerada como uma medida de risco em finanças, em termos estatísticos é uma medida de incerteza. As medidas que são simétricas por natureza são aqui entendidas como medidas de incerteza, enquanto as “medidas de cauda” (que consideram certos resultados negativos, ou eventos extremos como *crashes*) se consideram medidas de risco. Assim, e embora a volatilidade possa não ser suficiente para medir o risco, uma adequada predictabilidade da volatilidade dos preços dos ativos durante o período de investimento constitui um bom ponto de partida para a avaliação de risco de um investimento (Ser-Huang & Granger, 2003; Zhang & Li, 2010), e pode servir como sinal de alerta prévio para a vulnerabilidade dos mercados/ativos financeiros.

Estimativas incorretas da volatilidade podem impactar significativamente nas decisões financeiras, onde o facto de se subestimar a volatilidade poderá conduzir a uma maior exposição ao risco, enquanto a sua sobreestimação pode significar perda de oportunidades. No entanto, como também não há um único tipo de volatilidade, nem de metodologia para a sua estimação, avaliar o risco através da estimativa da volatilidade assume-se uma questão complexa.

Vários dos estudos que têm procurado modelar a volatilidade fazem a comparação entre diferentes modelos e/ou avaliam o seu poder estimativo. A maioria destes modelos pode ser enquadrada em modelos de volatilidade histórica, estocástica ou implícita, sendo diversos os fatores que afetam a sua capacidade de modelação (tipo de ativo, análise *in* e *out-of-sample*, frequência dos dados, etc.). Contudo, nenhum dos modelos demonstrou uma capacidade absoluta e superior no que diz respeito à predictabilidade/estimativa da volatilidade de todas as classes de ativos, pelo que a sua capacidade de estimativa é relativa. Além disso, o recurso à volatilidade (variável latente) enquanto medida de risco pode parecer natural numa estrutura dinâmica. No entanto, a volatilidade não só não tem em consideração os sinais das diferenças relativamente à média, como também não satisfaz algumas propriedades de coerência (Francq & Zakoian, 2010), não sendo por isso uma medida de risco coerente (*vide* Anexo A) considerando

que “*A risk measure satisfying the four axioms of translation invariance, subadditivity, positive homogeneity, and monotonicity is called coherent*” (Artzner et al., 1999, p. 210).

A volatilidade, medida de risco expressa em termos relativos, não satisfaz os axiomas da invariância da translação ($\rho(X + \alpha r) = \rho(X) - \alpha, \forall X \in \mathcal{G}, \alpha \in \mathbb{R}$) nem o axioma da monotonicidade (se $X_1 \leq X_2$, então $\rho(X_2) \leq \rho(X_1), \forall X_1, X_2 \in \mathcal{G}$), sendo: i) X uma variável aleatória que descreve os resultados de um ativo de risco; ii) \mathcal{G} o conjunto todos os riscos, ou seja, o conjunto de todos os X_i ; $\rho(\cdot)$ uma medida de risco definida como um mapeamento de \mathcal{G} para \mathbb{R} , ou seja, $\rho: \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{R}$; iii) α , uma constante; iv) o preço inicial do ativo sem risco igual 1, e o mesmo é estritamente positivo e igual a r em qualquer estado da natureza na data T (vide Anexo A para maior detalhe). A não satisfação do primeiro axioma, uma vez que $\sigma_{X+\alpha r} = \sigma_X$, significa que a volatilidade não diminui quando um valor adicional é investido de forma prudente (no ativo sem risco). Ao mesmo tempo, como a volatilidade não tem em consideração os sinais das diferenças relativamente à média, “penaliza” de igual modo os investidores quer por grandes lucros quer por grandes perdas, não satisfazendo o axioma da monotonicidade.

No entanto, se para um investidor as flutuações forem percecionadas como arriscadas, e consequentemente o risco definido como o desvio das rendibilidades relativamente a uma rendibilidade esperada, então a volatilidade será realmente uma medida de risco adequada, conforme referido por Pedersen e Satchell (1998). Assim, a existência de *clusters* de volatilidade, evidência empírica frequente nos mercados financeiros (de que as criptomoedas não são exceção), tem implicações importantes em termos de avaliação do risco, bem como em termos de opções quanto à cobertura de risco. De acordo com Alexander (2008a), após um grande choque, há uma alteração na volatilidade, levando a que a probabilidade de ocorrência de outro grande choque aumente significativamente. Assim, é importante ter em consideração o referido quando se pretende medir o risco.

Das várias medidas de risco, o *VaR* é uma das medidas de risco financeiro mais comum, e amplamente utilizada pelas instituições financeiras (Nadarajah et al., 2014). Desde a crise financeira, a gestão de risco tem despertado interesse crescente para os investidores e a abordagem do *VaR* tem vindo a granjear uma aceitação mais ampla (Liu et al., 2020), apesar das várias opiniões críticas à sua utilização durante o período da crise financeira de 2008 (Degiannakis et al., 2012). O *VaR* diz respeito a uma possível perda (pior perda) numa carteira e num determinado horizonte temporal (horizonte de risco, h), com uma probabilidade relacionada com o nível de significância (α) assumido. O *VaR* assume que uma posição atual permanece estática no horizonte de risco escolhido, sendo apenas avaliada a incerteza sobre o valor dessa posição no final desse horizonte de risco. Correspondendo uma medida de risco natural à perda máxima possível, e uma vez que na maioria dos modelos o suporte para a

distribuição das perdas é ilimitado, então ter-se-ia uma perda máxima infinita. Assim, e para substituir esta perda máxima infinita, surgiu o conceito de *VaR*. Nele, uma perda máxima infinita é substituída por uma perda máxima que não é excedida por uma determinada (elevada) probabilidade. Genericamente, trata-se de uma “ferramenta de prognóstico”, em termos de análise de risco, que tem a capacidade de projetar os dados numa escala temporal. É utilizada de modo a impedir que sejam excedidas determinadas tolerâncias ao risco previamente definidas em termos de gestão de carteira, evidenciando a importância dos seus resultados quando se pretende minimizar a probabilidade de perdas extremas (Mensi et al., 2018).

Têm, no entanto, sido frequentes as críticas à utilização do *VaR* enquanto medida de risco pelo facto de não satisfazer, para qualquer distribuição das variações de preço, o axioma da subaditividade³⁶, podendo interpretar-se como uma não convexidade no que diz respeito à composição da carteira. Atendendo ao referido, o risco de uma carteira medido pelo *VaR* poderá ser superior à soma dos riscos de cada um dos ativos que compõem a carteira, e consequentemente a gestão do risco com recurso ao *VaR* não incentivaria a diversificação.

No entanto, apesar do *VaR* não satisfazer o axioma da subaditividade para a generalidade das distribuições, satisfaz o axioma da subaditividade para todas as distribuições log-côncavas, sendo destas um caso particular quando as rendibilidades dos ativos são normalmente distribuídas na área abaixo da média (Daníelsson et al., 2013). Além do referido, de acordo com Danielsson et al. (2005) a propriedade da subaditividade do *VaR* é também satisfeita na cauda (*tail*) da distribuição das rendibilidades, para ativos *fat tailed* e de média bem definida. A satisfação desta propriedade, e mais concretamente na referida região da distribuição, é fundamental pois esta é a região mais relevante em termos de gestão de risco uma vez que nela se encontram os eventos extremamente raros.

Chan et al. (2017) e Phillip et al. (2018), entre outros, encontraram evidência de distribuições *fat tailed* para as criptomoedas. Pretende-se analisar de forma isolada o risco de cada criptomoeda, ou seja, não considerando uma carteira composta pelas várias criptomoedas da amostra. Apesar da não subaditividade do *VaR* para uma distribuição inteira genérica, o facto de ser subaditivo na cauda da distribuição (*vide* Daníelsson et al. (2013) para a sua demonstração), zona da distribuição que se pretende analisar, justifica a sua adequabilidade enquanto medida de risco para o mercado de criptomoedas. Além disso, e de acordo com Daníelsson et al. (2013), embora exista um grande número de medidas de risco, o *VaR* continua

³⁶ O *VaR* resultante da fusão de duas carteiras não deve ser superior à soma dos seus *VaR*'s antes da fusão, ou seja, o *VaR* do todo não deve ser superior à soma do *VaR* das partes. *Vide* Artzner et al. (1999) e Daníelsson et al. (2013), para demonstração e exemplificação da não subaditividade do *VaR*.

a ser a medida de risco mais amplamente usada, uma vez que as suas vantagens práticas (ex.: menor requisito de dados, facilidade de *backtesting*, e até alguma facilidade de cálculo quando comparado com outras medidas de risco) superam as suas “deficiências” teóricas. Danielsson et al. (2005) concluem, explorando o potencial para violações da subaditividade do *VaR*, que em situações práticas, não há razão para escolher uma medida de risco mais complicada do que o *VaR*, apenas por razões de subaditividade.

Para a seleção do melhor modelo *VaR*, a definição de uma *loss function* (responsável por mapear a distância entre os valores reais e os previstos), é crucial. A *quantile loss function* proposta por González-Rivera et al. (2004) é uma das mais utilizadas para *backtesting* de previsões do *VaR* (Troster et al., 2019).

No entanto, embora o *VaR* seja a medida de risco utilizada de forma mais ampla é importante ter em consideração que outras medidas existem.

O *CVaR* ou *ES*, introduzido por Artzner et al. (1999), é uma outra medida de risco financeiro utilizada, e que está intimamente relacionada com o *VaR*, uma vez que nos diz qual é a perda esperada caso o limite do *VaR* tenha sido “violado”. Apesar de, e de acordo com Cont, Deguest e Scandolo (2010), o *CVaR* ser uma medida de risco coerente (contrariamente ao *VaR*, que apenas satisfaz todas as propriedades de medida coerente nas caudas da distribuição), o processo de medição de risco é menos robusto que o *VaR* estimado com recurso à simulação histórica, especialmente quando há alterações pequenas no conjunto de dados. Contudo, esta medida, além de permitir evitar algumas das críticas apontadas ao *VaR* é também mais sensível no que diz respeito à forma da distribuição de perdas condicional na cauda da distribuição. Esta medida permite, assim, obter informação sobre a perda esperada, quando ocorrem perdas muito elevadas. No entanto, apresenta também limitações. Entre elas, pode referir-se, a título de exemplo, o facto de ser necessária uma amostra de maior dimensão para obter o mesmo nível de precisão que a necessária quando se recorre ao *VaR* (Nadarajah et al., 2014), bem como o facto de, aparentemente, ser mais difícil a implementação de *backtesting*. Esta aparente dificuldade de *backtesting*, ou até mesmo a consideração de que o mesmo não é possível, está assente no facto de não se tratar de uma medida de risco *elicitable*³⁷ (Chen, 2014). Contudo, conforme referido por Costanzino e Curran (2015), embora seja verdade que se uma medida de risco tem uma estrutura *elicitable* permite um tipo particular de *backtesting*, através de uma função de *scoring*, a ausência de *elicability* não implica necessariamente que não permita *backtesting*. Acerbi e Szekely (2014) apresentaram, inclusive, um forte argumento de que a

³⁷ Vide Gneiting (2011) para uma definição de medida de risco *elicitable* e para demonstração que o *VaR* é uma medida de risco *elicitable*, contrariamente ao *CVaR*

elicability nada tem a ver com o teste do modelo (*backtesting*), mas apenas com a seleção do modelo. Atendendo ao número de observações, mais concretamente 2260, e não se objetivando fazer *backtesting* destas medidas, considera-se que o número de observações é suficiente, justificando-se também a adoção da *CVaR* enquanto medida de risco para o objeto em estudo.

As criptomoedas exibem, de acordo com Feng et al. (2018a), autocorrelação e não estacionariedade nas séries de rendibilidades (evidência que contradiz a encontrada por Trabelsi (2018), Khursheed et al. (2020), Chan et al. (2022), entre muitos outros) elevada volatilidade e elevado risco de dependência nas caudas (*tails*) da distribuição, medido pelo *VaR* e pela *ES*. Recorrendo a um método baseado na *Extreme Value Theory*³⁸ os autores encontraram, para a maioria dos pares de criptomoedas estudadas³⁹, dependência *left tail* estatisticamente significativa, embora a dependência *right tail* apenas tenha sido encontrada para alguns pares de criptomoedas⁴⁰. Estes resultados significam, por um lado, que se uma criptomoeda é afetada por eventos extremos adversos, as outras são expostas a quedas simultâneas de preços, levando a risco sistemático no mercado de criptomoedas. E, por outro lado, se uma das criptomoedas se valoriza significativamente, são poucas as restantes criptomoedas que experimentam valorização simultânea. Esta evidência conduz, inevitavelmente, a questionar se as criptomoedas isoladamente têm a capacidade para garantir suficiente diversificação.

A BTC, considerada principalmente um ativo financeiro ao invés de uma moeda (Dyhrberg, 2016), de mercado altamente especulativo, volátil e suscetível a bolhas especulativas (Cheah & Fry, 2015) tem sido, entre a diversidade de criptomoedas existentes, alvo de um maior número de estudos dedicados à análise de carteiras de investimentos compostas por estes ativos. Estas evidências têm conduzido a uma diversidade de estudos académicos que analisam a volatilidade dos preços das criptomoedas. Nestes estudos tem-se recorrido principalmente, atendendo à presença de memória de longo alcance/prazo e de volatilidade persistente, a modelos GARCH⁴¹ (Bariviera et al., 2017). Os modelos GARCH têm sido utilizados não só para descrever e modelar a volatilidade da BTC e de outras criptomoedas, mas também para estimar o *VaR* e a *ES* (Balciar et al. (2017)). Contudo, de acordo com Bauwens et al. (2014) os modelos GARCH padrão podem conduzir a resultados tendenciosos na presença de quebras estruturais. Assim, vários autores

³⁸ A qual, ao contrário da maioria dos métodos estatísticos que tem em consideração toda a distribuição, tem o seu foco apenas nas caudas da distribuição.

³⁹ Bitcoin, Ethereum, Ripple, Litecoin, Dash, NEM e Monero.

⁴⁰ As dependências de *left tail* e *right tail* correspondem a, correlação à esquerda (negativa) e correlação à direita (positiva), respetivamente.

⁴¹ A abordagem predominante em termos de modelação da volatilidade de ativos tradicionais tem recorrido a modelos da família GARCH (ex.: Narayan & Narayan (2007)), tendo estes modelos constituído a espinha dorsal no que à modelação de volatilidade de criptomoedas diz respeito.

têm recorrido a modelos GARCH assimétricos para modelar a volatilidade e melhor explicar os dados referentes a várias criptomoedas, não havendo contudo unanimidade quanto ao modelo que melhor se adequa à referida modelação (Chu et al., 2017; Katsiampa, 2017; Lahmiri et al., 2018; Ardia et al., 2019; Caporale & Zekokh, 2019; Maciel, 2020; Cheikh et al., 2020; Troster et al., 2019; entre outros). Estes modelos têm em consideração apenas o segundo momento da distribuição das séries de rendibilidade logaritmizadas. Contudo, a variância, enquanto medida de incerteza estatística (uma vez que a volatilidade é uma medida de risco financeiro), apenas consegue captar uma pequena fração do conteúdo informativo da distribuição das referidas séries, justificando a utilização de medidas de incerteza mais abrangentes, de que se pode destacar a entropia.

Vários estudos empíricos revelaram que os mercados podem não ser eficientes, dependendo das decisões menos racionais dos investidores sob incerteza. Se as decisões de investimento forem baseadas em informações de terceiros, e não nas informações do investidor, pode verificar-se no mercado *herding behaviour*. Trata-se de um comportamento irracional que provoca um aumento de volatilidade e instabilidade nos mercados financeiros, podendo inclusive agravar eventuais fragilidades do sistema financeiro, levar a um bolha ou a um *crash* (Kristoufek, 2013), levar a imprecisões no cálculo do preço dos ativos, podendo afetar as rendibilidades esperadas e consequentemente impactar na gestão do risco. Assim, o estudo do *herding behaviour*, avaliado por exemplo, para o mercado de criptomoedas por Bouri, Gupta, et al. (2019) é também importante para a compreensão de aspectos do comportamento das criptomoedas. Além de oferecer uma possível explicação comportamental para a elevada volatilidade e tendências de curto prazo das criptomoedas (com as consequentes implicações na compreensão do *trade-off* entre risco e rendibilidade, e também em termos de eficiência de mercado, uma vez que contribui para uma certa desestabilização do sistema financeiro), constitui uma possível explicação da ocorrência de *bubbles* e *crashes*, cuja presença foi já identificada no mercado de criptomoedas (Bouri, Gupta, et al., 2019).

A revisão da literatura acima revela: i) uma fragmentação em termos de evidências sobre a volatilidade dinâmica (variável no tempo) das rendibilidades das criptomoedas; ii) que a BTC tem sido o principal objeto de análise; iii) ausência de análise simultânea e complementar da incerteza e risco no mercado de criptomoedas. Assim, ao considerar uma amostra de criptomoedas mais vasta, e analisando de forma pioneira em complementaridade incerteza e risco no mercado de criptomoedas, aplicando medidas adequadas ao comportamento complexo deste ativos, é ampliada a literatura existente.

4.3. Dados e Métodos

4.3.1. Dados

De uma amostra inicial composta de 16 criptomoedas com capitalização de mercado superior a mil milhões de dólares à data de 07 de março de 2020 (de acordo com informação disponível em <https://coinmarketcap.com>), foram selecionadas sete criptomoedas (*vide* Tabela 4.1 para maior detalhe) para as quais havia cotação após 07 de Agosto de 2015 (inclusive), de modo obter ao mesmo tempo uma amostra suficientemente ampla e representativa do mercado de criptomoedas (representam 52,44% da capitalização de mercado total das criptomoedas), mas com um igual número de observações (2260). Embora todas as criptomoedas da amostra tenham capitalização de mercado superior a mil milhões de dólares, existem diferenças entre os respetivos níveis de capitalização de mercado. Atendendo ao referido, considera-se que a amostra é constituída por criptomoedas com maior capitalização de mercado (BTC, Ethereum (ETH) e Ripple (XRP)), com capitalização de mercado intermédia (Tether (USDT) e Litecoin (LTC)), bem como criptomoedas com menor nível de capitalização de mercado (Stellar (XLM) e Monero(XMR)). A capitalização de mercado é relevante, na medida em que maiores níveis de capitalização de mercado podem dificultar o poder do mercado, dando por isso maior solidez à avaliação estatística. Além do referido, procurou-se que a amostra abarcasse criptomoedas consideradas ativos financeiros puros (ex. BTC), criptomoedas que compartilham características de plataformas de serviços (ex. XRP), bem como criptomoedas consideradas *stable cryptocurrencies* (ex. USDT). Utilizou-se uma frequência diária de observações, com dados recolhidos até ao dia 13 de Outubro de 2021 (inclusive). Conforme anteriormente referido, uma das principais limitações do *VaR* histórico reside no número de observações disponíveis. De acordo com Alexander (2008a) os dados históricos devem ter frequência diária e devem abranger vários anos do passado de modo a melhor descrever a evolução do *VaR*, motivo pelo qual o número de criptomoedas da amostra se reduziu relativamente às utilizadas no capítulo anterior.

Para cada uma das séries calcularam-se, com base nos preços de fecho, as taxas de rendibilidade das criptomoedas. Estas foram obtidas de acordo com $r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)$, onde $r_{i,t}$ corresponde à taxa de rendibilidade da criptomoeda i no período t , $\ln(P_{i,t})$ e $\ln(P_{i,t-1})$, correspondem ao logaritmo natural do preço de fecho da criptomoeda i no período t e no período imediatamente anterior, $t - 1$, (desfasamento de 1 dia), respetivamente.

Tabela 4.1 – Caracterização da amostra

	Criptomoeda		Data Início	Data Fim	Observações	CM
1	Bitcoin	BTC				90804613601
2	Ethereum	ETH				12366138225
3	Ripple	XRP				6118533337
4	Tether	USDT	07/08/2015	13/10/2021	2260	4891126961
5	Litecoin	LTC				1988180694
6	Stellar	XLM				677492669
7	Monero	XMR				577030303

Notas: i. CM corresponde à capitalização de mercado de cada uma das criptomoedas em dólares americanos (USD's), à data de 12/03/2020.

4.3.2. Métodos

A um qualquer investidor interessa não apenas a rendibilidade esperada, mas também o risco assumido no investimento e a incerteza que tem acerca do mesmo. Considerando que:

“The only “risk” which leads to a profit is a unique uncertainty resulting from an exercise of ultimate responsibility which in its very nature cannot be insured nor capitalized nor salaried. Profit arises out of the inherent, absolute unpredictability of things, out of the sheer brute fact that the results of human activity cannot be anticipated and then only in so far as even a probability calculation in regard to them is impossible and meaningless.”

(Knight, 2002, pp. 310–311)

De acordo com Knight (1921), em contexto económico, quer a incerteza quer o risco estão associados a um conhecimento imperfeito da informação, sendo contudo diferentes. Enquanto numa situação de incerteza não se conhece objetivamente a distribuição de probabilidades associada aos possíveis resultados futuros, numa situação de risco, embora não se saiba com certeza qual o resultado de uma qualquer decisão, é conhecida a distribuição de probabilidade (conhece-se a probabilidade de ocorrência de cada um dos possíveis eventos resultantes de uma decisão tomada). À semelhança do exemplo de Knight (1921) do investimento em ações, também num investimento em criptomoedas o investidor está perante uma situação onde as experiências não podem ser repetidas com as mesmas condições, impossibilitando assim a determinação exata da distribuição de probabilidades que o investimento segue, importando por isso também a análise da incerteza deste investimento. Poder-se-ia efetuar esta análise recorrendo, entre outras medidas, à análise da variância (ou do desvio-padrão). Contudo, a análise da variância (ou do desvio-padrão) tem sido utilizada por alguns autores para avaliar a incerteza, enquanto por outros tem sido utilizada para avaliar o risco de um investimento. Assim, e uma vez que a entropia, revela ser uma medida de incerteza mais geral que as anteriores Dionísio et al. (2006), então a incerteza avalia-se com recurso à entropia. Devido à referida

dualidade de utilização da variância (ou do desvio-padrão) enquanto medida de incerteza e/ou de risco, efetuou-se a sua análise numa seção independe, 4.4.1..

Dionísio et al. (2006) compararam as propriedades teóricas e empíricas da entropia e da variância enquanto medidas de incerteza. Apesar de ambas serem medidas de dispersão, utilizam métricas diferentes. Enquanto a entropia mede a dispersão da densidade de probabilidade relativamente a uma função densidade de probabilidade padrão, a variância mede a distância das observações relativamente à média da própria distribuição de probabilidade. Os autores concluíram que a entropia é uma medida mais geral de incerteza do que a variância ou o desvio-padrão, onde o facto da entropia poder estar relacionada a momentos de ordem superior de uma distribuição (contrariamente à variância) justifica o referido. Além disso, a entropia de uma função de distribuição está fortemente relacionada às caudas da distribuição, sendo inclusive mais relevante no caso de *fat tails* ou com um momento de segunda ordem infinito (Pele et al., 2017). A entropia revela assim a sua superioridade (relativamente à variância) enquanto medida de incerteza, o que justifica a sua adoção neste estudo, em detrimento de outras. Assim, começar-se-á por apresentar a entropia da informação de Shannon, enquanto medida de incerteza.

A gestão de risco tem despertado, especialmente em situações de crises financeiras, interesse crescente para os investidores, sendo a abordagem do *VaR* uma das mais amplamente utilizadas (Oanea & Anghelache, 2015). Assim, adotaram-se neste estudo o *VaR* e o *CVaR* enquanto métricas de risco no mercado de criptomoedas, pelo que se descrevem brevemente as referidas métricas de risco.

Para todas as métricas estimadas, de risco e incerteza, consideraram-se períodos de um ano. O primeiro período teve início a 8 de Agosto de 2015 e término a 7 de Agosto de 2016, e assim sucessivamente para os restantes períodos, com exceção do último período que é menor (*vide* Tabela 4.2 para maior detalhe).

Tabela 4.2 – Detalhe dos períodos considerados

	Período	N.º de Rendibilidades
t_1	08-08-2015	07-08-2016
t_2	08-08-2016	07-08-2017
t_3	08-08-2017	07-08-2018
t_4	08-08-2018	07-08-2019
t_5	08-08-2019	07-08-2020
t_6	08-08-2020	07-08-2021
t_7	08-08-2021	13-10-2021
Total		2259

Nota: as datas encontram-se no formato dd-mm-aaaa.

Foi considerada a data início de 8 de Agosto de 2015, atendendo a que a primeira data de cotação disponível para todas as criptomoedas da amostra era 7 de Agosto de 2015.

4.3.2.1. *Entropia*

É vasta a literatura financeira que prova a utilidade de recorrer a conceitos oriundos da física para descrever e avaliar problemas económicos ou financeiros (Bowden, 2011; Gradojevic & Caric, 2016; Kitamura & Stutzer, 2002; Yang & Qiu, 2005), sendo a entropia um desses conceitos. Conforme inicialmente sugerido por Ebrahimi et al. (1999) e concluído por Dionísio et al. (2006), a entropia é uma medida de incerteza mais geral do que a variância ou desvio-padrão, uma vez que é responsável por momentos de ordem superior de uma função de distribuição de probabilidade (ao contrário da variância que apenas recorre ao segundo momento da distribuição). Assim, e conforme referido por Maasoumi e Racine (2002), quando não se conhece perfeitamente a distribuição de probabilidade empírica, a entropia constitui uma medida alternativa para a incerteza, predictabilidade e ajustamento, pelo que a sua correta estimativa representará a desordem e a incerteza de um mercado ou ativo financeiro.

Apesar da entropia não permitir obter conclusões quanto ao risco, permite concluir quanto à incerteza (a qual, de acordo com Bouri et al. (2019) potencia a ocorrência de *herding behaviour*), evidenciando quantitativamente a distinção entre os conceitos de risco e incerteza, conforme preconizado por Knight (1921). Enquanto o risco (medido pela variância ou pelo desvio-padrão) atingirá o seu máximo quando a correlação entre as variáveis é perfeita e tenderá a diminuir para as restantes situações, a incerteza (medida pela entropia) será mínima quando existe correlação perfeita entre variáveis, e tenderá a aumentar à medida que a correlação diminui. Assim, se a uma maior correlação (positiva ou negativa) se pode associar uma maior possibilidade de predictabilidade (menor incerteza), nenhuma minimização de risco ocorrerá pelo facto de existir correlação positiva perfeita.

A entropia, enquanto medida de incerteza, pode ser definida recorrendo a diferentes métricas baseadas no conteúdo informativo de uma variável aleatória discreta ou continua. Estas métricas são utilizadas em finanças (*vide* Zhou et al. (2013)), sendo contudo a entropia de informação de Shannon a mais comum, e que quantifica o valor esperado da informação contida numa distribuição discreta (Pele & Mazurencu-Marinescu, 2012).

De modo a definir a entropia da distribuição das rendibilidades diárias das criptomoedas, recorre-se à análise simbólica de séries temporais (*symbolic time series analysis* - STSA), a qual permite a obtenção de dados de baixa frequência, a partir de dados de alta frequência (Pele &

Mazurencu-Marinescu-Pele, 2019). A STSA é, igualmente, útil para detetar a própria dinâmica de séries temporais com elevado ruído, como é o caso das rendibilidades dos ativos (Risso, 2008). Assim, a aplicação da entropia recupera a informação nas séries temporais, detetando a formação de padrões de comportamento.

O problema da STSA reside no facto de não haver um modo formal para realizar a partição das séries temporais. Contudo, como no nosso caso concreto estamos interessados em combinações de rendibilidades positivas e negativas das criptomoedas, então o valor zero para efetuar a partição das séries das rendibilidades assume-se como adequado. Assim, emergem então dois estados: zero, para rendibilidades iguais ou superiores a esse valor, e um para rendibilidades negativas. Sendo $P_{i,t}$ o preço de fecho da criptomoeda i no dia t e a rendibilidade diária conforme anteriormente definida $\left(r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)\right)$, a representação simbólica da série temporal das rendibilidades diárias pode efetuar-se, pela transformação de uma sequência de números reais numa sequência binária. Ou seja, $r_{i,t} \xrightarrow{STSA} s_{i,t}$, onde:

$$s_{i,t} = \begin{cases} 1, & \text{se } r_{i,t} < 0 \\ 0, & \text{se } r_{i,t} \geq 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

A sequência binária obtida, é então uma sequência de zeros, que representam subidas de preços, e uns que representam descidas de preços.

A principal dificuldade em calcular a entropia para variáveis de distribuição contínua está relacionada com o facto de não serem conhecidas as funções densidade de probabilidade teórica, ou ainda que se tente inferir as probabilidades através das respetivas frequências relativas. Considerando a definição de entropia de Shannon (1948), a entropia simbólica anual das rendibilidades diárias das criptomoedas é definida como:

$$H_y = -(\pi_y \log_2(\pi_y) + (1 - \pi_y) \log_2(1 - \pi_y)) \quad (4.2)^{42}$$

Sendo, $\pi_y = p(s_{i,t} = 1)$ e $1 - \pi_y = p(s_{i,t} = 0)$, onde $t = 1, \dots, T$ dias.

A entropia é uma função côncava, pelo que atingirá o valor máximo (e igual a um quando a base do logaritmo é dois) quando o processo é completamente aleatório, ou seja, quando $p(s_{i,t} = 1) = \frac{1}{2}$, correspondendo a uma situação de incerteza máxima. Por outro lado, quando estamos perante um evento completamente certo (incerteza mínima), que ocorre quando

⁴² A escolha da base do logaritmo é arbitrária. No entanto, esta determina as unidades em que a entropia é expressa. Assim, para as bases 2, 10 e e , a entropia expressar-se-á em *bits*, *dits* e *nats*, respetivamente.

$p(s_{i,t} = 1) = 0$ ou quando $p(s_{i,t} = 1) = 1$, a entropia atingirá o seu valor mínimo, ou seja, zero.

4.3.2.2. Value-at-Risk (VaR)

O *VaR* é uma das medidas de risco mais utilizadas em finanças. Trata-se de uma medida de cálculo fácil, de ampla aplicabilidade e que permite medir o risco extremo de queda, o que pode refletir os movimentos extremos de preços no mercado de criptomoedas (Zhang et al., 2021). De acordo com Alexander (2008b) o *VaR* corresponde a uma perda, que quase com certeza, não será excedida se uma determinada posição (P) for mantida por um período de tempo. É, então, definido como a máxima perda possível, para um determinado nível de confiança, num determinado horizonte temporal definido. Atendendo ao referido, para que o *VaR* possa ser estimado, é necessária a definição de dois parâmetros: i) o nível de significância (α), ou o nível de confiança ($1 - \alpha$), sendo habitual que este último esteja compreendido entre 0.95 e 1; ii) o horizonte de risco (h) ao longo do qual o *VaR* é estimado, sendo habitualmente medido em dias de negociação. Assim, matematicamente o $100\alpha\%h - \text{dias VaR}$, corresponde à perda que não seria excedida com uma probabilidade α se a posição P_0 fosse mantida ao longo do horizonte temporal de risco de $h - \text{dias}$, ou seja $p(\Delta P_0 < -\text{VaR}) = \alpha$. Valores negativos do *VaR* correspondem a ganhos, enquanto valores positivos correspondem a perdas.

Além dos parâmetros referidos, é também necessário assumir uma distribuição de probabilidade, $F(\cdot)$, a qual pode ser empírica ou paramétrica. É precisamente na especificação/assunção da distribuição de probabilidade que reside a maior limitação para a implementação da análise *VaR*. Para avaliar o *VaR* recorre-se, habitualmente, à simulação histórica (método não paramétrico para predictabilidade de volatilidade incondicional), a qual supõe equiprobabilidade das rendibilidades para uma determinada janela temporal, e a métodos paramétricos (predictabilidade da volatilidade condicional), os quais se baseiam num modelo econométrico para a dinâmica de volatilidade e assumem, habitualmente, a normalidade condicional, sendo disso exemplo a maioria dos modelos da família GARCH. Para além destes métodos, Danielsson e De Vries (2000) apresentaram ainda um método semi-paramétrico (embora inadequado para percentis superiores a 5%, (Danielsson & De Vries, 2000)) para avaliação do *VaR* incondicional, no qual modelaram parametricamente os maiores riscos, enquanto que os menores riscos foram modelados por uma função de distribuição empírica, não paramétrica.

Quando se recorre à simulação histórica, significa que o histórico das rendibilidades dos ativos está a ser utilizado para o cálculo da *VaR*. Ou seja, as rendibilidades ao longo do horizonte

temporal h são “construídas” recorrendo ao histórico de preços dos ativos. Para o seu cálculo organizam-se/ordenam-se as rendibilidades pela sua dimensão (ordem de grandeza) e define-se α . De seguida, seleciona-se a observação (entre as n observações da amostra) que irá ser utilizada para o cálculo de VaR . Esta observação corresponde à observação após o primeiro $\alpha\%$ das rendibilidades. Uma vez efetuados estes procedimentos, é possível calcular o VaR :

$$VaR_\alpha(zero) = -P_0 r^* \quad (4.3)$$

sendo P_0 o valor inicial da posição de risco (que neste caso se assumiu o valor unitário) e r^* a rendibilidade de *cut-off* para a menor das $\alpha \times n$ rendibilidades. O VaR assim obtido é o $VaR(zero)$, ou absoluto, uma vez que mede a perda relativamente a zero (e não em relação ao valor esperado, ou média). Para horizontes temporais curtos, onde a média das rendibilidades é pequena e próxima de zero (como é o caso), o $VaR(zero)$ e o $VaR(média)$ fornecem resultados semelhantes (Jorion, 2003). Assim, estimar-se-á o $VaR(zero)$.

Trata-se de um modelo de implementação simples e que apresenta algumas vantagens. Uma vez que tem por base o histórico de preços, permite não só dependência não linear entre os ativos de uma carteira e os fatores de risco subjacentes (considerando X o risco de uma qualquer posição de risco que é influenciada por diversos fatores de risco subjacentes, Y_1, \dots, Y_n , podendo escrever-se $X = f(Y_1, \dots, Y_n)$), como também permite a presença de *fat tails* sem a necessidade de qualquer assunção de distribuições de probabilidade da rendibilidade dos ativos de uma carteira, não se correndo assim o risco de uma incorreta especificação do modelo. Este método apresenta, como todos os outros, também algumas desvantagens. Atendendo a que tem por base dados históricos, está limitado à existência de dados disponíveis em suficiência. Trata-se de um método que não consegue captar a dinâmica da volatilidade, e consequentemente pode conduzir a *clusters* onde o VaR é violado (Christoffersen, 1998). Além disso, pelo facto de atribuir igual peso a todas as observações passadas, considera que o futuro imediato é representado pelo passado (seja qual for a sua distância), o que pode levar a uma subestimação do risco com a consequente menos correta estimativa do VaR .

Contrariamente às limitações no que diz respeito ao tamanho da amostra a que o VaR histórico está sujeito, na sua forma mais básica o VaR paramétrico (assim denominado pois requer apenas que sejam estimados parâmetros, ao invés de ler simplesmente o quantil da distribuição empírica) requer apenas uma matriz de covariância. A volatilidade futura prevista de um ativo é uma função explícita quer das rendibilidades anteriores quer dos parâmetros do modelo, sendo por isso fundamental uma correta modelação da volatilidade. O VaR paramétrico pressupõe

que as rendibilidades seguem uma determinada distribuição paramétrica específica, a qual é muitas vezes considerada normal⁴³.

Assumindo a distribuição normal, então o *VaR(zero)* paramétrico é dado por:

$$VaR_{\alpha}(zero) = -P_0(\alpha\sigma + \mu) \quad (4.4)$$

onde os parâmetros μ e σ , média e desvio-padrão, respetivamente se encontram expressos numa base anual.

Uma das características mais subestimadas das distribuições dos ativos financeiros é a sua curtose. Uma distribuição diz-se leptocúrtica (excesso de curtose positiva) quando a sua função densidade tem um pico mais alto e as suas caudas contêm maior massa, em comparação com a função densidade normal (para a mesma variância). A leptocurtose é um dos factos estilizados das distribuições das rendibilidades dos ativos financeiros, bem como é também frequente uma distorção das distribuições das rendibilidades para ativos que apresentam assimetria negativa (Alexander, 2008b). As distribuições das rendibilidades das criptomoedas não seguem, à semelhança de muitos outros ativos financeiros, uma distribuição normal (*light tailed*). Seguem uma distribuição *fat tailed*. Então, as distribuições das rendibilidades das criptomoedas serão melhor modeladas através de uma distribuição *t – Student* (t_{ν}), com ν graus de liberdade⁴⁴, ao invés de com recurso a uma distribuição normal. Assim, ao estimar o *VaR* considerando que as rendibilidades seguem uma distribuição normal, conduzirá a uma subestimação do risco para α elevados, pois para α elevados $F_{\mathcal{N}}^{-1}(\alpha) \leq F_{t_{\nu}}^{-1}(\alpha)$, e consequentemente o valor de x para o qual se terá $F_{\mathcal{N}}(x) = \alpha$ será inferior ao valor de x para o qual se terá $F_{t_{\nu}}(x) = \alpha$, (Mandelbrot, 2003)).

O efeito da leptocurtose no *VaR* não é negligenciável. Para níveis de significância elevados (ex. $\alpha \leq 0.01$) obtém-se $VaR_{dist.\text{leptocúrtica}; \alpha \leq 0.01} > VaR_{dist.\text{norml}, \alpha \leq 0.01}$, o que significa que a distribuição normal subestima o *VaR*. Por outro lado, para níveis de significância inferiores esta situação pode alterar-se e $VaR_{dist.\text{leptocúrtica}; \alpha \leq 0.05} < VaR_{dist.\text{norml}, \alpha \leq 0.05}$, significando que a distribuição normal sobreestima o *VaR* (Alexander, 2008b). Assim, o nível de significância para o qual o *VaR* sob uma distribuição leptocúrtica é superior ao *VaR* sob uma distribuição normal depende do excesso de curtose (*vide* Alexander (2008b), para maior detalhe). Sendo as

⁴³ Caracterizada apenas pelos primeiros dois momentos da distribuição, média e variância, e que constitui a sua principal limitação.

⁴⁴ $\nu = n - 1$, onde n corresponde ao número de observações. O número de graus de liberdade, ν , é um indicador da espessura da cauda, o que quer dizer que se ν for muito elevado, então a distribuição *t – Student* aproxima-se da distribuição normal. Por outro lado, para ν finito, a distribuição *t – Student* é *fat tailed* comparativamente com a distribuição normal. Este facto permite que valores mais extremos sejam utilizados, atendendo a que tem em consideração o excesso de curtose e de assimetria.

distribuições $t - Student$ leptocúrticas, então caso as distribuições empíricas das rendibilidades revelem um excesso de curtose positivo, a distribuição $t - Student$ permitirá estimar o VaR de forma mais representativa do comportamento histórico das referidas rendibilidades.

Atendendo a que a distribuição $t - Student$ carece de apenas de um parâmetro adicional (v), face à distribuição normal, para expressar a função densidade de probabilidade, e permite um melhor ajustamento a distribuições empíricas *fat tailed*, estimar-se-á também o VaR paramétrico, assumindo a distribuição $t - Student$. O VaR assim estimado permite ter em consideração uma “correção” para a curtose da distribuição (para o caso concreto das criptomoedas em análise, permite ter em consideração a leptocurtose da distribuição). Assim, e para horizontes temporais superiores a 10 dias ou quando v é suficientemente grande (Alexander, 2008b), o VaR pode estimar-se como:

$$Student - t VaR_{v,\alpha}(zero) = -P_0(\sqrt{v^{-1}(v-2)}) t_v^{-1}(1-\alpha)\sigma + \mu \quad (4.5)$$

Sendo v os graus de liberdade⁴⁵ e $t_v^{-1}(\alpha)$ o quantil α da distribuição $t - Student$ (que se pode escrever conforme indicado em (4.5) atendendo a que os quantis ordinários da distribuição $t - Student$ satisfazem a condição $-t_v^{-1}(\alpha) = t_v^{-1}(1-\alpha)$).

Além da distribuição $t - Student$ outras podem ser utilizadas de modo a ter consideração outros parâmetros, como por exemplo a Generalizada do Erro (*Generalized Error Distribution – GED*).

4.3.2.3. Conditional Value-at-Risk ($CVaR$), Expected Tail Loss (ETL) ou Expected Shortfall (ES)⁴⁶

O $CVaR$, é uma outra medida de risco, a qual está intimamente associada ao VaR . O VaR , além de subaditivo nas caudas das distribuições, é uma medida de risco de cálculo fácil, ampla aplicabilidade e que permite medir o risco extremo de queda. No entanto, pode não ser suficiente para fornecer informação sobre o tamanho da perda que o excede. Por outro lado, o $CVaR$ (medida mais conservadora que o VaR) revela-se uma métrica de risco coerente e permite obter informações sobre o tamanho esperado de uma grande perda, as quais são de grande interesse para a gestão de risco. Assim, e de forma bastante intuitiva o $CVaR$ aborda a

⁴⁵ Os graus de liberdade da distribuição obtém-se resolvendo a equação $k = 6(v-4)^{-1}$ em ordem a v , e sendo k o excesso de curtose da distribuição empírica. Ou seja, $v = \frac{6}{k} + 4$.

⁴⁶ Assume esta designação quando é medida relativamente a uma *benchmark* (Alexander, 2008b).

questão: dado que teremos um dia mau, quão mau esperamos que ele seja? Ou seja, responde à questão: qual é a perda esperada quando estas excedem o *VaR*.

Assim, para uma variável aleatória X que representa uma perda, com $E(|X|) < \infty$, e sendo F_X a função distribuição de perda, de acordo com Alexander (2008b) o $CVaR_\alpha(X)$ para um determinado $\alpha \in (0; 1)$, definir-se-á como:

$$CVaR_\alpha(X) = -P_0 E[X|X < -VaR_\alpha] \quad (4.6)$$

Esta medida permite-nos não apenas estimar a perda de corte que acontecerá $x\%$ das vezes, mas também o tamanho médio dessa perda quando ele exceder o valor de corte.

Apesar do *CVaR* ser uma medida de risco coerente, apresenta aparentemente algumas limitações, de que se pode destacar o facto de não ser uma medida *elicitable*⁴⁷, contrariamente ao *VaR* (Gneiting, 2011). Este facto não só tem dificultado o uso da *CVaR* enquanto medida predictiva de risco, como pode ser uma explicação, ainda que parcial, para uma parca literatura sobre a avaliação das previsões obtidas com o *CVaR*, em oposição às previsões obtidas através do recurso ao *VaR* (Gneiting, 2011). Contudo, e de acordo com Acerbi e Szekely (2014), a não *elicability* de uma medida de risco não exclui a possibilidade de eficiente *backtest*⁴⁸, pelo que também foi adotada enquanto medida de risco para o objeto em estudo (apesar de neste estudo não ser efetuado qualquer tipo de *backtest* das medidas de risco adotadas).

4.4. Resultados

4.4.1. Resultados preliminares

Apresentam-se na Tabela 4.3 algumas estatísticas descritivas (média, desvio-padrão, curtose e assimetria) das séries das rendibilidades das criptomoedas. Avaliou-se a sua estacionariedade através teste Augmented Dickey–Fuller, com recurso ao software Stata SE15® 15, tendo-se as mesmas revelado estacionárias (rejeição da H_0 no referido teste).

⁴⁷ Quando o que está em causa é a obtenção da melhor estimativa pontual possível, é necessário efetuar várias escolhas quanto a modelos, métodos e parâmetros. Assim, é fulcral a capacidade de validação e comparação de procedimentos de estimativa concorrentes. Uma medida de risco diz-se *elicitable* se permite a referida validação e comparação. Vide Gneiting (2011) para uma definição de medida de risco *elicitable* e para demonstração que o *VaR* é uma medida de risco *elicitable*, contrariamente ao *CVaR*.

⁴⁸ Vide Acerbi e Szekely (2014) e Costanzino e Curran (2015) para detalhe dos testes utilizados para *backtest* da *CVaR*.

A análise da Tabela 4.3 indica que as criptomoedas apresentam média de rendibilidades positiva e próxima de zero para a maioria dos períodos analisados, significando que na generalidade as criptomoedas aumentaram o seu valor.

No entanto, é possível verificar que no período de t_5 a generalidade das criptomoedas (exceção ETH e XLM) apresentou rendibilidade média negativa, podendo esta refletir alguma instabilidade que se verificou nos mercados financeiros com o início da pandemia COVID-19. Estes mercados registaram uma maior volatilidade nos períodos t_2 e t_3 , sendo por isso expectável que estes períodos sejam períodos ao qual se associa um maior risco, dada a frequente associação entre volatilidade e risco.

No que diz respeito à assimetria, as criptomoedas revelaram períodos de assimetria positiva (distribuições com *long right tail*, significando maior probabilidade de grandes variações positivas nos preços, que de grandes variações negativas) alternados com períodos de assimetria negativa (significando uma maior probabilidade de ocorrência de acontecimentos extremos negativos), especialmente a partir do último quadrimestre de 2019. A BTC, a primeira criptomoeda a ser lançada e com maior capitalização de mercado, foi a única que apresentou assimetria negativa ao longo de todo o período analisado. As rendibilidades das criptomoedas evidenciaram, ao longo de todo o período analisado, elevados valores de curtose.

Assim, estamos na presença de distribuições leptocúrticas, o que indica a presença de *fat-tails*, constituindo um indicador de que a probabilidade de eventos extremos neste período é superior à ditada pela distribuição normal. Verificou-se, igualmente, um intensificar da leptocurtose das séries analisadas entre 2019 e 2020.

Conforme referido anteriormente, é frequente que a maiores níveis de volatilidade seja associado um maior risco (válido no pressuposto que as taxas de rendibilidade sejam normalmente distribuídas). Na teoria financeira, o desvio-padrão (σ) é vulgarmente utilizado para medir o risco e a incerteza. Ao investidor interessa não apenas a rendibilidade esperada, mas também o risco assumido no investimento e a incerteza que tem acerca do mesmo.

Tabela 4.3 – Estatísticas Descritivas das Rendibilidades

Criptomoeda Período	BTC				ETH				XRP				USDT				LTC				XLM				XMR				
	Est. Desc.	Média	Desv.-padr.	Curtose	Assimetria																								
		Média	Desv.-padr.	Curtose	Assimetria																								
t_1	0.0021	0.0324	8.1478	-0.9954	0.0037	0.1095	55.7676	-4.3573	-0.0008	0.0392	8.6502	1.3647	0.0000	0.0000	39.8160	-2.2803	-0.0003	0.0357	7.5704	-0.3116	-0.0007	0.0514	5.1586	0.9217	0.0026	0.0619	3.6733	0.3502	
t_2	0.0051	0.0357	6.1916	-0.0410	0.0099	0.0673	7.0218	1.3669	0.0098	0.0970	39.7127	3.3631	0.0000	0.0072	12.7282	0.1475	0.0074	0.0621	15.9106	2.4310	0.0075	0.1006	16.5463	2.5942	0.0097	0.0811	10.6655	2.0154	
t_3	0.0019	0.0517	2.2617	-0.0623	0.0009	0.0574	2.6579	-0.2936	0.0021	0.0838	12.8829	1.8047	0.0000	0.0079	12.3461	0.4981	0.0011	0.0720	6.9620	0.6624	0.0064	0.1004	6.7239	1.1823	0.0021	0.0751	2.6975	0.2480	
t_4	0.0016	0.0373	3.6743	-0.1559	-0.0014	0.0502	2.5965	-0.4071	-0.0005	0.0509	7.6885	1.1777	0.0000	0.0057	1.4470	0.1360	0.0008	0.0518	3.2326	0.5418	-0.0029	0.0472	2.1164	0.0582	-0.0003	0.0501	2.4050	-0.3511	
t_5	-0.0001	0.0403	49.2708	-3.7816	0.0014	0.0503	40.7387	-3.5042	-0.0002	0.0412	24.8958	-2.3456	0.0000	0.0068	15.5926	0.1184	-0.0013	0.0474	23.1362	-2.2304	0.0007	0.0485	16.3698	-1.0093	-0.0001	0.0472	32.8282	-3.1450	
t_6	0.0037	0.0403	2.1242	-0.1639	0.0058	0.0563	4.2358	-0.5622	0.0028	0.0861	9.5673	0.0279	0.0000	0.0017	75.6404	-3.5385	0.0027	0.0627	7.9882	-1.1750	0.0030	0.0755	11.9551	1.2866	0.0029	0.0626	17.6864	-1.4901	
t_7	0.0038	0.0372	1.3994	-0.3432	0.0020	0.0469	0.8544	-0.2065	0.0049	0.0626	2.0132	-0.0666	0.0000	0.0001	7.9432	0.5887	0.0020	0.0529	3.5610	-0.5790	0.0027	0.0584	2.9431	-0.9180	0.0002	0.0458	3.4543	-0.8862	

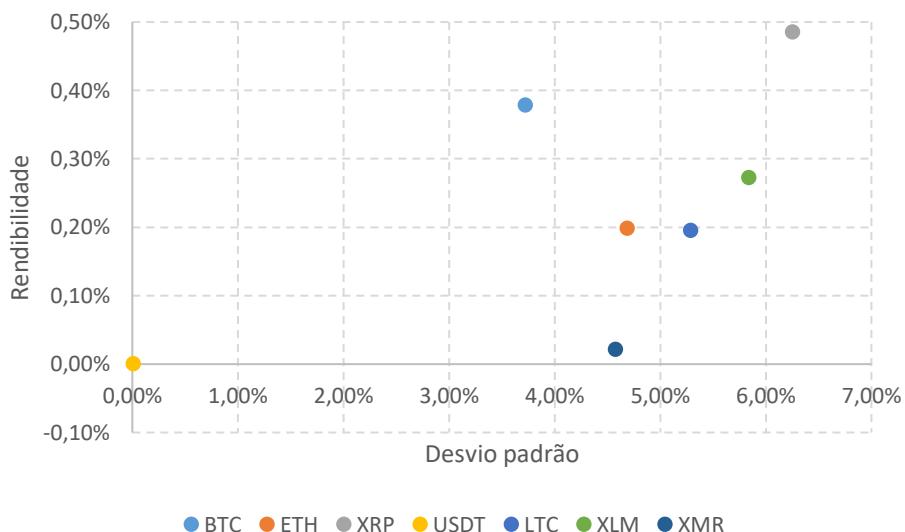
Nota: Desv.padr., corresponde ao desvio-padrão

Assim, efetuou-se uma análise preliminar entre a rendibilidade (dada pela rendibilidade média para cada um dos períodos analisados) e o risco (dado pelo desvio padrão), a qual se apresenta na Figura 4.1, a título de exemplo para o último período analisado, ou seja t_7 (vide Anexo B para os restantes períodos).

Estando contudo conscientes que a volatilidade pode não ser suficiente para medir o risco de um investimento, constitui, no entanto, um bom ponto de partida para a sua avaliação (Ser-Huang & Granger, 2003), pelo que se apresenta nesta seção dedicada aos resultados preliminares.

Da análise da Figura 4.1 é facilmente perceptível que a USDT, apesar de ser a criptomoeda à qual se associa um menor risco (próximo de 0,02%), apresenta rendibilidade nula, evidência igualmente encontrada para os restantes períodos analisados.

Figura 4.1 – Rendibilidade vs. Risco (σ) no período t_7 (08/08/2021 a 13/10/2021)



$$\text{Nota: rendibilidade} = \frac{\sum_{t=1}^{t=n} \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)}{n}$$

Se tivermos em consideração o modelo CAPM, proposto por Sharpe em 1964 e por Lintner em 1965, então no caso do investimento nesta criptomoeda o investidor não estará a ser compensado com o prémio de risco (diferença entre a taxa de rendibilidade oferecida por esta criptomoeda e a taxa de rendibilidade do ativo sem risco). Verifica-se para o período representado que, na generalidade, as criptomoedas com maior risco são aquelas que maior rendibilidade permitem ao investidor. No entanto, esta evidência não foi encontrada para todos os períodos em análise. No período marcado pelo início da pandemia COVID-19, por exemplo, quatro das sete criptomoedas avaliadas revelaram rendibilidades negativas embora com nível de risco associado elevado (BTC, XRP, LTC e XMR), não permitindo que seja estabelecida uma

fronteira de eficiência. Este mesmo período foi, contudo, entre todos os períodos analisados, aquele em que se verificou menor volatilidade para a generalidade das criptomoedas, mas simultaneamente, menores rendibilidades.

Considerando novamente o período representado na Figura 4.1, a BTC permitiu aos investidores uma maior rendibilidade com um nível de risco inferior. Esta evidência poderá indicar que numa carteira de investimento composta pelas criptomoedas avaliadas, na qual se pretende a maximização da rendibilidade com a minimização do risco, sejam consideradas diferentes ponderações para cada um destes ativos. Uma maior ponderação para a BTC poderá potenciar uma maior rendibilidade com um menor risco. As criptomoedas revelam possibilidade de diversificação entre elas.

4.4.2. Entropia: avaliação da incerteza

O desvio-padrão, é uma medida de dispersão em torno da média, pelo que apenas constituirá uma verdadeira medida de risco quando estamos na presença de uma distribuição normal. Aquando da existência de assimetria e *fat tails*, conforme evidência empírica revelada, este pode não ser perfeitamente adequado, conduzindo a uma quantificação insuficiente do risco subjacente e a uma avaliação errónea da incerteza (*vide*, por exemplo Soofi (1997), onde o autor ilustra que uma variável pode ser mais volátil que outra, mas ser menos difícil de prever que essa mesma outra variável).

Assim, de modo a avaliar quer a incerteza quer o risco associado ao investimento em criptomoedas, justifica-se que se estimem outras medidas de incerteza e de risco. No que diz respeito às medidas de incerteza, estima-se a entropia simbólica de Shannon, e no que concerne ao risco, o *VaR* e o *CVaR*, ambos consideradas medidas de risco confiáveis para fornecer parâmetros de otimização confiáveis para as rendibilidades das criptomoedas (Kajtazi & Moro, 2019).

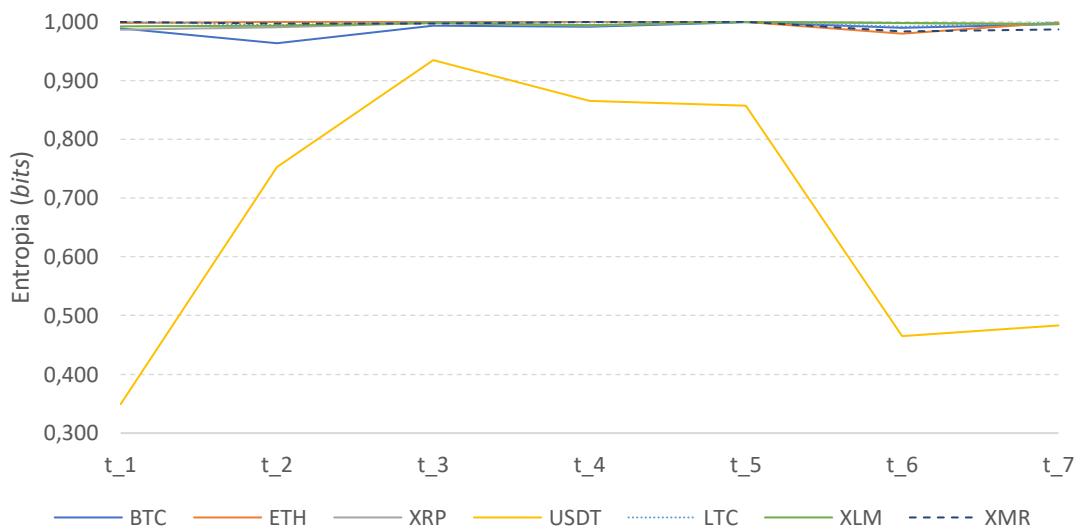
O investidor, além de se preocupar com rendibilidade esperada, preocupa-se também com o risco do investimento, bem como com a incerteza do mesmo. No entanto, e conforme anteriormente referido, risco e incerteza são conceitos distintos. Enquanto a incerteza se associa a maior ou menor dificuldade em prever eventos futuros, o risco permite uma avaliação de possíveis perdas ou ganhos futuros.

A análise da Figura 4.2 permite-nos verificar que as rendibilidades das criptomoedas analisadas apresentam níveis semelhantes de entropia, ou seja, de incerteza. A série das rendibilidades da USDT é a que apresenta menores valores de entropia (incerteza), sendo sempre inferior aos das

restantes criptomoedas. Na génese da USDT, cada unidade uma das suas unidades estará garantida na proporção de um para um pela unidade de moeda fiduciária correspondente, ou seja $1 \text{ USDT} = 1 \text{ USD}$, mantida em depósito legal pela Tether Limited (Griffin & Shams, 2018), podendo constituir uma possível justificação para a esta evidência empírica.

Com exceção da série das rendibilidades da USDT, as séries de rendibilidades das restantes criptomoedas da amostra revelaram valores de entropia semelhantes. Assim, procurou-se um maior detalhe da mesma (conforme visível na Figura 4.3), de modo a melhor compreender o comportamento das criptomoedas da amostra, no que concerne à incerteza. Os valores de entropia variaram entre 0.963 (para a BTC, e com referência ao período t_2) e 1.000, para várias criptomoedas. Para o período t_5 todas as criptomoedas registaram valores máximos de entropia, e próximos de um (valor máximo possível atendendo à base logarítmica escolhida), o que evidencia o elevado nível de incerteza associado ao investimento em criptomoedas.

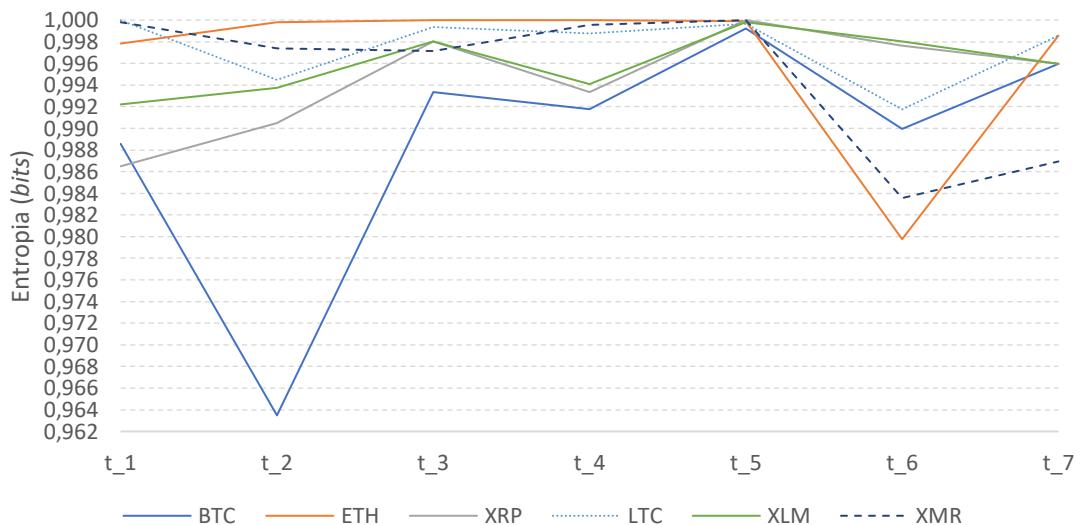
Figura 4.2 – Entropia simbólica para as rendibilidades das criptomoedas



A BTC foi a primeira criptomoeda e é aquela que apresenta um maior valor de capitalização de mercado, factos que podem justificar a menor incerteza associada às suas rendibilidades. Por outro lado, o início da pandemia de COVID-19 pode ser uma possível justificação para o valor mais elevado de entropia, e consequentemente de incerteza, registado por todas as criptomoedas da amostra no período t_5 , independentemente do seu nível de capitalização de mercado ou até mesmo da sua antiguidade. Tal como referido por Aslam et al. (2020), e embora se trate de uma crise de origem externa aos mercados financeiros, praticamente todos os mercados financeiros mundiais registaram perturbações significativas, e as criptomoedas evidenciam não ser uma exceção.

Apesar dos valores de entropia, bem como a sua evolução, serem semelhantes para todas as criptomoedas, é possível verificar que: i) quando se retira a USDT, a BTC revelou menor valor de entropia (incerteza) em todos os períodos considerados, com exceção dos dois últimos períodos; ii) a ETH, uma das criptomoedas com maior nível de incerteza até ao final do período t_5, revelou no período subsequente (t_6) ser a criptomoeda com menor incerteza nas rendibilidades; iii) a XRP e a XLM apresentam ao longo de todo o período analisado um comportamento semelhante, registando ambas aumento de incerteza no período t_2 (quando as restantes criptomoedas, com exceção da ETH, registaram uma diminuição da incerteza) e uma redução da incerteza no período t_7, subsequente a agosto de 2021, quando todas as restantes criptomoedas registaram um aumento da incerteza. Esta semelhança de comportamento pode refletir o facto de ambas as criptomoedas terem uma estrutura mais centralizada que a das restantes criptomoedas da amostra, tendo a XLM sido originalmente baseada no protocolo Ripple Labs (Hsieh et al., 2017). Além disso, ambas as criptomoedas são “não mineradas”, consequentemente com procedimentos de validação diferentes das criptomoedas “mineradas” (BTC, ETH, LTC e XMR) da amostra (Cagli, 2019).

Figura 4.3 – Entropia simbólica para as rendibilidades das criptomoedas, com exceção da USDT

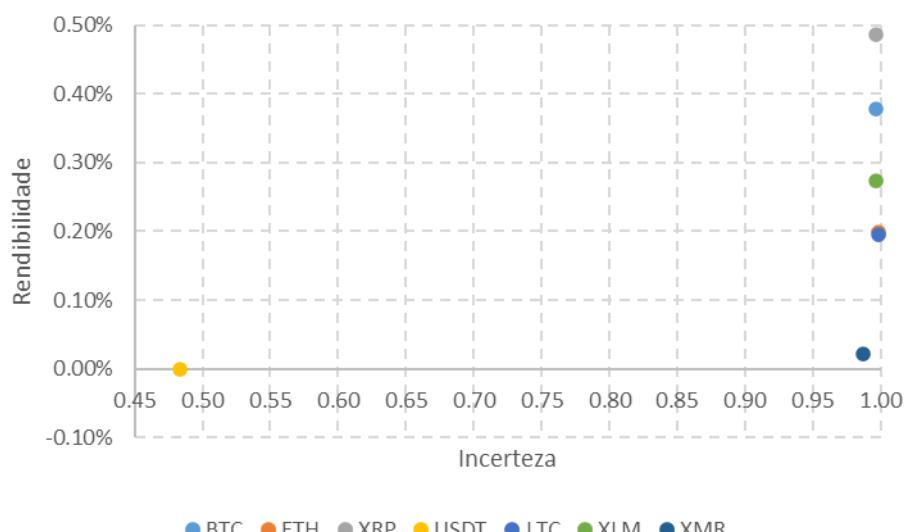


Pretendendo-se igualmente ter uma perspetiva da relação entre a rendibilidade e a incerteza associada ao investimento em criptomoedas, efetuou-se igualmente uma análise entre a rendibilidade e a entropia, a qual se apresenta, a título de exemplo, na Figura 4.4 para o período de t_7, e para os restantes períodos no Anexo C. Considerando todos os períodos analisados, a USDT evidenciou ser a criptomoedas com menor incerteza associada, contudo com rendibilidade média nula.

Os investidores procuram maiores rendibilidades com menor incerteza associada. Contudo, foi encontrada evidência que para a generalidade das criptomoedas, a um aumento de incerteza não está necessariamente associado um aumento de rendibilidade (A BTC e a XRP são a exceção ao referido), indicando que os investidores neste tipo de ativos não são avessos à incerteza. No período em que ocorreu o início da pandemia COVID-19, t_5, todas as criptomoedas da amostra (com exceção da USDT) registaram o valor máximo de entropia, contudo, apenas a XLM e a ETH registaram rendibilidades positivas (as quais no período imediatamente anterior eram inclusive negativas), indicando propriedades de *safe-haven* destas criptomoedas, em períodos de turbulência nos mercados financeiros.

Considerando apenas a Figura 4.4, e apenas como exemplo para a sua leitura, apesar da incerteza ser semelhante entre estas criptomoedas, é possível contudo identificar diferenças. Por exemplo, a XMR é a criptomoeda que evidencia menor incerteza associada (não considerando a USDT), e simultaneamente menor rendibilidade média. Apesar da XLM, BTC e XRP apresentaram igual nível de incerteza, as rendibilidades médias são distintas, significando que para um investidor nestes ativos, o investimento em XRP potencialmente proporcionará rendibilidade superior ao investimento em XLM. Embora a rendibilidade de qualquer carteira não corresponda à soma das rendibilidades dos ativos que a compõem (nem a incerteza da carteira corresponde à soma da incerteza associada a cada ativo de forma isolada), esta evidência pode, contudo, ser utilizada para a seleção destes ativos na constituição de carteiras.

Figura 4.4 – Rendibilidade vs. Incerteza no período t_7 (08/08/2021 a 13/10/2021)



Nota: rendibilidade = $\frac{\sum_{t=1}^n \ln\left(\frac{P_{t,t}}{P_{t,t-1}}\right)}{n}$, sendo $n = 67$.

4.4.3. *Value-at-risk (VaR)* e *Conditional Value-at-risk (CVaR)*: avaliação do risco

O *VaR* corresponde à máxima perda possível, para um determinado nível de confiança, num determinado horizonte temporal definido. Neste caso considerou-se o horizonte temporal de um ano. As criptomoedas são ativos de negociação contínua, pelo que todos os dias do ano foram considerados para estimar o *VaR*, pois todos eles correspondem a dias de negociação. Estimou-se o *VaR* para os níveis de confiança de 95% e 99%. Todos os valores de *VaR* obtidos são positivos, correspondendo por isso a perdas. O que significa que o investimento em criptomoedas tem sempre possibilidade de perdas associadas, no horizonte temporal considerado. Para estimar o *VaR*, além de necessário definir quer o nível de confiança (ou de significância), quer o horizonte temporal, torna-se ainda necessário assumir uma determinada distribuição de probabilidade, a qual pode ser empírica ou paramétrica.

Para estimar o *VaR* não paramétrico, e após ordenação das rendibilidades pela sua ordem de grandeza, para todos os períodos selecionados (com exceção do último), foram considerados os percentis 5% e 1%, para estimar respetivamente o *VaR*(95) e o *VaR*(99).

Atendendo ao horizonte temporal, sendo a média das rendibilidades pequena e próxima de zero, estimou-se o *VaR* absoluto, ou $VaR_\alpha(zero)$.

Considerando as vantagens associadas à estimação do *VaR* não paramétrico (identificadas em 4.3.2.2.), mas tendo igualmente em consideração as desvantagens associadas à sua estimação (identificadas, igualmente, em 4.3.2.2.), as quais podem conduzir a uma subestimação do risco com a consequente menos correta estimação do *VaR*, e de modo a conferir maior robustez às estimações efetuadas, estimou-se o *VaR* empírico (supõe equiprobabilidade das rendibilidades para uma determinada janela temporal), bem como o *VaR* paramétrico. Para estimar o *VaR* paramétrico assumiram-se duas distribuições de probabilidade: a distribuição normal e a distribuição $t - Student$. Utilizou-se a distribuição de probabilidade $t - Student$ de modo a ter em consideração a leptocurtose encontrada nas séries das rendibilidades das criptomoedas, minimizando-se assim possíveis subestimações do risco (especialmente para α elevados, como por exemplo quando $\alpha \leq 0.01$).

A análise da Figura 4.5 ii) e iii), e Figura 4.6 ii) e iii), revela-nos que o efeito da leptocurtose no *VaR* não é negligenciável. No primeiro caso (*VaR*(95)) é evidente a sobrestimação do *VaR* quando se recorre à distribuição normal, enquanto no segundo caso (*VaR*(99)) a distribuição normal subestima o *VaR*. Assim, a distribuição $t - Student$ evidencia ser a que permite estimar

o *VaR* de forma mais representativa do comportamento histórico das rendibilidades das criptomoedas da amostra.

Para ambos os níveis de confiança (ou de significância) considerados, e para o horizonte temporal considerado, a USDT revelou ser a criptomoeda com menor risco associado, sendo a perda máxima próxima de 2%. Esta evidência pode refletir o facto de, na génese desta criptomoeda, cada uma das suas unidades estar garantida na proporção de um para um pela unidade de moeda fiduciária correspondente, ou seja $1 \text{ USDT} = 1 \text{ USD}$.

As restantes criptomoedas apresentam um comportamento semelhante no que diz respeito à evolução da máxima perda possível, apesar de apresentarem níveis de risco diferentes.

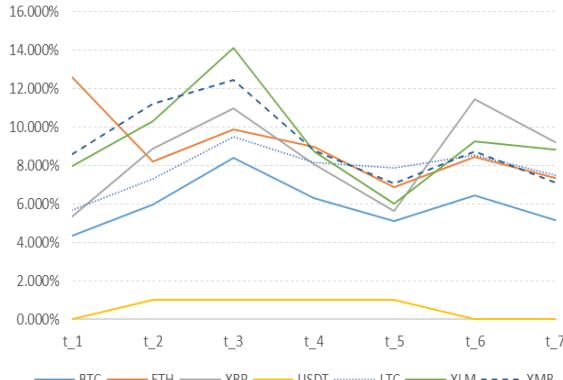
Para o nível de significância de 5%, com exceção da XRP e da ETH, a máxima perda possível verificou-se no período t_3 . O ano de 2017 e início de 2018 foi um período marcado por vários períodos de bolhas no mercado de criptomoedas (*vide* Enoksen et al. (2020)), constituindo uma possível justificação para a referida evidência empírica. No ano de 2017 a BTC registou uma das maiores valorizações, a que se seguiu um período de forte desvalorização. Sendo a BTC a mais antiga das criptomoedas e aquela que apresenta maior capitalização de mercado, um maior risco associado ao investimento nesta criptomoeda poderá significar também um maior risco associado ao investimento nas restantes *altcoins*.

A ETH evidenciou ser a criptomoeda com máxima perda possível, verificada no período t_1 . Esta criptomoeda foi lançada em final de julho de 2015, pelo que no período referido, seria a criptomoeda com menor histórico, o que poderá justificar a evidência empírica encontrada.

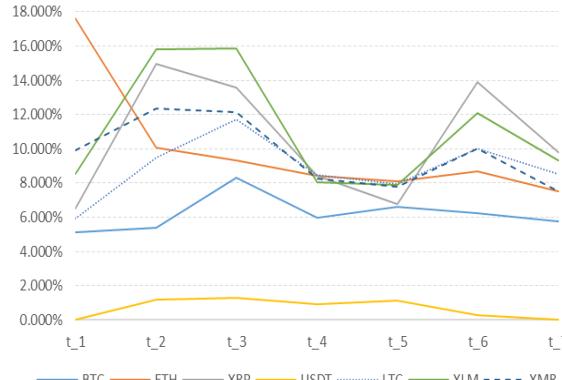
No ano de 2020, um ano marcado pelo início da pandemia de COVID-19, ocorreu uma redução do risco associado ao investimento na maioria das criptomoedas da amostra (redução do *VaR*), podendo esta evidência significar que estes ativos têm propriedades de *safe-haven* em períodos de crises de origem externa aos mercados financeiros. Excetua-se ao referido, a BTC, conclusão que está em linha com Conlon e McGee (2020), e a USDT, para as quais se verificou um aumento do risco.

A BTC evidenciou ser a criptomoeda com menor risco associado (com exceção da USDT). Para o nível de significância de 5%, o risco do investimento nesta criptomoeda, está compreendido entre 4,34% e 8,41% (considerando o *VaR* empírico), significando que um qualquer investidor neste ativo, tem 5% de hipóteses de perder entre 4,34% e 8,41% do valor investido, num horizonte temporal de um ano. Considerando a modelação paramétrica da volatilidade, e tendo em consideração a leptocurtose presente na série das rendibilidades desta criptomoeda, então a pior perda possível que qualquer investidor pode incorrer, num horizonte temporal de um ano, estará compreendida entre 5,04% e 8,219%.

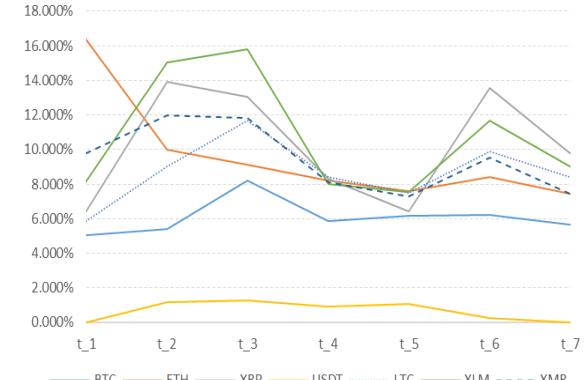
Figura 4.5 – Representação gráfica da evolução do $VaR(95)$ para as diferentes criptomoedas



i)



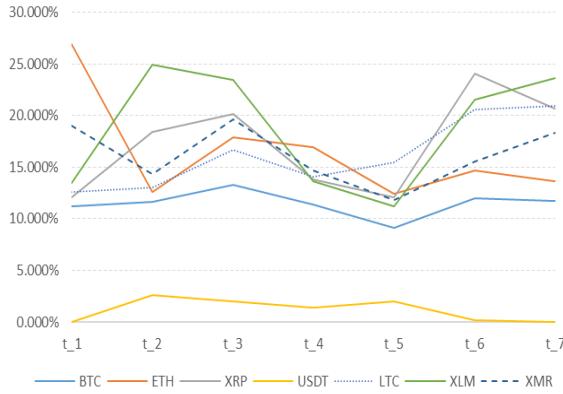
ii)



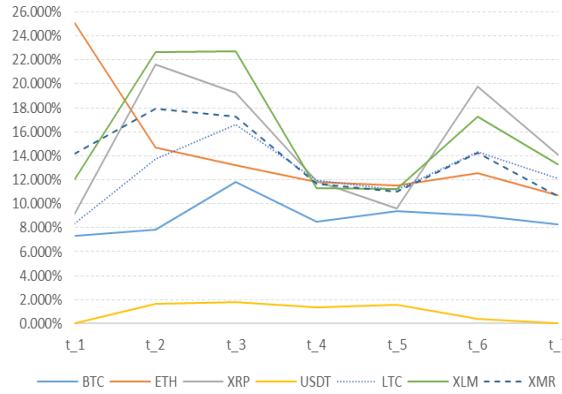
iii)

Notas: i) corresponde à representação gráfica da evolução do $VaR(95)$ não paramétrico; ii) e iii) correspondem, respetivamente, à representação gráfica da evolução do $VaR(95)$ paramétrico, assumindo a distribuição normal e t-Student.

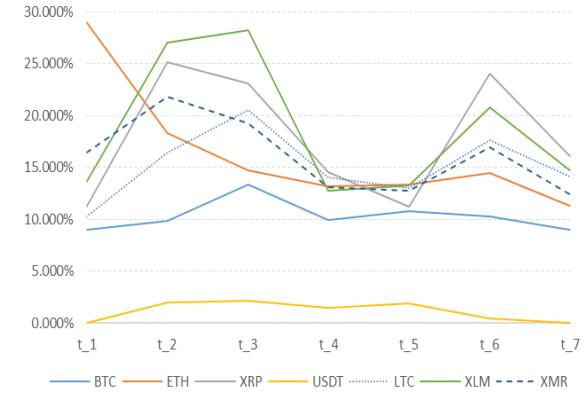
Figura 4.6 – Representação gráfica da evolução do $VaR(99)$ para as diferentes criptomoedas



i)



ii)



iii)

Notas: i) corresponde à representação gráfica da evolução do $VaR(99)$ não paramétrico; ii) e iii) correspondem, respetivamente, à representação gráfica da evolução do $VaR(99)$ paramétrico, assumindo a distribuição normal e t-Student.

Estimou-se igualmente o *VaR*, para o nível de significância de 1% (*VaR*(99)), sendo previsível (pelas propriedades da própria medida), para um mesmo horizonte temporal, a obtenção de valores de *VaR* superiores aos obtidos aquando da estimação do *VaR*(95), o que se verificou. Enquanto a máxima perda possível é próxima de 18% no caso do *VaR*(95) com uma distribuição normal (e para ETH), no caso do *VaR*(99) esta aproxima-se de 29% (considerando uma distribuição de probabilidade *t-Student*).

Contudo, a evidência em termos de evolução do *VaR*(99) é semelhante à verificada para *VaR*(95). Verificou-se, igualmente, que a ETH foi a criptomoeda que registou a máxima perda possível, a qual ocorreu no período t_1 . Também, neste caso, a BTC evidenciou ser a criptomoeda com menor risco associado (com exceção da USDT). Para o nível de significância de 1%, o risco do investimento nesta criptomoeda, está compreendido entre 9,31% e 13,32% (considerando o *VaR* empírico), significando que um qualquer investidor neste ativo, tem 1% de hipóteses de perder entre 9,31% e 13,32% do valor investido, num horizonte temporal de um ano.

Considerando a modelação paramétrica da volatilidade, e tendo em consideração a leptocurtose presente na série das rendibilidades desta criptomoeda (BTC), então a pior perda possível que qualquer investidor pode incorrer, num horizonte temporal de um ano, estará compreendida entre 9,02% e 13,41%.

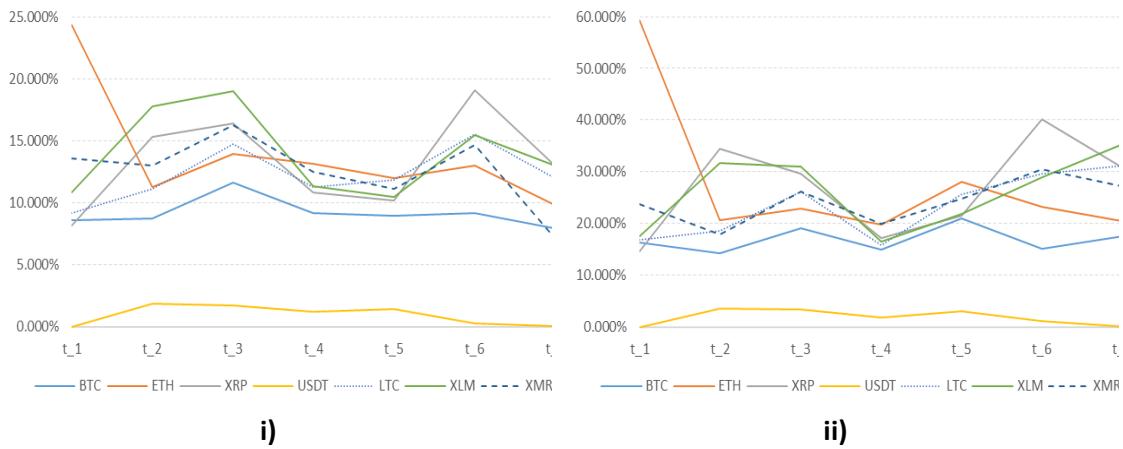
Contrariamente ao *VaR*, que não nos fornece informação sobre o tamanho da perda que o excede (quando os limites do *VaR* são violados), o *CVaR* permite obter informações sobre o tamanho médio esperado de uma grande perda, fornecendo assim informação útil para a gestão de risco. Ou seja, o *CVaR*(95) e o *CVaR*(99), permitem quantificar a perda média esperada nas piores 5% e 1% das rendibilidades, respetivamente. Da análise da Figura 4.7, facilmente se verifica que para estes ativos é possível a ocorrência de perdas médias esperadas elevadas, quando estas excedem o limite do *VaR* (perdas que se situam na cauda da distribuição). No caso do *CVaR*(95) esta diferença não é tão expressiva quando comparamos os seus valores com os do *VaR*(95). No entanto, quanto mais avançamos em direção ao limite da cauda da distribuição, esta diferença acentua-se de forma bastante expressiva, duplicando praticamente, quando comparamos os valores do *VaR*(99) com os valores de *CVaR*(99).

Assim, nas piores 5% (*CVaR*(95)) e 1% (*CVaR*(99)) das rendibilidades, a USDT é a criptomoeda que apresenta a menor perda média esperada, ou seja, o menor risco. Esta evidência está em linha com a evidência encontrada aquando da estimação do *VaR*. Assim, a pior perda média esperada é 1,88% e 3,65%, nas piores 5% e 1% das rendibilidades. Estes valores máximos verificaram-se no período de t_2 .

Quando consideramos as restantes criptomoedas da amostra, além da USDT, a BTC evidencia novamente ser a criptomoeda com menor risco associado. À semelhança dos resultados obtidos para o *VaR*, também o *CVaR* revela para a ETH uma maior perda média esperada no período de t_{-1} .

É também curioso verificar que para o *CVaR(99)* a XRP, LTC, XLM e XMR registaram um aumento do risco no período t_{-6} , enquanto as criptomoedas BTC e ETH (as duas criptomoedas da amostra com maior valor de capitalização de mercado) e a USDT evidenciaram uma redução do risco no referido período.

Figura 4.7 – Representação gráfica da evolução do *CVaR(95)* e *CVaR(99)*, para as diferentes criptomoedas.



Notas: i) e ii) correspondem, respetivamente, à representação gráfica da evolução do *CVaR(95)* e *CVaR(99)*.

O investidor procura, habitualmente, além de maiores rendibilidades com menor incerteza associada, maiores rendibilidades com menor risco associado. Assim, efetuou-se, igualmente, uma análise entre a rendibilidade e o risco, a qual se apresenta na Figura 4.8 para o período t_{-7} , e para os restantes períodos nos Anexo D e Anexo E. Nesta análise o risco é representado pelo $t - Student VaR(95)$ (Figura 4.8 i) e Anexo D) e pelo *CVaR(95)* (Figura 4.8 ii) e Anexo E). Optou-se por efetuar esta análise para o $t - Student VaR(95)$ uma vez que esta distribuição de probabilidade evidenciou ser a que estima o *VaR* de forma mais representativa o comportamento histórico das rendibilidades das criptomoedas da amostra. Optou-se, igualmente, pelo *CVaR(95)* na medida em que este nos permite obter informações sobre o tamanho médio esperado de uma grande perda, fornecendo por isso informação útil para a gestão de risco. Em 4.4.1. efetuou-se análise semelhante. Contudo, a referida análise considerava toda a distribuição, enquanto a análise agora efetuada se concentra na cauda da distribuição, sendo por isso expectável a obtenção de níveis mais elevados de risco na análise

agora efetuada. Entende-se pertinente a realização desta análise, uma vez que estimativas incorretas da volatilidade podem impactar significativamente nas decisões financeiras, onde o facto de se subestimar a volatilidade poderá conduzir a uma maior exposição ao risco, enquanto a sua sobreestimação pode significar perda de oportunidades.

Em termos de distribuição de rendibilidade *vs.* risco, e considerando todos os períodos analisados (*vide* Anexo D para os restantes períodos), esta é semelhante à evidenciada aquando da representação do risco pelo desvio-padrão. Contudo, verifica-se um aumento do nível de risco associado ao investimento em cada uma das criptomoedas, estando esta evidência de acordo com o expectável, pois é nas caudas da distribuição que se localizam os eventos mais extremos. Esta evidência alerta para a insuficiente quantificação do risco apenas através do desvio-padrão, aquando da existência de assimetria e *fat tails*. Encontrou-se também evidência para a generalidade das criptomoedas, que a um aumento de risco não está necessariamente associado um aumento de rendibilidade, indicando que os investidores neste tipo de ativos não são avessos ao risco (sendo a LTC a exceção ao referido). A USDT evidenciou, mais uma vez, ser a criptomoeda com menor risco associado, contudo com rendibilidade média nula. A BTC continua a ser a criptomoeda que, para menores níveis de risco, apresenta rendibilidades mais elevadas (sem considerar a USDT).

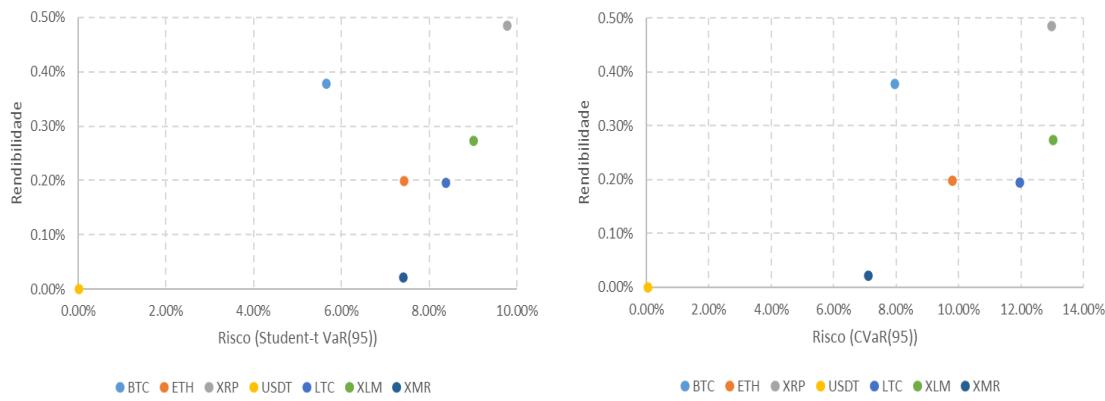
No período em que ocorreu o início da pandemia COVID-19, a generalidade das criptomoedas evidenciaram diminuição de risco, comparativamente com períodos anteriores, embora apenas a XLM e a ETH tenham registado rendibilidades positivas, as quais no período imediatamente anterior eram inclusive negativas. Esta situação indica possíveis propriedades de *safe-haven* destas criptomoedas, em períodos de turbulência nos mercados financeiros, em linha com Corbet et al. (2021).

Considerando apenas a Figura 4.8, e apenas como exemplo para a sua leitura, embora a ETH e a XLM permitam, potencialmente, rendibilidades semelhantes aos investidores, o risco associado ao investimento em ETH é menor. Assim, e considerando que os investidores privilegiam o investimento em ativos que lhes permitem maior rendibilidade com menor nível de risco, então o investimento em ETH indicará ser mais atrativo para o investidor, dado permitir um nível de rendibilidade semelhante ao da XLM, mas com menor risco associado. Por outro lado, a XRP evidencia ser a criptomoeda com maior nível de risco associado, mas ao mesmo tempo permitirá aos investidores uma rendibilidade superior.

A evidência encontrada pode, à semelhança da evidência encontrada aquando da análise do binómio rendibilidade *vs.* incerteza, contudo, ser utilizada para a seleção destes ativos na constituição de carteiras.

Incerteza e risco são, conforme já referido, conceitos distintos cuja avaliação é também efetuada com recurso a abordagens e métricas distintas. Contudo, ambos com interesse para um qualquer investidor, pelo que se sintetizam-se na Tabela 4.4 os resultados obtidos. Nesta tabela, cujo principal objetivo consiste em mostrar a potencial variação do risco e da incerteza, cada Δt corresponde à variação de cada um dos indicadores de um momento para o outro. Assim, e apenas a título de exemplo, $\Delta 1 = t_2 - t_1$, e assim sucessivamente até $\Delta 6 = t_7 - t_6$.

Figura 4.8 – Rendibilidade vs. Risco (VaR e CVaR) no período t_7 (08/08/2021 a 13/10/2021)



Notas: a) rendibilidade = $\frac{\sum_{t=1}^{t=n} \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)}{n}$; b) i) e ii) correspondem, respetivamente, à representação gráfica da relação entre rendibilidade e risco (representado pelo Student-t VaR(95) e pelo CVaR(95), respetivamente), para o período de t_7.

Desta análise pode destacar-se o período $\Delta 5$ ($t_6 - t_5$), período onde ocorreu o início da pandemia COVID-19, onde para a generalidade das criptomoedas se verifica uma variação negativa da incerteza (entropia), enquanto a generalidade das métricas de risco (VaR e CVaR) registam uma variação positiva. É, igualmente, possível verificar que a BTC e LTC, bem como a XRP e a XLM, apresentam semelhante potencial variação de incerteza (embora diferente entre cada um dos pares), evidências que podem ser justificadas pelo facto do primeiro par corresponder a criptomoedas que são ativos financeiros puros, enquanto o segundo par de criptomoedas compartilham características de plataformas de serviços. Verifica-se, também, evidência idêntica no que diz respeito à potencial variação do risco (dada pelo VaR(95) empírico).

Tabela 4.4 – Síntese da avaliação de incerteza e risco no mercado de criptomoedas

		Criptomoeda																													
		BTC			ETH			XRP			USDT			LTC			XLM			XMR											
		Δ1	Δ2	Δ3	Δ4	Δ5	Δ6	Δ1	Δ2	Δ3	Δ4	Δ5	Δ6	Δ1	Δ2	Δ3	Δ4	Δ5	Δ6	Δ1	Δ2	Δ3	Δ4	Δ5	Δ6	Δ1	Δ2	Δ3	Δ4	Δ5	Δ6
Incerteza	Entropia	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▲	▲	▼	▼	▲	▲	▼	▼	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼		
	Var(95)	▲	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼			
	Empírico	▲	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼			
	Normal	▲	▲	▼	▲	▼	▼	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼			
	Student-t	▲	▲	▼	▲	▼	▼	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼			
	Risco	▲	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▼	▼	▼	▲	▲	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▲		
Risco	Var(99)	▲	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼			
	Empírico	▲	▲	▼	▲	▼	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▲			
	Normal	▲	▲	▼	▲	▼	▼	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼			
	Student-t	▲	▲	▼	▲	▼	▼	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼			
	CVaR(95)	▲	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼			
	CVaR(99)	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▼	▲	▼	▲	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▼			

4.5. Conclusões

Aos investidores, além do binómio rendibilidade/risco interessa também a incerteza associada ao investimento. Assim, e numa perspetiva de complementaridade às tradicionais medidas de risco utilizadas no âmbito das finanças, avaliou-se a incerteza (de uma forma global) e o risco no mercado de criptomoedas, aqui representado por uma amostra de sete criptomoedas. Recorreu-se à entropia simbólica de Shannon enquanto medida de incerteza, e ao *VaR* e *CVaR* para medir as perdas potenciais (avaliar o risco) associadas ao investimento em cada uma das sete criptomoedas da amostra (isoladamente) e num determinado horizonte temporal (neste caso, um ano).

As distribuições das rendibilidades das criptomoedas revelaram média positiva e próxima de zero para a maioria dos períodos analisados, elevada assimetria e leptocurtose.

Da análise realizada facilmente se depreende que a incerteza (avaliada pela entropia, e medida em *bits*) e o risco (avaliado pelo *VaR* e *CVaR*) são conceitos e métricas distintas. Embora possa haver períodos em que simultaneamente se verificam maiores níveis de incerteza e risco (e vice-versa), conclui-se que nem sempre se verifica esta relação, como por exemplo se verificou no período t_5 . Esta evidência alerta para a necessidade de uma análise conjunta, de incerteza e risco, quando se pretende uma melhor compreensão do comportamento destes ativos. Verifica-se que as criptomoedas da amostra com maior histórico de cotações, a BTC e a LTC apresentam comportamento semelhante no que diz respeito à incerteza e ao risco associado às suas rendibilidades, indicando que a maturidade das criptomoedas/mercados poderá ser um fator importante a considerar na análise de incerteza e risco destes ativos. Também a XRP e a XLM, apresentam um comportamento semelhante em termos e risco e incerteza, evidência que poderá ser justificada pela existência de um processo de formação de preços comum. Ambas as criptomoedas não possuem limite de oferta fixo.

O comportamento da USDT é completamente distinto do comportamento das restantes criptomoedas, o qual poderá ser justificado pelo facto de, na sua génese, cada unidade uma das suas unidades estar garantida por uma unidade de USD, mantida em depósito legal pela Tether Limited (Griffin & Shams, 2018), embora não haja claras evidências disso (Vukovic et al., 2021). As rendibilidades desta criptomoeda revelam a menor incerteza associada ao investimento, tendo esta atingido o seu valor máximo no período t_3 , enquanto para as restantes criptomoedas se verificou no período t_5 (em linha com Mokni et al. (2022)), o que pode refletir alguma instabilidade que se verificou nos mercados financeiros com o início da pandemia de COVID-19. Refletindo provavelmente as características da USDT enquanto *stable cryptocurrency*, a turbulência e instabilidade que se verificou nos mercados financeiros neste

período, parece não ter afetado a USDT, corroborando Vukovic et al. (2021). Até 2020 a BTC revelou ser, além da USDT, a criptomoeda com menor incerteza associada, enquanto evidência contrária foi encontrada para a ETH.

Da análise da relação rendibilidade *vs.* incerteza associada ao investimento em criptomoedas, concluiu-se que a USDT é a criptomoeda com menor incerteza associada, embora com rendibilidades nulas, não evidenciado por isso, no longo prazo, qualquer vantagem (numa perspetiva de diversificação de carteira) face ao ativo sem risco. Apesar da incerteza ser semelhante entre as restantes criptomoedas da amostra, é, contudo, possível concluir que para qualquer investidor tolerante (não avesso) à incerteza, o investimento em XRP, XMR e ETH, poderá proporcionar as rendibilidades mais elevadas.

No que diz respeito às métricas utilizadas para a avaliação do risco, *VaR* e *CVaR*, todas elas apresentaram valores positivos, correspondendo por isso a perdas, concluindo-se que o investimento em criptomoedas tem sempre possibilidade de perdas associadas, no horizonte temporal considerado. Além do referido, as estimativas do risco associado ao investimento em criptomoedas com recurso ao *CVaR* são “mais agressivas”, por comparação com as estimativas efetuadas com recurso ao *VaR*. Para ambos os níveis de confiança (ou de significância) considerados, e para o horizonte temporal em análise, a USDT revelou ser a criptomoeda com menor risco associado. As restantes criptomoedas apresentam um comportamento semelhante no que diz respeito à evolução da máxima perda possível, apesar de apresentarem níveis de risco diferentes.

Das criptomoedas da amostra, a ETH foi a última a ser lançada, tendo sido igualmente a criptomoeda que revelou máxima perda possível, mais especificamente no período imediatamente subsequente ao seu lançamento. Esta evidência poderá significar que criptomoedas mais recentes são percecionadas pelos investidores como mais arriscadas. Esta evidência é contrastante com a encontrada para a BTC, uma das duas criptomoedas da amostra com maior histórico, e com menor risco associado (excluindo a USDT).

Efetuou-se, uma análise rendibilidade *vs.* risco (representado pelo desvio-padrão, *VaR* e *CVaR*), concluindo-se que a USDT é a criptomoeda à qual se associa um menor nível de risco, embora com rendibilidades nulas. A BTC revelou ser aquela que para os menores níveis de risco superiores aos da USDT apresenta rendibilidades mais elevadas. Para um investidor com disposição para maiores níveis de risco, a ETH, XLM e XRP podem afigurar-se como uma opção. As evidências empíricas encontradas indicam possibilidade de diversificação entre as diferentes criptomoedas, onde a USDT pode apresentar-se como *safe haven* para o mercado de criptomoedas.

Como principais contributos deste estudo, destaca-se o facto de se efetuar uma análise da dinâmica da volatilidade de várias criptomoedas (além da BTC), representativas do mercado, a qual poderá oferecer aos investidores informação relevante relativamente a possíveis benefícios em termos de diversificação. Destaca-se também a avaliação complementar entre incerteza e risco de um conjunto de criptomoedas, a qual permitirá uma avaliação em maior profundidade do mercado de criptomoedas, cada vez mais pertinente atendendo a que este tipo de ativos é cada vez mais parte integrante de carteiras de ativos. Esta análise abrange um período de grande turbulência nos mercados financeiros. Um período que marca a primeira grande crise de origem não financeira a que estes ativos foram expostos desde o lançamento da primeira criptomoeda em 2009. Assim, este estudo contribui também para aumentar o conhecimento sobre o comportamento destes ativos em períodos semelhantes.

Os resultados têm importantes implicações para investidores, na medida em que permitem uma melhor compreensão do comportamento da incerteza e risco para um conjunto de criptomoedas representativas do mercado, inclusive em períodos de elevado *stress* (como uma pandemia), bem como na tomada de decisões de investimento informadas. Os resultados empíricos deste estudo podem também ser úteis para as estratégias de alocação de fundos e gestão de carteiras, bem como para reguladores para a formulação de políticas que visem estabilizar este mercado, reduzindo a sua volatilidade e aumentando a confiança dos investidores.

Como futuras linhas de investigação, pretende-se: i) analisar de forma dinâmica a evolução das medidas risco aplicadas neste estudo, recorrendo a uma abordagem *sliding windows*. De modo a conferir maior robustez aos resultados obtidos neste estudo, efetuou-se uma análise preliminar, recorrendo a *sliding windows*, aplicada apenas ao desvio padrão. Os resultados obtidos revelaram-se em linha com os apresentados neste estudo, conferindo robustez aos mesmos. Contudo, e uma vez que se reconhece que o desvio-padrão não é a medida mais adequada para a avaliação do risco, e dada a dimensão e profundidade requerida por esta análise, pretende-se desenvolver a mesma numa pesquisa futura exclusivamente dedicada à aplicação desta abordagem às medidas de risco utilizadas; ii) realizar igualmente uma análise complementar de incerteza e risco, mas considerando uma carteira de investimento composta por várias criptomoedas, de modo a identificar carteiras de investimento que permitam a maximização de rendibilidade para níveis de risco e incerteza previamente pré determinados. Concretamente, esta análise passará pela criação de um modelo de equilíbrio geral, CAPM, para criptomoedas, onde a USDT poderia, atendendo às evidências encontradas para esta criptomoedas e às suas características de *stable cryptocurrency*, ser utilizada como ativo sem risco; iii) atendendo a que os modelos da família GARCH assimétricos permitem ter em linha de

conta os efeitos de memória de longo alcance, bem como assimetria, uma futura linha de investigação passará também por recorrer a este tipo de modelos, com diferentes distribuições de erros, para modelar a volatilidade das criptomoedas e estimar as métricas de risco utilizadas neste estudo (*VaR* e *CVaR*). Os modelos GARCH assimétricos (ex.: EGARCH, GJR-GARCH, CGARCH, TGARCH, etc.), propostos essencialmente para identificar o efeito de alavancagem, permitem apenas dois regimes de volatilidade (alta vs. baixa) e a transição entre regimes ocorre de forma abrupta. Contudo, as séries financeiras são potencialmente caracterizadas por mais do que dois regimes de variância. Assim, esta linha de investigação passará por explorar uma especificação ligeiramente flexível para a volatilidade condicional das criptomoedas, como por exemplo o modelo Smooth-Transition GARCH (ST-GARCH), introduzido por Gonzalez-Rivera (1998), na medida em que este modelo permite, de forma contínua, a existência de estados intermédios entre os dois regimes de volatilidade extrema.

4.6. Referências Bibliográficas

- Acerbi, C., & Szekely, B. (2014). Backtesting Expected Shortfall. *Risk Magazine*, December(December), 1–6.
- Agosto, A., & Cafferata, A. (2020). Financial bubbles: A study of co-explosivity in the cryptocurrency market. *Risks*, 8(2), 1–14. <https://doi.org/10.3390/risks8020034>
- Akyildirim, E., Corbet, S., Lucey, B., Sensoy, A., & Yarovaya, L. (2019). The relationship between implied volatility and cryptocurrency returns. *Finance Research Letters*, (June), 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.06.010>
- Alexander, C. (2008a). *Market Risk Analysis I: Quantitative Methods in Finance*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd. <https://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2>
- Alexander, C. (2008b). *Market Risk Analysis IV: Value-at-Risk Models*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd. Retrieved from <http://www.springerlink.com/index/k1067t7j55878670.pdf>
- Ardia, D., Bluteau, K., & Rüede, M. (2019). Regime changes in Bitcoin GARCH volatility dynamics. *Finance Research Letters*, 29(June 2018), 266–271. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.08.009>
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203–228. <https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068>
- Aslam, F., Aziz, S., Nguyen, D. K., Mughal, K. S., & Khan, M. (2020). On the efficiency of foreign

- exchange markets in times of the COVID-19 pandemic. *Technological Forecasting and Social Change*, 161(August), 120261. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2020.120261>
- Baek, C., & Elbeck, M. (2015). Bitcoins as an investment or speculative vehicle? A first look. *Applied Economics Letters*, 22(1), 30–34. <https://doi.org/10.1080/13504851.2014.916379>
- Balcilar, M., Bouri, E., Gupta, R., & Roubaud, D. (2017). Can volume predict Bitcoin returns and volatility? A quantiles-based approach. *Economic Modelling*, 64(August 2016), 74–81. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2017.03.019>
- Bariviera, A. F., Basgall, M. J., Hasperué, W., & Naiouf, M. (2017). Some stylized facts of the Bitcoin market. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 484, 82–90. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.04.159>
- Baur, D. G., Hong, K. H., & Lee, A. D. (2018). Bitcoin: Medium of exchange or speculative assets? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 54, 177–189. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2017.12.004>
- Bauwens, L., De Backer, B., & Dufays, A. (2014). A Bayesian method of change-point estimation with recurrent regimes: Application to GARCH models. *Journal of Empirical Finance*, 29, 207–229. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2014.06.008>
- Bentes, S. R., & Menezes, R. (2012). Entropy: A new measure of stock market volatility? *Journal of Physics: Conference Series*, 394(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/394/1/012033>
- Borri, N. (2019). Conditional tail-risk in cryptocurrency markets. *Journal of Empirical Finance*, 50(April 2018), 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2018.11.002>
- Bouri, E., Gil-Alana, L. A., Gupta, R., & Roubaud, D. (2018). Modelling long memory volatility in the Bitcoin market: Evidence of persistence and structural breaks. *International Journal of Finance and Economics*, 24(1), 1–15. <https://doi.org/10.1002/ijfe.1670>
- Bouri, E., Gupta, R., & Roubaud, D. (2019). Herding behaviour in cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 29(June 2018), 216–221. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.07.008>
- Bowden, R. J. (2011). Directional entropy and tail uncertainty, with applications to financial hazard. *Quantitative Finance*, 11(3), 437–446. <https://doi.org/10.1080/14697681003685548>
- Cagli, E. C. (2019). Explosive behavior in the prices of Bitcoin and altcoins. *Finance Research Letters*, 29(August 2018), 398–403. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.09.007>

- Caporale, G. M., Kang, W. Y., Spagnolo, F., & Spagnolo, N. (2020). Non-linearities, cyber attacks and cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 32.
<https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.09.012>
- Caporale, G. M., & Zekokh, T. (2019). Modelling volatility of cryptocurrencies using Markov-Switching GARCH models. *Research in International Business and Finance*, 48(December 2018), 143–155. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2018.12.009>
- Chaim, P., & Laurini, M. P. (2019). Nonlinear dependence in cryptocurrency markets. *North American Journal of Economics and Finance*, 48(July 2018), 32–47.
<https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.01.015>
- Chan, S., Chu, J., Nadarajah, S., & Osterrieder, J. (2017). A Statistical Analysis of Cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 10(2), 12.
<https://doi.org/10.3390/jrfm10020012>
- Chan, S., Chu, J., Zhang, Y., & Nadarajah, S. (2022). An extreme value analysis of the tail relationships between returns and volumes for high frequency cryptocurrencies. *Research in International Business and Finance*, 59(September 2021), 101541.
<https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2021.101541>
- Cheah, E. T., & Fry, J. (2015). Speculative bubbles in Bitcoin markets? An empirical investigation into the fundamental value of Bitcoin. *Economics Letters*, 130, 32–36.
<https://doi.org/10.1016/j.econlet.2015.02.029>
- Cheikh, N. Ben, Zaied, Y. Ben, & Chevallier, J. (2020). Asymmetric volatility in cryptocurrency markets: New evidence from smooth transition GARCH models. *Finance Research Letters*, 35, 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.09.008>
- Chen, C., & Hafner, C. (2019). Sentiment-Induced Bubbles in the Cryptocurrency Market. *Journal of Risk and Financial Management*, 12(2), 53.
<https://doi.org/10.3390/jrfm12020053>
- Chen, J. M. (2014). Measuring Market Risk Under the Basel Accords: VaR, Stressed VaR, and Expected Shortfall. *Aestimatio, The IEB International Journal of Finance*, 8, 184–201.
<https://doi.org/10.2139/ssrn.2252463>
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating Interval Forecasts. *International Economic Review*, 39(4), 841–862.
- Chu, J., Chan, S., Nadarajah, S., & Osterrieder, J. (2017). GARCH Modelling of Cryptocurrencies.

Journal of Risk and Financial Management, 10(4), 17.

<https://doi.org/10.3390/jrfm10040017>

Conlon, T., & McGee, R. (2020). Safe haven or risky hazard? Bitcoin during the Covid-19 bear market. *Finance Research Letters*, 35(May), 101607.

<https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101607>

Corbet, S., Hou, Y. (Greg), Hu, Y., Larkin, C., Lucey, B., & Oxley, L. (2021). Cryptocurrency liquidity and volatility interrelationships during the COVID-19 pandemic. *Finance Research Letters*, (April), 102137. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102137>

Corbet, S., Lucey, B., Urquhart, A., & Yarovaya, L. (2019). Cryptocurrencies as a financial asset: A systematic analysis. *International Review of Financial Analysis*, 62(August 2018), 182–199. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.09.003>

Corbet, S., Lucey, B., & Yarovaya, L. (2018). Datestamping the Bitcoin and Ethereum bubbles. *Finance Research Letters*, 26(December 2017), 81–88. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2017.12.006>

Corbet, S., Meegan, A., Larkin, C., Lucey, B., & Yarovaya, L. (2018). Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets. *Economics Letters*, 165, 28–34. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.01.004>

Costanzino, N., & Curran, M. (2015). Backtesting general spectral risk measures with application to expected shortfall. *Journal of Risk Model Validation*, 9(1), 21–31. <https://doi.org/10.21314/JRMV.2015.131>

Danielsson, J., & De Vries, C. G. (2000). Value-at-Risk and Extreme Returns. *Annales D'Économie Et De Statistique*, 60, 240–270.

Danielsson, J., Jorgensen, B. N., Samorodnitsky, G., Sarma, M., & De Vries, C. G. (2013). Fat tails, VaR and subadditivity. *Journal of Econometrics*, 172(2), 283–291. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2012.08.011>

Danielsson, J., Jorgensen, B. N., Sarma, M., Vries, C. G. de, & Samorodnitsky, G. (2005). Subadditivity Re-examined: the Case for Value-at-Risk. *FMG Discussion Papers Dp549 Financial Markets Group*.

Degiannakis, S., Floros, C., & Livada, A. (2012). Evaluating value-at-risk models before and after the financial crisis of 2008: International evidence. *Managerial Finance*, 38(4), 436–452. <https://doi.org/10.1108/03074351211207563>

Dionísio, A. (2006). *Medidas da teoria da informação aplicadas aos mercados bolsistas: análise de incerteza e dependência não-linear*. ISCTE.

Dionísio, A., Menezes, R., & Mendes, D. A. (2006). An econophysics approach to analyse uncertainty in financial markets: An application to the Portuguese stock market. *European Physical Journal B*, 50(1–2), 161–164. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2006-00113-2>

Dyhrberg, A. H. (2016). Bitcoin, gold and the dollar - A GARCH volatility analysis. *Finance Research Letters*, 16, 85–92. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2015.10.008>

Ebrahimi, N., Maasoumi, E., & Soofi, E. S. (1999). Ordering univariate distributions by entropy and variance. *Journal of Econometrics*, 90(2), 317–336. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(98\)00046-3](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(98)00046-3)

Enoksen, F. A., Landsnes, C. J., Lučivjanská, K., & Molnár, P. (2020). Understanding risk of bubbles in cryptocurrencies. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 176(20), 129–144. <https://doi.org/10.1016/j.jebo.2020.05.005>

Feng, W., Wang, Y., & Zhang, Z. (2018a). Can cryptocurrencies be a safe haven: a tail risk perspective analysis. *Applied Economics*, 50(44), 4745–4762. <https://doi.org/10.1080/00036846.2018.1466993>

Feng, W., Wang, Y., & Zhang, Z. (2018b). Informed trading in the Bitcoin market. *Finance Research Letters*, 26(November 2017), 63–70. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2017.11.009>

Francq, C., & Zakoian, J.-M. (2010). *GARCH Models: structure, statistical inference, and financial applications*. (J. W. & S. Ltd, Ed.). Chichester.

Fry, J. (2018). Booms, busts and heavy-tails: The story of Bitcoin and cryptocurrency markets? *Economics Letters*, 171, 225–229. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.08.008>

Fry, J., & Cheah, E. T. (2016). Negative bubbles and shocks in cryptocurrency markets. *International Review of Financial Analysis*, 47, 343–352. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2016.02.008>

Gajardo, G., Kristjanpoller, W. D., & Minutolo, M. (2018). Does Bitcoin exhibit the same asymmetric multifractal cross-correlations with crude oil, gold and DJIA as the Euro, Great British Pound and Yen? *Chaos, Solitons and Fractals*, 109, 195–205. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.02.029>

- Gkillas, K., & Katsiampa, P. (2018). An application of extreme value theory to cryptocurrencies. *Economics Letters*, 164, 109–111. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.01.020>
- Gneiting, T. (2011). Making and evaluating point forecasts. *Journal of the American Statistical Association*, 106(494), 746–762. <https://doi.org/10.1198/jasa.2011.r10138>
- Gonzalez-Rivera, G. (1998). Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 3(2), 61–79.
- González-Rivera, G., Lee, T. H., & Mishra, S. (2004). Forecasting volatility: A reality check based on option pricing, utility function, value-at-risk, and predictive likelihood. *International Journal of Forecasting*, 20(4), 629–645. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2003.10.003>
- Goodell, J. W., & Goutte, S. (2021). Co-movement of COVID-19 and Bitcoin: Evidence from wavelet coherence analysis. *Finance Research Letters*, 38(June 2020), 101625. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101625>
- Gradojevic, N., & Caric, M. (2016). Predicting Systemic Risk with Entropic Indicators. *Journal of Forecasting*, 36(1), 16–25. <https://doi.org/10.1002/for.2411>
- Griffin, J. M., & Shams, A. (2018). Is Bitcoin Really Un-Tethered? *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3195066>
- Hsieh, Y. Y., Vergne, J. P., & Wang, S. (2017). The internal and external governance of blockchain-based organizations: Evidence from cryptocurrencies. *Bitcoin and Beyond: Cryptocurrencies, Blockchains, and Global Governance*, 48–68. <https://doi.org/10.4324/9781315211909>
- Ji, Q., Bouri, E., Lau, C. K. M., & Roubaud, D. (2019). Dynamic connectedness and integration in cryptocurrency markets. *International Review of Financial Analysis*, 63(December 2018), 257–272. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.12.002>
- Jorion, P. (2003). *Financial Risk Manager Handbook*. Wiley Finance. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Kajtazi, A., & Moro, A. (2019). The role of bitcoin in well diversified portfolios : A comparative global study. *International Review of Financial Analysis*, 61(September 2018), 143–157. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.10.003>
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3–6. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.06.023>

- Khursheed, A., Naeem, M., Ahmed, S., & Mustafa, F. (2020). Adaptive market hypothesis: An empirical analysis of time –varying market efficiency of cryptocurrencies. *Cogent Economics and Finance*, 8(1). <https://doi.org/10.1080/23322039.2020.1719574>
- Kitamura, Y., & Stutzer, M. J. (2002). Connections Between Entropic and Linear Projections in Asset Pricing Estimation. *Journal of Econometrics* 107, 107, 159–174. <https://doi.org/10.2139/ssrn.303302>
- Knight, F. (1921). *Risk, Uncertainty and Profit*. Boston and New York: Hart, Chaffner & Marx.
- Knight, F. (2002). *Risk, Uncertainty, and Profit*. (Beard Books, Ed.). Washington D.C.
- Kristoufek, L. (2013). BitCoin meets Google Trends and Wikipedia: Quantifying the relationship between phenomena of the Internet era. *Scientific Reports*, 3(December 2013). <https://doi.org/10.1038/srep03415>
- Lahmiri, S., Bekiros, S., & Salvi, A. (2018). Long-range memory, distributional variation and randomness of bitcoin volatility. *Chaos, Solitons and Fractals*, 107, 43–48. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2017.12.018>
- Likitratcharoen, D., Ranong, T. N., Chuengsuksomboon, R., Sritanee, N., & Pansriwong, A. (2018). Value at Risk Performance in Cryptocurrencies. *The Journal of Risk Management and Insurance*, 22(1), 11–28. Retrieved from <https://jrmi.au.edu/index.php/jrmi/article/view/171>
- Liu, W., Semeyutin, A., Lau, C. K. M., & Gozgor, G. (2020). Forecasting Value-at-Risk of Cryptocurrencies with RiskMetrics type models. *Research in International Business and Finance*, 54, 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2020.101259>
- Maasoumi, E., & Racine, J. (2002). Entropy and predictability of stock market returns. *Journal of Econometrics*, 107(1–2), 291–312. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(01\)00125-7](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(01)00125-7)
- Maciel, L. (2020). Cryptocurrencies value-at-risk and expected shortfall: Do regime-switching volatility models improve forecasting? *International Journal of Finance and Economics*, (October 2019), 1–16. <https://doi.org/10.1002/ijfe.2043>
- Mandelbrot, B. B. (2003). *Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance*. (S. T. Rachev, Ed.). Elsevier Science B.V.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.1002/9781118267028.ch3>

Mensi, W., Sensoy, A., Aslan, A., & Kang, S. H. (2019). High-frequency asymmetric volatility connectedness between Bitcoin and major precious metals markets. *North American Journal of Economics and Finance*, 50(July), 101031.

<https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101031>

Mensi, Walid, Hkiri, B., Al-Yahyaee, K. H., & Kang, S. H. (2018). Analyzing time-frequency co-movements across gold and oil prices with BRICS stock markets: A VaR based on wavelet approach. *International Review of Economics and Finance*, 54(July 2017), 74–102.

<https://doi.org/10.1016/j.iref.2017.07.032>

Mokni, K., Youssef, M., & Ajmi, A. N. (2022). COVID-19 pandemic and economic policy uncertainty: The first test on the hedging and safe haven properties of cryptocurrencies. *Research in International Business and Finance*, 60(August 2020), 101573.

<https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2021.101573>

Nadarajah, S., Zhang, B., & Chan, S. (2014). Estimation methods for expected shortfall.

Quantitative Finance, 14(2), 271–291. <https://doi.org/10.1080/14697688.2013.816767>

Narayan, P. K., & Narayan, S. (2007). Modelling oil price volatility. *Energy Policy*, 35(12), 6549–6553. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2007.07.020>

Oanea, D.-C., & Anghelache, G. (2015). Value at Risk Prediction: The Failure of RiskMetrics in Preventing Financial Crisis. Evidence from Romanian Capital Market. *Procedia Economics and Finance*, 20(15), 433–442. [https://doi.org/10.1016/s2212-5671\(15\)00094-5](https://doi.org/10.1016/s2212-5671(15)00094-5)

Panagiotidis, T., Stengos, T., & Vravosinos, O. (2020). A Principal Component-Guided Sparse Regression Approach for the Determination of Bitcoin Returns. *Journal of Risk and Financial Management*, 13(2), 33. <https://doi.org/10.3390/jrfm13020033>

Pedersen, C. S., & Satchell, S. E. (1998). An extended family of financial-risk measures. *GENEVA Papers on Risk and Insurance Theory*, 23(2), 89–117.

<https://doi.org/10.1023/A:1008665926432>

Pele, D. T., Lazar, E., & Dufour, A. (2017). Information entropy and measures of market risk. *Entropy*, 19(5), 1–19. <https://doi.org/10.3390/e19050226>

Pele, D. T., & Mazurencu-Marinescu-Pele, M. (2019). Using high-frequency entropy to forecast Bitcoin's daily value at risk. *Entropy*, 21(2). <https://doi.org/10.3390/e21020102>

Pele, D. T., & Mazurencu-Marinescu, M. (2012). Uncertainty in EU stock markets before and during the financial crisis. *Econophysics, Sociophysics & Other Multidisciplinary Sciences Journal*, 2, 33–37.

Phillip, A., Chan, J., & Peiris, S. (2018). A new look at Cryptocurrencies. *Economics Letters*, 163,

6–9. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.11.020>

Pradhan, A. K., Mittal, I., & Tiwari, A. K. (2021). Optimizing the market-risk of major cryptocurrencies using CVaR measure and copula simulation. *Macroeconomics and Finance in Emerging Market Economies*, 14(3), 291–307.
<https://doi.org/10.1080/17520843.2021.1909828>

Risso, W. A. (2008). The informational efficiency and the financial crashes. *Research in International Business and Finance*, 22(3), 396–408.
<https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2008.02.005>

Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking and Finance*, 26(7), 1443–1471. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(02\)00271-6](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00271-6)

Ser-Huang, P., & Granger, W. J. (2003). Forecasting volatility in financial markets: A Review. *Journal of Economic Literature*, XLI(June), 478–539.
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.439-440.679>

Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. *Bell System Technical Journal*, 27, 379–423, 623–656. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1948.tb00917.x>

Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, XIX(3), 425–442.

Soofi, E. (1997). Information Theoretic Regression Methods. In T. Fomby & R. Carter Hill (Eds.), *Advances in Econometrics - Applying maximum entropy to econometric problems*. London: Jai Press Inc.

Soylu, P. K., Okur, M., Çatikkas, Ö., & Altintig, Z. A. (2020). Long Memory in the Volatility of Selected Cryptocurrencies: Bitcoin, Ethereum and Ripple. *Journal of Risk and Financial Management*, 13(6), 107. <https://doi.org/10.3390/jrfm13060107>

Syuhada, K., & Hakim, A. (2020). *Modeling risk dependence and portfolio VaR forecast through vine copula for cryptocurrencies*. *PLoS ONE* (Vol. 15).
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0242102>

Takada, H. H., Azevedo, S. X., Stern, J. M., & Ribeiro, C. O. (2019). Using Entropy to Forecast Bitcoin's Daily Conditional Value at Risk. *Proceedings*, 33(1), 7.
<https://doi.org/10.3390/proceedings2019033007>

Tan, S. K., Chan, J. S. K., & Ng, K. H. (2020). On the speculative nature of cryptocurrencies: A study on Garman and Klass volatility measure. *Finance Research Letters*, 32, 1–5.
<https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.12.023>

Trabelsi, N. (2018). Are There Any Volatility Spill-Over Effects among Cryptocurrencies and Widely Traded Asset Classes? *Journal of Risk and Financial Management*, 11(4), 66.
<https://doi.org/10.3390/jrfm11040066>

Troster, V., Tiwari, A. K., Shahbaz, M., & Macedo, D. N. (2019). Bitcoin returns and risk: a general GARCH and GAS analysis. *Finance Research Letters*, 30, 187–193.
<https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.09.014>

Trucíos, C., Tiwari, A. K., & Alqahtani, F. (2020). Value-at-risk and expected shortfall in cryptocurrencies' portfolio: a vine copula–based approach. *Applied Economics*, 52(24), 2580–2593. <https://doi.org/10.1080/00036846.2019.1693023>

Vukovic, D., Maiti, M., Grubisic, Z., Grigorieva, E. M., & Frömmel, M. (2021). COVID-19 pandemic: Is the crypto market a safe haven? the impact of the first wave. *Sustainability (Switzerland)*, 13(22), 1–17. <https://doi.org/10.3390/su132212484>

Wei, W. C. (2018). Liquidity and market efficiency in cryptocurrencies. *Economics Letters*, 168, 21–24. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.04.003>

Yang, J., & Qiu, W. (2005). A measure of risk and a decision-making model based on expected utility and entropy. *European Journal of Operational Research*, 164(3), 792–799.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.01.031>

Yao, S., Kong, X., & Sensoy, A. (2020). Investor Attention and Idiosyncratic Risk in Cryptocurrency Markets. *Manuscrito Não Publicado*. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Ahmet_Sensoy/publication/347982677_Investor_Attention_and_Idiosyncratic_Risk_in_Cryptocurrency_Markets/links/5feb36c8299bf1408859abfa/Investor-Attention-and-Idiosyncratic-Risk-in-Cryptocurrency-Markets.pdf

Yousuf Javed, M., Husain, R., Khan, B. M., & Azam, M. K. (2019). Crypto-currency: Is the future dark or bright? *Journal of Information and Optimization Sciences*, 40(5), 1081–1095.
<https://doi.org/10.1080/02522667.2019.1641894>

Zhang, H., & Li, S. (2010). Forecasting volatility in financial markets. *Key Engineering Materials*, 439–440, 679–682. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.439-440.679>

Zhang, W., Li, Y., Xiong, X., & Wang, P. (2021). Downside risk and the cross-section of
204

cryptocurrency returns. *Journal of Banking and Finance*, 133.

<https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2021.106246>

Zhou, R., Cai, R., & Tong, G. (2013). Applications of entropy in finance: A review. *Entropy*, 15(11), 4909–4931. <https://doi.org/10.3390/e15114909>

4.7. Anexos

4.7.1. Anexo A – Medidas de Risco Coerentes

Uma medida de risco é, simplesmente, uma medida da incerteza numa distribuição (é a sua quantificação). Não permite qualquer inferência quanto à atitude face ao risco de um investidor. Algumas medidas de risco, como o *VaR*, podem ser expressas em termos do valor, enquanto outras (ex.: a volatilidade das rendibilidades) são expressas de forma relativa. Ao representar o risco numa escala de valor, o capital que está em risco pode ser facilmente compensado, por exemplo, por um ativo livre de risco.

Artzner et al. (1999) apresentaram a primeira definição de medida de risco coerente. Assim, previamente à definição do que se entende por propriedades de coerência, importa efetuar algumas considerações prévias:

- i. Supõe-se que o conjunto de todos os estados possíveis da natureza no final de um período (T) é conhecido, embora seja desconhecida a probabilidade associada a cada um desses estados. Durante o período $[0; T]$ não é permitida qualquer transação.
- ii. Supõe-se que se trata de mercados com liquidez no final do período T .

Considera-se que:

- i. X representa uma variável aleatória, que correspondem ao valor líquido final de uma posição. Representa por isso um risco.
- ii. \mathcal{G} , representa o conjunto de todos os riscos (eventos possíveis), ou seja, o conjunto de todos os X_i .
- iii. $\rho(\cdot)$, representa uma medida de risco definida como um mapeamento de \mathcal{G} para \mathbb{R} .
- iv. O preço inicial do ativo é 1, e que o mesmo é estritamente positivo e igual a r em qualquer estado da natureza na data T .

Para que uma medida de risco seja coerente, de acordo com Artzner et al. (1999) tem que satisfazer os quatro axiomas seguintes:

- i. Invariância da Translação: $\rho(X + \alpha r) = \rho(X) - \alpha, \forall X \in \mathcal{G}, \alpha \in \mathbb{R}$
De acordo com este axioma, ao adicionar à posição inicial um determinado ganho certo (α), deve ocorrer uma diminuição do risco em igual valor ($-\alpha$).
- ii. Subaditividade: $\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2), \forall X_1, X_2 \in \mathcal{G}$

De acordo com este axioma, e seguindo o princípio da diversificação, o risco do todo não é superior à soma do risco das partes. Ou seja, o risco de uma posição combinada, não é superior ao risco das posições individuais. Se este axioma não se verificar, não existirá incentivo para a manutenção de uma carteira de investimento (ou seja, para a diversificação). Assim, este axioma é a base para a diversificação.

- iii. Monotonicidade: se $X_1 \leq X_2$, então $\rho(X_1) \geq \rho(X_2)$,
- iv. $\forall X_1, X_2 \in \mathcal{G}$

De acordo com este axioma, se uma posição X_1 apresenta rendibilidade inferior à rendibilidade de uma posição X_2 , então o risco da posição X_1 não deverá ser inferior ao risco da posição X_2 .

- v. Homogeneidade Positiva: $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$, $\forall X \in \mathcal{G}, \lambda \geq 0$

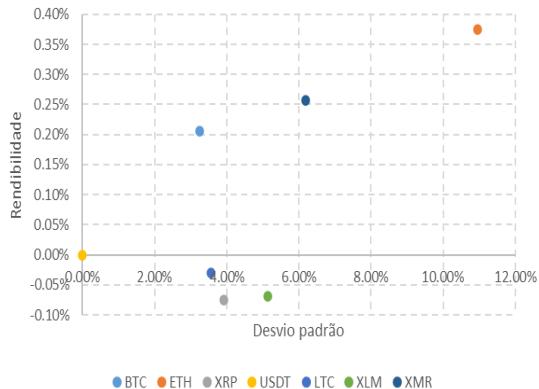
De acordo com este axioma, se o risco de uma posição é influenciado pela sua dimensão, então devem ser consideradas as consequências de uma possível falta de liquidez e de custos de transação associados. Assim, o risco aumentará proporcionalmente à dimensão da posição. De acordo com este axioma, e caso o investidor tenha uma determinada função de utilidade, então a preferência pelo risco é completamente independente da medida de risco, pois os investidores devem ser neutros ao risco. Os comportamentos de aversão ou de afinidade ao risco encontram-se precisamente na não homogeneidade, uma vez que a utilidade marginal da riqueza depende, normalmente, do nível de riqueza.

Além destes axiomas, e que definem o conceito de coerência, Artzner et al. (1999) consideram ainda um outro axioma, denominado de relevância, o qual embora seja necessário, não é suficiente para evitar que a concentração de riscos permaneça indetectável (para mais detalhe *vide* Artzner et al. (1999)).

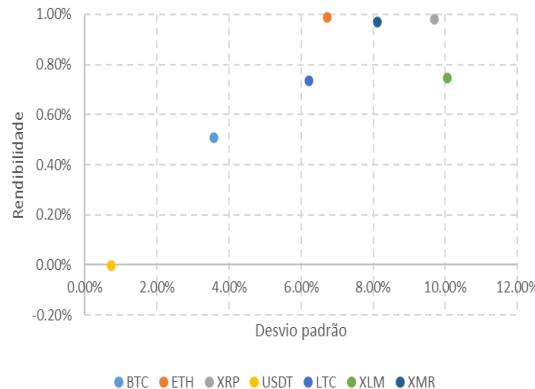
- i. Relevância: se $X \leq 0$ e $X \neq 0$, então $\rho(X) > 0$, $\forall X \in \mathcal{G}$

De acordo com este axioma, se uma posição produz sempre perdas, então o risco dessa posição será sempre positivo, ou seja, existirá risco.

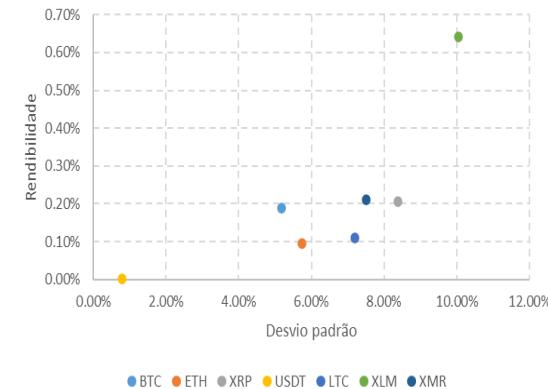
4.7.2. Anexo B – Rendibilidade vs. Risco (σ)



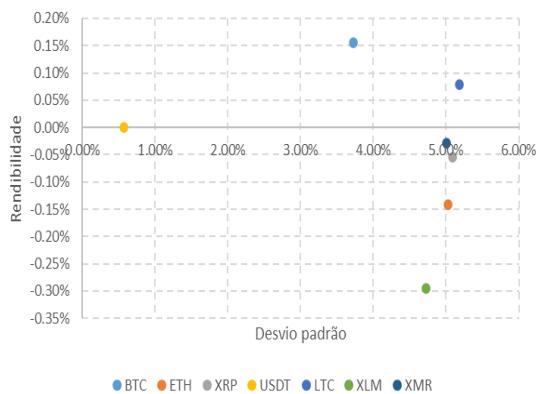
t_1



t_2

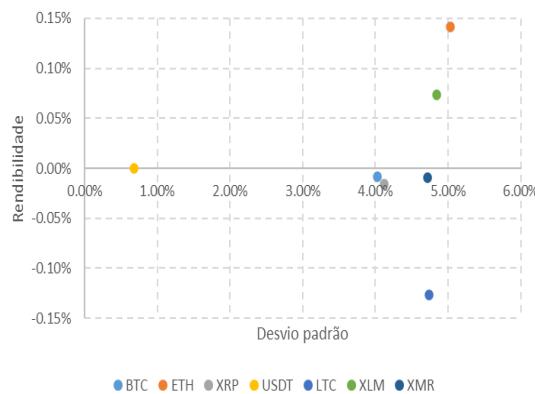


t_3



t_4

$$\text{Nota: rendibilidade} = \frac{\sum_{t=1}^n \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)}{n}.$$

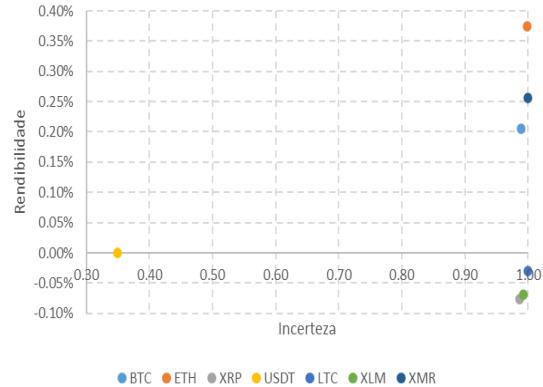


t_5

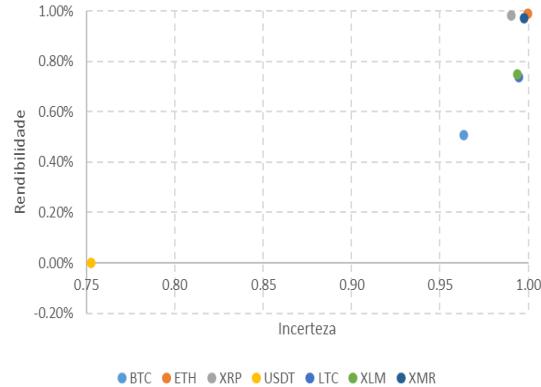


t_6

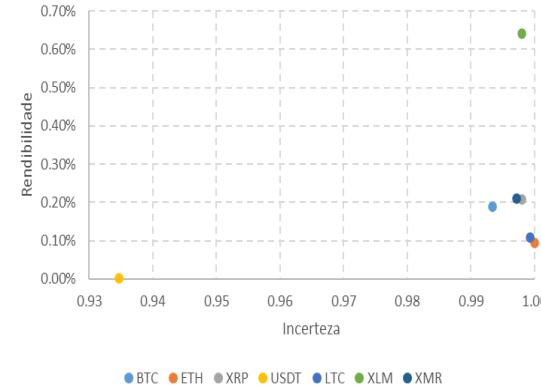
4.7.3. Anexo C – Rendibilidade vs. Incerteza



t_1



t_2



t_3

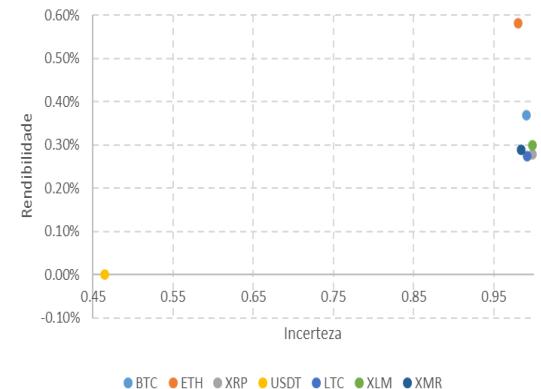


t_4

Nota: rendibilidade = $\frac{\sum_{t=1}^n \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)}{n}$.

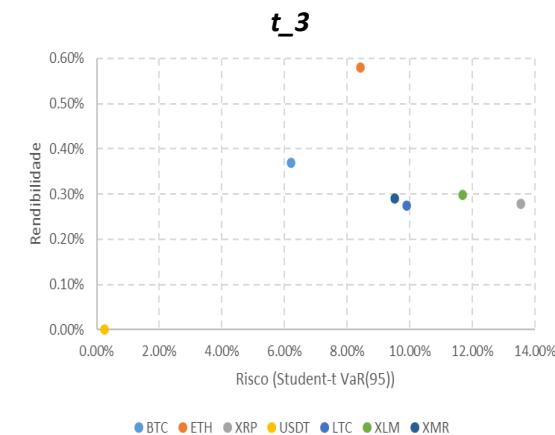
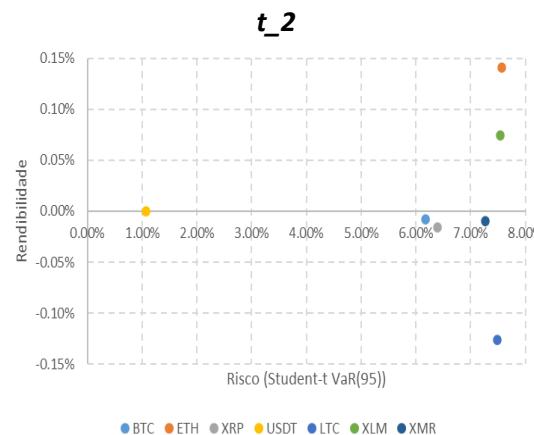
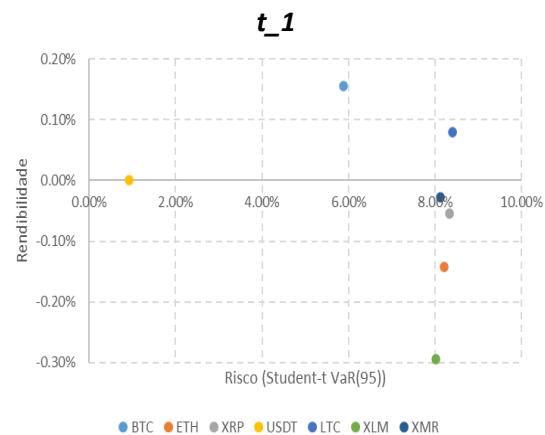
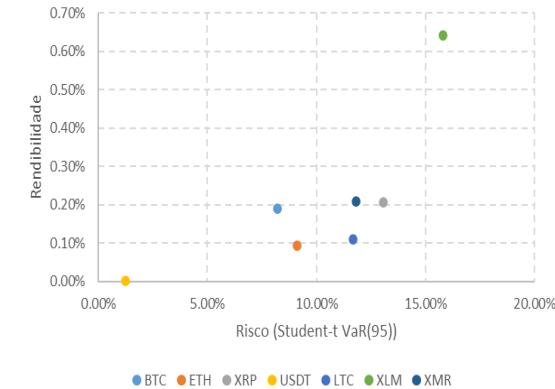
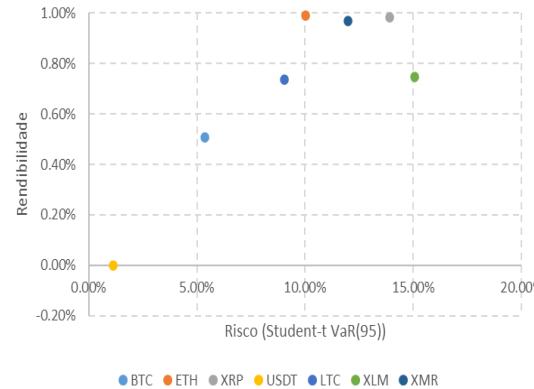
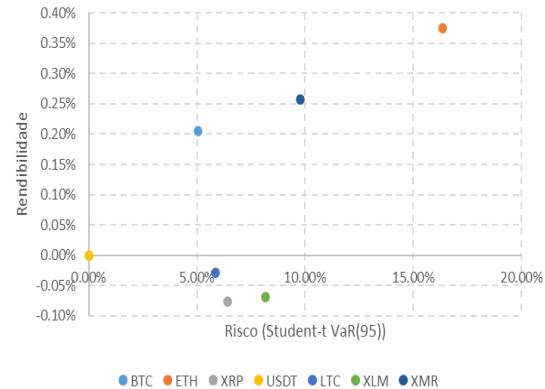


t_5



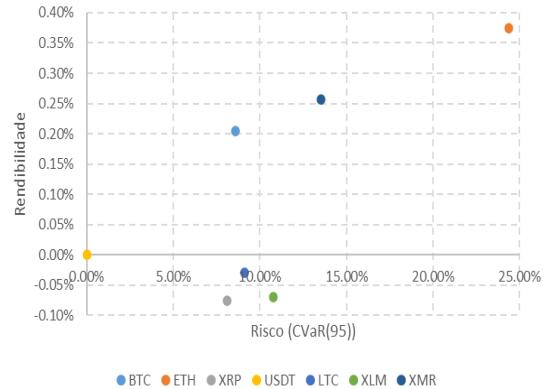
t_6

4.7.4. Anexo D – Rendibilidade vs. Risco (*VaR*)

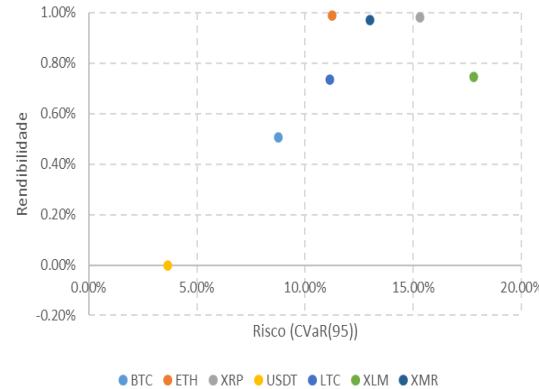


$$t_4 \quad \text{Nota: rendibilidade} = \frac{\sum_{t=1}^n \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)}{n}$$

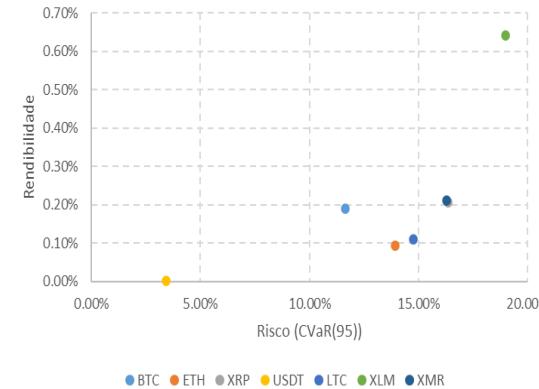
4.7.5. Anexo E – Rendibilidade vs. Risco (CVaR)



t_1



t_2

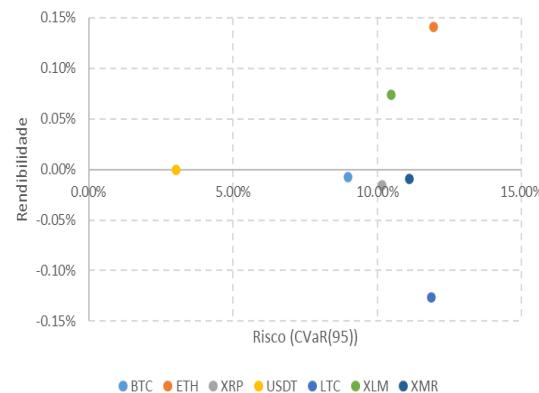


t_3

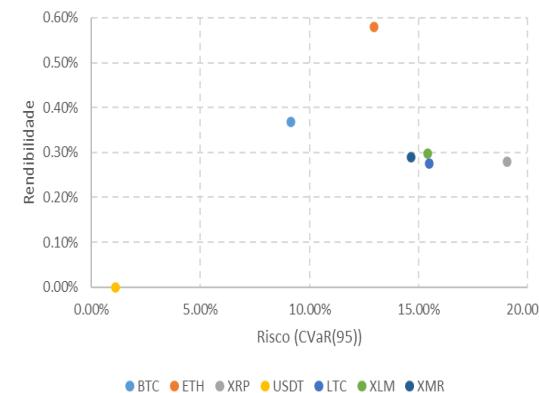


t_4

Nota: rendibilidade = $\frac{\sum_{t=1}^n \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)}{n}$.



t_5



t_6

Capítulo 5 - *Efeitos da crise pandémica de COVID-19 nas relações entre criptomoedas: existirá contágio?*⁴⁹

“Fear and euphoria are dominant forces, and fear is many multiples the size of euphoria. Bubbles go up very slowly as euphoria builds. Then fear hits, and it comes down very sharply. When I started to look at that, I was sort of intellectually shocked. Contagion is the critical phenomenon which causes the thing to fall apart.”

(Alan Greenspan)

⁴⁹ Este estudo encontra-se em processo de revisão pelo *Journal of Economic Interaction & Coordination*.
213

Resumo

A ocorrência de eventos extraordinários, de origem financeira ou não, constituem um dos maiores desafios aos mercados financeiros. A eclosão da crise pandémica COVID-19, considerada por alguns autores um “*black swan*”, é um desses eventos. Os objetivos principais deste capítulo são, num contexto de pandemia, analisar a integração e avaliar o contágio entre 16 mercados de criptomoedas. Considera-se a definição de contágio proposta por Forbes e Rigobon (2002), e o dia 31/12/2019 como data de corte. A abordagem metodológica adotada recorre à variação do coeficiente de correlação da *Detrended cross-correlation analysis*, bem como à causalidade à Granger, Informação mútua e *Transfer entropy*. No período pós 31/12/2019, a primeira metodologia evidencia aumento da integração entre os mercados de criptomoedas e eventual contágio entre eles, para escalas de tempo curtas (com exceção da Tether) e longas (com exceção da Tether e Ripple). As restantes metodologias revelam padrões de comportamento mistos no que diz respeito ao nível de integração em ambos os períodos, ou seja, alguns mercados revelam a sua independência, enquanto outros evidenciam integração entre si. Contrariamente à abordagem linear, as abordagens não lineares revelam uma redução da integração entre os mercados de criptomoedas após 31/12/2019, significando que a pandemia de COVID-19 não contribui para uma maior integração destes mercados.

A causalidade à Granger evidencia contágio entre a maioria dos mercados de criptomoedas e a Litecoin e Chainlink, bem como entre a Monero e a Bitcoin, Ethereum, Litecoin, Tezos, Chainlink, Cardano e Tron. No que concerne às abordagens não lineares, a Informação mútua evidencia contágio entre a maioria das criptomoedas e a Cardano, e entre a Huobi Token e a maioria das criptomoedas. Enquanto no período anterior a 31/12/2019 a *Transfer entropy* revela a inexistência de uma criptomoeda líder em termos de *spillovers* de rendibilidade, no período posterior a Tether e a Huobi Token revelam-se as principais *influencers* e fontes de contágio nos mercados de criptomoedas. Atendendo à evidência de ausência de contágio, as criptomoedas podem afigurar-se como uma boa opção em termos de investimento, no caso da ocorrência de choques reais com impacto mundial, como é o caso da COVID-19.

Palavras-Chave: Causalidade à Granger; Contágio; Criptomoedas; *Detrended cross-correlation analysis*; Informação mútua; *Transfer entropy*.

Classificação JEL: C10, C14, G10, G15, G19.

5.1. Introdução

As criptomoedas, além de representarem uma inovação financeira notável, são um ativo de investimento relativamente recente que tem atraído muita atenção quer por algumas características únicas que possui (descentralização, tecnologia *blockchain*, etc.), quer também pela elevada rendibilidade, quando comparada por exemplo com a de ações ou *commodities*, e também pela sua aparente independência relativamente aos ativos convencionais (Bouri et al., 2020; Corbet, Meegan, et al., 2018). Estes factos têm levado os investidores a considerar estes ativos (*cryptoassets*) nas suas estratégias de investimento.

Contudo, o mercado de criptomoedas parece exibir quedas repentinhas e extremas de preços (Feng et al., 2018), bem como oscilações abruptas (Chaim & Laurini, 2019), as quais se podem traduzir na existência de possível *tail dependence* entre criptomoedas. Enquanto a evidência de *tail dependence* indica que estes ativos se contagiam ou têm propriedades de cobertura (*hedge*) entre si, a inexistência de *tail dependence* possibilita o efeito de diversificação. São ativos que apresentam elevada volatilidade, sendo frequentemente associados a bolhas especulativas, a potencial instabilidade financeira e ao risco de contágio (Fry & Cheah, 2016; Bouri, Shahzad, et al., 2019; Neto, 2021).

Apesar do referido, assiste-se a um crescimento contínuo do número de criptomoedas, da sua capitalização de mercado, de volume de negociação e até mesmo de preços (Leirvik, 2021; Vidal-Tomás et al., 2019), em resultado, entre outros fatores: i) de um declínio da confiança pública (depois da crise financeira global) no sistema monetário tradicional (Trabelsi, 2018); ii) da sua aceitação como uma moeda legal para pagamento em diversos países e por diversas empresas (Zhu et al., 2021), de que se podem referir a título de exemplo, o Japão, a Microsoft, a Tesla, entre outros; iii) da quarta revolução industrial e do uso de tecnologias inteligentes; e iv) da sua aceitação enquanto classe de ativos (Hsu et al., 2021) e da sua inclusão em carteiras de investimento, etc. Assim, assume cada vez maior relevância, não apenas a compreensão da dinâmica deste mercado, mas também das interligações entre as diferentes criptomoedas, especialmente em períodos de crise. Compreender as interconexões existentes no mercado de criptomoedas, as dependências extremas e os *co-movements* é importante, não apenas numa perspetiva de gestão e identificação do risco de contágio, mas também em termos da eficiência destes mercados.

A pandemia de COVID-19 afetou a economia global num curto período de tempo, tendo a propagação desta pandemia gerado um forte efeito de contágio nos mercados financeiros em todo o mundo (Yarovaya et al., 2021). Contrariamente às crises financeiras anteriores, a complexidade das forças subjacentes à crise provocada pela pandemia de COVID-19 é muito

superior. Para conter a sua propagação foram adotadas medida sem precedentes. Entre elas o isolamento de cidades e/ou regiões, bem como o fecho de fronteiras, as quais provocaram, em muitos locais, uma verdadeira “suspensão económica”.

Desde o lançamento da BTC em 2009, a crise provocada pela pandemia de COVID-19 constitui a primeira grande crise mundial, e de origem externa aos mercados financeiros, à qual estes ativos foram expostos, além de que praticamente todos os mercados financeiros mundiais registaram perturbações significativas (Aslam et al., 2020). Uma vez que se pretende avaliar o contágio entre criptomoedas, e que para a sua avaliação é necessária a definição de um momento de início da crise, e tendo os mercados financeiros a nível mundial sofrido impactos da crise provocada pela pandemia de COVID-19, considerou-se como momento marcante do início desta crise, a data em que a Organização Mundial de Saúde (OMS) foi notificada do primeiro caso de pneumonia na cidade de Wuhan.

Nas últimas três décadas foram publicados muitos estudos sobre contágio financeiro. No entanto, não existe uma definição consensual deste conceito (*vide* Forbes & Rigobon, 2002; Bae et al., 2003). Uma definição que tem sido mais amplamente utilizada, e a qual também é adotada neste estudo, foi proposta por Forbes e Rigobon (2002). Considerando esta definição, o contágio estará relacionado com uma alteração significativa do nível das correlações entre as diferentes criptomoedas, em virtude da ocorrência de um evento extraordinário que provoca uma crise. Assim, a definição de contágio adotada neste estudo pressupõe a existência de uma mudança no mecanismo de propagação em torno da crise (enquadrando-se, de acordo com Forbes e Rigobon (1999) nas teorias contingentes à crise), considerando-se que existe contágio caso seja encontrada evidência de um aumento significativo na força como os choques são transmitidos entre as criptomoedas. Esta definição é antitética da definição de interdependência, a qual pressupõe que não há uma alteração do mecanismo de propagação antes e depois da crise (enquadrando-se de acordo com Forbes e Rigobon (1999) nas teorias não contingentes à crise), não sendo por isso significativa a alteração que eventualmente se verifique ao nível das correlações. Assim, qualquer alteração (não significativa) ao nível da correlação depois da crise, apenas será uma continuação das ligações que existiam antes dela. Além do referido, enquanto a definição de contágio requer a existência de um momento de corte (de modo a definir um “pré” e um “pós”), a definição de interdependência não exige a existência desse momento de corte.

Estes termos, embora próximos, são na realidade diferentes, justificando a distinção entre os conceitos de interdependência e contágio. Esta distinção será efetuada na secção seguinte, para que, com base na distinção efetuada e na definição do conceito de contágio, este possa ser avaliado no mercado de criptomoedas.

No que diz respeito ao mercado de criptomoedas, vários estudos avaliam a interdependência (Bouri, Das, et al., 2018; Selmi et al., 2018; Ji, Bouri, Roubaud, et al., 2019; Le et al., 2020) e os fluxos de transferência de informação (Park et al., 2021) entre as criptomoedas e outros ativos financeiros, ou entre as criptomoedas e outros mercados (Mensi et al., 2020; Huynh, Shahbaz, et al., 2020), considerando a existência de um potencial risco das criptomoedas para a estabilidade financeira. Outros estudos dedicam-se a analisar *co-movements* entre diferentes criptomoedas (Mensi, Rehman, et al., 2019; Ji, Bouri, Lau, et al., 2019; Kristoufek, 2021), *herding behaviour* (Bouri, Gupta, et al., 2019; Vidal-Tomás et al., 2019), comportamento de co-explosividade entre criptomoedas (Bouri, Shahzad, et al., 2019) e o contágio neste mercado (Silva et al., 2019; Antonakakis et al., 2019; Ferreira & Pereira, 2019).

A definição de contágio adotada terá que ser coerente com o método utilizado para a sua deteção (Davidson, 2020). Os coeficientes de correlação linear, de que o coeficiente de correlação de Pearson (r) é o mais comum, têm sido abordagens frequentes no estudo do contágio. Contudo, este tipo de abordagem apenas tem capacidade para descrever a correlação linear entre duas séries temporais, falhando, de acordo com Zhao et al. (2017) além do referido, em situações de não estacionariedade ou quando as séries são bastante longas (para maior detalhe, *vide* Zhao et al. (2017)). Considerando Hu (2006), os referidos coeficientes não permitem analisar como dois mercados se relacionam em períodos de tranquilidade e em períodos de elevada volatilidade, uma vez que apenas têm capacidade para medir o grau/nível de dependência, podendo assim conduzir, na presença de contágio financeiro, a uma significativa subestimação do risco de queda de investimentos simultâneos em diferentes mercados.

Pretendendo-se avaliar a presença de contágio no mercado de criptomoedas, e dada a necessidade de definição de um momento de corte (crise), o qual tem inevitavelmente uma (ou várias) causa(s), o recurso à causalidade à Granger (CG) poder-se-á afigurar como um método adequado enquanto primeira abordagem. Contrariamente ao coeficiente de correlação linear, a CG, linear, tem a capacidade de detetar interações direcionais (assimetria na interação), sendo também de fácil computação (apenas requer a seleção da ordem do modelo, e o valor de α a utilizar no teste-F).

Contudo, trata-se de um método que pela necessidade subjacente de especificação de um modelo (o qual deverá estar ajustado à dinâmica subjacente, sob pena de conduzir a causalidades espúrias) e pela sua aplicabilidade em situações de dependência linear, não se revelará o mais adequado quando se pretende avaliar o contágio através de medidas que capturem *co-movements* para além da dependência linear. Assim, justifica-se a adoção de outras abordagens, que tenham a capacidade para lidar com não normalidades na estrutura de

dependência e com a dependência dinâmica ao longo do tempo. Pretende-se com este estudo efetuar a exploração de medidas de correlação global, com capacidade para captar não-linearidade e a dinâmica dos fluxos de informação. Assim, considerando as não linearidades, que parecem caracterizar o mercado de criptomoedas (Bouri, Gupta, et al., 2019; Dimpfl & Peter, 2019), e também encontradas no objeto em estudo, recorrer-se-á também, à semelhança de Ferreira e Pereira (2019) à DCCA, ao seu coeficiente de correlação e à sua variação, para avaliar não apenas a variação da integração entre os mercados de criptomoedas como também a possibilidade de um efeito de contágio entre elas. Além deste método, recorrer-se-á, também a medidas baseadas na teoria da informação, a Informação mútua (IM) e a *Transfer entropy* (TE). A IM tem a capacidade de detetar qualquer forma de dependência estatística entre diferentes variáveis, e de captar as interdependências lineares e não lineares entre duas séries temporais, ou melhor, a captação da estrutura de correlação estatística (Dionisio et al., 2004). Neste sentido, a IM pode ser interpretada como uma medida que quantifica a informação trocada entre dois sistemas (Fiedor, 2014), pelo que, em complemento da análise efetuada pelo recurso à DCCA, recorre-se também à sua aplicação. Contudo, sendo a IM uma medida simétrica, não fornece evidência sobre a dinâmica nem sobre a direção da troca de informação (Schreiber, 2000), as quais são úteis na avaliação do contágio nos mercados financeiros. Consequentemente, recorre-se à TE enquanto medida livre de qualquer pressuposto, que não requer a especificação de um modelo subjacente, e que quantifica a informação transmitida da série temporal de origem para a série temporal de destino. O recurso a este método permite não apenas para conferir robustez à IM, mas também identificar a direccionalidade do fluxo de informação entre as diferentes criptomoedas em estudo.

As medidas baseadas na teoria da informação referidas, embora aplicadas na avaliação do contágio noutros mercados financeiros, são praticamente inexploradas (ou são-no parcamente) no estudo do contágio nos mercados de criptomoedas. Assim, o contributo científico deste estudo reside não só neste ponto como também, na avaliação da presença (ausência) de contágio para um objeto de estudo mais amplo (maior número de criptomoedas) e para diferentes escalas de tempo. Além disso, pelo facto de abranger o período que marcou o início da pandemia de COVID-19, permitirá a obtenção de conhecimento novo sobre a forma como estes mercados reagem perante eventos extremos, ainda que externos aos mercados financeiros.

Parte significativa da literatura relacionada com criptomoedas centra-se, por um lado, na análise da BTC e/ou de um pequeno grupo de criptomoedas. Por outro, analisa diferentes propriedades das criptomoedas, em relação a outros mercados, não considerando a evolução dinâmica interna do mercado de criptomoedas. Além do referido, a vasta literatura dedicada à análise do contágio nos mercados financeiros centra-se nas crises financeiras como fonte de risco

sistémico. No entanto, os desastres naturais (Lee et al., 2018) e também pandemias, como a de COVID-19 (Nguyen et al., 2021), parecem ser fontes de contágio financeiro para os mercados de ações globais, e por isso, o contágio financeiro pode não ser necessariamente decorrente de crises financeiras. Considerando o referido, e sendo esta ainda uma linha de pesquisa emergente, entende-se que a análise tem um contributo científico relevante ao avaliar o contágio entre criptomoedas, não com origem numa crise financeira, mas sim com origem numa crise pandémica. Ao invés de se considerar apenas uma série financeira com referência de comparação, e em função dela comparar todas as outras, neste caso, cada série financeira é uma referência de comparação para todas as outras (ex.: a série da BTC é comparada com a das restantes 15 criptomoedas, a série da ETH é também comparada com a das restantes 15 criptomoedas, e assim sucessivamente). Assim, em termos de contributos para a literatura, este estudo avalia a “transmissão” de rendibilidade entre uma amostra ampla de criptomoedas (não se restringindo apenas à BTC), nos períodos pré e durante a pandemia de COVID-19. De acordo com Qureshi et al. (2020), muitos aspectos do mercado de criptomoedas permanecem inexplorados, especialmente as interdependências entre as principais criptomoedas. Assim, este estudo ao avaliar a (in)dependência entre várias criptomoedas (e não apenas as três ou quatro com maior capitalização de mercado) permite uma melhor compreensão da dinâmica deste mercado. Para efetuar a referida avaliação, recorre-se a técnicas utilizadas nos testes de contágio financeiro. Considera-se para esta avaliação um período pré-corte e um período pós-corte. O primeiro corresponde a um período pré COVID-19, o qual à semelhança de Yousaf e Ali (2020), Corbet, Larkin, et al. (2020) entre outros, se considera até 31 de dezembro de 2019, data em que a OMS é notificada dos primeiros casos de pneumonia detetados na cidade de Wuhan. O segundo corresponde a um período que se considera de COVID-19, dada a manutenção da situação de pandemia. Relativamente a outros estudos que recorreram à DCCA e ao seu coeficiente para avaliar a correlação entre as várias criptomoedas, este apresenta como principal contributo o facto de se terem correlacionado todas as 16 criptomoedas entre si, ao contrário das habituais análises de correlações entre diferentes criptomoedas e a BTC, permitindo assim a extensão da análise a um conjunto mais amplo de criptomoedas.

De entre os principais resultados, evidenciam-se a complexidade (corroborando, por exemplo Antonakakis et al. (2019)) e a integração entre os mercados de criptomoedas (corroborando Qureshi et al. (2020)). Enquanto para escalas de tempo curtas foi encontrada evidência de contágio para a generalidade das criptomoedas (a única exceção foi a USDT), para escalas de tempo longas, e embora se tivesse continuado a encontrar esta evidência, a mesma atenuou-se para algumas criptomoedas. O maior número de relações de dependência estatisticamente significativas encontradas com a aplicação de abordagens não lineares evidenciou a

complexidade do comportamento dos mercados criptomoedas. A abordagem linear e as abordagens não lineares, baseadas na teoria da informação, não evidenciaram contágio entre as criptomoedas. No entanto, foi encontrada evidência de integração dos mercados, menor no período pós 31/12/2019. A abordagem direcional não permitiu identificar, claramente, uma criptomoeda *influencer* no período pré 31/12/2019, enquanto no período pós 31/12/2019, a USDT e a HT revelaram-se as principais *influencers*.

O estudo está organizado da seguinte forma: depois desta introdução, na Secção dois é efetuada uma revisão de literatura onde se apresenta evidência empírica recente de contágio no mercado de criptomoedas, e são justificadas as escolhas metodológicas para o desenvolvimento da análise empírica. Na Secção três apresentam-se os dados e a metodologia adotada na análise empírica. Na Secção quatro apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos e, na Secção cinco apresentam-se as conclusões da análise realizada.

5.2. Revisão de Literatura

5.2.1. Contágio: Várias Definições

A questão do contágio financeiro tem interessado académicos, investidores e decisores políticos, uma vez que a globalização tem contribuído para aumentar a interdependência financeira entre mercados e instituições (Mendoza & Calvo, 2000). Apesar de serem muitos os estudos publicados sobre este assunto, não existe consenso sobre a definição do conceito de contágio financeiro. Alguns autores distinguem entre contágio e interdependência, considerando que a propagação de um choque localizado só será contágio se não existirem razões de natureza fundamental - fundamentos económicos - que a justifiquem; se houver, então haverá interdependência e não contágio; outros interpretam qualquer evidência de disseminação de uma perturbação como sendo contágio.

No que diz respeito ao conceito de contágio, Pericoli e Sbracia (2003), apresentam cinco definições relevantes:

“1: Contagion is a significant increase in the probability of a crisis in one country, conditional on a crisis occurring in another country.”; *“2: Contagion occurs when volatility of asset prices spills over from the crisis country to other countries.”;* *“3: Contagion occurs when cross-country comovements of asset prices cannot be explained by fundamentals.”;* *“4: Contagion is a significant increase in comovements of prices and quantities across markets, conditional on a crisis occurring in one market or group of markets.”;* *“5: (Shift-)contagion occurs when the*

transmission channel intensifies or, more generally, changes after a shock in one market.”

(Pericoli & Sbracia, 2003, pp. 574-575).

Apesar da diversidade, um aspeto comum às várias definições é que tendem a indicar o método a utilizar para medir e testar o contágio. Por exemplo, a definição 2., ao referir-se aos *spillovers* de volatilidade sugere que seja investigada recorrendo a métodos que permitam que as variáveis exibam volatilidade variável no tempo, como por exemplo os modelos GARCH. As definições 3. e 4. fazem referência a *co-movements*, pelo que o seu estudo basear-se-á na análise das alterações das correlações entre as variáveis ao longo do tempo. Por outro lado, a definição 5. ao referir (*shift-)**contagion* implica uma quebra no processo de geração de dados, sendo por isso esta definição considerada quando o contágio é analisado através de *regime switching models* ou quando são consideradas *correlation breakdowns*. Outro aspeto comum diz respeito aos canais de transmissão. Apesar de nas definições 2. e 3. os mercados financeiros serem o elemento central, a definição 3. é mais exigente, na medida em que para que os movimentos nos preços sejam indicativos de contágio, estes não podem ficar a dever-se a alterações nos *fundamentals*⁵⁰ (o que acabaria por conduzir à definição de interdependência), mas sim devido a alterações dos vínculos existentes (alteração estrutural significativa). As definições 4. e 5. têm também em consideração a força das ligações entre países, considerando que só haverá contágio se após um choque essas ligações se tornarem mais fortes. Contudo, ao enfatizar a dimensão quantitativa (“*significant increase in comovements*” ou “*when the transmission channel intensifies*”) é transmitida a definição de contágio como “*co-movements excessivos*” relativamente a um determinado padrão, o que não facilita a distinção entre “*co-movements normais*” (devidos à simples interdependência) e “*co-movements excessivos*” devidos a uma quebra estrutural nos dados.

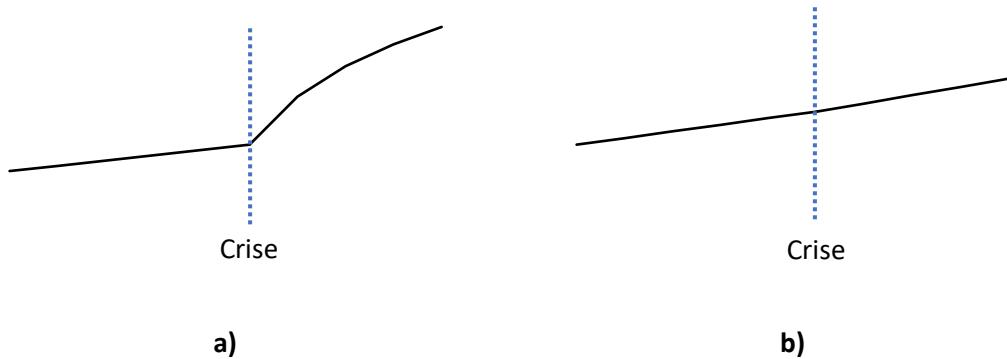
A (in)observância do contágio resulta, em grande medida, da falta de consenso sobre uma definição de contágio, e consequentemente sobre os métodos apropriados para testar a sua presença (Baele & Inghelbrecht, 2010). Neste estudo, adota-se a definição considerada por Forbes e Rigobon (2002), a qual implicitamente assume uma ligação de mercado constante. De acordo com estes autores, o contágio é definido “*as a significant increase in cross-market linkages after a shock to an individual country (or group of countries).*” Forbes e Rigobon (2002, p. 2223). De acordo com esta definição, se dois mercados apresentam um alto grau de *co-movement* durante períodos de estabilidade, ainda que os mercados continuem muito correlacionados após um choque num deles, não se trata necessariamente de contágio (uma vez que as correlações entre mercados podem aumentar após uma crise, devido por exemplo à

⁵⁰ Entendidos como vínculos reais e financeiros pré-existentes.

presença de heterocedasticidade, ainda que não haja incremento nas ligações subjacentes). Quando os mercados apresentam um grau elevado de *co-movement* antes de uma crise (períodos de estabilidade), qualquer aumento subsequente não significativo em termos de *co-movement* (correlação), poderá apenas refletir um prolongamento de fortes vínculos entre mercados (manutenção estrutural), denominando-se, de acordo com os autores, de interdependência. Assim, os autores sugeriram um coeficiente de correlação incondicional (não dependente da volatilidade do mercado) para avaliar o efeito de contágio, o qual apresentava como principal limitação o facto de assumir a inexistência de variáveis omitidas e endogeneidade entre mercados, o que é claramente uma simplificação.

Considerando o referido, a distinção entre contágio e interdependência pode ilustrar-se conforme a Figura 5.1, onde podemos entender a alteração estrutural significativa como o tipo de função associado. Assim, a Figura 5.1 a) corresponde à ilustração do contágio (alteração de uma função polinomial de grau um para um função exponencial), enquanto a Figura 5.1 b) ilustra a definição de interdependência (não há alteração no mecanismos de transmissão de informação, atendendo a que se mantém o tipo de função).

Figura 5.1 – Ilustração de Contágio vs. Interdependência



Nota: a figura ilustra a distinção entre os conceitos de contágio (em a)) e interdependência (em b)).

A comparação da correlação (covariância) entre dois mercados durante períodos de estabilidade e de turbulência (imediatamente após um *crash*), corresponde apenas a uma das possíveis abordagens (neste caso, direta) para medir contágio. Contudo, recorrer ao coeficiente de correlação linear para avaliar a presença de contágio pode revelar-se insuficiente. Por um lado, porque o seu aumento pode representar apenas um fortalecimento da interdependência (conforme Figura 5.1 b)). Por outro, porque este apenas tem capacidade para medir o grau/nível de dependência linear entre mercados (refletindo de acordo com Hu (2006) a força geral da relação entre os mercados), falhando em termos de modelação da estrutura de dependência

(dificultando a investigação de dependências assimétricas, não lineares, entre mercados), a qual descreve como os mercados estão relacionados. Para ultrapassar estas limitações, várias abordagens têm sido adotadas, sendo frequente, por exemplo, o recurso a modelos de cópula. Além destes modelos, têm também sido adotadas abordagens com origem na teoria da informação e na estatística física, como a IM (que quantifica a informação comum entre variáveis, sendo por isso uma medida da relação entre essas variáveis), a TE (que possibilita a identificação da direção da relação identificada pela IM), a DCCA, e o respetivo coeficiente de correlação (ρ DCCA), entre outras. O ρ DCCA possui, relativamente ao coeficiente de correlação linear de Pearson, como principais vantagens o facto de poder ser aplicado a séries temporais não estacionárias, e o facto de variar continuamente de acordo com a escala temporal (Ma et al., 2016). Contudo, embora estas últimas sejam frequentemente utilizadas para avaliar a relação entre variáveis financeiras, não é tão frequente a sua utilização para identificar a direção dessa relação, a qual é relevante quando se pretende avaliar o contágio num determinado mercado, justificando a sua adoção neste estudo.

5.2.2. Avaliações de Contágio nos Mercados Financeiros

Conhecer e compreender a forma como os mercados financeiros se relacionam assume especial relevância, não apenas pelos efeitos positivos (ex. melhorar o crescimento económico), mas também pelos efeitos negativos que pode provocar (ex. possível risco de contágio). O conceito de contágio definido em Forbes e Rigobon (2002) pressupõe a existência de uma crise. É bastante vasta a literatura que avalia o contágio nos mercados financeiros, sendo variados os múltiplos métodos e os contextos de crise utilizados para a sua avaliação (*vide*, por exemplo Seth & Panda (2018) incluindo a mais recente crise provocada pela pandemia de COVID-19, como pode ser visto por exemplo em Liu et al. (2021)).

Pretendendo-se avaliar o contágio entre criptomoedas, a revisão de literatura incidirá em estudos dedicados a estes ativos. Vários estudos têm avaliado *spillovers* de rendibilidade/volatilidade entre diferentes criptomoedas. Em alguns foi encontrada evidência de inquestionável liderança da BTC (Koutmos, 2018; Ji, Bouri, Roubaud, et al., 2019). Noutros, esta liderança não se revelou (Yi et al., 2018). Outros ainda encontraram evidência de liderança partilhada entre a BTC e LTC como transmissoras líquidas dos referidos *spillovers* (Ji, Bouri, Lau, et al., 2019), enquanto a ETH foi identificada como a principal recetora líquida dos mesmos. Canh et al. (2019)⁵¹ encontraram evidência de transmissão de *spillovers* de volatilidade entre as

⁵¹ Recorrendo a um modelo DCC-MGARCH.

criptomoedas analisadas e mostraram que o mercado de criptomoedas se caracterizava pela permanente existência de quebras estruturais, as quais tendem a disseminar-se das criptomoedas de menor capitalização de mercado para as de maior capitalização. Estes resultados contraditórios, ainda que obtidos com recurso a métodos diferentes, alertam para a necessidade de aprofundar a investigação a este respeito.

As criptomoedas são ativos financeiros presentes atualmente em diversas carteiras de ativos, pelo que, embora se trate de um mercado ainda recente, a análise de *spillovers* de volatilidade entre diferentes mercados tem sido também objeto de estudo (Mensi, Sensoy, et al., 2019; Akyildirim et al., 2019), os quais encontraram evidência que representa, de acordo com os autores, um forte sinal de contágio financeiro. A TE, introduzida por Schreiber (2000), e modificada por Dimpfl e Peter (2013), foi utilizada numa abordagem estática (Huynh, Shahbaz, et al., 2020; Park et al., 2021), e numa abordagem dinâmica (Ji, Bouri, Roubaud, et al., 2019). No que diz respeito à abordagem estática, os primeiros avaliaram a relação causal entre os movimentos dos mercados energéticos e o valor das criptomoedas, enquanto os segundos avaliaram os fluxos de informação entre os preços da BTC e de outros ativos financeiros⁵² de 27 países. No que diz respeito à abordagem dinâmica, foi avaliada a dependência informativa entre cinco criptomoedas e três mercados de *commodities*⁵³. Ainda com recurso à TE, Huynh, Nasir, et al. (2020) investigaram os efeitos de *spillover* entre 14 criptomoedas e a sua associação com os preços do ouro. Os resultados revelaram que, embora de um modo geral haja efeitos de *spillover* entre os mercados de criptomoedas, as criptomoedas de menor capitalização de mercado eram mais sensíveis (maiores receptores e emitentes) do que as criptomoedas com maior capitalização de mercado. Esta evidência, concordante com os resultados de Canh et al. (2019), Yi et al. (2018) e Corbet et al. (2018), evidencia a necessidade de ter em consideração criptomoedas com pequena capitalização de mercado, tendo a MAID sido a única criptomoeda que não recebia nenhum efeito de qualquer outra, sendo por isso bastante independente no âmbito do mercado geral de criptomoedas. Por outro lado, a USDT revelou ser a criptomoeda mais sensível da amostra, tendo os autores atribuído esta maior sensibilidade provavelmente ao facto de estar “vinculada” ao dólar americano. Os resultados revelaram, igualmente, que a BTC pode não ser a fonte mais forte de volatilidade para as outras criptomoedas.

Outros estudos, restritos a um número reduzido de criptomoedas ou considerando a BTC como “fonte” de contágio (base de interação), seguiram não só a linha de pensamento de Forbes e Rigobon (2002), como é o caso de Ferreira e Pereira (2019), bem como outra linha de

⁵² Rendibilidade de títulos do tesouro, índices de ações e taxas de câmbio (relativamente ao USD)

⁵³ Metais, Energia e Agrícolas.

pensamento distinta, no caso de Tiwari et al. (2020). Ferreira e Pereira (2019) avaliaram o efeito de contágio (análise de correlação) entre a BTC e um conjunto de 10 criptomoedas. A avaliação do contágio foi efetuada recorrendo ao $\rho DCCA$, tendo calculado o referido coeficiente de correlação antes e depois do episódio de crise (*crash* de dezembro de 2017). Os autores estimaram também o $\Delta \rho DCCA$, considerado como uma medida de contágio, comparando os períodos anterior e posterior ao referido *crash*. Concluíram pela existência contágio entre a BTC e as restantes criptomoedas (a única exceção foi a USDT, que não evidenciou efeitos de contágio para qualquer escala temporal). Por outro lado, Tiwari et al. (2020), avaliaram o risco de contágio e a estrutura de dependência entre as principais⁵⁴ criptomoedas recorrendo a modelos cópula, tendo os resultados evidenciado significativo risco de contágio entre as rendibilidades das principais criptomoedas, quer quando os mercados estavam em alta quer quando estavam em baixa.

Não se esgotam, contudo, aqui as possíveis abordagens para avaliar a presença(ausência) de contágio no mercado de criptomoedas. Podem referir-se a título de exemplo os estudos que visaram identificar a presença de *herding behaviour*, o qual constitui uma possível explicação para o contágio (Bouri, Gupta, et al., 2019; Bouri, Shahzad, et al., 2019; Silva et al., 2019; Yarovaya et al., 2021), ou aqueles que visaram identificar a presença de bolhas especulativas (Fry & Cheah, 2016).

Em 31 de dezembro de 2019, a OMS foi notificada dos primeiros casos de pneumonia detetados na cidade de Wuhan. Os casos ocorreram entre 12 e 29 de dezembro, sendo o vírus apenas identificado como um novo tipo de coronavírus a 07 de janeiro de 2020 (World Health Organization, 2020). O número de casos continuou a crescer significativamente em várias províncias da China, alastrando-se rapidamente a outros países e continentes. O número de casos e de mortes crescia exponencialmente, a capacidade de resposta dos sistemas de saúde de vários países era ameaçada e, a 11 de março de 2020 a OMS declarou a COVID-19 como pandemia. Este surto à escala mundial revelou não apenas o quanto frágil é o mundo em que vivemos, e o quanto somos vulneráveis enquanto sociedade perante estes riscos tão excepcionais, como também abalou os mercados bolsistas em vários países, alertando para a importância da avaliação do contágio também aos mercados financeiros.

A utilização do termo contágio na análise das repercussões de uma crise nunca foi tão apropriada como no caso da pandemia de COVID-19, uma vez que capta não apenas a propagação da própria doença, como também a transmissão dos impactos sociais, financeiros e económicos (Yarovaya et al., 2020). Assim, embora existam muitos estudos dedicados ao

⁵⁴ BTC, LTC e XRP.

contágio, este ganhou especial ênfase quando o mundo se deparou com o surto mundial de COVID-19, o qual, à semelhança de um qualquer terramoto, abalou mercados financeiros por todo o mundo (Akhtaruzzaman et al., 2021). A COVID-19 tem características de longa duração, rápido crescimento e ampla gama de influência, tendo por isso um impacto significativo nas finanças internacionais (Guo et al., 2021).

Ainda que com origem externa ao sistema financeiro (contrariamente à origem da crise do *subprime* de 2007/2008 nos Estados Unidos, ou da crise da dívida Europeia de 2010/2011), dada a sua origem na COVID-19 (Guo et al., 2021), a turbulência tornou-se uma constante nos mercados financeiros, intensificando a incerteza a nível mundial, provocando o pânico dos investidores (Szczygielski et al., 2021) e quedas de preços significativas em vários mercados. Um período stressante, que representa a primeira catástrofe económica e financeira global que ocorreu no curto período de vida das criptomoedas (Shahzad et al., 2021). As repercussões desta pandemia não se fizerem (fazem) sentir apenas nos mercados financeiros e não são ainda completamente conhecidas (Ashraf, 2020), mas é certo o isolamento social físico a nível mundial, bem como impactos na saúde humana, no desempenho económico mundial, na dinâmica dos diversos mercados de ativos financeiros (Li et al., 2020; Goodell, 2020; Ji et al., 2020; McKibbin & Fernando, 2021), pelo que as criptomoedas não deverão constituir uma exceção (Lahmiri & Bekiros, 2020; Naeem et al., 2021). Os efeitos de contágio, originados em virtude da ocorrência de eventos globais, com origem num país ou numa região (como a aparente origem da COVID-19) têm despertado interesse em termos de literatura económico-financeira.

Assim, com o objetivo de avaliar os efeitos desta turbulência no mercado de criptomoedas, García-Medina e Hernández (2020) estimaram a *multivariate transfer entropy* (mTE), para um conjunto de 146 criptomoedas. A sua análise mostra que a turbulência financeira conduziu a um maior fluxo de informação entre as diversas criptomoedas, coincidente com a queda abrupta nas bolsas de valores mundiais, podendo assim fornecer sinais de alerta para um aumento do risco sistemático neste mercado, e consequentemente de possível contágio (ainda que não tenha sido considerada neste estudo, uma série financeira para avaliação do contágio). Ghorbel e Jeribi (2021) analisaram as relações entre as volatilidades de cinco criptomoedas, três índices americanos, o petróleo e o ouro, tendo encontrado evidência de um maior *spillover* de volatilidade entre as várias criptomoedas (confirmando as dependências intra mercado de criptomoedas), e um menor *spillover* de volatilidade entre as criptomoedas e os restantes ativos financeiros. Os autores inferiram⁵⁵, igualmente, que durante períodos de estabilidade as

⁵⁵ Recorrendo ao modelo DCC-GARCH.

criptomoedas apresentam baixas correlações condicionais dinâmicas com os ativos financeiros. Contudo, no início de 2020 ocorreu uma alteração deste comportamento, com um aumento da correlação entre criptomoedas, índices americanos e petróleo, levando os autores a confirmar a existência de contágio entre estes mercados. Também Corbet, Larkin, et al. (2020) encontraram evidência de que, em tempos de graves perturbações financeiras, como o período da COVID-19, a BTC não atua como *hedge* ou porto seguro, mas sim como amplificadora de contágio. Shahzad et al. (2021) avaliaram o *spillover* de rendibilidade entre 18 criptomoedas, sob regimes de baixa e alta volatilidade, entre julho de 2016 e abril de 2020. Os autores encontraram evidência de vários *spillovers* em ambos os regimes de volatilidade, durante todo o período da amostra, embora mais pronunciados no regime de baixa volatilidade. A aplicação de *rolling windows* permitiu-lhes encontrar evidência de mudanças estruturais significativas de *spillovers* não apenas no final de 2018, mas também no início de 2020. Durante o período do surto de COVID-19 houve um intensificar da magnitude dos *spillover* no regime de alta volatilidade, igualmente consistente com a definição de contágio.

A maioria dos estudos dedicados ao contágio, interdependência ou integração no mercado de criptomoedas, consideram uma amostra das principais criptomoedas e avalia a relação entre cada uma delas e a BTC. Assim, justifica-se a realização deste estudo, o qual tem como contributos para a literatura existente a análise de uma amostra mais ampla de criptomoedas, e também a avaliação simultânea da relação entre todos os possíveis pares. Não se esgota aqui o contributo científico, atendendo a que ao recorrer à DCCA e à variação do seu coeficiente de correlação, num período marcado pelo início da pandemia de COVID-19, permitirá avaliar a variação da integração entre os mercados de criptomoedas e também a possibilidade de um efeito de contágio entre eles, fornecendo nova informação sobre a forma como estes mercados reagem a eventos extremos, embora externos aos mercados financeiros. Este método é relevante, na medida em que permite uma avaliação multi escala temporal, útil dada a existência de diferentes preferências por parte dos investidores no que diz a horizontes temporais de investimento. Para complementar esta avaliação, e dado tratar-se de uma abordagem pouco adotada em estudos que investigam o mercado de criptomoedas, recorre-se também a medidas baseadas na teoria da informação. Estas medidas, úteis na deteção de qualquer forma de dependência estatística entre diferentes variáveis, permitem não apenas a quantificação da informação trocada entre dois sistemas, como também identificar a direção do fluxo de informação entre as diferentes criptomoedas em estudo, o que é relevante em situações de contágio. A adoção de diferentes métodos permitirá uma verificação mais relevante e robusta de resultados.

5.3. Dados e Métodos

Para a avaliação do contágio, segundo a perspetiva proposta por Forbes e Rigobon (2002), é necessária a identificação de um momento de corte que marca o início do período de crise. Assim, neste estudo considerou-se (pelos motivos referidos em 5.1. e 5.2.) como período de crise, aquele que tem início com o despoletar da COVID-19, a qual viria posteriormente a ser declarada pandemia mundial. Não há na literatura consenso sobre uma data para marcar este momento, embora o dia 01 de janeiro de 2020 pareça ser aquele que reúne maior aceitação. Enquanto Guo et al. (2021) definiram o dia 02 de dezembro de 2019 como exemplo de um dia do período pré-crise COVID-19, outros estudos definem o primeiro trimestre de 2020 como o período de crise (Jawad et al., 2021; Okorie & Lin, 2021; Lahmiri & Bekiros, 2020; Corbet, Larkin, et al., 2020; Corbet, Hou, Hu, Lucey, et al., 2020; Yousaf & Ali, 2020; Akhtaruzzaman et al., 2021). Não se esgotam aqui as datas de corte consideradas nos inúmeros estudos já realizados para avaliar o contágio aos mercados financeiros. Assim, e apenas a título de exemplo, Shahzad et al. (2021) consideram o dia 14/01/2020, enquanto outros consideram o dia em que a OMS declarou a COVID-19 como pandemia (Zhang et al., 2020), ou seja, 11 de março de 2020. Neste estudo, à semelhança de Yousaf e Ali (2020) e Corbet, Larkin, et al. (2020), entre outros, considera-se que a data de corte é aquela em que OMS é notificada dos primeiros casos de pneumonia detetados na cidade de Wuhan, isto é, o dia 31 de dezembro de 2019.

5.3.1. Dados

A amostra é composta por 16 criptomoedas com capitalização de mercado superior a mil milhões de dólares à data de 07 de março de 2020 (de acordo com informação disponível em <https://coinmarketcap.com>). Todas as observações têm frequência diária e foram recolhidas até ao dia 30/01/2021. A data de início é variável e está descrita para as diferentes criptomoedas na Tabela 5.1., tendo-se agrupado as criptomoedas duas a duas para a aplicação dos diferentes métodos utilizados.

Para cada uma das séries calcularam-se, com base nos preços de fecho, as taxas de rendibilidade das criptomoedas. Estas foram obtidas de acordo com $r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right)$, onde $r_{i,t}$ corresponde à taxa de rendibilidade da criptomoeda i no período t , $\ln(P_{i,t})$ e $\ln(P_{i,t-1})$, correspondem ao logaritmo natural do preço de fecho da criptomoeda i no período t e no período imediatamente anterior, $t - 1$, (desfasamento de 1 dia), respetivamente.

Tabela 5.1 – Caracterização da Amostra

	Criptomoeda	Data Início	Observações	
			Até 31/12/2019	Após 31/12/2019
1	Bitcoin	BTC	29-04-2013	2437
2	Ethereum	ETH	07-08-2015	1607
3	Ripple	XRP	04-08-2013	2340
4	Bitcoin Cash	BCH	23-07-2017	891
5	Bitcoin SV	BSV	09-11-2018	417
6	Tether	USDT	25-02-2015	1770
7	Litecoin	LTC	29-04-2013	2437
8	EOS	EOS	01-07-2017	913
9	Binance Coin	BNB	25-07-2017	889
10	Tezos	XTZ	02-10-2017	820
11	ChainLink	LINK	20-09-2017	832
12	Cardano	ADA	01-10-2017	821
13	Stellar	XLM	05-08-2014	1974
14	TRON	TRX	13-09-2017	839
15	Monero	XMR	21-05-2014	2050
16	Huobi Token	HT	03-02-2018	696

Notas: i. A data de fim de todas as séries é 30/01/2021; ii. O número de observações refere-se aos preços de fecho, consequentemente, as séries referentes à rendibilidade serão inferiores numa unidade.

5.3.2. Métodos

Com o objetivo de analisar a dependência entre as diversas criptomoedas, e atendendo a que as suas rendibilidades não seguem uma distribuição normal multivariada, a correlação linear enquanto medida de dependência pode não ser, pelos motivos referidos em 5.2. a medida de dependência mais significativa e conduzir a inferências que não traduzem o mais fielmente possível a realidade empírica. O objetivo é analisar os *co-movements* dos mercados de criptomoedas num período pré-corte (pré-crise) e num período pós-corte, de modo a avaliar se ocorreu aumento significativo nas correlações. Para alguns autores o aumento significativo de *co-movements* é interpretado como contágio (conforme é visível nas definições 3. e 4. de Pericoli e Sbracia (2003)), enquanto para outros, é interpretado como um aumento da integração entre os mercados (Ferreira, 2017).

Pretendendo-se avaliar a presença de contágio neste mercado, o conceito de causalidade assume inequívoca relevância, e por isso recorrer-se-á à CG. Embora de acordo com Hu e Liang (2014) o conceito de causalidade seja possível de modelar através de métodos que têm por base cópulas, uma abordagem do ponto de vista da teoria da informação permite uma modelação

mais ampla. Deste modo, recorrer-se-á à IM, (embora esta seja uma medida simétrica) e à TE (medida assimétrica). Além da aplicação dos referidos métodos, a avaliação do contágio entre criptomoedas será também efetuada com recurso ao coeficiente de correlação da DCCA (ρ_{DCCA}), atendendo a que se trata de um método que não exige estacionariedade nas séries temporais e no qual o estabelecimento de correlações cruzadas (efeitos de contágio) em ambos os regimes, é efetuada diretamente a partir das propriedades dos momentos das séries. Consequentemente, não há nenhuma redução da amostra, sendo por isso utilizadas todas as observações originais (revelando-se uma vantagem, especialmente quando o número de observações não é muito elevado).

Apresentam-se, assim, sucintamente as diferentes metodologias aplicadas.

5.3.2.1. *Detrended Cross-Correlation Analysis (DCCA)*

A DCCA, introduzida por Podobnik e Stanley (2008), é uma generalização da *Detrended fluctuation analysis*, DFA (utilizada no Capítulo 3) para um contexto onde o interesse é o estudo do comportamento conjunto de duas séries temporais, de igual comprimento N (igual número de observações), com a vantagem de permitir a obtenção de resultados para diferentes escalas temporais, através da *detrended covariance function*, $F_{DCCA}^2(n)$. Constitui também uma vantagem desta abordagem (embora neste caso não se revele necessária dada a estacionariedade das séries analisadas) a sua aplicabilidade em situação de não estacionariedade. Assim, a DCCA permite investigar a correlação cruzada entre duas séries, quer as relações sejam lineares, quer sejam não lineares. Deste modo, e em paralelismo com a DFA, em caso de existência de correlação de longo alcance entre ambas as séries ter-se-á $F_{DCCA} \sim n^\lambda$ (Zebende, 2011). Como, de acordo com Zebende e Filho (2009), o expoente λ quantifica as correlações (de potência) de longo alcance e identifica a sazonalidade, mas não quantifica o nível dessas correlações cruzadas, então é necessário recorrer ao coeficiente de correlação desenvolvido por Zebende (2011), ρ_{DCCA} , de modo a quantificar o nível de correlação cruzada. De acordo com Podobnik e Stanley (2008) e Zebende (2011), o processo de obtenção de ρ_{DCCA} é o seguinte:

Considerando duas séries de dados diferentes x_k e y_k , com igual comprimento N , onde k se refere a duas observações equidistantes e integrando estas duas séries, obtém-se duas novas séries, $x_t = \sum_{k=1}^t x_k$ e $y_t = \sum_{k=1}^t y_k$, com $t = 1, 2, \dots, N$. Dividem-se ambas em “caixas” de igual comprimento n , que são depois divididas por $(N - n)$ “caixas” sobrepostas. De seguida, calcula-se para cada série a tendência local de cada “caixa”, \tilde{x}_t e \tilde{y}_t , através de estimação pelo método

dos mínimos quadrados. As *detrended series* são obtidas através da diferença entre os valores originais e a sua tendência. É depois calculada a covariância dos resíduos de cada “caixa” através de $f_{DCCA}^2(n) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{i+n} (x_t - \tilde{x}_t)(y_t - \tilde{y}_t)$. De modo a obter a nova função de covariância, é calculada a média de todas as “caixas” sobrepostas ($N - n$), a qual é dada por:

$$F_{DCCA}^2(n) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} f_{DCCA}^2 \quad (5.1)$$

O processo acima descrito é repetido várias vezes, para “caixas” de diferentes valores de n , de modo a obter a relação entre a *DCCA fluctuation function* e n , e assim obter a correlação cruzada de longo alcance, $F_{DCCA}(n)$, a qual é dada, conforme supra referido, por $F_{DCCA} \sim n^\lambda$. Considerando o paralelismo entre a DCCA e a DFA, bem como o referido por Ferreira e Dionísio (2016), $\lambda = 0.5$ indica a inexistência correlação cruzada de longo alcance, $\lambda > 0.5$ indica correlação cruzada persistente de longo alcance, e $\lambda < 0.5$ indica correlação cruzada anti persistente, o que quer dizer que valores grandes numa variável serão, provavelmente, seguidos por valores pequenos na outra, e vice-versa.

Uma vez obtidas a *detrended covariance function* (F_{DCCA}^2) e a *detrended variance function* (F_{DFA}), o $\rho DCCA$, introduzido por Zebende (2011), é dado por:

$$\rho DCCA(n) = \frac{F_{DCCA}^2(n)}{F_{DFA\{x\}}(n)F_{DFA\{y\}}(n)} \quad (5.2)$$

Este coeficiente é, de acordo com Kristoufek (2014), considerado eficiente (o autor testou o coeficiente com recurso a simulações de Monte Carlo, e comparou-o com o coeficiente de correlação linear). De acordo com Zebende (2011) e Zhao et al. (2017), $-1 \leq \rho DCCA \leq 1$, onde $\rho DCCA = 1$ significa que as séries exibem correlação cruzada perfeita (correlação cruzada determinística), enquanto $\rho DCCA = -1$ significa a existência anti-correlação cruzada perfeita entre as séries (também correlação cruzada determinística) e, $\rho DCCA = 0$ corresponde à inexistência de correlação cruzada.

Os valores de $\rho DCCA$ servem apenas como indicadores da presença e da “força” da correlação cruzada (Podobnik et al., 2011), e permitem captar os aspetos relacionados com a integração dos mercados (Ferreira, 2017). Para testar a sua significância adotam-se os procedimentos definidos por Podobnik et al. (2011), e calculam-se os valores críticos para 90%, 95% e 99%. Não existe significância estatística quando os valores obtidos estão compreendidos entre ambos os valores críticos e existe quando os valores obtidos se encontram fora dos limites dos valores críticos.

Contudo, e atendendo a que se pretende avaliar a (in)existência de contágio no mercado de criptomoedas (diferenciando-a da (in)existência de interdependência, a qual se caracteriza por um aumento no nível de correlação cruzada (Gallegati, 2012)), recorrer-se-á ao $\Delta\rho_{DCCA}$, introduzido por Silva et al. (2016), o qual permite indicar o efeito de contágio.

O $\Delta\rho_{DCCA}$ define-se, de acordo com Silva et al. (2016), como:

$$\Delta\rho_{DCCA}(n) \equiv \rho_{DCCA}^{pós-crise}(n) - \rho_{DCCA}^{pré-crise}(n) \quad (5.3)$$

O que significa testar a $H_0: \rho_{DCCA}^{pós-crise}(n) = \rho_{DCCA}^{pré-crise}(n) = \Delta\rho_{DCCA}(n) = 0$ da inexistência de contágio (ou seja, as diferenças entre os ρ_{DCCA} não são significativas), contra a hipótese alternativa $H_1: \Delta\rho_{DCCA}(n) \neq 0$ (ou seja, as diferenças entre os ρ_{DCCA} são significativas), sendo contudo exigido que $\rho_{DCCA}^{pós-crise}(n) > \rho_{DCCA}^{pré-crise}(n)$ para que seja considerado contágio.

Para $\Delta\rho_{DCCA}(n) > 0$ existe efeito de correlação cruzada, significando de acordo com Forbes e Rigobon (2002), a existência de contágio, atendendo a que o coeficiente de correlação aumenta. Por outro lado, um $\Delta\rho_{DCCA}(n) < 0$ sugere uma redução da correlação cruzada ou uma diminuição da dependência entre as séries. A significância estatística do efeito de contágio, medida através de $\Delta\rho_{DCCA}(n)$, é avaliada considerando os valores críticos de Guedes et al. (2018a) e Guedes et al. (2018b).

A desregulação e liberalização dos mercados de capitais, em conjunto com os inúmeros avanços tecnológicos, potenciam a integração dos mercados (Cho et al., 2015). Se por um lado os mercados integrados podem absorver choques e levar a uma maior robustez, por outro, a integração nos mercados também pode propagar choques e criar maior fragilidade nesses mercados (Zhang et al., 2020). Ferreira (2017) partiu da ideia de que as relações entre os mercados de ações podiam interpretar-se como integração desses mercados. Recorreu a métodos baseados na física estatística, entre eles a DCCA e o seu respetivo coeficiente de correlação (ρ_{DCCA}), para medir o nível de integração entre mercados de ações. O autor dividiu a amostra em seis subamostras e calculou o $\Delta\rho_{DCCA}$, sendo este dado pela diferença entre o ρ_{DCCA} de duas amostras sucessivas. Caso $\Delta\rho_{DCCA} > 0$, teria havido um aumento do referido coeficiente de correlação, o qual podia ser entendido como um aumento da integração entre os mercados. Considerando o referido, também neste estudo o aumento do ρ_{DCCA} (ou seja $\Delta\rho_{DCCA} > 0$) pode interpretar-se como intensificação da integração entre os mercados, com o consequente aumento do risco de contágio.

Na avaliação do fenómeno de contágio entre vários mercados, ou da integração entre mercados, além de identificar correlações cruzadas, importa também identificar fluxos de informação e as

suas fontes. Assim, e atendendo a que as medidas baseadas na teoria da informação o permitem fazer, recorre-se à IM e TE.

5.3.2.2. Causalidade à Granger (CG)

A CG baseia-se na premissa que a causa precede o efeito, bem como no facto de a causa conter informações exclusivas sobre o efeito, o qual é único e não está em nenhuma outra variável. O conceito de CG tem sido amplamente utilizado não apenas para análise de séries financeiras, mas também aplicado em diversas áreas do conhecimento, como por exemplo a econometria ou a neurofisiologia. Com base em Granger (1969), para dois processos estocásticos estacionários em conjunto, X_t e Y_t , diz-se que uma variável X causa à Granger uma variável Y (com *lags* k, l) se e só se:

$$F(y_t | x_{t-1}^{(k)}, y_{t-1}^{(l)}) \neq F(y_t | y_{t-1}^{(l)}) \quad (5.4)$$

Onde $F(y_t | x_{t-1}^{(k)}, y_{t-1}^{(l)})$ denota a função distribuição da variável Y condicional à (k, l) -história conjunta $(x_{t-1}^{(k)}, y_{t-1}^{(l)})$ de si própria e da variável X , e $F(y_t | y_{t-1}^{(l)})$ denota a função distribuição de Y_t condicional unicamente à sua própria (k) -história. Ou seja, X causa à Granger Y se e apenas se Y , condicional à sua própria história, não é independente da história de X . Apenas se (5.4) se verificar então se pode dizer que o conhecimento dos valores passados de X melhoram a previsibilidade de Y (indicando que os valores passados de X contém algum conteúdo informativo que não está presente nos valores passados de Y), e consequentemente existirá CG entre as variáveis. Sendo os testes da CG sensíveis ao comprimento do desfasamento, é importante selecionar comprimentos adequados⁵⁶. Caso contrário, as estimativas do modelo serão inconsistentes e a inferência pode revelar-se enganosa (Thornton & Batten, 1985).

Numa estrutura de causalidade linear, um teste de CG permite detetar o impacto de valores passados de uma variável X_t nos valores futuros de uma outra variável Y_t . Este pode ser calculado através de um modelo de vetor autorregressivo (VAR), o qual descreve até que ponto a inclusão de valores anteriores de X reduz a soma do quadrado dos resíduos na regressão de X em Y , permitindo assim estimar o efeito preditivo em cada *lag* k . Contudo, a análise de regressão efetuada com recurso a modelos VAR está limitada a associações lineares entre variáveis.

⁵⁶ O princípio geral é que o menor comprimento de desfasamento tem menor variância, mas há o risco do enviesamento. Por outro lado, desfasamentos maiores minimizam o problema do enviesamento, mas podem levar à ineficiência.

O teste convencional de CG especifica um modelo de vetor autorregressivo bivariado (VAR) com desfasamento k . Assim, para duas séries estacionárias X_t e Y_t :

$$X_t = \alpha_X + \sum_{i=1}^m \beta_{X,i} X_{t-i} + \sum_{i=1}^n \gamma_{X,i} Y_{t-i} + \varepsilon_{X,t} \quad (5.5)$$

$$Y_t = \alpha_Y + \sum_{i=1}^m \beta_{Y,i} Y_{t-i} + \sum_{i=1}^n \gamma_{Y,i} X_{t-i} + \varepsilon_{Y,t} \quad (5.6)$$

$\varepsilon_{X,t}$ e $\varepsilon_{Y,t}$ são duas séries não correlacionadas de resíduos com características de “ruído branco”, e m e n correspondem ao comprimento dos desfasamentos. A CG é avaliada, testando se todos os γ_i são iguais a zero ($H_0 = \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_n = 0$) contra a hipótese alternativa $H_1 =$ pelo menos um $\gamma_i \neq 0$. A inferência estatística sobre a existência de causalidade é realizada com base num teste-F, baseado na soma dos quadrados residuais (SQR) de ambas as equações (5.5) e (5.6)):

$$\text{Estatística} - F = \frac{(SQR(m) - SQR(m,n))(T - m - n - 1)}{SQR(m,n) \times n} \quad (5.7)$$

Caso não possa ser rejeitada a hipótese nula para (5.5), conclui-se que Y causa à Granger X . Se não for possível rejeitar a não causalidade em ambas as equações ((5.5) e (5.6)), as variáveis são independentes.

Com base em Gómez-Puig e Sosvilla-Rivero (2014), uma vez aplicada a estatística que permite a deteção da CG, é possível aplicá-la aos períodos pré-crise e pós-crise, e assim avaliar o intensificar da relação de causalidade. Se o valor obtido através da aplicação dessa estatística for maior no período pós-crise, poder-se-á inferir que houve um reforço da relação de causalidade e, consequentemente que existe contágio.

As premissas de normalidade e linearidade deste teste podem conduzir a resultados imprecisos para os dados financeiros, atendendo a que a CG foi introduzida para quantificar a direção do “acoplamento” entre variáveis, mas trata-se de uma medida baseada em estatísticas de segunda ordem, centrada por isso na correlação, o que limita a sua relevância apenas a sistemas lineares (Gencaga et al., 2015), evidenciando assim a necessidade de recorrer a medidas sensíveis a interações não lineares, como por exemplo a IM e TE.

5.3.2.3. Informação Mútua (IM)

Embora sejam vários os métodos utilizados para medir fluxos de informação, alguns deles além de se basearem em modelos lineares, podendo ser insensíveis a interações não lineares, não permitem separar os efeitos originados na série temporal da fonte dos efeitos com origem no

ambiente (ex.: *lagged cross-correlation*), ou então apenas permitem detetar informação proveniente exclusivamente da fonte (ex.: CG).

As medidas baseadas na teoria da informação permitem superar as referidas limitações e identificar os fluxos de informações e as suas fontes. Assim, sendo a IM uma medida de independência, simétrica, bivariada, baseada no conceito de entropia de Shannon (1948)⁵⁷ e na distância de Kullback e Leibler (1951), e que permite aglutinar os conceitos de incerteza e informação, recorre-se ao seu cálculo (tal como efetuado no Capítulo 3), para inferir quanto à possível (in)existência de dependência.

A IM é, de acordo com Kullback e Leibler (1951), uma medida para a diferença entre duas distribuições de probabilidade. Considerando que (como referido no Capítulo 3) X e Y são duas variáveis aleatórias discretas com distribuição de probabilidade marginal $p_X(x)$ e $p_Y(y)$, respetivamente, e distribuição de probabilidade conjunta $p_{X,Y}(x,y)$, a IM será dada por:

$$I(X, Y) = \sum_{x,y} p_{X,Y}(x,y) \times \log \frac{p_{X,Y}(x,y)}{p_X(x)p_Y(y)} \quad (5.8)$$

A IM entre dois processos entende-se como a redução da incerteza (i.e., ganho de informação) relativamente à situação em que ambos os processos são independentes ($p_{X,Y}(x,y) = p_X(x)p_Y(y)$), ou seja, no caso em que a IM será nula. Na avaliação da presença de contágio no mercado de criptomoedas, este pode ser testado comparando a IM no período pré-crise e no período de crise.

Embora a IM tenha sido utilizada por vários autores para medir a informação comum a dois (sub)sistemas (Shannon, 1948), ela não contém informação dinâmica nem direcional (Schreiber, 2000), não sendo por isso uma medida suficiente para quantificar o fluxo de informação entre séries temporais (Jizba et al., 2012). Para essa quantificação, recorre-se à TE.

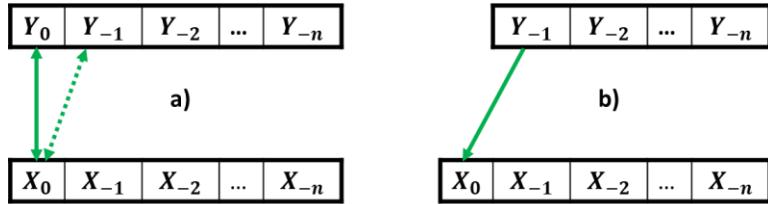
5.3.2.4. Transfer Entropy (TE)

A TE, introduzida por Schreiber (2000), constitui uma abordagem alternativa aos métodos tradicionais de causalidade, como por exemplo o teste de causalidade de Granger (1969) (ver, por exemplo, Huynh, Nasir, et al. (2020)). Esta técnica permite estimar o fluxo de informação entre duas séries temporais, independentemente do modelo subjacente. Isto é, não depende da estrutura dos dados ou da linearidade, sendo por isso robusta a associações espúrias (Lizier et al., 2011). Por isso é adequada para a avaliação do contágio no mercado de criptomoedas.

⁵⁷ A qual é uma medida univariada, e que se define como $H_Y = -\sum_{y=1}^N p(y) \log p(y)$.

De acordo com Dimpfl e Peter (2014), quantificar o fluxo de informação no contexto financeiro exige o recurso às propriedades das séries temporais e também uma medida assimétrica. Esta assimetria permite distinguir a IM da TE, e ilustrar em que medida a TE pode ser utilizada para determinar a direção de um fluxo de informação (*vide* Figura 5.2, na qual se representa esquematicamente em a) a IM, $I(X_t, Y_t)$ e $I(X_t, Y_{t-1})$, e em b) a TE, $TE_{Y \rightarrow X}(1,1)$).

Figura 5.2 – Informação Mútua a) vs. Transfer Entropy b)



Schreiber (2000), ao considerar probabilidades de transição (ao invés de probabilidades estáticas), introduziu uma estrutura dinâmica para a IM, enquanto a introdução de um desfasamento temporal em qualquer uma das variáveis lhe permitiu também conferir uma estrutura direcional. Para medir o fluxo de informação entre duas séries temporais o autor acoplou os conceitos de entropia de Shannon (1948) e de distância de Kullback e Leibler (1951), considerando que os processos envolvidos são processos de Markov estacionários. No caso bivariado, o fluxo de informação de X (processo de ordem k) para Y (processo de ordem l), medido através da quantificação do desvio relativamente às propriedades de Markov generalizadas (a qual implica que a probabilidade de observar Y no instante $t + 1$ no estado y condicional às l prévias observações é dada por $p(y_{t+1}|y_t^{(l)}) = p(y_{t+1}|x_t^{(k)}, y_t^{(l)})$) com base na distância de Kullback e Leibler (1951), define a TE. Quando se verifica $p(y_{t+1}|y_t^{(l)}) = p(y_{t+1}|x_t^{(k)}, y_t^{(l)})$, a TE é nula e o estado de X não tem qualquer influência nas probabilidades de transição de Y .

A TE está enraizada na teoria da informação e baseia-se no conceito de entropia de Shannon, como medida de incerteza. É uma medida da transferência de informação entre séries temporais, independente do modelo utilizado (Korbel et al., 2019). Ainda que no “mundo gaussiano” a CG e a TE sejam coincidentes (Barnett et al., 2009), o mesmo não acontece em estruturas não gaussianas e não lineares. De acordo com Marschinski e Kantz (2002) a TE está intimamente relacionada com a entropia condicional, estendendo-se contudo a duas séries X e Y .

$T_{Y \rightarrow X} = \dots + \text{informações ganhas sobre a observação futura } X(t+1) \text{ a partir da}$

observação passada conjunta de X e Y

- *informações ganhas sobre a observação futura X(t + 1) a partir apenas da observação passada de X*
- = *fluxo de informação de Y para X*

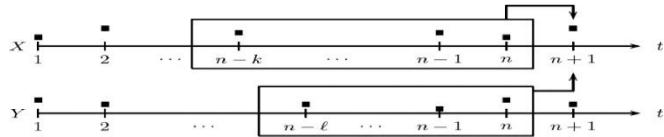
Havendo evidência de comportamento não gaussiano e de dinâmicas não lineares no mercado de criptomoedas, atendendo aos objetivos do estudo e dada a estacionaridade nas séries de rendibilidades, então não apenas será passível a aplicação da TE aos mercados de criptomoedas em análise, como também se justifica a sua aplicação.

De acordo com Schreiber (2000), a fórmula da TE de Shannon, e que neste caso define o fluxo de informação de Y para X , é dada por:

$$T_{Y \rightarrow X}(k, l) = \sum_{x_{t+1}, x_t^{(k)}, y_t^{(l)}} p(x_{t+1}, x_t^{(k)}, y_t^{(l)}) \log \frac{p(x_{t+1} | x_t^{(k)}, y_t^{(l)})}{p(x_{t+1} | x_t^{(k)})} \quad (5.9)$$

A representação esquemática da TE é apresentada na Figura 5.3.

Figura 5.3 – Representação Esquemática da Transfer Entropy



Fonte: Bekiros, S., Nguyen, D. K., Sandoval Junior, L., & Uddin, G. S. (2017).

A equação (5.9) evidencia que a TE de Shannon é uma medida assimétrica (dado que mede o grau de dependência de X relativamente a Y). Calculando de forma análoga $T_{X \rightarrow Y}(k, l)$, e fazendo a diferença entre ambas, é possível obter a direção dominante do fluxo de informação (Schreiber, 2000). Se $T_{Y \rightarrow X}(k, l) - T_{X \rightarrow Y}(k, l) > 0$, a direção dominante do fluxo de informação ocorre de Y para X . Se $T_{Y \rightarrow X}(k, l) - T_{X \rightarrow Y}(k, l) < 0$, a direção dominante do fluxo de informação é de X para Y . Quando $T_{Y \rightarrow X}(k, l) - T_{X \rightarrow Y}(k, l) = 0$, o fluxo de informação em ambas as direções é igualmente dominante.

De acordo com Schreiber (2000), as escolhas mais naturais para l e k são $l = k$ ou $l = 1$, embora por questões computacionais, seja mais frequentemente adotado $l = 1$, regra que é seguida neste estudo. Além disso, e não sendo a TE uma medida direta de efeito causal (dado que os valores obtidos, apenas podem ser interpretados como valores da TE do “remetente” para o “recetor”, representando por isso um fluxo de informação entre ambos, i.e., entre duas séries), a utilização de valores de k pequenos permite também inferir o efeito causal (Lizier & Prokopenko, 2010).

Para a entropia de Shannon, $S_q^{(R)}(X|Y) = S_q^{(R)}(X)$ implica a independência entre X e Y , e $S_q^{(R)}(X|Y) \leq S_q^{(R)}(X)$ (i.e. um maior conhecimento de Y diminui a ignorância sobre X) aplica-se em geral. Consequentemente, $T_{Y \rightarrow X}(k, l) = 0$ significa a independência entre X e Y , e $T_{Y \rightarrow X}(k, l) \geq 0$, ou seja, um conhecimento adicional de valores passados de Y nunca se pode traduzir num aumento de incerteza nos valores futuros de X (na pior das hipóteses, não há nenhuma redução de incerteza). Deste modo, a IM de Shannon quantifica a redução média na incerteza resultante da obtenção de maior informação (consequentemente, as possíveis correlações entre X e Y apenas podem conduzir à redução de entropia). A TE é assim especialmente útil quando se pretende analisar as propriedades globais das séries financeiras. A TE medida através de (5.9) está derivada para dados discretos. Como as séries temporais utilizadas neste estudo são contínuas, é necessário efetuar partições dos dados de modo a torná-los discretos. Utilizando um número finito de partições, e recorrendo a codificação simbólica, é possível fazer a referida discretização (*vide* Behrendt et al. (2019) para maior detalhe).

Tratando-se de rendibilidades de ativos, assumem particular relevância as observações que se localizam nas caudas da distribuição, pelo que é habitual que a partição dos dados seja baseada em quantis empíricos, de modo a que as observações das caudas esquerda (extremo negativo) e direita (extremo positivo) fiquem em categorias distintas. Embora os resultados dependam do número de “compartimentos” escolhidos (denominado em Jizba et al. (2012) de *alphabet length*), para grandes conjuntos de dados e de modo a que haja compatibilidade com a quantidade de dados disponíveis, o número de “compartimentos” não deve ser elevado. É frequente a utilização de três “compartimentos” (Jizba et al., 2012). Assim, os dados referentes às rendibilidades serão divididos por três “compartimentos”, ao longo dos quantis 5% e 95% (representados por $q_{[0.05]}^r$ e $q_{[0.95]}^r$, respetivamente), tal como parece ser consensual em termos de literatura (*vide* também Bae et al. (2003)). A codificação simbólica substituirá cada um dos valores da série em análise (observada), $y(t)$, pelo símbolo correspondente.

$$S(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } y(t) \leq q_1 \\ 2 & \text{para } q_1 < y(t) < q_2 \\ 3 & \text{para } y(t) \geq q_2 \end{cases} \quad (5.10)$$

De modo a verificar a robustez da medida de TE, pode variar-se o quantil.

A significância estatística da TE e consequente inferência estatística, é efetuada com base no método *bootstrap* proposto por Dimpfl e Peter (2013)⁵⁸, com 300 replicações de *bootstrap* (nboot=300, valor assumido por *default*) e considerando 50 observações desde o início da *bootstrapped Markov chain* (burn=50, valor assumido por *default*). Ao repetir a estimativa da TE é possível obter a distribuição das estimativas, sob a H_0 da inexistência de fluxo de informação. Assim, o *p-value* é dado por $1 - \hat{q}_T$, sendo \hat{q}_T o quantil da distribuição simulada, o qual é determinado pela respetiva estimativa de TE (Behrendt et al., 2019).

As estimativas referidas ao longo de 5.3.2.4. foram efetuadas com recurso ao software *R*, *RTransferEntropy*.

Vários autores (Barnett et al., 2009; Hlavařcková-Schindler, 2011; Barnett & Bossomaier, 2012, entre outros) afirmam que existe equivalência entre a CG e as várias estatísticas de TE para várias abordagens e suposições sobre os processos de geração de dados. Este facto faz com que seja possível considerar a TE como um teste não paramétrico de pura CG. Esta interligação pode assim, ser considerada uma ponte entre a inferência causal efetuada com modelos autorregressivos e as abordagens baseadas na teoria da informação. Contudo, para dados não lineares e não gaussianos, como é o caso dos do nosso estudo, o recurso à TE é mais robusto que o simples recurso à CG.

5.4. Resultados

Apresentam-se na Tabela 5.2 algumas estatísticas descritivas (média, desvio-padrão, assimetria e curtose) das séries das rendibilidades das criptomoedas (representadas nas Figura 5.4 a 5.7). Efetuou-se também teste à estacionariedade (teste Augmented Dickey–Fuller, com recurso ao software Stata SE15®¹⁵) das referidas séries, apresentando-se os resultados no Anexo A.

A análise da Tabela 5.2 indica que a crise com origem na COVID-19 não contribui significativamente para a alteração do comportamento destes mercados de criptomoedas, já que no período pós-corte não se verificou para nenhuma das criptomoedas um aumento da volatilidade (pelo contrário, ocorreu um decréscimo da mesma). Contudo, deve ser tida a consideração que se trata de uma evidência parcimoniosa, atendendo a que o número de observações é consideravelmente diferente entre ambos os períodos.

⁵⁸ O qual, de acordo com Behrendt et al. (2019), contrasta com o *shuffling* na medida em que preserva as dependências dentro das variáveis Y e X , mas elimina as dependências estatísticas entre elas.

Figura 5.4 – Série de Rendibilidade da BTC, ETH, XRP e BCH

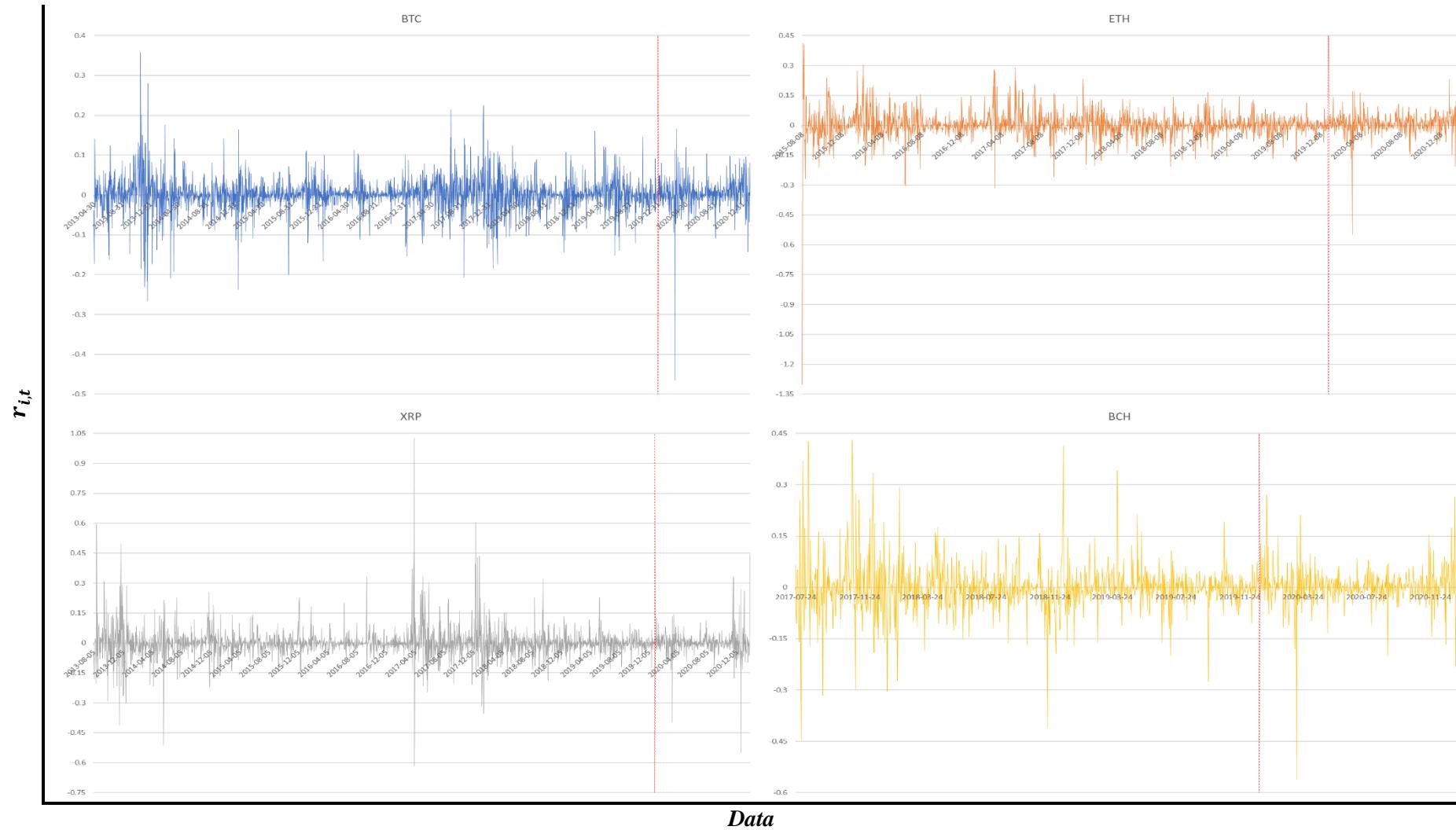


Figura 5.5 – Série de Rendibilidade da BSV, USDT, LTC e EOS

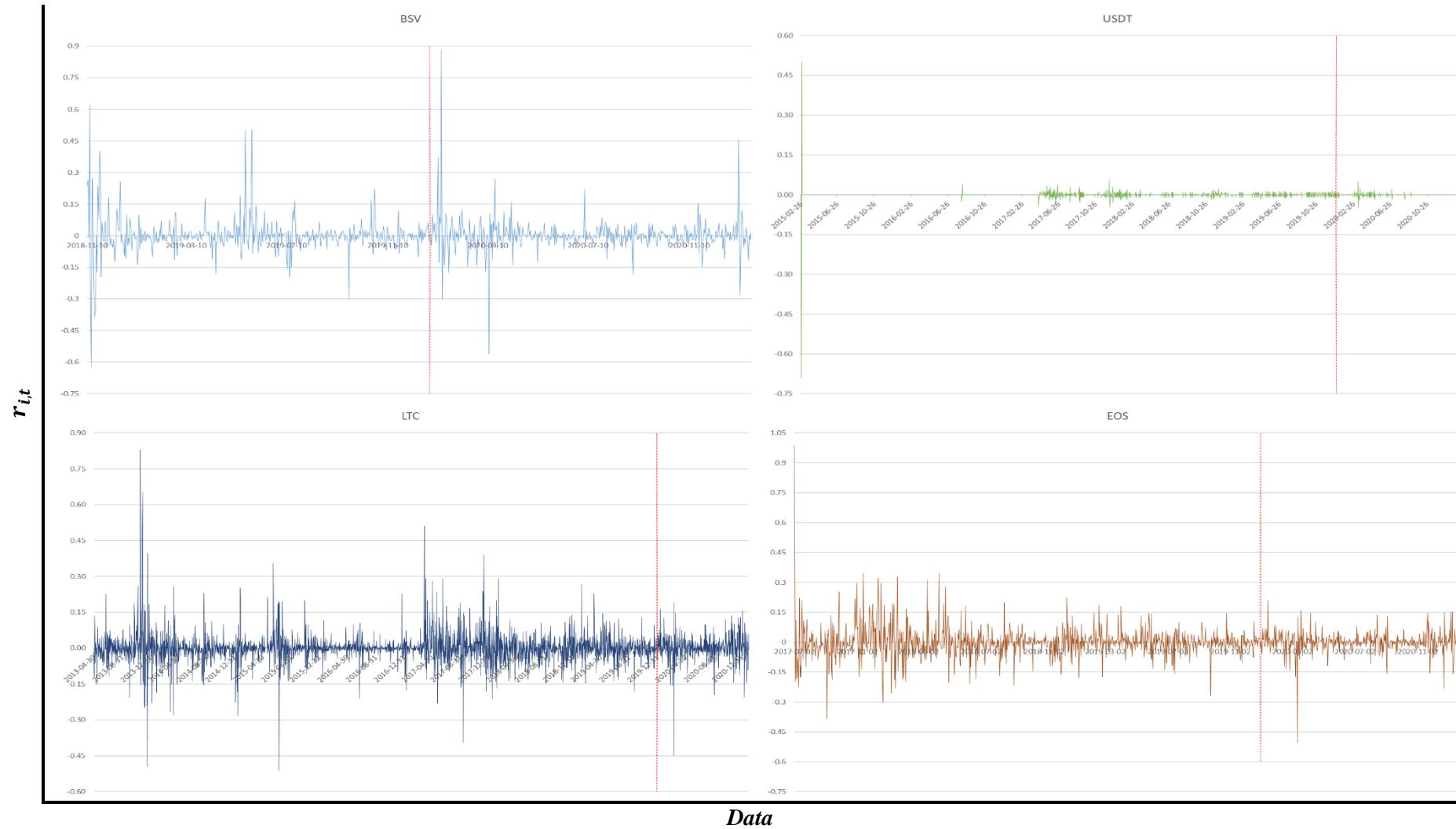


Figura 5.6 – Série de Rendibilidade da BNB, XTZ, LINK e ADA

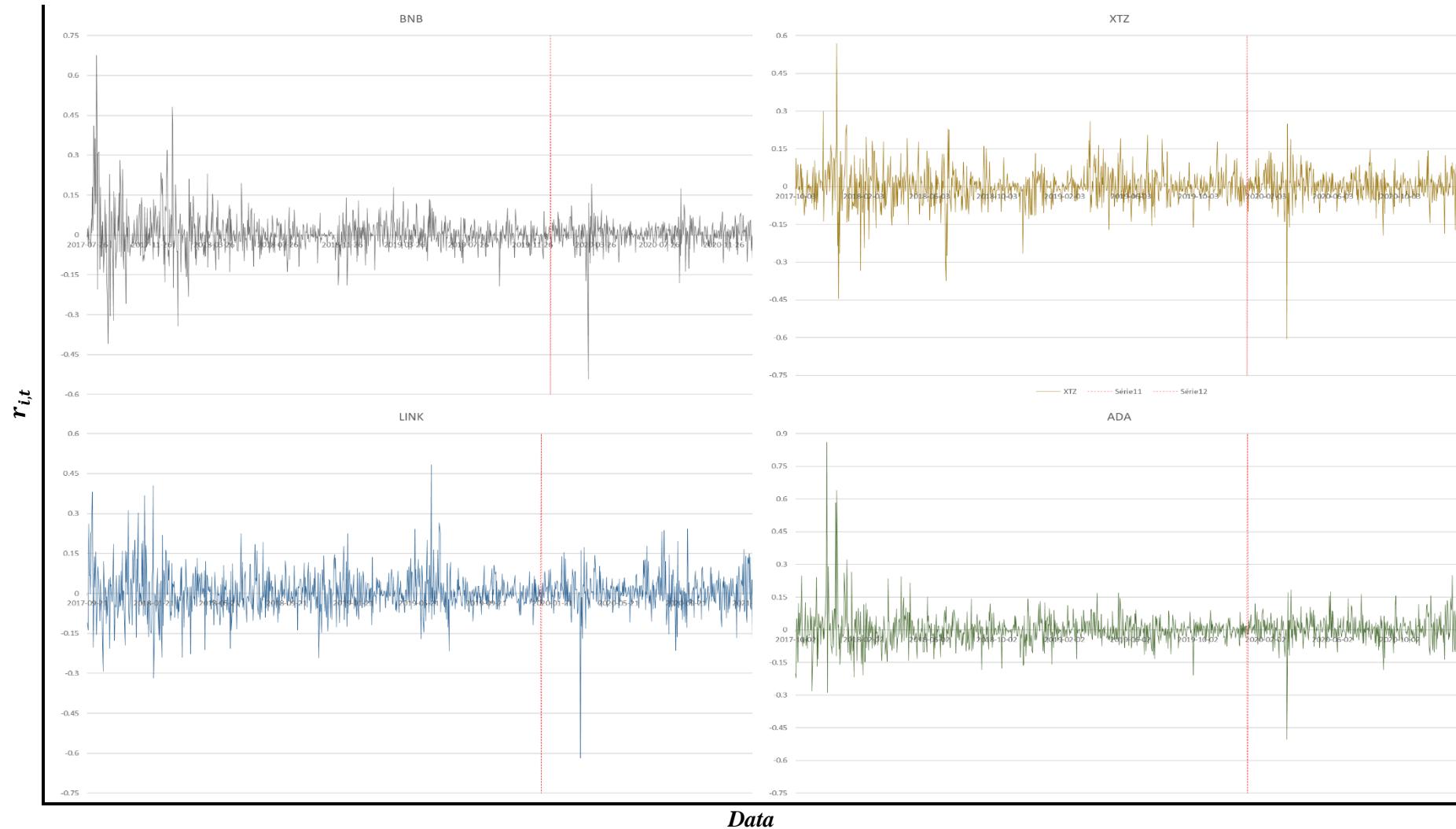
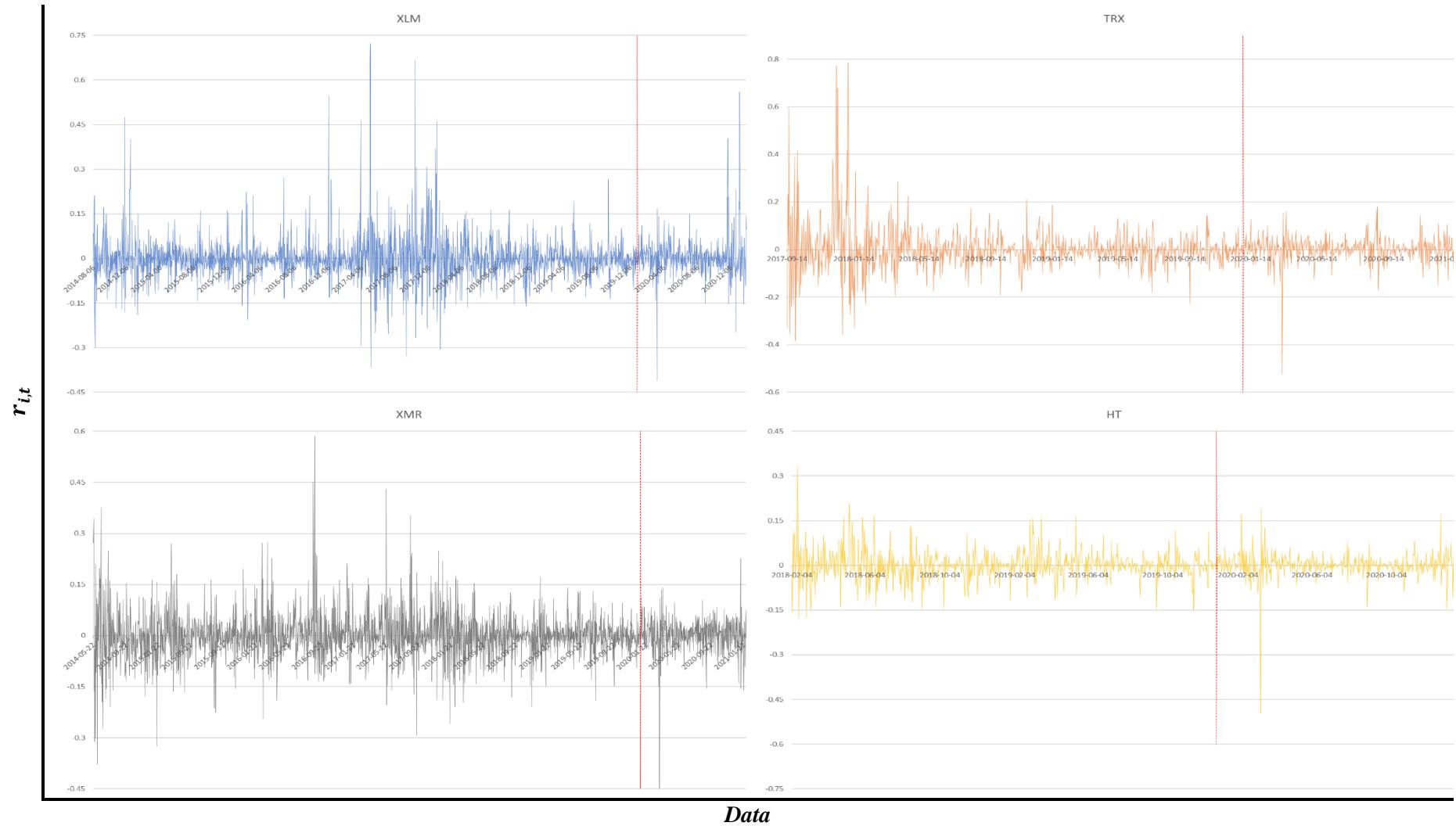


Figura 5.7 – Série de Rendibilidade da XLM, TRX, XMR e HT



As criptomoedas apresentam média de rendibilidades positiva e próxima de zero em ambos os períodos (significando que todas as criptomoedas aumentaram o seu valor), sendo possível observar-se um aumento da média das rendibilidades no período pós-corte (exceções: BSV e BNB).

Tabela 5.2 – Estatísticas Descritivas das Rendibilidades

Criptomoeda	Até 31/12/2019				Após 31/12/2019			
	Média	d.p.	Assimetria	Curtose	Média	d.p.	Assimetria	Curtose
BTC	0.0016	0.0427	-0.1527	10.7409	0.0039	0.0414	-3.4812	44.5290
ETH	0.0024	0.0714	-3.4274	74.6109	0.0060	0.0551	-2.5411	29.9171
XRP	0.0015	0.0727	2.0756	32.9133	0.0021	0.0660	-0.3960	26.4318
BCH	-0.0008	0.0794	0.6179	10.4098	0.0018	0.0603	-1.8145	24.2868
BSV	0.0008	0.0901	0.8643	19.9132	0.0015	0.0814	2.8755	46.5471
USDT	-0.0001	0.0211	-12.2749	829.3628	0.0000	0.0055	0.1522	37.9746
LTC	0.0009	0.0645	1.7163	28.5632	0.0030	0.0540	-1.5536	16.3358
EOS	0.0010	0.0827	2.2245	27.6377	0.0003	0.0545	-2.0790	22.8957
BNB	0.0055	0.0787	1.3888	15.1944	0.0030	0.0502	-3.3523	38.3843
XTZ	-0.0004	0.0751	0.1255	10.5396	0.0019	0.0634	-2.1090	24.3520
LINK	0.0027	0.0812	0.7048	7.1339	0.0065	0.0711	-1.4227	18.0953
ADA	0.0003	0.0792	2.9094	29.3140	0.0061	0.0623	-1.1089	14.6842
XLM	0.0015	0.0754	2.0089	19.6020	0.0050	0.0668	1.6195	21.9256
TRX	0.0023	0.0963	2.1343	19.3240	0.0022	0.0545	-2.2636	24.9947
XMR	0.0016	0.0703	0.6497	9.6001	0.0029	0.0509	-2.4056	26.4712
HT	0.0009	0.0518	0.6165	7.6063	0.0021	0.0431	-3.5911	49.8863

Nota: o desvio-padrão encontra-se representado por d.p..

A BSV apresenta maior volatilidade em ambos os períodos, podendo ser relevante o facto de esta ser a criptomoeda para a qual existe um menor número de observações e a menor diferença no número de observações entre ambos os períodos.

No período pré-corte a maioria dos mercados de criptomoedas apresentava assimetria positiva (exceções: BTC, ETH e USDT) para as rendibilidades, com distribuições com *long right tail*, significando maior probabilidade de grandes variações positivas nos preços, que de grandes variações negativas, bem como um certo otimismo dos investidores. Por outro lado, no período pós-corte a maioria das rendibilidades apresentava assimetria negativa (exceções: BSV, USDT e XLM), significando que as rendibilidades negativas seriam mais frequentes, podendo não apenas ser um reflexo da turbulência e incerteza que parece estar presente nos mercados financeiros, e ao mesmo tempo alertando para a possibilidade de ocorrência de valores extremamente negativos. Em ambos os períodos se observam elevados valores de curtose, ou seja, trata-se de

distribuições leptocúrticas, o que indica a presença de *fat-tails* (facto estilizado nos mercados financeiros). As séries das rendibilidades revelaram-se, após aplicação do teste ADF com recurso ao *software* StataSE 15, estacionárias (levando à rejeição da H_0 no referido teste).

5.4.1. Variação do Coeficiente de Correlação da Detrended Cross-Correlation Analysis ($\Delta\rho_{DCCA}$)

Para avaliar o contágio no mercado de criptomoedas com origem na recente crise provocada pela pandemia de COVID-19, comparou-se o ρ_{DCCA} no período pré-corte com o ρ_{DCCA} no período pós-corte, e avaliou-se se houve alterações significativas em termos de correlação entre os dois períodos. Estimaram-se os valores de $\Delta\rho_{DCCA}$, tendo-se testado a sua significância estatística conforme referido em 5.3.2.1., apresentando-se no traçado gráfico os valores críticos para 99% (os quais, pela sua proximidade a zero, são praticamente imperceptíveis no traçado gráfico).

Nas Figura 5.8 a 5.11 representa-se a variação no coeficiente de correlação, $\Delta\rho_{DCCA}$, na crise provocada pela pandemia de COVID-19. A representação considera diferentes escalas temporais, bem como os valores críticos superior (LS) e inferior (LI). Caso os valores estimados de $\Delta\rho_{DCCA}$ estejam fora dos referidos limites (LS e LI), a correlação é estatisticamente significativa, e sendo positiva, poder-se-á interpretar, de acordo com Forbes e Rigobon (2002) e à semelhança de Ferreira e Pereira (2019), como evidência de contágio. Por outro lado, se considerarmos Ferreira (2017), $\Delta\rho_{DCCA}>0$ poderá ser também interpretado como um aumento da integração entre os mercados. Para o período da referida crise observa-se aumento, estatisticamente significativo, dos coeficientes de correlação para a generalidade dos mercados de criptomoedas analisadas. A única exceção ao referido é a USDT, para a qual se observa uma redução do referido coeficiente de correlação.

A evidência de aumento, estatisticamente significativo, dos coeficientes de correlação entre a generalidade dos mercados de criptomoedas, poderá ser indicativo da integração entre os referidos mercados no momento considerado de corte (crise), representando também um aumento de risco sistémico.

Para escalas temporais curtas, com exceção da USDT, todas as criptomoedas permitiram a rejeição da H_0 do teste referido em 5.3.2.1, com a consequente assunção da presença do efeito de contágio entre as diversas criptomoedas, corroborando Qureshi et al. (2020). Assim, a crise provocada pela pandemia de COVID-19 parece ter afetado os mercados de criptomoedas,

tornando-os mais integrados, sugerindo que os movimentos numa criptomoeda refletem os movimentos de outras criptomoedas.

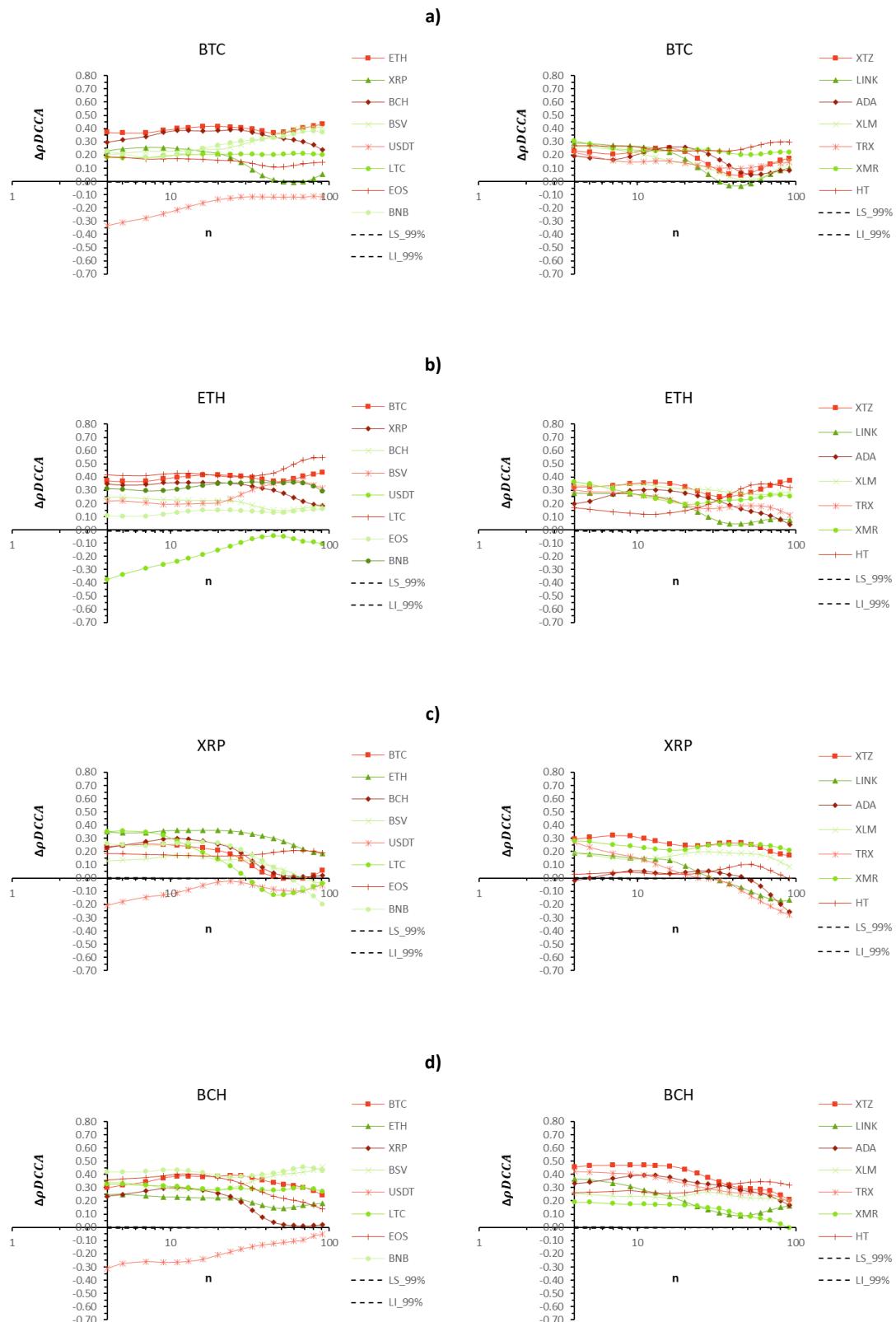
Para escalas temporais longas, embora continue a haver evidência de ausência, estatisticamente significativa, de contágio entre a maioria das criptomoedas e a USDT (não rejeição de H_0), encontra-se evidência estatisticamente significativa de contágio entre as LTC, EOS, BNB, XTZ, LINK, ADA, TRX e a USDT. Apesar de continuar a rejeitar-se a H_0 para a generalidade das criptomoedas, importa referir alguma evidência contraditória relativamente ao referido. Assim, observa-se ausência, estatisticamente significativa, de contágio entre a: i) XRP e as LTC, BNB, BSV, TRX, LINK e ADA; ii) BNB e TRX; iii) LINK e as XLM, XMR, TRX e ADA; iv) ADA e as XLM, XMR e TRX; v) XLM e TRX; vi) HT e a XLM.

Para as criptomoedas referidas, e para escalas temporais longas, o efeito de contágio dissipou-se, infirmando as conclusões de Qureshi et al. (2020). O facto destas criptomoedas apenas sofrerem durante um curto período de tempo (curtas escalas temporais) os efeitos do pânico financeiro durante a pandemia de COVID-19 poderá ser sinónimo de ausência de conexão entre elas e a economia real (em linha com a evidência encontrada por Caferra e Vidal-Tomás (2021)), e justificando a possibilidade de aplicação de testes habitualmente utilizados na avaliação do contágio financeiro. Assim, os efeitos de contágio para escalas de tempo curtas poderiam ser explicados apenas pelo pânico dos investidores (Caferra & Vidal-Tomás, 2021).

As diferenças de comportamento para escalas de tempo curtas/longas, poderá sugerir aos investidores não apenas a necessidade de constante atualização de posições (curtas vs. longas), como a necessidade de ter em consideração a variável horizonte temporal de investimento aquando da construção de carteiras de investimento, atendendo às diferentes preferências dos investidores por distintos horizontes temporais.

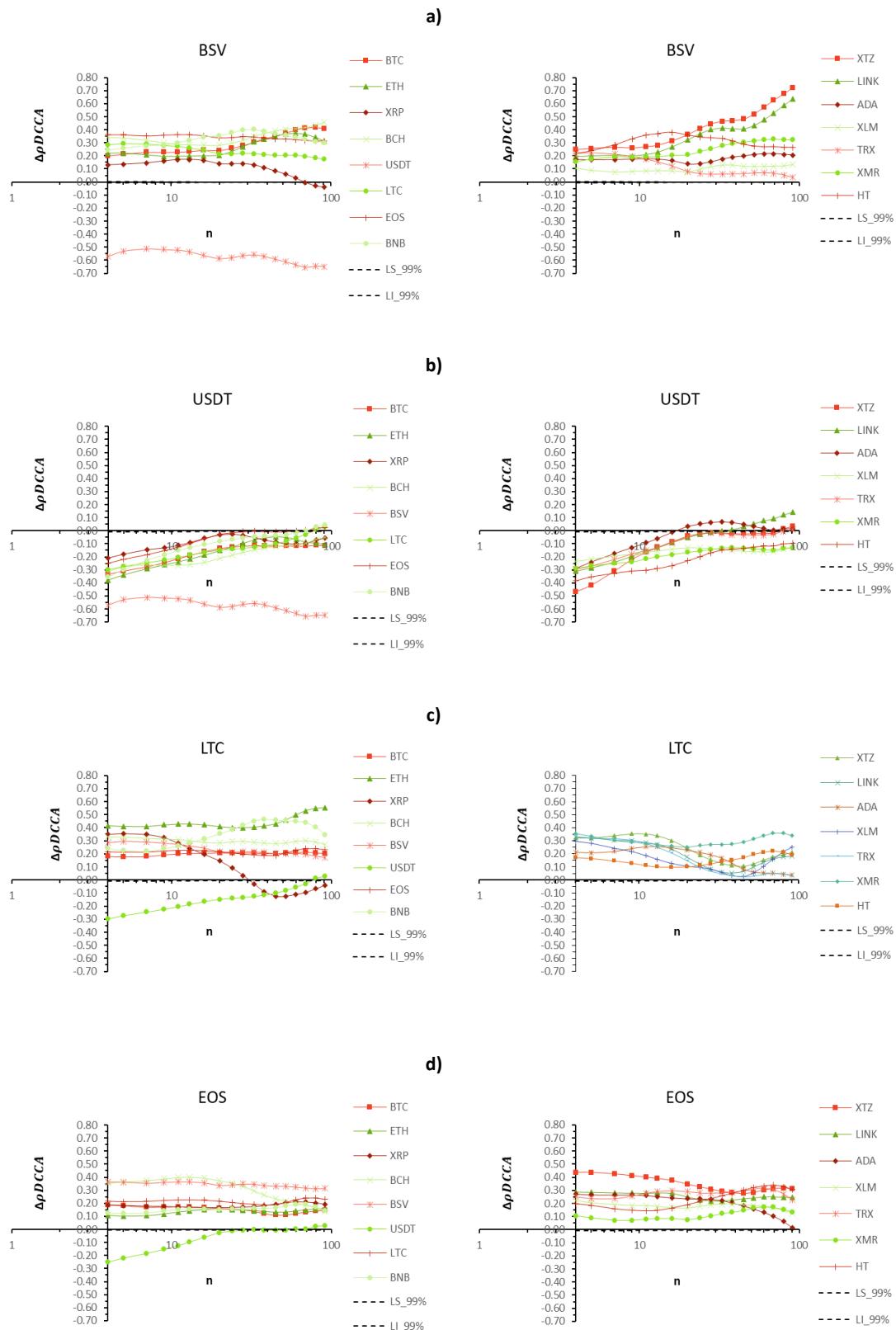
Os mercados que revelaram maiores níveis de integração com as restantes criptomoedas foram os mercados da ETH, LTC, XTZ e HT.

Figura 5.8 – $\Delta\rho_{DCCA}$ para a BTC, ETH, XRP e BCH, com as Restantes Criptomoedas



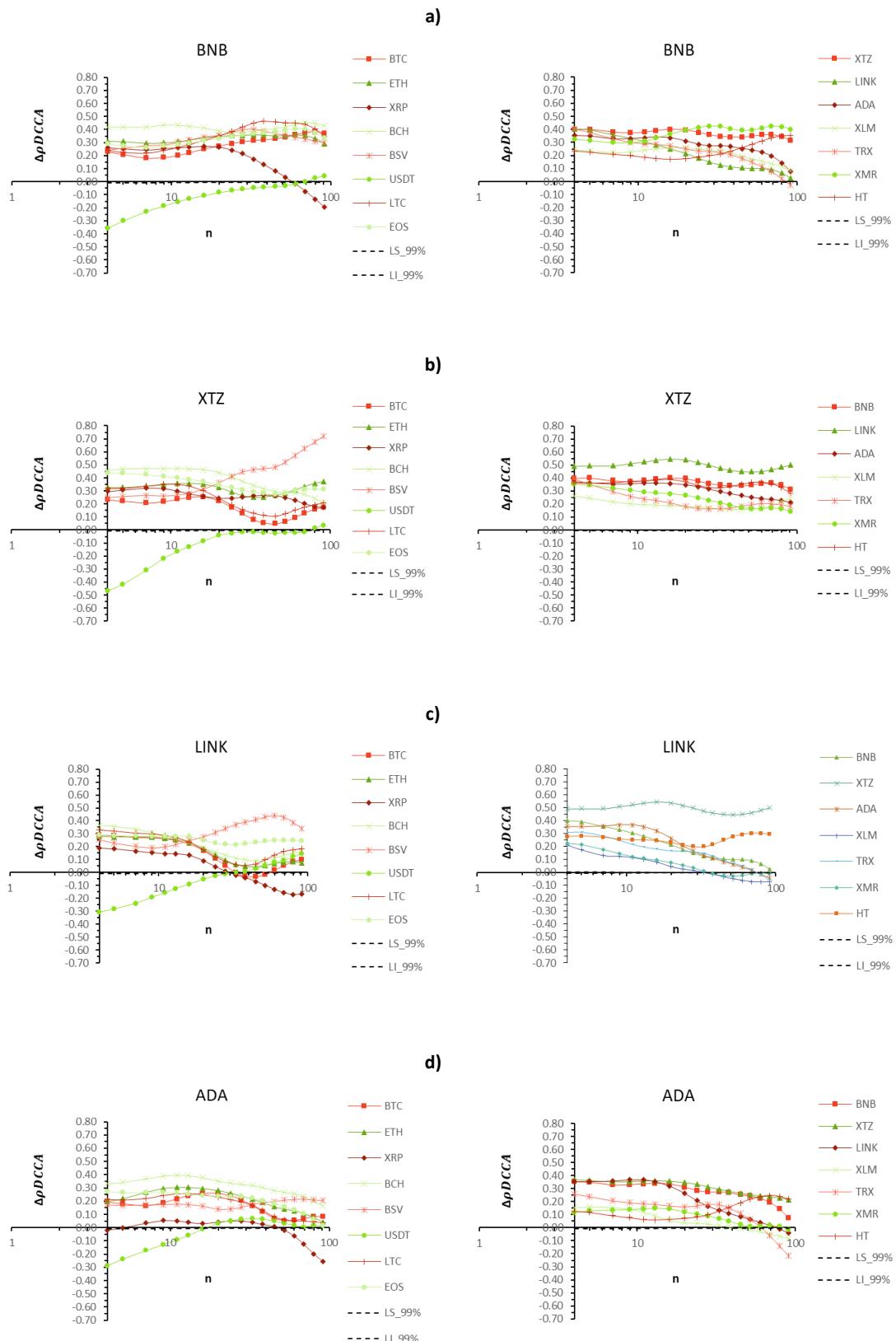
Nota: i. Apresenta-se a variação do coeficiente de correlação cruzada ($\Delta\rho_{DCCA}$) entre cada uma das criptomoedas do título de cada gráfico a) BTC; b) ETH, c) XRP e d) BCH) e as restantes criptomoedas, como função de n (dias); ii. LS e LL representam o valor crítico superior e inferior, respetivamente.

Figura 5.9 – $\Delta\rho_{DCCA}$ para a BSV, USDT, LTC e EOS, com as Restantes Criptomoedas



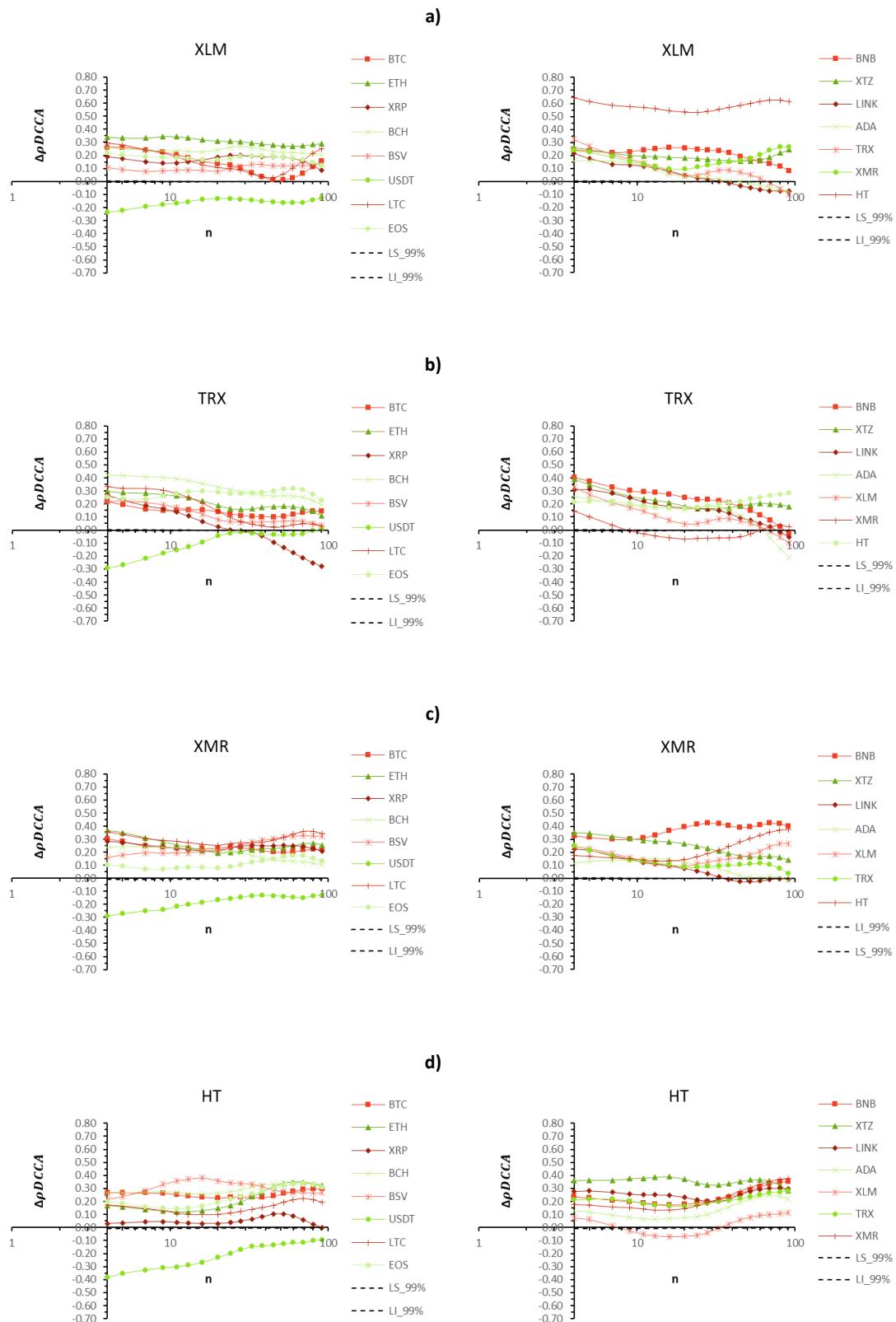
Nota: i. Apresenta-se a variação do coeficiente de correlação cruzada ($\Delta\rho_{DCCA}$) entre cada uma das criptomoedas do título de cada gráfico a) BSV; b) USDT, c) LTC e d) EOS) e as restantes criptomoedas, como função de n (dias); ii. LS e LL representam o valor crítico superior e inferior, respetivamente.

Figura 5.10 – $\Delta\rho_{DCCA}$ para a BNB, XTZ, LINK e ADA, com as Restantes Criptomoedas



Nota: i. Apresenta-se a variação do coeficiente de correlação cruzada ($\Delta\rho_{DCCA}$) entre cada uma das criptomoedas do título de cada gráfico a) BNB; b) XTZ, c) LINK e d) ADA) e as restantes criptomoedas, como função de n (dias); ii. LS e LL representam o valor crítico superior e inferior, respetivamente.

Figura 5.11 – $\Delta\rho_{DCCA}$ para a XLM, TRX, XMR e HT, com as Restantes Criptomoedas



Nota: i. Apresenta-se a variação do coeficiente de correlação cruzada ($\Delta\rho_{DCCA}$) entre cada uma das criptomoedas do título de cada gráfico a) XLM; b) TRX, c) XMR e d) HT) e as restantes criptomoedas, como função de n (dias); ii. LS e LL representam o valor crítico superior e inferior, respetivamente.

5.4.2. Causalidade à Granger (CG)

A causalidade à Granger mede a precedência e o conteúdo da informação, o que significa que se uma variável X causa à Granger uma variável Y , então os valores passados de X fornecem informação relevante sobre o comportamento futuro de Y , a qual não está presente nos valores passados de Y .

A causalidade à Granger foi calculada para todos os pares de criptomoedas de modo a avaliar a relação linear bidirecional, a qual se apresenta sob a forma de *heatmap* (Figura 5.12). Em cada um dos *heatmaps* apresentam-se os níveis de significância da causalidade à Granger (para detalhe dos seus valores *vide* Anexo B e Anexo C). A leitura destes *heatmaps* deve ser efetuada como existindo (ou não) causalidade à Granger entre as criptomoedas (variáveis) em linha e as criptomoedas em coluna. Assim, e apenas a título de exemplo, na primeira linha da Figura 5.12 a), a BTC causa à Granger apenas a XLM. Quanto mais intensa/escura a cor da célula, maiores serão os valores da causalidade à Granger, embora tal não implique causalidade estatisticamente significativa. A significância estatística foi obtida conforme descrito em 5.3.2.2., tendo o número de *lags* sido selecionado de acordo com o Bayesian Information Criterion (BIC). A análise da Figura 5.12 a) permite-nos identificar as USDT, BNB e XLM como as criptomoedas causadas à Granger por um maior número de criptomoedas, revelando tratar-se dos mercados com maior nível de integração. Nenhuma das criptomoedas revela capacidade para causar à Granger mais do que duas criptomoedas, havendo inclusive cinco (BSV, USDT, EOS, LINK e TRX), com diferentes níveis de capitalização de mercado, que não causam à Granger nenhuma criptomoeda, evidenciando a não integração entre estes mercados. Não se identifica na Figura 5.12 a) nenhuma relação de causalidade linear bidirecional estatisticamente significativa. A ausência, para a maioria dos pares de criptomoedas, de causalidade linear estatisticamente significativa revela a não integração entre a maioria das criptomoedas.

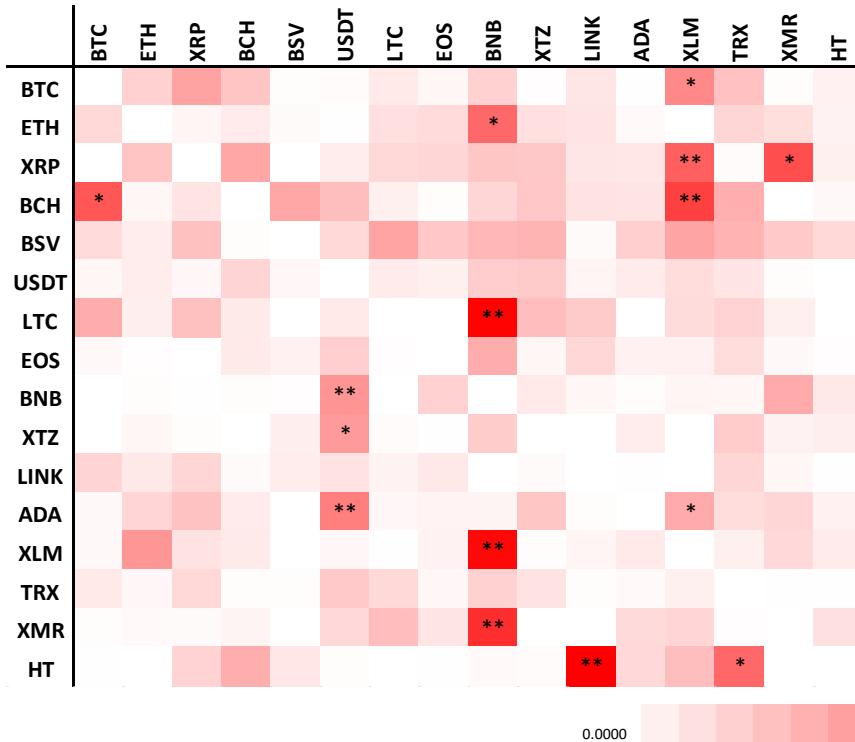
A análise à Figura 5.12 b) indica que das cinco criptomoedas com maior capitalização de mercado, apenas a BTC e a ETH são causadas à Granger por outra criptomoeda (concretamente, pela XMR). A XMR e a HT, as duas criptomoedas com menor capitalização de mercado, são as que causam à Granger o maior número de outras criptomoedas - sete (BTC, ETH, LTC, XTZ, LINK, ADA e XLM) e cinco (LTC, XTZ, LINK, ADA e XLM), respetivamente. A LINK, LTC e XLM são causadas à Granger por um número de maior de criptomoedas. Não se identifica, igualmente, na Figura 5.12 b) nenhuma relação de causalidade linear bidirecional estatisticamente significativa. Apesar de após 31/12/2019 haver um maior número de criptomoedas com causalidade à Granger estatisticamente significativa, revelando maior integração entre alguns dos mercados de criptomoedas, a maioria destes mercados continua a não revelar integração.

Das 240 possíveis relações de causalidade à Granger, identificam-se 15 relações lineares estatisticamente significativas na Figura 5.12 a) e 29 na Figura 5.12 b).

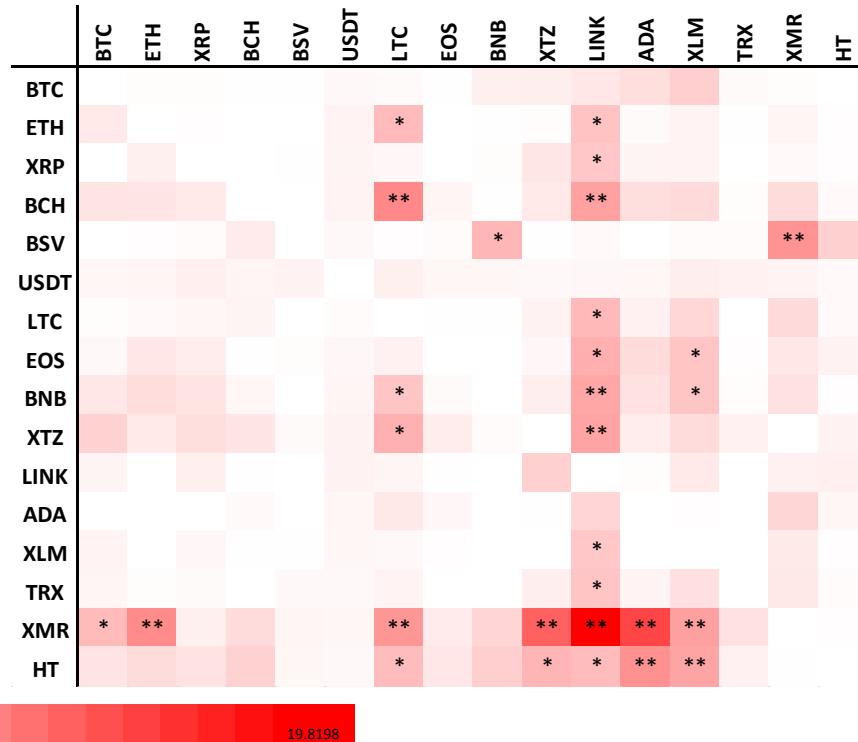
Considerando, à semelhança de Gómez-Puig e Sosvilla-Rivero (2014), um aumento da causalidade como uma ampliação da predictabilidade estatística de uma série para a outra, e que evidencia a intensificação do mecanismo de transmissão entre elas, então se a significância estatística no período pós 31/12/2019 for superior à do período anterior a essa data, há uma intensificação da relação causal. Isto mostra que no período de crise o X_t em (5.6) contém informações relativamente mais úteis para prever Y_t , que não as contidas nos valores passados de Y_t durante o período pré-crise.

Figura 5.12 – Heatmaps para a Causalidade à Granger

a) Até 31/12/2019



b) Após 31/12/2019



Notas: i. Cada heatmap representa a relação de causalidade à Granger entre as criptomoedas da amostra (em linha) e as criptomoedas da amostra (em coluna), respetivamente para os períodos pré 31/12/2019 a) e pós 31/12/2019 b); ii. Ao vermelho mais claro correspondem menores valores de CG, enquanto ao vermelho mais escuro correspondem valores mais elevados de CG. O valor mínimo de CG obtido foi 0.000 e o máximo 19.8198; iii. De modo a ser perceptível visualmente a alteração de valores de CG utilizou-se a mesma escala de cores para ambos os períodos; iv. “**” e “*” representam respetivamente, a significância da CG para os níveis de 1% e 5%.

Assim, considerando o referido e analisando conjuntamente os *heatmaps* dos painéis a) e b) da Figura 5.12, parece haver evidência de contágio apenas entre os pares de criptomoedas assinalados a negro na Tabela 5.3, e ausência de contágio para a maioria dos mercados de criptomoedas.

Tabela 5.3 – Contágio entre Criptomoedas através da análise da Causalidade à Granger

	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT
BTC																
ETH							■				■					
XRP																
BCH			■						■		■					
BSV									■						■	
USDT																
LTC											■					
EOS								■					■			
BNB					■											
XTZ						■					■					
LINK																
ADA												■				
XLM												■				
TRX										■						
XMR	■							■			■					
HT																

5.4.3. Informação Mútua (IM)

As Figura 5.12 a) e b) apresentam os níveis de significância da IM (para detalhe dos seus valores⁵⁹, *vide* Anexo D e Anexo E) entre as variáveis em linha e as variáveis em coluna.

Apenas a título de exemplo, na primeira linha tem-se a informação comum entre a BTC, com um *lag* de desfasamento, e cada uma das outras criptomoedas em coluna. A maior intensidade de cores alerta para a existência de maior informação comum, ou seja, de uma maior dependência entre ativos (criptomoedas). Contudo, uma maior intensidade de cores não significa necessariamente que esta dependência seja estatisticamente significativa. A significância estatística foi obtida de acordo com os valores críticos apresentados em Dionísio et al. (2006). A evidência da existência de dependência global estatisticamente significativa indica uma forte

⁵⁹ Os valores diagonalmente opostos não são necessariamente iguais atendendo a que as variáveis em linha têm um desfasamento de um *lag*, o que significa que foram estimados, por exemplo, ($BTC_{t-1}, \text{Todas as outras criptomoedas}_t$) e $I(Todas as outras criptomoedas_{t-1}, BTC_t)$.

relação (partilha de informação) entre a BTC e as restantes criptomoedas (*vide* Anexo D, para maior detalhe dos seus valores). Há, contudo, ativos mais relacionados entre si do que outros. Por exemplo, continuando na primeira linha e considerando a TRX e a EOS, verifica-se que a dependência global da primeira é menor que a da segunda. A existência desta dependência poderá indicar a possibilidade de violação da HEM, o que significa que os investidores podem utilizar a informação histórica da BTC na obtenção de lucros anormais. Contudo, não é possível com base na análise efetuada, avaliar o carácter sistemático dessa possibilidade.

Na Figura 5.13 a) é possível observar que a USDT, EOS, LTC, XRP e a BTC são as criptomoedas que revelam menor independência (maior integração) face às restantes. Por outro lado, a ETH, BSV, BNB, XTZ, LINK, ADA e HT revelam-se as criptomoedas mais independentes. Apresentando estas criptomoedas diferentes níveis de capitalização de mercado, isso pode indicar que a capitalização de mercado não será um fator decisivo no que diz respeito à (in)dependência entre ativos.

A análise à Figura 5.13 a) evidencia, genericamente, a não independência entre os ativos analisados no período até 31/12/2019. É nítido um primeiro quadrante, constituído pelas criptomoedas de maior capitalização de mercado, que revela menor independência. As duas criptomoedas com maior capitalização de mercado (BTC e ETH), evidenciam independência entre si. Esta evidência pode estar relacionada com os seus diferentes protocolos e diferentes tempos para a mineração de “blocos”. Enquanto o protocolo da BTC sequencia as transações em grupos denominados “blocos”, a ETH está focada em fornecer uma plataforma para facilitar a construção descentralizada de aplicações na sua *blockchain*. Evidencia-se, contudo, que a BTC não é uma líder inquestionável em termos de *spillovers* de rendibilidade, corroborando Yi, Xu, e Wang (2018) e Ji, Bouri, Lau, et al. (2019), entre outros.

Estimou-se também a IM no período pós 31/12/2019, a qual se apresenta sob a forma de *heatmap* na Figura 5.13 b) (*vide*, para maior detalhe dos seus valores, o Anexo E). A leitura deste é semelhante à efetuada para a Figura 5.13 a). Assim, a Figura 5.13 b) evidencia que a BCH, BSV, EOS, XMR e HT passaram a ser as criptomoedas que mais informação partilham com as restantes. As restantes criptomoedas apresentaram no período após 31/12/2019 uma menor dependência relativamente à BTC, ou seja, reduziu-se a informação partilhada entre esta última e as restantes. Contrastando com o referido, evidenciou-se neste período uma menor independência da BCH para com a BTC, indicando maior integração entre elas.

As criptomoedas ADA, XRP, BCH, EOS e BTC evidenciaram ser as criptomoedas menos independentes das restantes (isto é, com maior nível de integração).

A Figura 5.13 b) continua a evidenciar gradação da cor vermelha, continuando por isso a ser evidente a não independência entre as várias criptomoedas, ou seja, a integração entre estes

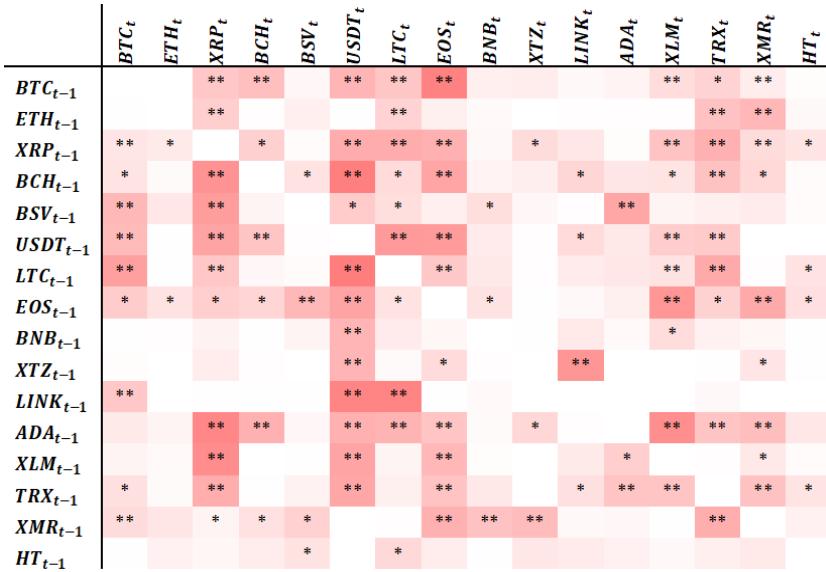
mercados. Há, contudo, uma diminuição da intensidade da cor vermelha no período pós 31/12/2019 (comparativamente com o período pré 31/12/2019), a qual apenas significa a menor dependência entre as criptomoedas no período pós 31/12/2019. Após 31/12/2019 a BCH, BSV, EOS, XMR e HT são as criptomoedas que compartilham maior quantidade de informação com as restantes criptomoedas. A BTC reduziu, contudo, a informação compartilhada, o que significa uma redução no nível de integração desses mercados. A BCH revelou-se a criptomoeda com maior nível de dependência da BTC, indicando maior integração entre elas. A ADA, XRP, BCH, EOS e BTC foram as criptomoedas menos independentes (maior nível de integração). O facto de continuar a haver dependência entre algumas criptomoedas, continuando por isso os mercados integrados, revela a continuidade da estrutura de dependência das criptomoedas, em conformidade com os resultados de Vidal-Tomás (2021). No entanto, as relações estatisticamente significativas diminuíram, o que significa que as criptomoedas têm menor dependência após o início da crise pandémica - os mercados estão menos integrados.

A diminuição da dependência entre a generalidade dos mercados de criptomoedas no período pós 31/12/2019 constitui informação útil para os gestores de carteira, atendendo a que significa maior possibilidade de utilizar estes ativos em termos de diversificação, em carteiras compostas por criptomoedas.

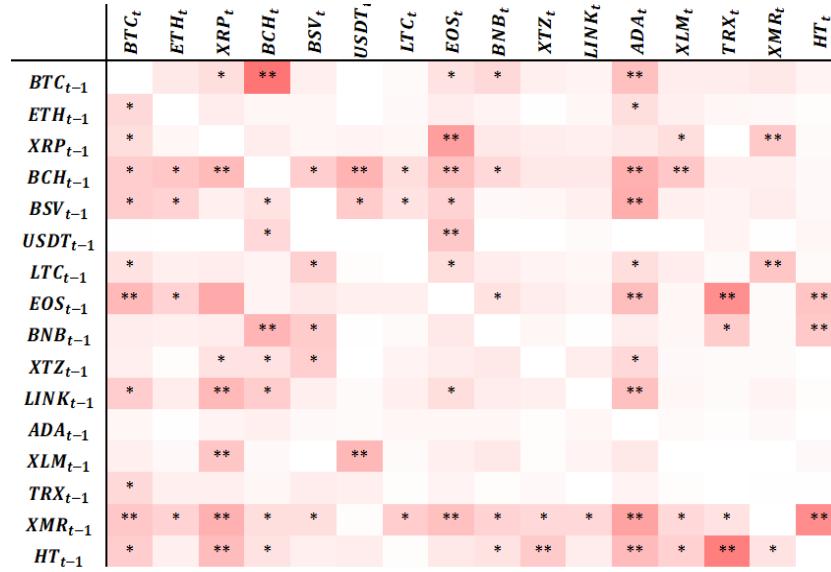
Pretende-se avaliar também a presença de contágio entre estes ativos durante a pandemia de COVID-19. Assim, e considerando a definição de contágio adotada neste estudo, importa avaliar se após um evento extraordinário (momento de corte), a dependência entre estes ativos se acentuou ou não. Assim, foram analisados os mercados que não estavam integrados até 31/12/2019 (sem significância estatística) e, se após esta data os mercados se tornaram integrados (através da revelação da significância estatística da IM) então existirá contágio.

Figura 5.13 – Heatmaps para a Informação Mútua

a) Até 31/12/2019



b) Após 31/12/2019



Notas: i. Cada heatmap representa a informação mútua entre as criptomoedas da amostra (em linha) e as criptomoedas da amostra (em coluna), respetivamente para os períodos pré 31/12/2019 a) e pós 31/12/2019 b); ii. A IM foi calculada considerando 1 lag; iii. Ao vermelho mais claro correspondem menores valores de IM, enquanto ao vermelho mais escuro correspondem valores mais elevados de IM. O valor mínimo de IM obtido foi 0.000 e o máximo 0.0379; iv. De modo a ser perceptível visualmente a alteração de valores de IM utilizou-se a mesma escala de cores para ambos os períodos; v. “**” e “*” representam respetivamente, a significância da IM para os níveis de 1% e 5%.

Atendendo ao referido, parece haver evidência de contágio entre os pares assinalados a negro na Tabela 5.4. A evidência de contágio é mais relevante entre a maioria das criptomoedas e a ADA, e entre a HT e a maioria das criptomoedas, enquanto para as restantes tal não se verifica, levando à consideração da sua inexistência nos mercados de criptomoedas.

Tabela 5.4 – Contágio entre Criptomoedas sob a análise da Informação Mútua

	BTC_t	ETH_t	XRP_t	BCH_t	BSV_t	$USDT_t$	LTC_t	EOS_t	BNB_t	XTZ_t	$LINK_t$	ADA_t	XLM_t	TRX_t	XMR_t	HT_t
BTC_{t-1}																
ETH_{t-1}	■															
XRP_{t-1}		■														
BCH_{t-1}	■			■												
BSV_{t-1}				■					■							
$USDT_{t-1}$					■											
LTC_{t-1}						■						■				
EOS_{t-1}							■									
BNB_{t-1}								■								
XTZ_{t-1}									■							
$LINK_{t-1}$										■						
ADA_{t-1}											■					
XLM_{t-1}												■				
TRX_{t-1}													■			
XMR_{t-1}														■		
HT_{t-1}	■	■	■													

A normalização da IM permite que seja considerada como a correlação estatística entre variáveis, sendo assim possível a sua comparação com o coeficiente de correlação linear (r).

Assim, normalizou-se a IM recorrendo a $\lambda(X_{t-1}, Y_t) = \sqrt{1 - e^{-2I(X_{t-1}, Y_t)}}$. Para o período pré 31/12/2019 observa-se para a generalidade dos pares de criptomoedas $\lambda > |r|$. O mesmo não se verifica para a generalidade dos pares de criptomoedas no período pós 31/12/2019, o que pode justificar-se (conforme Darbellay (1998)) pela reduzida dimensão da amostra e consequente subestimação de λ (no Anexo F e Anexo G, encontram-se os valores referidos). A estimativa paramétrica da IM significa que as frequências relativas são vistas como probabilidades, o que em amostras de pequena dimensão pode conduzir a enviesamentos. Estes são minimizados se a IM for estimada pelo método da equiquantização marginal, o qual foi feito neste estudo. Ainda assim, seria recomendável, de acordo com Darbellay e Vajda (1999) um número de observações não inferior a 500. Para o período pós 31/12/2019, à data da realização deste estudo, o número de observações disponíveis é 396. No entanto, há observações em número suficiente para o período pré 31/12/2019 e o mesmo acontecerá brevemente para o

período seguinte, o que permitirá confirmar e avaliar a robustez dos resultados obtidos neste estudo.

Assim, e com um objetivo duplo, conferir maior robustez à IM e identificar a direccionalidade do fluxo de informação, recorre-se a uma outra medida baseada na teoria da informação, a TE.

5.4.4. Transfer Entropy (TE)

A TE é uma medida direcional (assimétrica) que permite, tal como referido por Lizier et al. (2011), estimar o fluxo de informação entre duas séries temporais, independentemente do modelo subjacente, da estrutura de dados ou da linearidade. É por isso, robusta a associações espúrias. Embora a IM permita avaliar a informação comum e a dependência global entre duas séries temporais, ela não permite a identificação do sentido do fluxo de informação, útil em estudo de contágio.

A leitura dos *heatmaps* da Figura 5.14 é semelhante à efetuada anteriormente para a IM, onde as criptomoedas em linha influenciam as criptomoedas em coluna (*vide* Anexo H e Anexo I para detalhe dos seus valores).

A análise da Figura 5.14 a) evidencia a existência de dependência global entre as criptomoedas. A USDT é forte e significativamente influenciada por todas as outras criptomoedas, mas apenas influencia, de forma mais significativa, a BSV, LTC, XRP e XLM. Por outro lado, a BSV influencia de forma significativa a BTC, XMR e HT (além da referida USDT), ou seja, a BSV influencia de forma mais significativa a criptomoeda com maior capitalização de mercado (BTC) e as duas criptomoedas com menor capitalização de mercado (XMR e HT). No que diz respeito às criptomoedas que influenciam de forma mais significativa as restantes criptomoedas, encontram-se as BTC, EOS, ADA, TRX, LTC e XLM, onde a evidência encontrada para as duas últimas corrobora os resultados de Shahzad et al. (2021). Entre as principais *influencers* encontram-se criptomoedas com diferentes níveis de capitalização de mercado, não aparentando a capitalização de mercado ser determinante enquanto *influencer*. As criptomoedas que recebem influência mais significativa das restantes são as que têm menor capitalização de mercado, como é evidenciado para a LINK, XLM e TRX. A USDT constitui uma exceção ao referido pois é uma das criptomoedas com maior capitalização de mercado e recebe influência estatisticamente significativa de todas as restantes. Embora a BTC seja uma das criptomoedas que influencia de forma mais significativa as restantes, evidenciou não ser a dominante em termos de transferência de informação, corroborando os resultados de Dimpfl e Peter (2019) e Shahzad, Bouri, et al. (2022), mas contradizendo Koutmos (2018). Esta evidência

pode ser reflexo do crescente número de criptomoedas, que contribui para uma “diminuição de protagonismo” da BTC e para um aumento da competitividade neste mercado. Pode igualmente ser explicado pelo comportamento especulativo dos *criptotraders*, maioritariamente jovens e com muito medo de perder os enormes ganhos associados ao mercado de criptomoedas, intensificando assim a explosividade de preços em criptomoedas de menor capitalização de mercado, tornando o seu comportamento relevante para o comportamento de outras criptomoedas (Shahzad, Bouri, et al., 2022).

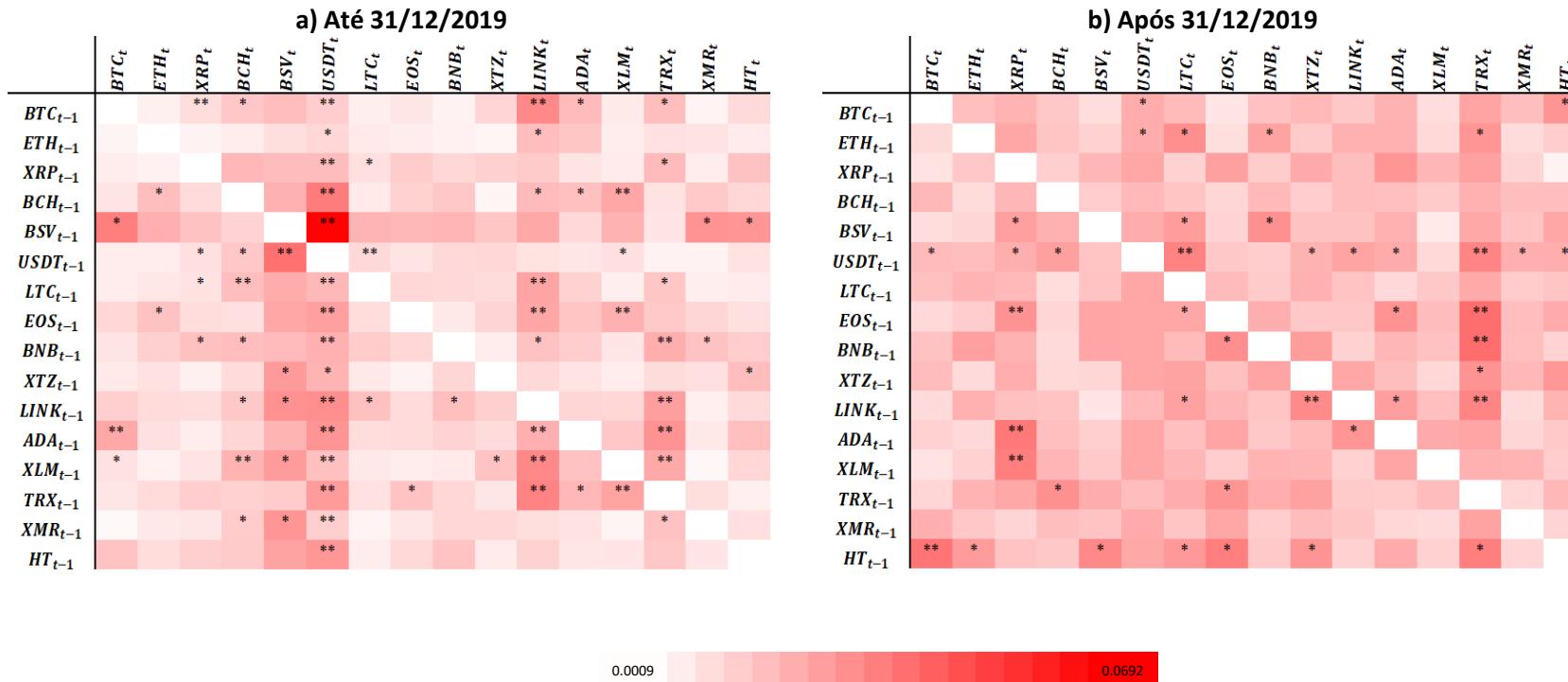
A ausência de significância estatística entre criptomoedas pode ser interpretada como a não existência de integração entre mercados, especialmente entre a ETH, HT e os restantes mercados.

Na Figura 5.14 b) é possível observar, igualmente, uma graduação da cor vermelha. No entanto, é evidente uma redução do número de relações estatisticamente significativas, o que significa uma redução da dependência, e consequentemente do nível de integração. As criptomoedas TRX, XRP e LTC são as que recebem influência mais significativa por parte das restantes criptomoedas, o que significa que também entre as criptomoedas mais significativamente influenciadas se encontram criptomoedas de maior e de menor capitalização de mercado. Observa-se também fluxo de informação significativo da USDT e HT para a maioria das restantes criptomoedas. Esta evidência indica que a USDT e HT são as principais *influencers*, e que há integração entre estes mercados e os restantes. A HT é, neste período, a única criptomoeda relativamente à qual se observa fluxo de informação significativo para as duas criptomoedas com maior capitalização de mercado (BTC e ETH), em linha com Canh et al. (2019) e Huynh, Nasir, et al. (2020).

Por outro lado, a XLM é a única criptomoeda não influenciada por nenhuma das restantes, o que revela a sua segmentação e sugere que pode ser utilizada para diversificação, dado o seu aparente isolamento face às restantes criptomoedas. Esta evidência corrobora Corbet, Hou, Hu, Larkin, et al. (2020).

A TE permite obter a causalidade direcional entre duas variáveis. Assim, e considerando a definição de contágio adotada neste estudo, é importante analisar em conjunto as Figura 5.14 a) e Figura 5.14 b). Observa-se na Figura 5.14 b), um intensificar da cor vermelha e uma maior homogeneidade para toda a amostra. Esta evidência poderia sugerir que houve um aumento da integração entre estes mercados, ou mesmo um efeito de contágio (conforme com os resultados de Shahzad et al. (2021)). Contudo, verifica-se uma redução da significância estatística, não havendo por isso evidência de aumento da integração entre as diversas criptomoedas. Esta evidência está em linha com os resultados obtidos na análise da CG (que considera apenas a dependência linear) e da IM, e contrasta com os da DCCA.

Figura 5.14 – Heatmap para a Transfer Entropy



Notas: i. i. Cada heatmap representa a relação entre as criptomoedas da amostra, devendo ser lida como as criptomoedas em linha influenciam as criptomoedas em coluna (em linha) e as criptomoedas da amostra (em coluna), respetivamente para os períodos pré 31/12/2019 a) e pós 31/12/2019 b); ii. A TE foi calculada considerando 1 lag; iii. Ao vermelho mais claro correspondem menores valores de TE, enquanto ao vermelho mais escuro correspondem valores mais elevados de TE. O valor mínimo de TE obtido foi 0.0009 e o máximo 0.0692; iv. De modo a ser perceptível visualmente a alteração de valores de TE utilizou-se a mesma escala de cores para ambos os períodos; v. “***” e “*” representam respetivamente, a significância da TE para os níveis de 1% e 5%.

Apesar destes resultados contradizerem os da DCCA, é necessário ter em conta que esta última análise permite avaliar a presença de contágio para diferentes escalas temporais, o que não acontece com as outras duas abordagens. Assim, as três análises são complementares.

De modo a avaliar o contágio entre os mercados de criptomoedas durante a pandemia de COVID-19, e considerando a definição de contágio adotada neste estudo, importa avaliar se após um evento extraordinário (momento de corte), a dependência entre estes ativos se acentua ou não. Analisaram-se os mercados que não estavam integrados até 31/12/2019 (sem significância estatística) e, se após esta data os mercados se tornaram integrados (a TE apresenta significância estatística) então existirá contágio. Atendendo ao referido, apenas há evidência de contágio entre os pares assinalados a negro na Tabela 5.5. Para os pares assinalados, a fonte de contágio corresponde à criptomoeda referida na linha. Na generalidade, a USDT e a HT são as principais fontes de contágio entre os mercados. Para a maioria dos mercados não há evidência de contágio.

Tabela 5.5 – Contágio entre Criptomoedas sob a análise da *Transfer Entropy*

→	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT
BTC																
ETH																
XRP																
BCH																
BSV																
USDT	■						■				■■■■■					
LTC																
EOS		■					■					■		■		
BNB								■								
XTZ											■			■		
LINK			■								■					
ADA				■												
XLM					■											
TRX																
XMR																
HT																

5.5. Conclusões

A ocorrência de eventos extraordinários constitui um dos maiores desafios à estabilidade dos mercados financeiros, mesmo que tais eventos não tenham origem financeira. A crise provocada pela pandemia de COVID-19 é um exemplo do referido, e constitui um choque não só para o sistema financeiro, mas também para toda a economia e a sociedade. Num ambiente de crescente globalização, a possibilidade de contágio destes acontecimentos ao sistema financeiro será também cada vez maior, mesmo tratando-se de choques reais.

Neste capítulo avaliou-se a existência de evidência compatível com contágio da pandemia de COVID-19 aos mercados de criptomoedas. Dada a inexistência de consenso relativamente à conceptualização de contágio, adotou-se a definição proposta por Forbes e Rigobon (2002). Metodologicamente foram seguidas várias estratégias que se complementam e aumentam a robustez da análise desenvolvida.

A variação do nível de correlação entre cada par de criptomoedas foi avaliada com o coeficiente da DCCA. O recurso a este tipo de análise permitiu uma perspetiva multi escala temporal da relação entre os vários mercados de criptomoedas, tendo sido encontrada evidência de contágio entre criptomoedas para escalas temporais curtas, com exceção da USDT, o que pode indicar as propriedade de “porto seguro” desta criptomoeda em tempos de turbulência nestes mercados. Para escalas de tempo longas, continuou a ser encontrada evidência de contágio entre as várias criptomoedas. Considerando que quando a variação do coeficiente de correlação da DCCA é positiva há um aumento da integração entre os mercados, conclui-se que tal se verificou após 31/12/2019. Esta evidência implica uma maior exposição destes ativos a choques, neste caso concreto, choques de origem não financeira. Assim, um choque de origem semelhante à COVID-19 pode causar algum grau de instabilidade nestes mercados e, dado o aumento do número de criptomoedas (e da sua capitalização de mercado, volume de negociação e variação de preços) pode também haver impactos noutros mercados financeiros, dependendo da sua relação com este tipo de ativos.

Dadas as características das séries temporais utilizadas na análise empírica, foram consideradas abordagens lineares e não lineares. A CG é uma metodologia adequada para avaliar dependência estatística linear. A IM reforça-a porque tem a capacidade de detetar qualquer forma de dependência estatística global entre diferentes variáveis, podendo ser interpretada como uma medida que quantifica a informação trocada entre dois sistemas. Dado que a IM não permite a avaliação dinâmica nem direcional dos fluxos de informação, úteis na avaliação do contágio nos mercados financeiros, recorreu-se também à TE para identificar a direção do fluxo de informação entre as diferentes criptomoedas em estudo.

O número de relações estatisticamente significativas é superior para a IM e TE, do que para a CG, permitindo concluir que as relações não lineares parecem ser mais fortes que as lineares, reforçando a complexidade do comportamento dos mercados de criptomoedas.

O recurso à causalidade à Granger (abordagem linear) e a abordagens não lineares baseadas na teoria da informação (IM e TE) revelou padrões de integração mistos. Esta evidência surge como uma das principais conclusões deste estudo e significa a independência de alguns mercados de criptomoedas relativamente a outros (não integração entre eles), enquanto outros parecem estar integrados, corroborando Vidal-Tomás (2021). Este padrão de comportamento verificou-se em ambos os períodos, mas após 31/12/2019 as relações estatisticamente significativas reduziram-se no caso das abordagens não lineares, significando que a crise mundial provocada pela pandemia de COVID-19 não fortalece a integração dos mercados de criptomoedas, em linha com os indícios apontados inicialmente pelas estatísticas descritivas, e corroborando Vidal-Tomás (2021). Assim, estes ativos podem oferecer novas oportunidades em termos de diversificação de carteiras compostas por criptomoedas. Esta evidência não é inesperada, atendendo à aparente ausência de relação entre a economia real e as criptomoedas, dado o *design* destes ativos. Seria expectável que este tipo de ativos apenas fosse afetado pelos receios dos investidores, contrariamente por exemplo aos mercados de ações tradicionais, para os quais seria expectável que fossem afetados por outros fatores, como por exemplo, pelos efeitos de *lock-down* e de restrições de mobilidade, os quais poderiam afetar lucros futuros.

A TE permitiu introduzir um carácter direcional à IM e os resultados corroboraram os da IM evidenciando a adequabilidade destas medidas para este estudo. Esta abordagem permitiu igualmente evidenciar a inexistência de uma criptomoeda líder em termos de *spillover* de rendibilidade no período pré 31/12/2019, enquanto que no período pós 31/12/2019, a USDT e a HT revelaram-se as principais *influencers*, suportando assim a evidência encontrada para a não liderança da BTC enquanto *player* do mercado de criptomoedas (Dimpfl & Peter, 2019; Qureshi et al., 2020). Assim, qualquer alteração nos mercados das *influencers* requererá uma monitorização próxima das outras criptomoedas, bem como um acompanhamento cuidado por parte das entidades responsáveis pela elaboração e implementação de políticas de investimento, caso queiram evitar consequências adversas de possíveis choques, e manter a estabilidade nestes mercados.

Quer a abordagem linear, quer as não lineares revelaram contágio apenas entre alguns mercados de criptomoedas (e na generalidade ausência de contágio para quase todos os mercados de criptomoedas durante a pandemia de COVID-19). No caso da abordagem linear foi encontrada evidência de contágio entre a maioria dos mercados de criptomoedas e as LTC e LINK, bem como entre a XMR e alguns mercados de criptomoedas (BTC, ETH, LTC, XTZ, LINK,

ADA e TRX). No que concerne às abordagens não lineares, a IM mostrou contágio entre a maioria das criptomoedas e a ADA, e entre a HT e a maioria das criptomoedas. A TE revelou, na generalidade, a USDT e HT como as principais fontes de contágio nos mercados de criptomoedas.

Estes resultados sugerem que as criptomoedas podem ser uma boa opção em termos de investimento no caso da ocorrência de choques reais com impacto mundial. As criptomoedas identificadas como *influencers* mais significativas podem ser utilizadas pelos investidores enquanto possíveis preditores da rendibilidade das criptomoedas influenciadas, o que poderá significar a possibilidade da sua utilização não apenas numa tentativa de obtenção de lucros extra, mas também para uma potencial redução de risco de carteiras compostas por estes ativos. Como principal limitação deste estudo identifica-se o reduzido número de observações da amostra no período pós 31/12/2019, dada a recente eclosão da referida crise. Este problema será resolvido com o desenvolvimento de futuras análises, elaboradas com amostras de maior dimensão que, quando a crise pandémica terminar, vão permitir a verificação dos resultados aqui obtidos.

5.6. Referências Bibliográficas

Akhtaruzzaman, M., Boubaker, S., & Sensoy, A. (2021). Financial contagion during COVID-19 crisis. *Finance Research Letters*, 38(April 2020), 101604.

<https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101604>

Akyildirim, E., Corbet, S., Lucey, B., Sensoy, A., & Yarovaya, L. (2019). The relationship between implied volatility and cryptocurrency returns. *Finance Research Letters*, (June), 1–10.

<https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.06.010>

Antonakakis, N., Chatziantoniou, I., & Gabauer, D. (2019). Cryptocurrency market contagion: Market uncertainty, market complexity, and dynamic portfolios. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 61, 37–51.

<https://doi.org/10.1016/j.intfin.2019.02.003>

Ashraf, B. N. (2020). Stock markets' reaction to COVID-19: Cases or fatalities? *Research in International Business and Finance*, 54(May), 101249.

<https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2020.101249>

Aslam, F., Aziz, S., Nguyen, D. K., Mughal, K. S., & Khan, M. (2020). On the efficiency of foreign exchange markets in times of the COVID-19 pandemic. *Technological Forecasting and*

Social Change, 161(August), 120261. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2020.120261>

Bae, K.-H., Karolyi, G. A., & Stulz, R. M. (2003). A New Approach to Measuring Financial Contagion. *The Review of Financial Studies*, 16(3), 717–763.
<https://doi.org/10.2139/ssrn.241634>

Baele, L., & Inghelbrecht, K. (2010). Time-varying integration, interdependence and contagion. *Journal of International Money and Finance*, 29(5), 791–818.
<https://doi.org/10.1016/j.jimmonfin.2009.12.008>

Barnett, L., Barrett, A. B., & Seth, A. K. (2009). Granger Causality and Transfer Entropy Are equivalent for Gaussian Variables. *Physical Review Letters*, 103(23).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.238701>

Barnett, L., & Bossomaier, T. (2012). Transfer entropy as a log-likelihood ratio. *Physical Review Letters*, 109(13), 1–5. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.138105>

Behrendt, S., Dimpfl, T., Peter, F. J., & Zimmermann, D. J. (2019). RTransferEntropy — Quantifying information flow between different time series using effective transfer entropy. *SoftwareX*, 10, 100265. <https://doi.org/10.1016/j.softx.2019.100265>

Bouri, E., Das, M., Gupta, R., & Roubaud, D. (2018). Spillovers between Bitcoin and other assets during bear and bull markets. *Applied Economics*, 50(55), 5935–5949.
<https://doi.org/10.1080/00036846.2018.1488075>

Bouri, E., Gupta, R., & Roubaud, D. (2019). Herding behaviour in cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 29(June 2018), 216–221. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.07.008>

Bouri, E., Shahzad, S. J. H., & Roubaud, D. (2019). Co-explosivity in the cryptocurrency market. *Finance Research Letters*, 29(June 2018), 178–183.
<https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.07.005>

Bouri, E., Shahzad, S. J. H., Roubaud, D., Kristoufek, L., & Lucey, B. (2020). Bitcoin, gold, and commodities as safe havens for stocks: New insight through wavelet analysis. *Quarterly Review of Economics and Finance*, 77, 156–164.
<https://doi.org/10.1016/j.qref.2020.03.004>

Caferra, R., & Vidal-Tomás, D. (2021). Who raised from the abyss? A comparison between cryptocurrency and stock market dynamics during the COVID-19 pandemic. *Finance Research Letters*, (February), 101954. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.101954>

- Canh, N. P., Wongchoti, U., Thanh, S. D., & Thong, N. T. (2019). Systematic risk in cryptocurrency market: Evidence from DCC-MGARCH model. *Finance Research Letters*, 29, 90–100. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.03.011>
- Chaim, P., & Laurini, M. P. (2019). Nonlinear dependence in cryptocurrency markets. *North American Journal of Economics and Finance*, 48(July 2018), 32–47. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.01.015>
- Cho, S., Hyde, S., & Nguyen, N. (2015). Time-varying regional and global integration and contagion: Evidence from style portfolios. *International Review of Financial Analysis*, 42, 109–131. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2014.10.007>
- Corbet, S., Hou, Y. (Greg), Hu, Y., Larkin, C., & Oxley, L. (2020). Any port in a storm: Cryptocurrency safe-havens during the COVID-19 pandemic. *Economics Letters*, 194, 109377. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2020.109377>
- Corbet, S., Hou, Y., Hu, Y., Lucey, B., & Oxley, L. (2020). Aye Corona! The contagion effects of being named Corona during the COVID-19 pandemic. *Finance Research Letters*, (May), 101591. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101591>
- Corbet, S., Larkin, C., & Lucey, B. (2020). The contagion effects of the COVID-19 pandemic: Evidence from gold and cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 35(April), 101554. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101554>
- Corbet, S., Meegan, A., Larkin, C., Lucey, B., & Yarovaya, L. (2018). Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets. *Economics Letters*, 165, 28–34. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.01.004>
- Darbällay, G. A. (1998). Predictability: An Information-Theoretic Perspective. In K. N. G. In: Procházka A., Uhlíř J., Rayner P.W.J. (Ed.), *Signal Analysis and Prediction. Applied and Numerical Harmonic Analysis*. (pp. 249–262). Birkhäuser, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1768-8_18
- Darbällay, G. A., & Vajda, I. (1999). Estimation of the Information by an Adaptive Partitioning of the Observation Space. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(1), 219–240. <https://doi.org/10.1109/18.746793>
- Davidson, S. N. (2020). Interdependence or contagion: A model switching approach with a focus on Latin America. *Economic Modelling*, 85, 166–197. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2019.05.015>

- Dimpfl, T., & Peter, F. J. (2013). Using transfer entropy to measure information flows between financial markets. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 17(1), 85–102. <https://doi.org/10.1515/snde-2012-0044>
- Dimpfl, T., & Peter, F. J. (2014). The impact of the financial crisis on transatlantic information flows: An intraday analysis. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 31(1), 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2014.03.004>
- Dimpfl, T., & Peter, F. J. (2019). Group transfer entropy with an application to cryptocurrencies. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 516, 543–551. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.10.048>
- Dionisio, A., Menezes, R., & Mendes, D. A. (2004). Mutual information: A measure of dependency for nonlinear time series. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 344(1–2), 326–329. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2004.06.144>
- Dionísio, A., Menezes, R., & Mendes, D. A. (2006). Entropy-based independence test. *Nonlinear Dynamics*, 44(1–4), 351–357. <https://doi.org/10.1007/s11071-006-2019-0>
- Feng, W., Wang, Y., & Zhang, Z. (2018). Can cryptocurrencies be a safe haven: a tail risk perspective analysis. *Applied Economics*, 50(44), 4745–4762. <https://doi.org/10.1080/00036846.2018.1466993>
- Ferreira, P. (2017). Portuguese and Brazilian stock market integration: a non-linear and detrended approach. *Portuguese Economic Journal*, 16(1), 49–63. <https://doi.org/10.1007/s10258-017-0127-z>
- Ferreira, P., & Dionísio, A. (2016). How long is the memory of the US stock market? *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 451, 502–506. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2016.01.080>
- Ferreira, P., & Pereira, É. (2019). Contagion Effect in Cryptocurrency Market. *Journal of Risk and Financial Management Communication*, 12(115). <https://doi.org/doi:10.3390/jrfm12030115>
- Fiedor, P. (2014). Networks in financial markets based on the mutual information rate. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 89(5), 1–7. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.89.052801>
- Forbes, K., & Rigobon, R. (1999). Measuring Contagion: Conceptual and Empirical Issues. *International Financial Contagion*, 43–66. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3314-3_3

- Forbes, K., & Rigobon, R. (2002). No contagion, only interdependence: Measuring stock market comovements. *Journal of Finance*, 57(5), 2223–2261. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00494>
- Fry, J., & Cheah, E. T. (2016). Negative bubbles and shocks in cryptocurrency markets. *International Review of Financial Analysis*, 47, 343–352. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2016.02.008>
- Gallegati, M. (2012). A wavelet-based approach to test for financial market contagion. *Computational Statistics and Data Analysis*, 56(11), 3491–3497. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2010.11.003>
- García-Medina, A., & Hernández, J. B. C. (2020). Network analysis of multivariate transfer entropy of cryptocurrencies in times of turbulence. *Entropy*, 22(7), 1–18. <https://doi.org/10.3390/e22070760>
- Gencaga, D., Knuth, K. H., & Rossow, W. B. (2015). A recipe for the estimation of information flow in a dynamical system. *Entropy*, 17(1), 438–470. <https://doi.org/10.3390/e17010438>
- Ghorbel, A., & Jeribi, A. (2021). Investigating the relationship between volatilities of cryptocurrencies and other financial assets. *Decisions in Economics and Finance*. <https://doi.org/10.1007/s10203-020-00312-9>
- Gómez-Puig, M., & Sosvilla-Rivero, S. (2014). Causality and contagion in EMU sovereign debt markets. *International Review of Economics and Finance*, 33, 12–27. <https://doi.org/10.1016/j.iref.2014.03.003>
- Goodell, J. W. (2020). COVID-19 and finance: Agendas for future research. *Finance Research Letters*, 35(March). <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101512>
- Granger, C. W. J. (1969). Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods. *Econometrica*, 37(3), 424–438. <https://doi.org/10.1017/ccol052179207x.002>
- Guedes, E. F., Brito, A. A., Oliveira Filho, F. M., Fernandez, B. F., de Castro, A. P. N., da Silva Filho, A. M., & Zebende, G. F. (2018a). Statistical test for Δp DCCA: Methods and data. *Data in Brief*, 18, 795–798. <https://doi.org/10.1016/j.dib.2018.03.080>
- Guedes, E. F., Brito, A. A., Oliveira Filho, F. M., Fernandez, B. F., de Castro, A. P. N., da Silva Filho, A. M., & Zebende, G. F. (2018b). Statistical test for Δp DCCA cross-correlation coefficient. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 501, 134–140.

<https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.02.148>

Guo, H., Zhao, X., Yu, H., & Zhang, X. (2021). Analysis of global stock markets' connections with emphasis on the impact of COVID-19. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 569, 125774. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2021.125774>

Hlavařcková-Schindler, K. (2011). Equivalence of granger causality and transfer entropy: A generalization. *Applied Mathematical Sciences*, 5(73–76), 3637–3648.

Hsu, S., Sheu, C., & Yoon, J. (2021). North American Journal of Economics and Finance Risk spillovers between cryptocurrencies and traditional currencies and gold under different global economic conditions. *North American Journal of Economics and Finance*, 57(April), 101443. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2021.101443>

Hu, L. (2006). Dependence patterns across financial markets: A mixed copula approach. *Applied Financial Economics*, 16(10), 717–729.
<https://doi.org/10.1080/09603100500426515>

Hu, M., & Liang, H. (2014). A copula approach to assessing Granger causality. *NeuroImage*, 100, 125–134. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2014.06.013>

Huynh, T. L. D., Nasir, M. A., Vo, X. V., & Nguyen, T. T. (2020). "Small things matter most": The spillover effects in the cryptocurrency market and gold as a silver bullet. *North American Journal of Economics and Finance*, 54(February), 101277.
<https://doi.org/10.1016/j.najef.2020.101277>

Huynh, T. L. D., Shahbaz, M., Nasir, M. A., & Ullah, S. (2020). Financial modelling, risk management of energy instruments and the role of cryptocurrencies. *Annals of Operations Research*, (0123456789). <https://doi.org/10.1007/s10479-020-03680-y>

Jawad, S., Shahzad, H., Bouri, E., Kristoufek, L., & Saeed, T. (2021). Impact of the COVID - 19 outbreak on the US equity sectors : Evidence from quantile return spillovers. *Financial Innovation*. <https://doi.org/10.1186/s40854-021-00228-2>

Ji, Q., Bouri, E., Lau, C. K. M., & Roubaud, D. (2019). Dynamic connectedness and integration in cryptocurrency markets. *International Review of Financial Analysis*, 63(December 2018), 257–272. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.12.002>

Ji, Q., Bouri, E., Roubaud, D., & Kristoufek, L. (2019). Information interdependence among energy, cryptocurrency and major commodity markets. *Energy Economics*, 81, 1042–1055. <https://doi.org/10.1016/J.ENEKO.2019.06.005>

- Ji, Q., Zhang, D., & Zhao, Y. (2020). Searching for safe-haven assets during the COVID-19 pandemic. *International Review of Financial Analysis*, 71(May), 101526. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2020.101526>
- Jizba, P., Kleinert, H., & Shefaat, M. (2012). Rényi's information transfer between financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 391(10), 2971–2989. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2011.12.064>
- Korbel, J., Jiang, X., & Zheng, B. (2019). Transfer entropy between communities in complex financial networks. *Entropy*, 21(11), 1–13. <https://doi.org/10.3390/e2111124>
- Koutmos, D. (2018). Return and volatility spillovers among cryptocurrencies. *Economics Letters*, 173, 122–127. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.10.004>
- Kristoufek, L. (2014). Measuring correlations between non-stationary series with DCCA coefficient. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 402, 291–298. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.01.058>
- Kristoufek, L. (2021). Tethered, or Untethered? On the interplay between stablecoins and major cryptoassets. *Finance Research Letters*, 101991. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.101991>
- Kullback, S., & Leibler, R. A. (1951). On information and sufficiency. *The Annals of Mathematical Statistics*, 22(1), 79–86. <https://doi.org/10.24425/124266>
- Lahmiri, S., & Bekiros, S. (2020). The impact of COVID-19 pandemic upon stability and sequential irregularity of equity and cryptocurrency markets. *Chaos, Solitons and Fractals*, 138. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109936>
- Le, T. H., Do, H. X., Nguyen, D. K., & Sensoy, A. (2020). Covid-19 pandemic and tail-dependency networks of financial assets. *Finance Research Letters*, 101800, (Advance online publication). Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101800>
- Lee, K.-J., Lu, S.-L., & Shih, Y. (2018). Contagion Effect of Natural Disaster and Financial Crisis Events on International Stock Markets. *Journal of Risk and Financial Management*, 11(2), 16. <https://doi.org/10.3390/jrfm11020016>
- Leirvik, T. (2021). Cryptocurrency returns and the volatility of liquidity. *Finance Research Letters*, 102031. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102031>
- Li, Q., Guan, X., Wu, P., Wang, X., Zhou, L., Tong, Y., ... Feng, Z. (2020). Presumed Asymptomatic

Carrier Transmission of COVID-19. *New England Journal of Medicine*, 382(13), 1199–1207.
<https://doi.org/10.1056/nejmoa2001316>

Liu, Y., Wei, Y., Wang, Q., & Liu, Y. (2021). International stock market risk contagion during the COVID-19 pandemic. *Finance Research Letters*, (February), 102145.
<https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102145>

Lizier, J., Heinze, J., Horstmann, A., Haynes, J.-D., & Prokopenko, M. (2011). Multivariate information-theoretic measures reveal directed information structure and task relevant changes in fMRI connectivity. *Journal of Computational Neuroscience*, 30(1), 85–107.
<https://doi.org/10.1007/s10827-010-0271-2>

Lizier, J. T., & Prokopenko, M. (2010). Differentiating information transfer and causal effect. *European Physical Journal B*, 73(4), 605–615. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2010-00034-5>

Ma, P., Li, D., & Li, S. (2016). Efficiency and cross-correlation in equity market during global financial crisis: Evidence from China. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 444, 163–176. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.10.019>

Marschinski, R., & Kantz, H. (2002). Analysing the information flow between financial time series. *The European Physical Journal B*, 30(2), 275–281.
<https://doi.org/10.1140/epjb/e2002-00379-2>

McKibbin, W., & Fernando, R. (2021). The Global Macroeconomic Impacts of COVID-19: Seven Scenarios Warwick. *Asian Economic Papers*, 20(2), 1–21.

Mendoza, E. G., & Calvo, G. A. (2000). Rational contagion and the globalization of securities markets. *Journal of International Economics*, 51(99), 79–113.

Mensi, W., Sensoy, A., Aslan, A., & Kang, S. H. (2019). High-frequency asymmetric volatility connectedness between Bitcoin and major precious metals markets. *North American Journal of Economics and Finance*, 50(July), 101031.
<https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101031>

Mensi, Walid, Rehman, M. U., Al-Yahyaee, K. H., Al-Jarrah, I. M. W., & Kang, S. H. (2019). Time frequency analysis of the commonalities between Bitcoin and major Cryptocurrencies: Portfolio risk management implications. *North American Journal of Economics and Finance*, 48(July 2018), 283–294. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.02.013>

Mensi, Walid, Rehman, M. U., Maitra, D., Al-Yahyaee, K. H., & Sensoy, A. (2020). Does bitcoin

co-move and share risk with Sukuk and world and regional Islamic stock markets? Evidence using a time-frequency approach. *Research in International Business and Finance*, 53(July 2019), 101230. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2020.101230>

Naeem, M. A., Bouri, E., Peng, Z., Shahzad, S. J. H., & Vo, X. V. (2021). Asymmetric efficiency of cryptocurrencies during COVID19. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 565, 125562. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.125562>

Neto, D. (2021). Are Google searches making the Bitcoin market run amok? A tail event analysis. *North American Journal of Economics and Finance*.
<https://doi.org/10.1016/j.najef.2021.101454>

Nguyen, D. T., Phan, D. H. B., Ming, T. C., & Nguyen, V. K. L. (2021). An assessment of how COVID-19 changed the global equity market. *Economic Analysis and Policy*, 69, 480–491. <https://doi.org/10.1016/j.eap.2021.01.003>

Okorie, D. I., & Lin, B. (2021). Stock markets and the COVID-19 fractal contagion effects. *Finance Research Letters*, 38(June), 101640. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101640>

Park, S., Jang, K., & Yang, J.-S. (2021). Information flow between bitcoin and other investment assets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 566. <https://doi.org/10.3390/e2111116>

Pericoli, M., & Sbracia, M. (2003). A primer on financial contagion. *Journal of Economic Surveys*, 17(4), 571–608. <https://doi.org/10.1111/1467-6419.00205>

Podobnik, B., Jiang, Z. Q., Zhou, W. X., & Stanley, H. E. (2011). Statistical tests for power-law cross-correlated processes. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 84(6), 1–8. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.84.066118>

Podobnik, B., & Stanley, H. E. (2008). Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series. *Physical Review Letters*, 100(8). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.084102>

Qureshi, S., Aftab, M., Bouri, E., & Saeed, T. (2020). Dynamic interdependence of cryptocurrency markets: An analysis across time and frequency. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 559(December 2019), 125077. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.125077>

Schreiber, T. (2000). Measuring information transfer. *Physical Review Letters*, 85(2), 461–464. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.461>

- Selmi, R., Mensi, W., Hammoudeh, S., & Bouoiyour, J. (2018). Is Bitcoin a hedge, a safe haven or a diversifier for oil price movements? A comparison with gold. *Energy Economics*, 74(November 2016), 787–801. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2018.07.007>
- Seth, N., & Panda, L. (2018). Financial contagion: review of empirical literature. *Qualitative Research in Financial Markets*, 10(1), 15–70. <https://doi.org/10.1108/QRFM-06-2017-0056>
- Shahzad, S. J. H., Bouri, E., Ahmad, T., & Naeem, M. A. (2022). Extreme tail network analysis of cryptocurrencies and trading strategies. *Finance Research Letters*, 44(February 2021), 102106. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102106>
- Shahzad, S. J. H., Bouri, E., Kang, S. H., & Saeed, T. (2021). Regime specific spillover across cryptocurrencies and the role of COVID-19. *Financial Innovation*, 7(1). <https://doi.org/10.1186/s40854-020-00210-4>
- Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. *Bell System Technical Journal*, 27, 379–423, 623–656. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1948.tb00917.x>
- Silva, M. F. da, Pereira, É. J. de A., Filho, A. M. da S., Castro, A. P. N. de, Miranda, J. G. V., & Zebende, G. F. (2016). Quantifying the contagion effect of the 2008 financial crisis between the G7 countries (by GDP nominal). *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 453, 1–8. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2016.01.099>
- Silva, P. V. J. da G., Klotzle, M. C., Pinto, A. C. F., & Gomes, L. L. (2019). Herding behavior and contagion in the cryptocurrency market. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 22, 41–50. <https://doi.org/10.1016/j.jbef.2019.01.006>
- Szczygielski, J. J., Brzeszczyński, J., Charteris, A., & Bwanya, P. R. (2021). The COVID-19 storm and the energy sector: The impact and role of uncertainty. *Energy Economics*. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2021.105258>
- Thornton, D. L., & Batten, D. S. (1985). Lag-Length Selection and Tests of Granger Causality Between Money and Income. *Journal of Money, Credit and Banking*, 17(2), 164. <https://doi.org/10.2307/1992331>
- Tiwari, A. K., Adewuyi, A. O., Albulescu, C. T., & Wohar, M. E. (2020). Empirical evidence of extreme dependence and contagion risk between main cryptocurrencies. *North American Journal of Economics and Finance*, 51(October 2019), 101083. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101083>

Trabelsi, N. (2018). Are There Any Volatility Spill-Over Effects among Cryptocurrencies and Widely Traded Asset Classes? *Journal of Risk and Financial Management*, 11(4), 66. <https://doi.org/10.3390/jrfm11040066>

Vidal-Tomás, D. (2021). Transitions in the cryptocurrency market during the COVID-19 pandemic: A network analysis. *Finance Research Letters*, (August 2020), 101981. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.101981>

Vidal-Tomás, D., Ibáñez, A. M., & Farinós, J. E. (2019). Herding in the cryptocurrency market: CSSD and CSAD approaches. *Finance Research Letters*, 30(August 2018), 181–186. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.09.008>

World Health Organization. (2020). *Novel Coronavirus (2019-nCoV)*. <https://doi.org/10.13070/mm.en.10.2867>

Yarovaya, L., Brzeszczynski, J., Goodell, J. W., Lucey, B., & Lau, C. K. M. (2020). Rethinking Financial Contagion: Information Transmission Mechanism During the COVID-19 Pandemic. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3602973>

Yarovaya, L., Matkovskyy, R., & Jalan, A. (2021). The effects of a “black swan” event (COVID-19) on herding behavior in cryptocurrency markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2021.101321>

Yi, S., Xu, Z., & Wang, G. J. (2018). Volatility connectedness in the cryptocurrency market: Is Bitcoin a dominant cryptocurrency? *International Review of Financial Analysis*, 60(September), 98–114. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.08.012>

Yousaf, I., & Ali, S. (2020). The COVID-19 outbreak and high frequency information transmission between major cryptocurrencies: Evidence from the VAR-DCC-GARCH approach. *Borsa Istanbul Review*, 20, S1–S10. <https://doi.org/10.1016/j.bir.2020.10.003>

Zebende, G. F. (2011). DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 390(4), 614–618. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.10.022>

Zebende, G. F., & Filho, A. M. (2009). Cross-correlation between time series of vehicles and passengers. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 388(23), 4863–4866. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2009.07.046>

Zhang, D., Hu, M., & Ji, Q. (2020). Financial markets under the global pandemic of COVID-19. *Finance Research Letters*, 36(April), 101528. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101528>

Zhang, W., Zhuang, X., & Lu, Y. (2020). Spatial spillover effects and risk contagion around G20 stock markets based on volatility network. *North American Journal of Economics and Finance*, 51(195), 101064. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101064>

Zhao, X., Shang, P., & Huang, J. (2017). Several fundamental properties of DCCA cross-correlation coefficient. *Fractals*, 25(2), 1–11.
<https://doi.org/10.1142/S0218348X17500177>

Zhu, P., Zhang, X., Wu, Y., Zheng, H., & Zhang, Y. (2021). Investor attention and cryptocurrency: Evidence from the Bitcoin market. *PLoS ONE*, 16(2 February), 1–28.
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0246331>

5.7. Anexos

5.7.1. Anexo A – Teste à Estacionariedade das Rendibilidades das Criptomoedas

Criptomoeda	Test Statistic (Z(t))	Período						
		Até 31/12/2019			Após 31/12/2019			
		Augmented Dickey-Fuller Test Statistic			Critical Value Z(t)			
		1%	5%	10%	Test Statistic (Z(t))	1%	5%	10%
BTC	-49.279				-21.853			
ETH	-42.738				-21.988			
XRP	-45.985				-19.187			
BCH	-26.824				-22.502			
BSV	-19.770				-22.625	-3.447	-2.860	-2.570
USDT	-43.125				-32.329			
LTC	-48.221				-21.494			
EOS	-30.763				-23.438			
BNB	-25.559	-3.448	-2.874	-2.570	-22.150			
XTZ	-27.661				-23.671			
LINK	-28.531				-21.599	-3.430	-2.860	-2.570
ADA	-28.106				-21.940			
XLM	-41.276				-20.035			
TRX	-28.265				-22.071			
XMR	-45.364				-24.093			
HT	-26.419				-23.827			
<i>p-value</i>		0.0000						
<i>Lag Length</i>		0						

5.7.2. Anexo B – Causalidade à Granger até 31/12/2019

	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT
BTC	1.6692	3.3312	2.1366	0.1367	0.1692	0.8119	0.3481	1.6760	0.0833	0.9004	0.0641	4.2185 *	2.2305	0.1261	0.5340	
ETH	1.4263		0.3860	0.7435	0.2054	0.0534	1.1655	1.2999	5.4226 *	1.1437	0.9792	0.2358	0.0002	1.4799	1.2048	0.4826
XRP	0.0182	2.1108		3.2033	0.0006	0.7083	1.4010	1.4659	2.0580	1.9635	0.9075	0.8714	5.7206 **	0.1517	6.3316 *	0.5631
BCH	6.0341 *	0.3348	0.9933		3.2033	2.3546	0.5605	0.1149	1.4654	1.9986	1.0023	0.9833	6.8225 **	2.8714	0.0074	0.2807
BSV	1.2879	0.7069	2.2701	0.1289		1.4097	3.3069	2.0077	2.5733	2.6892	0.1999	1.7209	3.2673	2.7132	1.9358	1.3969
USDT	0.3453	0.6665	0.3015	1.5650	0.3153		0.7461	0.5478	1.7872	1.9258	0.3576	0.7425	1.2185	0.9533	0.1249	0.0274
LTC	2.9967	0.6137	2.2574	0.7668	0.0151	0.8050		0.0051	9.0592 **	2.3736	1.9061	0.0355	1.2586	1.6050	0.5456	0.7510
EOS	0.2625	0.0968	0.0569	0.7562	0.5328	1.7254	0.0902		2.9819	0.3489	1.4411	0.5324	0.5019	1.2263	0.2509	0.1009
BNB	0.0119	0.1249	0.0656	0.1310	0.0944	3.8251 **	0.0252	1.6483		0.7973	0.3561	0.1368	0.3575	0.3382	3.0247	0.8470
XTZ	0.0023	0.3277	0.1406	0.0022	0.6306	3.6064 *	0.1691	0.0455	1.8503		0.0000	0.6715	0.0052	1.8823	0.4775	0.6101
LINK	1.5464	0.8241	1.4905	0.1884	0.6988	1.0065	0.4801	0.8397	0.0028	0.2131		0.0613	0.0341	1.4681	0.3222	0.0546
ADA	0.2818	1.5151	2.1954	0.7450	0.0096	4.6072 **	0.2865	0.4370	0.3929	2.0677	0.1076		3.0102 *	1.2427	1.4897	0.5257
XLM	0.2616	3.7805	1.0653	0.7616	0.0047	0.3200	0.0481	0.4655	8.8483 **	0.1242	0.3585	0.8156		0.5403	1.3718	0.7447
TRX	0.7958	0.3147	1.4156	0.1169	0.1376	1.9391	1.4121	0.2915	1.6397	1.0663	0.1391	0.2469	0.5558		0.0598	0.0528
XMR	0.1354	0.2188	0.1903	0.3942	0.0007	1.3665	2.3892	0.9331	7.4793 **	0.0064	0.0240	1.3293	1.5044	0.0718		1.1073
HT	0.0405	0.0184	1.6021	2.9250	0.8891	0.1281	0.0175	0.0392	0.2339	0.1485	9.1004 **	1.3753	2.3379	5.4175 *	0.0097	

Nota: “***” e “**” representam respetivamente, a significância da CG para os níveis de 1% e 5%.

5.7.3. Anexo C – Causalidade à Granger após 31/12/2019

	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT
BTC	0.2817	0.3095	0.0978	0.1097	0.5621	0.4201	0.0852	1.2169	1.3590	1.8931	2.5755	3.8071	0.4190	0.2872	0.0011	
ETH	1.7436		0.2327	0.0091	0.0431	0.9814	5.2920 *	0.0035	0.1483	0.2900	4.6930 *	0.4503	0.9377	0.1187	0.8161	0.1620
XRP	0.0167	1.1920		0.0229	0.0861	0.9010	0.6441	0.0214	0.2611	1.9516	4.3934 *	0.9047	0.9386	0.0728	0.5230	0.1752
BCH	2.1335	2.0613	1.7359		0.0229	0.9455	9.2085 **	0.7940	0.1108	1.7325	7.3367 **	2.6151	2.9065	0.2718	2.7259	0.4708
BSV	0.0179	0.1668	0.3830	1.6301		0.5685	0.1691	0.3324	5.7020 *	0.1517	0.5337	0.0181	0.3666	0.3136	8.4664 **	3.7144
USDT	0.7442	0.7855	1.2612	0.8071	1.0195		1.2210	0.7072	0.7737	0.6024	0.6568	0.7187	1.3895	1.1188	0.9734	0.5274
LTC	0.2614	0.5078	0.7768	0.9195	0.0179	0.3598		0.0989	0.1104	1.0158	5.4648 *	1.0967	3.1179	0.0000	2.8875	0.4833
EOS	0.5719	1.9110	1.5421	0.1503	0.2567	0.6571	1.1296		0.0000	0.6370	6.2511 *	2.7915	4.6526 *	0.1926	1.9414	1.0197
BNB	1.9392	2.7081	2.1615	0.7103	0.0174	0.8228	4.5346 *	0.4286		1.3589	6.9417 **	2.3380	4.5198 *	0.2744	2.3624	0.2238
XTZ	3.5212	1.7111	2.6306	2.0323	0.4041	1.0184	6.1369 *	1.5335	0.3153		7.1097 **	1.4897	2.7948	1.1020	0.0591	1.0822
LINK	0.9004	0.0642	1.2933	0.1282	0.0488	1.0524	0.8355	0.1011	0.0021	3.7191		0.3044	1.7712	0.0487	1.0891	1.3195
ADA	0.0190	0.0563	0.0009	0.5026	0.0165	0.7237	1.7897	0.6682	0.0612	0.1053	3.3323		0.1877	0.0000	3.2032	0.7085
XLM	0.9626	0.0404	0.6432	0.1003	0.1266	0.7661	0.6061	0.1821	0.0012	0.0227	4.4301 *	0.0038		0.0191	1.6333	0.2298
TRX	0.7951	0.2984	0.3931	0.0568	0.5616	0.5988	0.9928	0.0236	0.0003	1.3439	4.6573 *	0.9405	2.5145		1.7885	0.3365
XMR	5.3754 *	9.0919 **	1.1899	2.7902	0.7863	0.7353	8.1762 **	1.5643	3.2968	12.3746 **	19.8198 **	14.4868 **	7.4538 **	2.3671		0.1965
HT	2.1744	2.7457	2.2950	3.6231	0.7772	0.6187	5.2803 *	1.8718	3.7771	5.7650 *	5.2232 *	8.5802 **	7.1252 **	1.1453	0.1133	

Nota: “***” e “**” representam respetivamente, a significância da CG para os níveis de 1% e 5%.

5.7.4. Anexo D – Informação Mútua até 31/12/2019

	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT
BTC	0.0002	0.0153 **	0.0176 **	0.0023	0.0202 **	0.0156 **	0.0340 **	0.0046	0.0053	0.0020	0.0034	0.0094 **	0.0120 *	0.0052 **	0.0009	
ETH	0.0004		0.0134 **	0.0007	0.0046	0.0003	0.0120 **	0.0042	0.0017	0.0000	0.0008	0.0006	0.0007	0.0168 **	0.0196 **	0.0021
XRP	0.0072 **	0.0057 *		0.0129 *	0.0012	0.0226 **	0.0226 **	0.0214 **	0.0020	0.0096 *	0.0067	0.0010	0.0165 **	0.0214 **	0.0096 **	0.0074 *
BCH	0.0074 *	0.0016	0.0295 **		0.0078 *	0.0352 **	0.0098 *	0.0245 **	0.0033	0.0048	0.0113 *	0.0069	0.0074 *	0.0166 **	0.0106 *	0.0011
BSV	0.0195 **	0.0067	0.0266 **	0.0030		0.0143 *	0.0091 *	0.0046	0.0091 *	0.0023	0.0007	0.0240 **	0.0030	0.0046	0.0056	0.0012
USDT	0.0189 **	0.0005	0.0249 **	0.0160 **	0.0007		0.0276 **	0.0274 **	0.0056	0.0007	0.0100 *	0.0065	0.0138 **	0.0145 **	0.0002	0.0000
LTC	0.0260 **	0.0005	0.0154 **	0.0024	0.0012	0.0355 **		0.0150 **	0.0063	0.0006	0.0056	0.0067	0.0077 **	0.0233 **	0.0006	0.0079 *
EOS	0.0139 *	0.0076 *	0.0132 *	0.0114 *	0.0193 **	0.0249 **	0.0076 *		0.0077 *	0.0003	0.0020	0.0043	0.0283 **	0.0123 *	0.0232 **	0.0087 *
BNB	0.0005	0.0006	0.0037	0.0005	0.0030	0.0202 **	0.0056	0.0026		0.0003	0.0061	0.0017	0.0094 *	0.0039	0.0026	0.0003
XTZ	0.0010	0.0001	0.0052	0.0008	0.0002	0.0201 **	0.0015	0.0099 *	0.0008		0.0287 **	0.0000	0.0001	0.0003	0.0072 *	0.0003
LINK	0.0154 **	0.0002	0.0005	0.0003	0.0004	0.0333 **	0.0333 **	0.0005	0.0017	0.0000		0.0000	0.0001	0.0020	0.0000	0.0000
ADA	0.0058	0.0030	0.0328 **	0.0216 **	0.0023	0.0214 **	0.0205 **	0.0161 **	0.0014	0.0110 *	0.0006		0.0308 **	0.0162 **	0.0178 **	0.0066
XLM	0.0031	0.0017	0.0311 **	0.0001	0.0004	0.0248 **	0.0030	0.0196 **	0.0008	0.0000	0.0058	0.0133 *		0.0006	0.0064 *	0.0011
TRX	0.0085 *	0.0015	0.0225 **	0.0003	0.0037	0.0241 **	0.0043	0.0163 **	0.0065	0.0000	0.0085 *	0.0161 **	0.0160 **		0.0167 **	0.0074 *
XMR	0.0097 ***	0.0070	0.0030 *	0.0082 *	0.0127 *	0.0002	0.0006	0.0215 **	0.0168 **	0.0184 **	0.0020	0.0023	0.0003	0.0221 **		0.0039
HT	0.0005	0.0039	0.0025	0.0049	0.0078 *	0.0002	0.0105 *	0.0049	0.0005	0.0066	0.0055	0.0039	0.0021	0.0044	0.0062	

Nota: “***” e “**” representam respetivamente, a significância da IM para os níveis de 1% e 5%.

5.7.5. Anexo E – Informação Mútua após 31/12/2019

	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT	
BTC	0.0065	0.0090 *	0.0379 **	0.0044	0.0002	0.0014	0.0077 *	0.0104 *	0.0044	0.0035	0.0172 **	0.0054	0.0054	0.0065	0.0035		
ETH	0.0104 *	0.0054	0.0027	0.0027	0.0000	0.0020	0.0054	0.0035	0.0005	0.0027	0.0090 *	0.0044	0.0027	0.0020	0.0009		
XRP	0.0090 *	0.0027	0.0054	0.0027	0.0035	0.0027	0.0264 **	0.0065	0.0054	0.0044	0.0065	0.0090 *	0.0003	0.0149 **	0.0014		
BCH	0.0136 *	0.0153 *	0.0189 **	0.0136 *	0.0207 **	0.0090 *	0.0172 **	0.0104 *	0.0065	0.0065	0.0212 **	0.0153 **	0.0044	0.0044	0.0020		
BSV	0.0136 *	0.0120 *	0.0044	0.0077 *	0.0142 *	0.0077 *	0.0120 *	0.0020	0.0027	0.0044	0.0224 **	0.0044	0.0035	0.0054	0.0020		
USDT	0.0004	0.0002	0.0000	0.0104 *	0.0002	0.0003	0.0150 **	0.0002	0.0003	0.0014	0.0001	0.0003	0.0035	0.0004	0.0027		
LTC	0.0077 *	0.0044	0.0054	0.0035	0.0129 *	0.0009		0.0090 *	0.0054	0.0035	0.0027	0.0090 *	0.0054	0.0014	0.0157 **	0.0014	
EOS	0.0191 **	0.0120 *	0.0231	0.0035	0.0065	0.0044	0.0044		0.0077 *	0.0054	0.0035	0.0178 **	0.0027	0.0309 **	0.0014	0.0160 **	
BNB	0.0054	0.0044	0.0054	0.0203 **	0.0140 *	0.0005	0.0014	0.0065		0.0027	0.0005	0.0054	0.0027	0.0139 *	0.0014	0.0149 **	
XTZ	0.0044	0.0009	0.0077 *	0.0077 *	0.0131 *	0.0001	0.0035	0.0054	0.0065		0.0054	0.0104 *	0.0020	0.0014	0.0014	0.0003	
LINK	0.0136 *	0.0054	0.0192 **	0.0136 *	0.0044	0.0014	0.0044	0.0090 *	0.0054	0.0044		0.0172 **	0.0027	0.0014	0.0035	0.0009	
ADA	0.0027	0.0005	0.0035	0.0044	0.0020	0.0014	0.0027	0.0027	0.0009	0.0027		0.0014	0.0009	0.0020	0.0000		
XLM	0.0044	0.0020	0.0155 **	0.0020	0.0003	0.0195 **	0.0014	0.0044	0.0065	0.0009	0.0035	0.0065	0.0000	0.0001	0.0020		
TRX	0.0104 *	0.0044	0.0044	0.0027	0.0054	0.0044	0.0009	0.0035	0.0009	0.0020	0.0003	0.0035	0.0009		0.0005	0.0005	
XMR	0.0153 **	0.0120 *	0.0216 **	0.0090 *	0.0090 *	0.0009	0.0136 *	0.0172 **	0.0120 *	0.0104 *	0.0104 *	0.0254 **	0.0104 *	0.0077 *		0.0312 **	
HT	0.0136 *	0.0044	0.0182 **	0.0077 *	0.0044	0.0054	0.0009	0.0065	0.0077 *	0.0144 **	0.0054	0.0186 **	0.0127 *	0.0349 **	0.0077 *		

Nota: “***” e “**” representam respetivamente, a significância da IM para os níveis de 1% e 5%.

5.7.6. Anexo F – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear ($|r|$) para as Rendibilidades das Criptomoedas até 31/12/2019

λ	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT
BTC		0.0093 0.0212	0.0535 0.1736	0.0208 0.1860	0.0107 0.0677	0.0039 0.1990	0.0407 0.1753	0.0111 0.2564	0.0317 0.0957	0.0272 0.1027	0.0369 0.0632	0.0227 0.0823	0.0367 0.1365	0.0464 0.1540	0.0087 0.1017	0.0385 0.0417
ETH	0.0327 0.0286		0.0218 0.1626	0.0263 0.0382	0.0158 0.0957	0.0058 0.0261	0.0147 0.1540	0.0120 0.0915	0.0187 0.0583	0.0285 0.0037	0.0370 0.0397	0.0075 0.0341	0.0212 0.0386	0.0392 0.1818	0.0166 0.1961	0.0346 0.0647
XRP	0.0031 0.1196	0.0261 0.1065		0.0288 0.1596	0.0154 0.0490	0.0161 0.2102	0.0601 0.2102	0.0323 0.2047	0.0317 0.0632	0.0436 0.1379	0.0443 0.1154	0.0080 0.0439	0.0210 0.1802	0.0401 0.2047	0.0794 0.1379	0.0408 0.1212
BCH	0.0897 0.1212	0.0349 0.0565	0.0284 0.2394		0.0259 0.1244	0.1021 0.2607	0.0271 0.1393	0.0076 0.2187	0.0071 0.0811	0.0524 0.0977	0.0358 0.1495	0.0515 0.1171	0.0805 0.1212	0.0590 0.1807	0.0581 0.1448	0.0241 0.0469
BSV	0.0947 0.1956	0.0820 0.1154	0.1022 0.2276	0.0215 0.0773		0.1707 0.1679	0.1040 0.1343	0.1014 0.0957	0.0937 0.1343	0.0800 0.0677	0.0331 0.0385	0.1025 0.2165	0.0928 0.0773	0.0913 0.0957	0.1255 0.1055	0.0615 0.0490
USDT	0.0258 0.1926	0.0211 0.0311	0.0103 0.2204	0.0665 0.1775	0.0502 0.0385		0.0199 0.2317	0.0760 0.2309	0.0253 0.1055	0.0223 0.0378	0.0388 0.1407	0.0539 0.1136	0.0337 0.1650	0.1080 0.1691	0.0185 0.0209	0.0040 0.0072
LTC	0.0459 0.2251	0.0007 0.0311	0.0038 0.1742	0.0163 0.0692	0.0072 0.0490	0.0057 0.2618		0.0375 0.1719	0.0506 0.1119	0.0429 0.0354	0.0546 0.1055	0.0214 0.1154	0.0045 0.1236	0.0081 0.2134	0.0161 0.0346	0.0420 0.1252
EOS	0.0177 0.1656	0.0317 0.1228	0.0121 0.1614	0.0169 0.1501	0.0295 0.1946	0.0883 0.2204	0.0130 0.1228		0.0130 0.1236	0.0194 0.0256	0.0528 0.0632	0.0568 0.0925	0.0121 0.2346	0.0255 0.1559	0.0370 0.2129	0.0163 0.1313
BNB	0.0022 0.0315	0.0021 0.0360	0.0070 0.0859	0.0548 0.0315	0.0051 0.0773	0.0010 0.1990	0.0063 0.1055	0.0536 0.0720		0.0441 0.0256	0.0321 0.1101	0.0313 0.0583	0.0051 0.1365	0.0238 0.0881	0.0284 0.0720	0.0477 0.0245
XTZ	0.0069 0.0447	0.0174 0.0159	0.0226 0.1017	0.0224 0.0403	0.0416 0.0192	0.1198 0.1985	0.0069 0.0547	0.0155 0.1400	0.0443 0.0403		0.0064 0.2362	0.0454 0.0037	0.0209 0.0159	0.0805 0.0256	0.0135 0.1196	0.0467 0.0245
LINK	0.0663 0.1742	0.0270 0.0205	0.0316 0.0301	0.0414 0.0253	0.0686 0.0288	0.0829 0.2538	0.0373 0.2538	0.0280 0.0301	0.0322 0.0583	0.0079 0.0061		0.0196 0.0000	0.0315 0.0156	0.0486 0.0632	0.0216 0.0060	0.0087 0.0014
ADA	0.0126 0.1074	0.0358 0.0773	0.0718 0.2520	0.0130 0.2056	0.0083 0.0677	0.1019 0.2047	0.0237 0.2004	0.0074 0.1780	0.0137 0.0529	0.0304 0.1475	0.0274 0.0341		0.0089 0.2444	0.0103 0.1786	0.0790 0.1870	0.0336 0.1145
XLM	0.0161 0.0786	0.0284 0.0583	0.0571 0.2456	0.0029 0.0157	0.0078 0.0288	0.0066 0.2200	0.0019 0.0773	0.0056 0.1961	0.0855 0.0405	0.0276 0.0061	0.0376 0.1074	0.0420 0.1620		0.0643 0.0358	0.0370 0.1128	0.0362 0.0469
TRX	0.0339 0.1298	0.0036 0.0547	0.1164 0.2098	0.0375 0.0262	0.0374 0.0859	0.1057 0.2169	0.0128 0.0925	0.0277 0.1791	0.1337 0.1136	0.0898 0.0085	0.0251 0.1298	0.0801 0.1780	0.0609 0.1775		0.0503 0.1812	0.0130 0.1212
XMR	0.0115 0.1386	0.0107 0.1179	0.0211 0.0773	0.0276 0.1275	0.0130 0.1584	0.0301 0.0209	0.0391 0.0346	0.0047 0.2052	0.0529 0.1818	0.0098 0.1901	0.0026 0.0632	0.0389 0.0677	0.0086 0.0238	0.0027 0.2079		0.0526 0.0881
HT	0.0385 0.0302	0.0322 0.0881	0.0588 0.0706	0.0482 0.0988	0.0513 0.1244	0.0233 0.0187	0.0222 0.1442	0.0375 0.0988	0.0042 0.0302	0.0052 0.1145	0.1162 0.1046	0.0495 0.0881	0.0560 0.0647	0.0969 0.0936	0.0471 0.1110	

Nota: i. Representa-se a azul o coeficiente de correlação global (λ) e a preto o coeficiente de correlação linear (r); ii. Encontram-se sombreadas as células para as quais $\lambda < |r|$.

5.7.7. Anexo G – Coeficiente de Correlação Global (λ) e Valor Absoluto do Coeficiente de Correlação Linear ($|r|$) para as Rendibilidades das Criptomoedas após 31/12/2019

λ	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT
BTC		0.1054 0.1136	0.0673 0.1336	0.0870 0.2702	0.0621 0.0936	0.2816 0.0177	0.0981 0.0529	0.1178 0.1236	0.1191 0.1435	0.1752 0.0936	0.1102 0.0835	0.1398 0.1839	0.1189 0.1036	0.1133 0.1036	0.1263 0.1136	0.1312 0.0835
ETH	0.1161 0.1435		0.0576 0.1036	0.1085 0.0734	0.0938 0.0734	0.2607 0.0025	0.1354 0.0632	0.1344 0.1036	0.1019 0.0835	0.1581 0.0329	0.1314 0.0734	0.1059 0.1336	0.0663 0.0936	0.1030 0.0734	0.1111 0.0632	0.1174 0.0430
XRP	0.0509 0.1336	0.1015 0.0734		0.0897 0.1036	0.0795 0.0734	0.1511 0.0835	0.0919 0.0734	0.1319 0.2268	0.0839 0.1136	0.1629 0.1036	0.1204 0.0936	0.1123 0.1136	0.1008 0.1336	0.0899 0.0228	0.0743 0.1713	0.0824 0.0529
BCH	0.1179 0.1638	0.1209 0.1736	0.1088 0.1926		0.1544 0.1638	0.2241 0.2014	0.1614 0.1336	0.1799 0.1839	0.0957 0.1435	0.1741 0.1136	0.1521 0.1136	0.1364 0.2037	0.1030 0.1736	0.1143 0.0936	0.0580 0.0936	0.1055 0.0632
BSV	0.0547 0.1638	0.0550 0.1540	0.0479 0.0936	0.0312 0.1236		0.1592 0.1673	0.0659 0.1236	0.1044 0.1540	0.0123 0.0632	0.0795 0.0734	0.0683 0.0936	0.0504 0.2093	0.0459 0.0936	0.0363 0.0835	0.0797 0.1036	0.0026 0.0632
USDT	0.1125 0.0278	0.1271 0.0177	0.0875 0.0076	0.0776 0.1435	0.0753 0.0177		0.1113 0.0228	0.0783 0.1719	0.0868 0.0177	0.1362 0.0228	0.0700 0.0529	0.0923 0.0127	0.0722 0.0228	0.0878 0.0835	0.0679 0.0278	0.1072 0.0734
LTC	0.0658 0.1236	0.0715 0.0936	0.0958 0.1036	0.0761 0.0835	0.0952 0.1596	0.2077 0.0430		0.1282 0.1336	0.0755 0.1036	0.1615 0.0835	0.1380 0.0734	0.1152 0.1336	0.1085 0.1036	0.0768 0.0529	0.0800 0.1758	0.1019 0.0529
EOS	0.0957 0.1936	0.1179 0.1540	0.0819 0.2125	0.0937 0.0835	0.1299 0.1136	0.2415 0.0936	0.1149 0.0936		0.0840 0.1236	0.1660 0.1036	0.1560 0.0835	0.1400 0.1870	0.1179 0.0734	0.1148 0.2448	0.0653 0.0529	0.0780 0.1775
BNB	0.1147 0.1036	0.1294 0.0936	0.1263 0.1036	0.1227 0.1995	0.0835 0.1662	0.2884 0.0329	0.1484 0.0529	0.1499 0.1136		0.1774 0.0734	0.1443 0.0329	0.1317 0.1036	0.1335 0.0734	0.1124 0.1656	0.0929 0.0529	0.1218 0.1713
XTZ	0.1282 0.0936	0.1204 0.0430	0.1142 0.1236	0.1349 0.1236	0.1137 0.1608	0.2818 0.0127	0.1582 0.0835	0.1726 0.1036	0.1022 0.1136		0.1450 0.1036	0.1211 0.1435	0.0924 0.0632	0.1421 0.0529	0.1304 0.0529	0.0900 0.0228
LINK	0.0999 0.1638	0.0669 0.1036	0.0888 0.1941	0.0962 0.1638	0.0768 0.0936	0.2429 0.0529	0.0926 0.0936	0.1261 0.1336	0.0762 0.1036	0.0834 0.0936		0.0950 0.1839	0.0761 0.0734	0.0514 0.0529	0.0690 0.0835	0.0674 0.0430
ADA	0.0650 0.0734	0.0790 0.0329	0.0182 0.0835	0.0689 0.0936	0.0657 0.0632	0.2248 0.0529	0.1066 0.0734	0.1032 0.0734	0.0758 0.0430	0.1219 0.0734	0.1231 0.0430		0.0311 0.0529	0.0752 0.0430	0.0633 0.0632	0.0815 0.0025
XLM	0.0143 0.0936	0.0744 0.0632	0.0549 0.1747	0.0914 0.0632	0.0744 0.0228	0.1772 0.1956	0.0841 0.0529	0.1048 0.0936	0.0673 0.1136	0.1194 0.0430	0.1225 0.0835	0.0787 0.1136		0.0619 0.0076	0.0551 0.0127	0.0764 0.0632
TRX	0.0958 0.1435	0.1003 0.0936	0.0611 0.0936	0.1009 0.0734	0.1144 0.1036	0.1938 0.0936	0.1079 0.0430	0.1206 0.0835	0.0792 0.0430	0.1687 0.0632	0.1519 0.0228	0.1225 0.0835	0.1319 0.0430		0.0765 0.0329	0.0981 0.0329
XMR	0.1526 0.1736	0.1851 0.1540	0.1108 0.2056	0.1647 0.1336	0.1358 0.1336	0.2609 0.0430	0.2004 0.1638	0.1878 0.1839	0.1458 0.1540	0.2582 0.1435	0.2113 0.1435	0.2014 0.2226	0.1499 0.1435	0.1774 0.1236		0.1453 0.2460
HT	0.1371 0.1638	0.1599 0.0936	0.1194 0.1891	0.1597 0.1236	0.1233 0.0936	0.2900 0.1036	0.1880 0.0430	0.1783 0.1136	0.1419 0.1236	0.2359 0.1685	0.1654 0.1036	0.1897 0.1911	0.1634 0.1584	0.1385 0.2597	0.1410 0.1236	

Nota: i. Representa-se a azul o coeficiente de correlação global (λ) e a preto o coeficiente de correlação linear (r); ii. Encontram-se sombreadas as células para as quais $\lambda < |r|$.

5.7.8. Anexo H – Transfer Entropy até 31/12/2019

→	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT
BTC	0.0043	0.0096 **	0.0155 *	0.0183	0.0139 **	0.0049	0.0071	0.0036	0.0117	0.0329 **	0.0188 *	0.0059	0.0180 *	0.0033	0.0102	
ETH	0.0032		0.0036	0.0051	0.0093	0.0112 *	0.0062	0.0050	0.0040	0.0030	0.0182 *	0.0158	0.0051	0.0085	0.0082	0.0055
XRP	0.0053	0.0039		0.0200 *	0.0186	0.0186 **	0.0088 *	0.0143	0.0112	0.0131	0.0147	0.0075	0.0057	0.0188 *	0.0052	0.0169
BCH	0.0075	0.0181 *	0.0101		0.0215	0.0362 **	0.0061	0.0124	0.0153	0.0030	0.0189 *	0.0174 *	0.0245 **	0.0078	0.0150	0.0111
BSV	0.0355 *	0.0222	0.0169	0.0123		0.0692 **	0.0207	0.0195	0.0205	0.0159	0.0239	0.0106	0.0212	0.0074	0.0300 *	0.0292 *
USDT	0.0051	0.0054	0.0090 *	0.0156 *	0.0392 **		0.0105 **	0.0076	0.0106	0.0112	0.0078	0.0069	0.0089 *	0.0036	0.0036	0.0082
LTC	0.0054	0.0066	0.0077 *	0.0183 **	0.0230	0.0196 **		0.0112	0.0105	0.0097	0.0251 **	0.0126	0.0048	0.0159 *	0.0048	0.0055
EOS	0.0111	0.0168 *	0.0094	0.0090	0.0242	0.0264 **	0.0095		0.0064	0.0119	0.0243 **	0.0162	0.0219 **	0.0150	0.0114	0.0086
BNB	0.0075	0.0131	0.0175 *	0.0183 *	0.0187	0.0219 **	0.0144	0.0112		0.0052	0.0168 *	0.0140	0.0072	0.0224 **	0.0169 *	0.0139
XTZ	0.0063	0.0083	0.0043	0.0099	0.0279 *	0.0210 *	0.0065	0.0036	0.0115		0.0106	0.0076	0.0053	0.0098	0.0089	0.0183 *
LINK	0.0134	0.0099	0.0094	0.0153 *	0.0304 *	0.0312 **	0.0175 *	0.0101	0.0177 *	0.0136		0.0114	0.0110	0.0267 **	0.0046	0.0104
ADA	0.0241 **	0.0087	0.0050	0.0113	0.0208	0.0296 **	0.0095	0.0099	0.0121	0.0099	0.0221 **		0.0154	0.0298 **	0.0065	0.0176
XLM	0.0085 *	0.0040	0.0076	0.0208 **	0.0275 *	0.0173 **	0.0064	0.0051	0.0061	0.0166 *	0.0326 **	0.0170		0.0237 **	0.0022	0.0110
TRX	0.0071	0.0100	0.0138	0.0129	0.0143	0.0276 **	0.0083	0.0166 *	0.0112	0.0069	0.0341 **	0.0200 *	0.0255 **		0.0093	0.0044
XMR	0.0021	0.0064	0.0071	0.0144 *	0.0293 *	0.0136 **	0.0035	0.0071	0.0112	0.0110	0.0091	0.0082	0.0032	0.0168 *		0.0089
HT	0.0166	0.0094	0.0133	0.0147	0.0256	0.0287 **	0.0053	0.0108	0.0166	0.0056	0.0125	0.0070	0.0073	0.0153		0.0073

Nota: “***” e “**” representam respetivamente, a significância da TE para os níveis de 1% e 5%.

5.7.9. Anexo I – *Transfer Entropy* após 31/12/2019

→	BTC	ETH	XRP	BCH	BSV	USDT	LTC	EOS	BNB	XTZ	LINK	ADA	XLM	TRX	XMR	HT
BTC		0.0178	0.0209	0.0153	0.0094	0.0230 *	0.0190	0.0072	0.0172	0.0193	0.0152	0.0214	0.0095	0.0254	0.0179	0.0296 *
ETH	0.0108		0.0242	0.0164	0.0125	0.0230 *	0.0311 *	0.0092	0.0257 *	0.0146	0.0216	0.0215	0.0109	0.0292 *	0.0097	0.0139
XRP	0.0082	0.0156		0.0134	0.0201	0.0243	0.0125	0.0261	0.0142	0.0235	0.0181	0.0293	0.0203	0.0260	0.0120	0.0037
BCH	0.0196	0.0097	0.0201		0.0138	0.0194	0.0164	0.0113	0.0194	0.0140	0.0179	0.0178	0.0148	0.0218	0.0180	0.0182
BSV	0.0094	0.0113	0.0265 *	0.0215		0.0230	0.0270 *	0.0122	0.0306 *	0.0168	0.0168	0.0215	0.0062	0.0241	0.0165	0.0243
USDT	0.0188 *	0.0181	0.0223 *	0.0263 *	0.0161		0.0343 **	0.0153	0.0138	0.0214 *	0.0253 *	0.0231 *	0.0109	0.0336 **	0.0221 *	0.0225 *
LTC	0.0173	0.0210	0.0193	0.0096	0.0166	0.0245		0.0187	0.0147	0.0217	0.0167	0.0107	0.0153	0.0238	0.0143	0.0163
EOS	0.0107	0.0138	0.0301 **	0.0116	0.0249	0.0245	0.0247 *		0.0225	0.0151	0.0154	0.0301 *	0.0186	0.0400 **	0.0182	0.0233
BNB	0.0169	0.0266	0.0213	0.0103	0.0248	0.0242	0.0190	0.0309 *		0.0270	0.0126	0.0203	0.0171	0.0400 **	0.0177	0.0123
XTZ	0.0184	0.0102	0.0227	0.0109	0.0113	0.0245	0.0258	0.0175	0.0250		0.0244	0.0181	0.0110	0.0297 *	0.0199	0.0286
LINK	0.0102	0.0219	0.0173	0.0165	0.0072	0.0194	0.0259 *	0.0202	0.0160	0.0322 **		0.0268 *	0.0178	0.0338 **	0.0102	0.0208
ADA	0.0129	0.0106	0.0369 **	0.0178	0.0137	0.0246	0.0178	0.0248	0.0153	0.0192	0.0291 *		0.0235	0.0248	0.0114	0.0149
XLM	0.0080	0.0127	0.0353 **	0.0205	0.0150	0.0246	0.0202	0.0139	0.0211	0.0205	0.0128	0.0248		0.0215	0.0209	0.0138
TRX	0.0116	0.0209	0.0240	0.0307 *	0.0228	0.0182	0.0229	0.0295 *	0.0226	0.0259	0.0146	0.0144	0.0184		0.0110	0.0199
XMR	0.0220	0.0154	0.0119	0.0179	0.0165	0.0233	0.0161	0.0246	0.0138	0.0185	0.0157	0.0110	0.0103	0.0257		0.0120
HT	0.0380 **	0.0275 *	0.0166	0.0152	0.0329 *	0.0240	0.0281 *	0.0352 *	0.0150	0.0294 *	0.0128	0.0232	0.0129	0.0356 *	0.0116	

Nota: “***” e “**” representam respetivamente, a significância da TE para os níveis de 1% e 5%.

Capítulo 6 - Conclusões

“All our dreams can come true if we have the courage to pursue them.”

(Walt Disney)

6.1. Considerações Finais

Esta tese teve como objetivo geral analisar três aspetos relevantes e complementares do mercado de criptomoedas. No primeiro ensaio, a eficiência informativa na forma fraca, no segundo a incerteza e o risco e, no terceiro a integração e o contágio entre os mercados de criptomoedas numa situação de crise de origem não financeira. As criptomoedas foram o objeto de estudo atendendo a que se trata de uma nova classe de ativos financeiros, com características distintas dos restantes ativos financeiros, que integram cada vez mais as carteiras de investimento, e com um potencial interesse crescente em termos de diversificação dessas carteiras de investimento. Além disso, os mercados de criptomoedas existem há pouco mais de uma década, significando que se pode investigar a sua evolução desde a origem, contrariamente por exemplo aos mercados de ações, commodities, futuros, opções, etc., que existem desde muito tempo antes de se tornarem objeto de pesquisa. Parte significativa dos estudos que visam avaliar os diferentes aspetos do comportamento das criptomoedas, têm-se centrado na Bitcoin (BTC), pelo que ao se considerar uma amostra ampla de criptomoedas, ao invés de apenas a BTC ou as três ou quatro principais criptomoedas é alargado o âmbito da investigação empírica. Dado o vasto espectro de criptomoedas existente, este contributo é revelante na medida em que este estudo possibilita uma compreensão mais aprofundada do mercado global de criptomoedas. Em termos metodológicos, a utilização conjunta de abordagens mais tradicionais da econometria com abordagens com origem na econofísica, permite não apenas uma avaliação mais global, como também tornar mais robustas as avaliações empíricas realizadas. O recurso a abordagens com origem na econofísica permite complementar as avaliações realizadas com recurso a abordagens mais tradicionais, uma vez que as últimas têm pressupostos mais rígidos e com maior dificuldade no que se refere à adequação face à complexidade dos mercados.

Este estudo foi organizado em três ensaios, onde se utilizaram dados com frequência diária, para um conjunto de 16 criptomoedas nos ensaios um e três, e de sete criptomoedas no ensaio dois. Os três ensaios permitiram a obtenção de resultados individuais e globais, relevantes quer a nível académico, quer para investidores e entidades responsáveis pela definição de políticas de investimento e de regulação.

O primeiro ensaio teve como objetivo avaliar a (in)eficiência informativa na sua forma fraca do mercado de criptomoedas, e testar a Hipótese de Eficiência do Mercado (HEM). Este ensaio, realizado sob uma avaliação metodologicamente global e robusta, e considerando um amplo conjunto de criptomoedas contribui para a literatura financeira permitindo a obtenção de uma perspetiva geral das características de eficiência e oportunidades de lucro no mercado de criptomoedas. Aplicaram-se métodos que permitem captar a dependência global (linear e não

linear), de longo alcance para diferentes escalas temporais, e identificar possíveis fontes de não linearidade, mais concretamente o caos determinístico (testando-o e quantificando-o). A análise iniciou-se pela realização de vários testes econométricos com o objetivo de verificar se determinados factos estilizados dos mercados financeiros estavam presentes nas séries financeiras analisadas. Globalmente, foi encontrada evidência de autocorrelação, assimetria, heterocedasticidade e *fat tails*. Assim, não apenas estavam reunidas as condições para a utilização de abordagens mais globais, como as mesmas se justificavam, uma vez que permitem possivelmente uma melhor compreensão do comportamento destes ativos financeiros. Esta é útil não apenas a académicos, mas também a investidores, instituições financeiras e entidades responsáveis pela elaboração e implementação de políticas regulatórias e de investimento. Deste modo, recorreu-se à Informação mútua (IM), para avaliar a dependência global, à *Detrended fluctuation analysis* (DFA) para avaliar a dependência de longo alcance para diferentes escalas temporais, e aos Expoentes de Lyapunov na tentativa de identificar o caos determinístico como possível fonte de não linearidade (não possível de identificação através das abordagens previamente aplicadas). Com exceção da Bitcoin Cash (BCH) e da Tether (USDT), a DFA permitiu identificar correlações de longo alcance positivas e negativas, a ambas se associando a não aleatoriedade, ou seja, indiciando a presença de ineficiência. A IM permitiu identificar dependência não linear estatisticamente significativa em termos temporais, apontando para a presença de heterocedasticidade e existência de *clusters* de volatilidade (com exceção da Chain Link (LINK)), como possíveis fontes da mesma. Os Expoentes de Lyapunov revelaram a presença de caos para todas as criptomoedas da amostra (com exceção da USDT), bem como a impossibilidade de predictabilidade de longo alcance. Contudo, a predictabilidade de curto prazo permaneceu como uma possibilidade, significando que a HEM não é colocada em causa, uma vez que para tal seria necessária uma prova inequívoca que os investidores seriam capazes de obter retornos anormais de forma consistente, apenas com base na informação histórica dos preços. Em termos de implicações práticas destes resultados para o mercado de criptomoedas, indicam que existe algum grau de predictabilidade nas rendibilidades. Ou seja, sugerem que a generalidade das criptomoedas da amostra não exibem características dos mercados informacionalmente eficientes. As informações obtidas, bem como o processo metodológico que permitiu a sua obtenção, são úteis para gestores de carteiras de investimento que incluem as criptomoedas nas suas estratégias de diversificação, bem como para outros agentes do mercado de criptomoedas, atendendo a que as evidências encontradas contribuem para um maior conhecimento e a confiança sobre esta nova classe de ativos.

O segundo ensaio teve um objetivo duplo. Em primeiro lugar avaliar a dinâmica da volatilidade de várias criptomoedas. Em segundo lugar, avaliar numa perspetiva complementar a incerteza

e o risco associado ao investimento em criptomoedas. Ambas as avaliações contribuem para um conhecimento mais aprofundado da dinâmica de incerteza e risco deste mercado, podendo oferecer aos investidores informação relevante relativamente a possíveis benefícios em termos de diversificação. Além disso, as avaliações abarcaram um período de elevado *stress* (período de pandemia de COVID-19) nos mercados financeiros, fornecendo assim conhecimento novo sobre o comportamento destes ativos num período de crise de origem não financeira. A avaliação complementar da incerteza e do risco, realizada com recurso a medidas adequadas ao comportamento complexo destes ativos foi, de acordo com a revisão de literatura efetuada, pioneira, pelo que se considera o maior contributo científico deste ensaio. Os contributos estendem-se, contudo, além da comunidade científica, pois a compreensão da dinâmica de volatilidade de outras criptomoedas, bem como dos binómios rendibilidade *vis-à-vis* incerteza e risco, poderá oferecer aos investidores informação relevante no que diz respeito a possíveis benefícios em termos de composição e diversificação de carteiras de investimento. Sendo a entropia uma medida mais geral da incerteza do que a variância ou o desvio padrão, avaliou-se a incerteza associada ao investimento nestes ativos com recurso à entropia simbólica de Shannon. No que concerne à avaliação do risco, e embora se tenha utilizado numa análise preliminar o desvio-padrão enquanto medida de risco, esta foi efetuada pelo *Value-at-risk* (*VaR*) e pelo *Conditional Value-at-risk* (*CVaR*). Concluiu-se que embora possa haver períodos em que simultaneamente se verificam maiores níveis de incerteza e risco (e vice-versa), nem sempre se verifica esta relação. Foi possível identificar uma criptomoeda com comportamento completamente díspar das restantes (a USDT), bem como pares de criptomoedas com comportamento semelhante, no que diz respeito à incerteza e ao risco associado às suas rendibilidades. A USDT apesar de ser a criptomoeda com menor incerteza e risco associados, apresentou rendibilidades nulas, o que não evidencia, no longo prazo, qualquer vantagem numa perspetiva de diversificação de carteira face ao ativo sem risco. Considerando o binómio rendibilidade *vs.* incerteza, com exceção da USDT, as restantes criptomoedas da amostra revelaram níveis de incerteza semelhantes e elevados, tendo-se concluído que para qualquer investidor não avesso à incerteza, o investimento em algumas das criptomoedas da amostra poderá proporcionar rendibilidades mais elevadas. As medidas de risco permitiram concluir que o investimento em criptomoedas tem sempre possibilidade de perdas associadas, no horizonte temporal considerado. Também neste caso, com exceção da USDT, as restantes criptomoedas apresentam um comportamento semelhante no que diz respeito à evolução da máxima perda possível, apesar de terem revelado níveis de risco diferentes. A ETH revelou a máxima perda possível entre as criptomoedas da amostra, enquanto a BTC foi (excluindo a USDT) a criptomoeda com menor risco associado, levando a concluir que as criptomoedas mais recentes

podem ser percecionadas pelos investidores como mais arriscadas. Considerando o binómio rendibilidade vs. risco, identificaram-se algumas criptomoedas em cujo investimento se pode afigurar como uma opção para um investidor com disposição para maiores níveis de risco. Conclui-se a existência de possibilidade de diversificação entre as diferentes criptomoedas, onde a USDT pode apresentar-se como *safe haven* para o mercado de criptomoedas. Além das implicações acima referidas para os investidores, os resultados obtidos podem também ser úteis para as estratégias de alocação de fundos e gestão de carteiras, bem como para reguladores para a formulação de políticas que visem estabilizar este mercado, reduzindo a sua volatilidade e aumentando a confiança dos investidores.

O terceiro ensaio teve um objetivo duplo, avaliar a integração e o contágio no mercado de criptomoedas num contexto crise de origem não financeira, mais concretamente a pandemia de COVID-19, explorando medidas de correlação global, com capacidade para captar não-linearidades e a dinâmica dos fluxos de informação. Objetivando um conhecimento mais aprofundado da complexa dinâmica do mercado de criptomoedas, avaliaram-se as relações entre todos os possíveis pares de criptomoedas da amostra, ao invés de se seguir o padrão de avaliação mais frequente na literatura, onde tem sido avaliada a relação entre cada criptomoeda e a BTC. Assim, este estudo teve um contributo triplo para a literatura existente. Em primeiro lugar, ao considerarem-se os períodos antes e durante a pandemia de COVID-19, produziu-se novo conhecimento sobre o comportamento do mercado de criptomoedas quando o sistema financeiro foi sujeito a fortes perturbações com origem num evento extremo e de origem externa ao sistema financeiro. Em segundo lugar, forneceram-se evidências sobre a avaliação do contágio entre criptomoedas perante uma crise de origem não financeira. O terceiro contributo consiste na aplicação de abordagens teóricas baseadas na teoria da informação, ainda relativamente pouco frequentes nas avaliações de integração e contágio no mercado de criptomoedas. A aplicação destas abordagens permitiu quantificar a informação trocada e identificar a direção dos fluxos de informação entre criptomoedas. Para avaliar a integração e o contágio recorreu-se a uma abordagem linear, a causalidade à Granger (CG), bem como a abordagens com capacidade para lidar com não normalidades na estrutura de dependência e com a dependência dinâmica ao longo do tempo, ou seja, IM, *Transfer entropy* (TE) e ao coeficiente de correlação da DCCA. Para a avaliação do contágio considerou-se a definição de contágio de Forbes e Rigobon (2002). No geral, os resultados evidenciaram a complexidade e a integração entre os mercados de criptomoedas, embora com níveis distintos de integração antes e durante a pandemia. O recurso ao coeficiente da DCCA, e considerando os valores críticos utilizados (os quais são muito baixos), revelou para escalas de tempo curtas, evidência de contágio para a generalidade das criptomoedas (exceção para a USDT). Por outro lado, para

escalas de tempo longas, embora se tenha encontrado evidência semelhante, houve a sua atenuação para algumas criptomoedas. Estas evidências podem indicar a propriedade de *safe haven* da USDT em tempos de turbulência neste mercado. A variação do referido coeficiente revelou aumento da integração entre as criptomoedas no período de pandemia, implicando uma maior exposição destes ativos a choques de origem não financeira. Esta evidência significa que um choque de origem semelhante à COVID-19 pode causar algum grau de instabilidade neste mercado, a qual pode também ter impactos noutros mercados financeiros, dependendo da sua relação com este tipo de ativos. O recurso à CG e a abordagens não lineares baseadas na teoria da informação (IM e TE) revelou para ambos os períodos padrões de integração mistos (integração entre uns mercados e não integração entre outros). Contudo, no período de pandemia as relações estatisticamente significativas reduziram-se no caso das abordagens não lineares, levando a concluir que a crise mundial provocada pela pandemia de COVID-19 não fortalece a integração dos mercados de criptomoedas. Assim, estes ativos podem oferecer novas oportunidades em termos de diversificação de carteiras compostas por criptomoedas. Os resultados da TE corroboraram os da IM e, dado o carácter direcional que a TE permite, evidenciaram a inexistência de uma criptomoeda líder em termos de *spillover* de rendibilidade no período pré pandemia. Por outro lado, no período de pandemia a USDT e a Huobi Token (HT) revelaram-se as principais *influencers* e fontes de contágio. Devido à existência de diferentes *influencers* nos dois períodos considerados, conclui-se que algumas criptomoedas podem ser utilizadas como possíveis preditores de retorno em períodos de estabilidade nos mercados financeiros, enquanto outras serão mais úteis em períodos de turbulência. No que concerne à avaliação do contágio, a abordagem linear e as não lineares revelaram contágio apenas entre algumas criptomoedas, sendo que na generalidade se conclui ausência de contágio para a sua maioria. Deste modo, conclui-se que as criptomoedas podem ser uma boa opção em termos de investimento no caso da ocorrência de choques reais com impacto mundial. Além do referido, as criptomoedas *influencers* podem ser utilizadas pelos investidores enquanto possíveis preditores da rendibilidade das criptomoedas influenciadas para assim tentar obter lucros extra, otimizar a composição de carteiras e simultaneamente reduzir o de risco em carteiras compostas por estes ativos.

Assim, e de uma forma global, conclui-se que o mercado de criptomoedas, apesar destes ativos serem consideradas por vários autores uma nova classe de ativos, revelam algumas particularidades semelhantes à dos ativos tradicionais. Conclui-se igualmente que, e embora a história recente do mercado de criptomoedas, se trata de um mercado passível a aplicação de abordagens metodológicas utilizadas para avaliar aspectos do comportamento de outros ativos financeiros e não tão amplamente exploradas no estudos destes mercados. Conclui-se assim

que o mercado de criptomoedas é complexo, com algum grau de predictabilidade das suas rendibilidades, com níveis de incerteza semelhantes entre si (com exceção de uma criptomoeda) e diferentes níveis de risco. São mercados que apresentam integração entre si, sendo por isso expectável os fluxos de informação uni e bidirecionais encontrados. Devido às diferenças de comportamento para escalas de tempo curtas/longas, os investidores necessitam de uma constante atualização de posições (curtas vs. longas), bem como ter em consideração a variável horizonte temporal de investimento aquando da construção de carteiras de investimento, atendendo às diferentes preferências dos investidores por distintos horizontes temporais. Apesar da HEM não ter sido colocada em causa, concluiu-se existir algum grau de predictabilidade nas rendibilidades das criptomoedas (essencialmente no curto prazo), pelo que a generalidade destes mercados não exibem características dos mercados informacionalmente eficientes. As criptomoedas analisadas revelaram-se ativos financeiros cujo investimento apresenta elevada incerteza, com exceção da USDT, que têm sempre a possibilidade de perdas associadas, mas onde o investimento em algumas delas poderá permitir aos investidores menos avessos à incerteza e/ou ao risco, rendibilidades mais elevadas. Contudo, é recomendável a não inclusão de todas as criptomoedas simultaneamente numa carteira específica de investimento. Incerteza e risco, apesar de serem conceitos por vezes utilizados como sinónimos, são conceitos distintos. A avaliação efetuada revelou que períodos de maior incerteza não correspondem necessariamente a períodos de maior risco (e vice-versa), nem correspondem a uma maior integração entre os mercados (no período em que a incerteza atingiu o seu valor máximo, não se verificou um aumento da integração entre os mercados). A integração entre os mercados de criptomoedas não foi fortalecida numa situação de pandemia, o que não é inesperado atendendo à aparente ausência de relação entre a economia real e as criptomoedas. Assim, estes ativos podem oferecer novas oportunidades em termos de diversificação de carteiras compostas por criptomoedas. Isto significa que se se pretender avaliar a possibilidade de diversificação com outros ativos, a análise efetuada terá que ser aprofundada e alargada a esses ativos (podendo ser uma futura linha investigação).

Este estudo, enquanto compilação de três ensaios, não está livre de limitações. Apesar de se utilizar uma amostra ampla de criptomoedas e representativa desse mercado, para algumas das criptomoedas é ainda reduzido número de observações, pelo que alguns novos mercados podem ainda ser relativamente imaturos, o que limita a abrangência dos resultados obtidos e das conclusões produzidas. No estudo dedicado à análise da integração e avaliação do contágio, existe considerável discrepância do número de observações em ambos os períodos, o que pode influenciar os resultados obtidos. Também a forma de seleção das criptomoedas que integraram a amostra se considerou uma possível limitação, na medida em que ficaram excluídas outras

criptomoedas com menor capitalização de mercado, as quais podem também influenciar o comportamento destes ativos, dado o tão elevado número de criptomoedas existente.

Em termos metodológicos, identificaram-se também limitações. Por um lado, o facto das medidas da teoria da informação serem bastante exigentes no que concerne à dimensão das amostras, levando a possíveis subestimações para amostras de menor dimensão (com número de observações inferior a 500). Por outro lado, a IM e o seu coeficiente de correlação global apenas permitem a obtenção de informação relativamente à (in)existência de dependência global e do nível dessa dependência (temporal ou entre variáveis), não fornecendo qualquer indicação sobre possíveis fontes de não linearidade, o que se considera uma limitação metodológica. Conscientes desta limitação, procurou-se contudo minimizá-la através da aplicação de outras abordagens, concretamente os Expoentes de Lyapunov. Embora o *VaR* tenha permitido avaliar o risco do mercado de criptomoedas, é também uma abordagem com limitações. Ainda que seja uma medida de risco assimétrica, expressa como um valor mínimo de perda para um determinado nível de significância e num determinado horizonte temporal, apenas permite estimar a perda potencial mínima, não quantificando o valor no qual esse limite podia ser ultrapassado. Procurou-se, igualmente, minimizar a limitação identificada recorrendo-se ao *CVaR*, para assim quantificar a perda média além do limite do *VaR*.

Apesar das limitações identificadas, considera-se que quer o objetivo global, quer os objetivos específicos identificados no Capítulo um foram globalmente atingidos, e dadas respostas às questões inicialmente formuladas. Além disso, as evidências encontradas podem ter implicações importantes para investidores, gestores de risco e entidades responsáveis pela regulação e formulação de políticas de investimento. No que diz respeito às implicações para os investidores, o resultado dos ensaios pode ser útil para a formulação das suas estratégias de investimento. Embora não se tivesse rejeitado a HEM, os estudos indicaram alguma predictabilidade das rendibilidades, podendo permitir aos investidores a obtenção de lucros extra (não de forma sistemática) explorando as informações contidas nas séries financeiras. Contudo, é preciso algum cuidado, pois questões como a liquidez, os custos de transação e até mesmo a falta de regulação podem impossibilitar esses lucros extra. O facto de terem sido encontradas correlações significativas entre criptomoedas no curto prazo, e que depois no longo prazo deixaram de se verificar para algumas das criptomoedas, poderia ser utilizado para fins de diversificação, caso a opção seja o investimento neste mercado específico.

Embora globalmente atingidos os objetivos de propostos, muitos aspetos ficaram por abordar, permitindo a identificação de futuras linhas de investigação. Assim, em futuras linhas de investigação, sugere-se a utilização de dados de maior frequência e/ou abordagens dinâmicas,

com aplicabilidade transversal a todos os aspetos do comportamento das criptomoedas avaliados neste estudo.

No que concerne às abordagens dinâmicas, uma futura linha de investigação passaria pelo recurso a *sliding windows* para estimar a DFA, visando avaliar simultaneamente a possibilidade de prever bolhas de preços. Uma outra futura linha de investigação seria a utilização de *sliding windows* para analisar a evolução das medidas risco aplicadas neste estudo. Além das abordagens dinâmicas, no que concerne à eficiência deste mercado, e uma vez que o estudo dedicado à eficiência foi prévio à eclosão da pandemia de COVID-19, seria igualmente interessante avaliar o impacto da referida pandemia na eficiência do mercado de criptomoedas. Atendendo às evidências encontradas para a USDT, outra futura linha de investigação consistiria no desenvolvimento de um modelo de equilíbrio geral (*Capital Asset Pricing Model*) para criptomoedas onde a referida criptomoeda poderia ser utilizada como ativo sem risco. O objetivo seria, a realização de análise complementar de incerteza e risco, considerando carteiras de investimento compostas por várias criptomoedas, com o objetivo de identificar aquelas que permitiriam a maximização de rendibilidade para níveis de risco e incerteza previamente pré determinados. Ainda no que diz respeito à análise de risco, atendendo a que as séries financeiras são potencialmente caracterizadas por mais do que dois regimes de variância, a exploração de modelos *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH) com especificações ligeiramente flexíveis para a volatilidade condicional das criptomoedas (ex.: o modelo Smooth-Transition GARCH (ST-GARCH) introduzido por Gonzalez-Rivera (1998)) de modo a melhor modelar a volatilidade das criptomoedas e assim re-estimar as métricas de risco utilizadas neste estudo seria também uma futura linha de investigação.

Os mercados de criptomoedas revelaram, embora com diferentes níveis, integração entre eles. Contudo, esta integração não foi fortalecida pela crise mundial provocada pela pandemia de COVID-19, evidência não totalmente inesperada, dada a aparente ausência de relação entre a economia real e as criptomoedas. Assim, e dado que tem sido encontrada evidência dos movimentos das criptomoedas não serem impulsionados por fundamentos económicos, mas sim pelo sentimento do investidor (Burggraf et al., 2020; Bouri et al., 2021), uma futura linha de investigação seria avaliar, considerando uma perspetiva de rede de criptomoedas, o papel do sentimento do investidor no comportamento destes ativos (rendibilidade e volatilidade). Esta linha de investigação, enquadrada na área das finanças comportamentais, não foi de modo algum um objetivo no estudo efetuado, contudo considera-se pertinente, atendendo a que a conectividade de rede não apenas poderá orientar as entidades responsáveis pela formulação de políticas para a estabilidade financeira, como também ajudar os investidores e gestores de risco nas suas tomadas de decisão de investimento e *hedge*. Para esta futura linha de

investigação seria interessante a construção de índices de sentimentos para diferentes regiões (Estados Unidos da América, Europa e países em desenvolvimento), na medida em que os termos de pesquisa que refletem o otimismo/pessimismo do investidor podem diferir de região para região. Finalmente, e numa perspetiva de comparação das criptomoedas com outros ativos financeiros, poder-se-ia testar se as medidas de sentimento do investidor construídas teriam o mesmo impacto nas classes de ativos classificadas como investimentos de refúgio (ex.: ouro), sendo expectável que o sentimento do investidor seja menos influente nas rendibilidade dos ativos com menor volatilidade.

6.2. Referências Bibliográficas

- Bouri, E., Gabauer, D., Gupta, R., & Tiwari, A. K. (2021). Volatility connectedness of major cryptocurrencies: The role of investor happiness. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 30, 100463. <https://doi.org/10.1016/j.jbef.2021.100463>
- Burggraf, T., Huynh, T. L. D., Rudolf, M., & Wang, M. (2020). Do FEARS drive Bitcoin? *Review of Behavioral Finance*, 13(3), 229–258. <https://doi.org/10.1108/RBF-11-2019-0161>
- Forbes, K., & Rigobon, R. (2002). No contagion, only interdependence: Measuring stock market comovements. *Journal of Finance*, 57(5), 2223–2261. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00494>
- Gonzalez-Rivera, G. (1998). Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 3(2), 61–79.