

# **Mestrado em Matemática Aplicada para a Indústria (MMAI)**

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa - ISEL  
Instituto Politécnico de Lisboa – IPL

Relatório de ciclo de estudos  
no âmbito das Provas de Agregação em Matemática

Luís Manuel Ferreira da Silva  
Setembro 2023



## Índice

1	Introdução.....	3
2	Caracterização geral do ciclo de estudos.....	4
3	Âmbito e objetivos do programa de estudos.....	4
	3.1 Objetivos gerais.....	4
	3.2 Objetivos de aprendizagem.....	5
	3.3 Inserção na estratégia institucional de oferta formativa.....	5
4	Estrutura curricular.....	6
	4.1 Perfis.....	6
	4.2 Áreas científicas e ECTS necessários à obtenção do grau.....	6
	4.3 Plano de estudos P1 Otimização.....	6
	4.4 Plano de estudos P2 Modelação e Simulação Numérica.....	8
	4.5 Plano de estudos P3 Tratamento de Dados.....	10
	4.6 Unidades curriculares optativas.....	11
5	Metodologias de ensino e aprendizagem.....	12
	5.1 Adequação das metodologias de ensino e aprendizagem.....	12
	5.2 Forma de verificação da adequação do número de ECTS.....	13
	5.3 Formas de garantia de que a avaliação em cada unidade curricular será feita em função dos respetivos objetivos de aprendizagem.....	13
	5.4 Metodologias para facilitar a participação em atividades científicas.....	13
	5.5 Fundamentação do número total de ECTS do ciclo de estudos.....	14
6	Corpo docente.....	14
	6.1 Equipa docente.....	14
	6.2 Avaliação do desempenho do pessoal docente.....	14
7	Pessoal não docente.....	14
8	Instalações e equipamentos.....	14
9	Atividades de investigação e desenvolvimento.....	15
	9.1 Centros de investigação dos quais os docentes são membros.....	15
	9.2 Publicações dos docentes do Departamento de Matemática nos últimos 5 anos.....	16
10	Enquadramento na rede de formação nacional da área (ensino superior público).....	17
	10.1 Avaliação da capacidade de atrair estudantes.....	17
	10.2 Eventuais parcerias com outras instituições que lecionam ciclos de estudo similares.....	17
11	Comparação com ciclos de estudo de referência no espaço europeu.....	18
	11.1 Exemplos de ciclos de estudo no espaço europeu com duração e estrutura semelhantes.....	18
	11.2 Comparação com objetivos de aprendizagem de ciclos de estudo análogos no espaço europeu.....	18
12	Trabalho Final de Mestrado.....	18
	12.1 Dissertação.....	19
	12.2 Estágios.....	19
	12.3 Protocolos com as entidades onde os estudantes completam a sua formação.....	19
13	Análise SWOT do ciclo de estudos.....	20
	13.1 Pontos fortes.....	20
	13.2 Pontos fracos.....	20
	13.3 Oportunidades.....	20
	13.4 Constrangimentos.....	21
	13.5 Conclusões.....	21
14	Histórico de funcionamento.....	21
	14.1 2021-2022.....	21
	14.2 2022-2023.....	22

14.3Comissão Coordenadora de Curso.....	22
14.4Horário.....	23
14.5UC opcionais.....	23
14.6Erasmus.....	23
14.7ECMI.....	23
14.8Bolsas.....	23
14.9Atividades extra-curriculares.....	24
15Fichas de Unidade Curricular.....	25
15.1Técnicas estatísticas para análise de mineração de dados.....	25
15.2Métodos de Previsão.....	30
15.3Grafos e Redes .....	35
15.4Modelos Estatísticos Avançados.....	41
15.5Complementos de otimização.....	46
15.6Seminário de Modelação Matemática.....	51
15.7Projeto em Matemática Aplicada para a Indústria.....	55
15.8Dissertação, ou Estágio de Natureza Profissional.....	59
15.9Aplicações com Equações às Derivadas Parciais.....	63
15.10Criptografia e Teoria dos Códigos.....	68
15.11Métodos Numéricos para Equações às Derivadas Parciais .....	73
15.12Geometria Computacional.....	78
15.13Modelação Avançada e Simulação.....	82
15.14Elementos de Aprendizagem Estatística.....	88
15.15Cálculo das Variações.....	95
15.16Modelação Estocástica.....	99
15.17Métodos Matemáticos para o Processamento de Imagens .....	105
15.18Sistemas Dinâmicos para as Ciências da Vida.....	112
15.19Teoria da Medida e Probabilidade.....	117
15.20Aprendizagem e Mineração de Dados.....	122
15.21Inteligência Artificial e Sistemas Cognitivos.....	127
15.22Mineração de Dados em Larga Escala.....	130
15.23Processamento de Linguagem Natural.....	134
15.24Aprendizagem Automática Avançada.....	138
15.25Empreendedorismo.....	141
15.26Gestão de Empresas.....	144

## 1 Introdução

“Os domínios que, hoje em dia, mobilizam a matemática avançada são consideravelmente mais e também mais estratégicos do que há vinte anos atrás. (...) assistimos ao surgimento de novas profissões e novos modelos económicos, nos quais a estatística e o processamento de dados desempenham um papel fundamental. A recolha, estruturação e uso dos dados recolhidos passam por processos matemáticos de alto nível. (...) Jean-Pierre Bourguignon, Presidente do Conselho Europeu da Investigação, “Un nouvel âge d’or pour les Mathématiques en entreprise?” (2014)

As empresas tornaram-se muito competitivas a nível mundial e procuram cada vez mais soluções sofisticadas que requerem o conhecimento profundo de técnicas de simulação, otimização, análise e tratamento de dados, inteligência artificial, *etc.*, cujo domínio não pode ser assegurado pela formação de base dos engenheiros e de outros quadros superiores das empresas, da indústria e dos serviços em geral.

Perante esta realidade, inspirada pela premente necessidade de dinamizar a oferta formativa do ISEL e contando com um corpo de docentes qualificado (quarenta e cinco doutorados na área científica de matemática em 2023), o Departamento de Matemática do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa (DM-ISEL) desencadeou em 2014 o processo de construção de um novo ciclo de estudos, a Licenciatura em Matemática Aplicada à Tecnologia e à Empresa (LMATE), que viria a tornar-se na primeira licenciatura em Matemática Aplicada do sistema de Ensino Superior Politécnico Português. Este processo foi levado a cabo pela Comissão Coordenadora de Curso Interina, liderada pela Professora Sandra Aleixo e composta também pelas Professoras Célia Fernandes e Filipa Almeida e pelos Professores Bruno Pereira e Luís Borges.

Até então, o DM-ISEL não tinha ancorado nenhum ciclo de estudos, prestando o seu serviço exclusivamente na lecionação de unidades curriculares (UC) da área científica de matemática aos vários cursos de engenharia existentes no ISEL.

A LMATE foi submetida para acreditação da A3ES em outubro de 2015, foi acreditada pela A3ES, por seis anos, em fevereiro de 2016 e teve a sua primeira edição no ano letivo de 2016/2017.

Tendo em conta o sucesso imediato e consistente da LMATE, aliado à inquirição direta às empresas parceiras do ISEL, que revelou evidência de um acréscimo de exigência por parte dos empregadores potenciais de diplomados pela LMATE, devido à complexidade de certos assuntos – cuja natureza se enquadra naturalmente numa formação mais avançada – o DM-ISEL decidiu em Outubro de 2018 desencadear o processo de criação de um ciclo de estudos conducente à obtenção do Grau de Mestre na Área da Matemática Aplicada. Foi nomeado responsável por este processo o Professor Luís Manuel Ferreira da Silva, que posteriormente integrou na Comissão Coordenadora de Curso Interina a Professora Teresa Melo Quinteiro e o Professor Sérgio Fino Lopes. Na sequência natural do perfil de formação da LMATE, ficou desde o início decidido que este mestrado privilegiaria a modelação matemática e suas aplicações, promovendo assim o contacto direto com o tecido empresarial do País.

A elaboração da proposta seguiu as linhas propostas no programa educacional do *European Consortium in Mathematics for Industry* (ECMI).

Após um período alargado de discussão com os vários docentes do Departamento de Matemática e de outros departamentos do ISEL, de conversas informais com alguns responsáveis de empresas parceiras, nascia assim a proposta de criação do Mestrado em Matemática Aplicada para a Indústria (MMAI), a qual veria concluído o processo de aprovação nos órgãos do ISEL em julho de 2019 e seria submetida para acreditação da A3ES em outubro do mesmo ano.

A acreditação foi concedida em junho de 2020, por um período de seis anos, mas devido ao contexto pandémico, o DM-ISEL, por proposta da Comissão de Curso interina, decidiu adiar por um ano a abertura do MMAI, o qual viria a abrir pela primeira vez em setembro de 2021.

## 2 Caracterização geral do ciclo de estudos

O Mestrado em Matemática Aplicada para a Indústria (*Master in Applied Mathematics for Industry*) (MMAI) está integrado no Instituto Superior de Engenharia de Lisboa (ISEL), que é uma unidade orgânica do Instituto Politécnico de Lisboa (IPL).

Este ciclo de estudos, destinado a conceder o grau de Mestre, tem a duração de 2 anos (4 semestres) e o número mínimo de ECTS necessários à obtenção do grau são 120. A área científica predominante é a Matemática.

O MMAI funciona nas instalações do ISEL, na Rua Conselheiro Emídio Navarro, 1, 1959-007 Lisboa.

O número máximo de admissões anuais é de 40 e as condições específicas de ingresso são: Licenciatura em Matemática, Informática, Física, ou áreas afins.

O regime de funcionamento é pós-laboral, uma vez que o DM-ISEL está convicto que este facto potencie a atração de trabalhadores em empresas e na indústria (dos atuais 13 alunos, 6 são trabalhadores estudantes). Salientamos que o ISEL tem uma longa tradição no ensino pós-laboral, o que faz com que tenha toda uma infraestrutura a funcionar nesse regime de horário, nomeadamente: salas de estudo, biblioteca, serviços académicos, cantina e vários bares. Em particular a secretaria do Departamento de Matemática funciona diariamente até às 18:30.

## 3 Âmbito e objetivos do programa de estudos

### 3.1 Objetivos gerais

O objetivo genérico é formar profissionais com o nível de qualificação: Ensino Superior Politécnico; Mestre; Nível 7 do *European Qualifications Framework*; Nível 5A do *International Standard Classification of Education*, 1997, aprovada pela 29.<sup>a</sup> Conferência Geral da UNESCO, 97.

O MMAI pretende formar profissionais com uma base de conhecimentos sólida e as capacidades para aplicar a matemática a uma grande variedade de problemas oriundos da indústria e das tecnologias, integrando métodos analíticos, numéricos e estatísticos, sendo assim capazes de promover transferência do conhecimento matemático para o tecido industrial.

Exemplos de áreas da indústria onde os matemáticos industriais podem encontrar emprego, são: processamento de sinais, computação gráfica, gestão de riscos, análise de sistemas, teste e verificação de *software*, sistemas de bases de dados, otimização de linhas de produção ou pesquisa de *marketing*.

Ao longo do curso, os alunos devem desenvolver fortes competências de modelação matemática, simulação e resolução de problemas, bem como competências de comunicação e capacidade de trabalho em ambiente multidisciplinar.

A dissertação pode ser substituída por um estágio em empresas/instituições, ao abrigo de protocolos celebrados com o ISEL.

Esta estratégia segue a orientação do ensino politécnico pela aplicação e desenvolvimento do saber e pela compreensão e solução de problemas.

### **3.2 *Objetivos de aprendizagem***

O MMAI foi concebido de modo que os alunos possam escolher o seu perfil de conhecimentos a partir de uma base sólida comum, composta por: Técnicas Estatísticas para Análise e Mineração de Dados, Métodos de Previsão, Grafos e Redes, Modelos Estatísticos Avançados e Complementos de Otimização. Sendo um curso com aptidão para o mundo empresarial, todos os alunos têm que adquirir conhecimentos na área da Gestão de Empresas e/ou Empreendedorismo.

Com base na experiência adquirida através dos contactos com as empresas parceiras do ISEL, o curso divide-se em três perfis: P1 Otimização; P2 Modelação e Simulação Numérica; P3 Tratamento de Dados. No Perfil 1, adquirirão conhecimentos de Equações às Derivadas Parciais (métodos analíticos e numéricos), Geometria Computacional e Cálculo de Variações. No Perfil 2, adquirirão conhecimentos de Equações às Derivadas Parciais (métodos analíticos e numéricos), Modelação Avançada e Simulação e Modelação Estocástica. No Perfil 3, adquirirão conhecimentos de Criptografia e Teoria de Códigos, Aprendizagem Estatística, Modelação Avançada e Simulação e Modelação Estocástica.

Em cada um dos três primeiros semestres os alunos terão uma UC opcional, a escolher de um leque de UC onde podem adquirir conhecimentos de sistemas dinâmicos, processamento de imagem, mineração de dados, inteligência artificial e outras áreas estudadas em unidades curriculares já existentes no ISEL. Note-se que, com o objetivo de expandir os conhecimentos para além da matemática, pelo menos uma dessas UC terá que ser escolhida na área Científica de Ciências da Engenharia.

Devem desenvolver fortes competências de modelação matemática e resolução de problemas, através dos conhecimentos adquiridos ao longo do curso, do treino na UC Seminário de Modelação Matemática, e na Dissertação/Estágio, onde devem também desenvolver capacidade de trabalho em ambiente multidisciplinar.

Finalmente, na UC Projeto de Matemática Aplicada à Indústria espera-se o desenvolvimento de competências de comunicação, oral e escrita, de trabalhos técnicos e científicos a audiências com vários níveis de especialização.

### **3.3 *Inserção na estratégia institucional de oferta formativa***

O IPL tem como missão produzir, ensinar e divulgar conhecimento, bem como prestar serviços à comunidade, contribuindo para a sua consolidação como instituição de referência nos planos nacional e internacional. Em particular o ISEL, enquanto centro de criação, transmissão e difusão da ciência, tecnologia e cultura, tem como missão o estudo, a docência, a investigação e a prestação de serviços no âmbito das Ciências e Tecnologias, contribuindo para a sua qualidade e inovação.

Entre os objetivos estratégicos constantes no plano de Desenvolvimento Plurianual do ISEL para 2016-2018, encontra-se: “estruturar e potenciar a oferta formativa da instituição, articulando adequadamente as valências do corpo docente com as solicitações da sociedade, para afirmar o ISEL como escola de referência no ensino superior de tecnologias e engenharia”. Neste âmbito, a criação do MMAI enquadra-se nestas ações estratégicas, dinamiza e fortalece a oferta formativa do ISEL e potencia a interdisciplinaridade na instituição, colocando-a ao serviço da sociedade e acompanhando as necessidades do mercado de trabalho ao articular várias áreas do conhecimento.

## 4 Estrutura curricular

### 4.1 *Perfis*

Como já foi referido atrás, o MMAI organiza-se em 3 perfis:

P1 Otimização; P2 Modelação e Simulação Numérica; P3 Tratamento de Dados

### 4.2 *Áreas científicas e ECTS necessários à obtenção do grau*

As UC do Plano Curricular do MMAI incluem-se em 3 áreas científicas: Matemática, Ciências da Engenharia e Ciências Sociais, Jurídicas e Artísticas, sendo a principal a Matemática, com 96 ECTS obrigatórios.

Área Científica	Sigla	ECTS obrigatórios	ECTS opcionais
Matemática	MAT	96	0 a 18
Ciências da Engenharia	CE	6	6 a 18
Ciências Sociais Jurídicas e Artísticas	OUT	6	6
		108	

### 4.3 *Plano de estudos P1 Otimização*

#### 1º ano/1º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Técnicas Estatísticas para Análise e Mineração de Dados</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Métodos de Previsão</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Grafos e Redes</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Aplicações com Equações às Derivadas Parciais</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Optativa</u>	MAT/CE	Semestral	162	67,5	6

## 1º ano/2º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<a href="#"><u>Modelos Estatísticos Avançados</u></a>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<a href="#"><u>Complementos de Otimização</u></a>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<a href="#"><u>Métodos Numéricos para Equações às Derivadas Parciais</u></a>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<a href="#"><u>Geometria Computacional</u></a>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<a href="#"><u>Optativa</u></a>	MAT/CE	Semestral	162	67,5	6

## 2º ano/1º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<a href="#"><u>Seminário em Modelação Matemática</u></a>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<a href="#"><u>Projeto em Matemática Aplicada à Indústria</u></a>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<a href="#"><u>Cálculo de Variações</u></a>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<a href="#"><u>Empreendedorismo ou Gestão de Empresas</u></a>	MAT	Semestral	162	67,5	6,5/6
<a href="#"><u>Optativa</u></a>	OUT	Semestral	162	67,5	6

## 2º ano/2º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Dissertação ou Estágio de Natureza Profissional</u>	MAT	Semestral	810	162	30

## 4.4 *Plano de estudos P2 Modelação e Simulação Numérica*

### 1º ano/1º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Técnicas Estatísticas para Análise e Mineração de Dados</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Métodos de Previsão</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Grafos e Redes</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Aplicações com Equações às Derivadas Parciais</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Optativa</u>	MAT/CE	Semestral	162	67,5	6

### 1º ano/2º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Modelos Estatísticos Avançados</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Complementos de Otimização</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Métodos Numéricos para Equações às Derivadas Parciais</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6

<u>Modelação Avançada e Simulação</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Optativa</u>	MAT/CE	Semestral	162	67,5	6

## 2º ano/1º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Seminário em Modelação Matemática</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Projeto em Matemática Aplicada para a Indústria</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Modelação Estocástica</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Empreendedorismo ou Gestão de Empresas</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6,5/6
<u>Optativa</u>	OUT	Semestral	162	67,5	6

## 2º ano/2º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Dissertação ou Estágio de Natureza Profissional</u>	MAT	Semestral	810	162	30

## 4.5 **Plano de estudos P3 Tratamento de Dados**

### 1º ano/1º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Técnicas Estatísticas para Análise e Mineração de Dados</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Métodos de Previsão</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Grafos e Redes</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Criptografia e Teoria de Códigos</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Optativa</u>	MAT/CE	Semestral	162	67,5	6

### 1º ano/2º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Modelos Estatísticos Avançados</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Complementos de Otimização</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Elementos de Aprendizagem Estatística</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Modelação Avançada e Simulação</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Optativa</u>	MAT/CE	Semestral	162	67,5	6

## 2º ano/1º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Seminário em Modelação Matemática</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Projeto em Matemática Aplicada para a Indústria</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Modelação Estocástica</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6
<u>Empreendedorismo ou Gestão de Empresas</u>	MAT	Semestral	162	67,5	6,5/6
<u>Optativa</u>	OUT	Semestral	162	67,5	6

## 2º ano/2º semestre

Unidade Curricular	Área Científica	Duração	Horas de Trabalho	Horas de Contacto	ECTS
<u>Dissertação ou Estágio de Natureza Profissional</u>	MAT	Semestral	810	162	30

### 4.6 Unidades curriculares optativas

As unidades curriculares optativas, disponibilizadas pelos departamentos do ISEL em cursos de segundo ciclo, são escolhidas sob orientação da Coordenação de Curso, seguindo os critérios e elencos fixados pelo CTC.

Os alunos têm que escolher pelo menos uma unidade curricular da área de Ciências Sociais Jurídicas e Artísticas (Gestão de Empresas ou Empreendedorismo) e outra na área de Ciências da Engenharia.

De seguida são elencadas as UC optativas já sugeridas pelos departamentos e aprovadas pelo CTC. Saliente-se que outras unidades curriculares poderão ser apresentadas, pelos departamentos, como optativas neste ciclo de estudos.

#### Departamento de Matemática

Aplicações com Equações às Derivadas Parciais (semestre de inverno)<sup>1</sup>

Cálculo de Variações (semestre de inverno)

<sup>1</sup> UC obrigatória em P1 e P2

Criptografia e Teoria de Códigos (semestre de inverno)<sup>2</sup>

Métodos Matemáticos para Processamento de Imagem (semestre de inverno)

Modelação Estocástica (semestre de inverno)<sup>3</sup>

Sistemas Dinâmicos para as Ciências da Vida (semestre de inverno)

Geometria Computacional (semestre de verão)<sup>4</sup>

Métodos Numéricos para Equações às Derivadas Parciais (semestre de verão)<sup>5</sup>

Modelação Avançada e Simulação (semestre de verão)<sup>6</sup>

Teoria da Medida e Probabilidade (semestre de verão)

### **Departamento de Engenharia Eletrónica e Telecomunicações e de Computadores**

Aprendizagem e Mineração de Dados (semestre de inverno)

Inteligência Artificial e Sistemas Cognitivos (semestre de inverno)

Processamento de Linguagem Natural (semestre de inverno)

Aprendizagem Automática Avançada (semestre de verão)

Mineração de Dados em Larga Escala (semestre de verão)

### **Departamento de Engenharia Eletrotécnica de Energia e Automação:**

Gestão de Empresas (semestre de inverno)

### **Departamento de Engenharia Química:**

Empreendedorismo (semestre de inverno)

## **5 Metodologias de ensino e aprendizagem**

### **5.1 Adequação das metodologias de ensino e aprendizagem**

**Objetivos gerais do Curso:** Proporcionar uma *base de conhecimentos teóricos* sólida e uma efetiva *capacidade técnica* de aplicar métodos analíticos, numéricos e estatísticos a problemas práticos.

**Implementação em cada unidade curricular:**

- *Exposição teórica e formal dos conceitos fundacionais* – Cobertura, rigorosa e abrangente, dos tópicos do programa do curso.
- *Inclusão de exercícios* sobre exemplos extraídos da realidade empresarial – Transpor conceitos teóricos para contextos reais.

2 UC obrigatória em P3

3 UC obrigatória em P2 e P3

4 UC obrigatória em P2

5 UC obrigatória em P1 e P2

6 UC obrigatória em P2 e P3

- *Trabalho final* – Desenvolvimento de aplicação demonstrativa de capacidade de integração de conhecimentos adquiridos.

**A cresce:**

- *Realização regular de Seminários* – Exposição de problemas reais propostos por representantes de empresas ligadas ao ISEL por protocolo ativo.
- *Unidade curricular 'Seminário em Modelação Matemática'* – desenvolvimento de ferramentas adicionais de pesquisa, ampliação da proficiência na componente *modelação matemática* adquirida nas outras unidades curriculares.

## **5.2 Forma de verificação da adequação do número de ECTS**

Para a estimativa do número de ECTS de cada UC foi considerado o trabalho total exigido ao estudante para a completar com êxito. Foram consideradas as horas de contacto, as horas envolvidas na avaliação por testes/exames e discussões de trabalhos, e as horas de apoio tutorial. A esta componente de trabalho do aluno, juntou-se uma estimativa das horas de trabalho em grupo, de estudo autónomo, e fora da escola (trabalhos de campo, visitas de estudo, seminários e estágios).

A conjugação destas duas componentes foi normalizada para 30 ECTS por semestre, atendendo também às horas de trabalho exigidas nas restantes unidades curriculares do semestre.

Considerou-se que o aluno a tempo inteiro trabalhará em média 810 horas por semestre (cada ECTS equivalendo a 27 horas de trabalho) e durante 20 semanas, de acordo com o Decreto-Lei n.º 42/2005. [Regulamento de ECTS do ISEL, disponível em [http://www.isel.pt/pInst/OrgaosdeGoverno/ConselhoTecnicoCientifico/Arquivo/ECTS\\_ISEL.pdf](http://www.isel.pt/pInst/OrgaosdeGoverno/ConselhoTecnicoCientifico/Arquivo/ECTS_ISEL.pdf)]

## **5.3 Formas de garantia de que a avaliação em cada unidade curricular será feita em função dos respetivos objetivos de aprendizagem**

O método de avaliação de cada unidade curricular encontra-se disponibilizado no site do ISEL e é explicado na primeira aula do semestre de cada UC.

A conciliação entre a avaliação da aprendizagem dos alunos e os objetivos das unidades curriculares é assegurada pela supervisão da Coordenação de Curso. A resposta dos alunos a inquéritos sobre o funcionamento de cada unidade curricular e a análise dos dados recolhidos possibilitará a implementação de melhorias, caso se justifique.

Em várias UC a avaliação inclui a realização de trabalhos. No início de cada semestre será feito o planeamento global dos trabalhos com todos os docentes.

## **5.4 Metodologias para facilitar a participação em atividades científicas**

**Participação ativa nos Seminários** – Os alunos serão estimulados a adotar, nos seminários de realização regular, uma *postura ativa*, ou seja, a explorar a oportunidade de obter, de quem ministre o seminário, informação ou explicações adicionais.

**Incentivo à participação** dos alunos nas Semanas de Modelação do ECMI (*European Consortium for Mathematics in Industry*).

**Dissertação ou Estágio de Natureza Profissional** – onde, independentemente da escolha, são solidificadas as capacidades para aplicar a matemática a uma grande variedade de problemas oriundos da indústria e das tecnologias.

## 5.5 Fundamentação do número total de ECTS do ciclo de estudos

O nº 1, do art. 18º, do Decreto-Lei 74/2006 de 24 de Março, alterado pelo Decreto-Lei 115/2013 de 7 de Agosto, regulamenta os ciclos de estudos conducentes à obtenção do grau académico de Mestre. Assim, de acordo com o disposto no citado Decreto-Lei, o número total de créditos necessário para a conclusão de um 2º ciclo de estudos situa-se entre 90 e 120 ECTS, com uma duração de até 4 semestres letivos. No MMAI optou-se por 120 ECTS a realizar em 2 anos, o que corresponde à prática corrente em cursos similares do espaço nacional e europeu. Esta opção tem em vista assegurar aos estudantes condições de mobilidade, de formação e de integração profissional semelhantes, em duração e conteúdo, às dos restantes estados que integram este espaço.

## 6 Corpo docente

### 6.1 Equipa docente

Atualmente o DM-ISEL tem 48 docentes, sendo que apenas três não são doutorados. A listagem dos docentes pode ser consultada através do link : <https://isel.pt/departamento/matematica/docentes>.

Estes docentes prestam serviço nos diversos cursos do ISEL, estando todos os doutorados em condições de colaborar no MMAI, lecionando UC's do curso e/ou orientando estágios ou dissertações finais.

Dos 48 docentes do DM-ISEL, 40 pertencem aos quadros do ISEL e 8 são convidados a tempo parcial perfazendo um total de 44.65 ETI.

### 6.2 Avaliação do desempenho do pessoal docente

A avaliação do desempenho do pessoal docente rege-se pelas disposições regulamentares estabelecidas para o IPL ("Regulamento do Processo de Avaliação de Desempenho e Posicionamento Remuneratório dos Docentes no Instituto Politécnico de Lisboa" publicado no Diário da República, 2.a série — N.o 152 — 6 de Agosto de 2010 Despacho n.o 15508/2010, alterado pelo Despacho n.o 10380/2011) e pelas específicas ao ISEL. Estas últimas sob responsabilidade do Conselho Técnico-Científico, incluem as modalidades e os atributos seguintes: preenchimento continuado de uma base de dados durante o período de avaliação do docente, tendo em vista a avaliação quer de desempenho pedagógico (número de horas lecionadas, material de apoio, resultados dos inquéritos aos alunos), quer a atualização permanente (quantidade e tipo de publicações, obtenção de graus, participação em projetos com mérito científico, etc.).

Ligaçāo à base de dados: [www.isel.pt/pInst/eISEL/Login\\_avaliacao\\_desempenho.php](http://www.isel.pt/pInst/eISEL/Login_avaliacao_desempenho.php)

## 7 Pessoal não docente

O DM-ISEL tem uma secretária, a tempo inteiro, titular do grau de licenciada, que presta apoio administrativo ao MMAI.

## 8 Instalações e equipamentos

O MMAI tem à sua disposição as seguintes instalações e equipamentos:

Salas de Aulas 833 m2; Auditórios (5, partilhados pelos utentes do ISEL) 711 m2; Gabinetes, 900 m2; Salas de Reuniões, 30 m2; Biblioteca partilhada pelos utentes do ISEL, 707 m2; Laboratório de Física, 150 m2; Lab4Mat - Laboratório Informático do Departamento de Matemática, 150 m2;

Laboratório de Informática, 150 m2; Laboratório de Química Analítica, 200 m2; Laboratório de Química Orgânica, 200 m2; Laboratório de Química Inorgânica, 125 m2; Laboratório de Instrumentação e Controlo de Sistemas, 40 m2; Laboratório de Eletricidade, 87 m2; Laboratório de Mecânica dos Fluidos, 70 m2; Laboratório de Robótica, 66 m2; Laboratório de Electrónica I-IV, 194 m2; Laboratório de Hardware I -III, 240 m2; Laboratório de Multimédia, 50 m2; Laboratório de Optoeletrónica, 47 m2; Laboratório de Sinais, 40 m2; Laboratório de Software, 90 m2.

## 9 Atividades de investigação e desenvolvimento

### 9.1 Centros de investigação dos quais os docentes são membros

Os docentes do DM-ISEL integram-se nas unidades de investigação financiadas pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) listadas na tabela abaixo.

Centro de Investigação	Classificação (FCT)	Instituição de Gestão	Nº de docentes do DM integrados
Centro de Análise Matemática, Geometria e Sistemas Dinâmicos	Excelente	Instituto Superior Técnico - Universidade de Lisboa	1
Centro de Análise Funcional e Estruturas Lineares	Muito Bom	Instituto Superior Técnico - Universidade de Lisboa	1
IDMEC - Instituto de Engenharia Mecânica	Muito Bom	Instituto Superior Técnico - Universidade de Lisboa	1
Centro de Estatística e Aplicações	Muito Bom	Universidade de Lisboa	4
Centro de Matemática Aplicada à Previsão e Decisão Económica	Muito Bom	Universidade de Lisboa	1
Centro de Matemática e Aplicações	Muito Bom	Universidade Nova de Lisboa	5
Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática Aplicada	Muito Bom	Universidade de Aveiro	1
Centro de Investigação em Matemática e Aplicações	Muito Bom	Universidade de Évora/Universidade da Madeira/ISEL	4
Centro de Física e Investigação Tecnológica	Bom	Universidade Nova de Lisboa	1

Centro de Matemática Computacional e Estocástica	Muito Bom	Universidade de Lisboa	3
Centro de Matemática, Aplicações Fundamentais e Investigação Operacional	Muito Bom	Universidade de Lisboa	1
Laboratório Associado de Energia, Transportes e Aeronáutica		Universidade de Lisboa	1

## 9.2 *Publicações dos docentes do Departamento de Matemática nos últimos 5 anos*

Relativamente às publicações do corpo docente do DM-ISEL nos últimos 5 anos, veja-se o mapa-resumo seguinte.

Publicações	2018	2019	2020	2021	2022
Artigos científicos em revistas internacionais com revisão	24	29	38	31	20
Artigos científicos em atas de conferências internacionais com revisão	11	16	9	1	11
Capítulos de livro	0	4	1	1	2
Livros	1	2	0	0	0
Dissertações	3	2	3	0	0

## 10 Enquadramento na rede de formação nacional da área (ensino superior público)

Avaliação da empregabilidade por ciclos de estudo similares

Segundo dados em infocursos.mec.pt, relativos à taxa de desemprego registada no IEFP em 2017 para alunos licenciados entre os anos letivos de 2012/13 e 2015/16, os cursos no domínio da Matemática apresentam reduzidas taxas de desemprego: a média nacional situava-se nos 2,2%, que comparava favoravelmente com os 5,5% registados no agregado de todos os cursos do ensino público; para os cursos lecionados na área da grande Lisboa para os quais existem dados – Matemática (FC-UL, FCT-UNL), Matemática Aplicada (FC-UL), Matemática Aplicada à Economia e à Gestão (ISEG-UL), e Matemática Aplicada e Computação (IST-UL) – esta taxa era ainda menor e fixava-se nos 1,3%. Esta área apresenta assim uma elevada capacidade de integração de profissionais, e sendo o MMAI um segundo ciclo no mesmo domínio científico, especialmente dirigido ao tecido empresarial/industrial, é expectável que os índices de empregabilidade sejam no mínimo semelhantes.

### 10.1 Avaliação da capacidade de atrair estudantes

As licenciaturas na área de Matemática, na zona da grande Lisboa, têm ficado preenchidas na 1<sup>a</sup> fase (DGES, 2012-2018) – 273 vagas para 1895 candidatos em 2018/19. Há assim consistentemente uma grande procura destes cursos na região de Lisboa, o que garante uma base de recrutamento alargada para mestrados em Matemática. Neste particular, há que salientar a LMATE já assegurada pelo ISEL-IPL desde 2016/17. Com uma oferta de 30 vagas (165,161,109 candidatos em, respetivamente, 2019/20, 2020/21, 2021/22), este curso orientado para o mundo empresarial/industrial afigura-se como principal plataforma de lançamento de alunos para o tipo de formação que o MMAI se propõe providenciar.

Há ainda um claro potencial de captação junto de licenciados em Matemática/Ciências/Engenharia já empregados (reforçado pelo facto de o MMAI funcionar em *regime pós-laboral*) que precisem de conhecimentos matemáticos mais especializados não adquiridos durante uma licenciatura.

### 10.2 Eventuais parcerias com outras instituições que lecionam ciclos de estudo similares

O ISEL tem estabelecidos diversos protocolos de cooperação com instituições do Ensino Superior tais como: Universidade Nova de Lisboa, Universidade de Évora, Universidade dos Açores, Universidade do Porto, Instituto Politécnico do Porto, Instituto Politécnico de Coimbra e Universidade de Lisboa. Adicionalmente, o ISEL dispõe de um serviço de relações externas, com diversos núcleos nesta área (Relações Institucionais, Relações Empresariais, Relações Internacionais, Relação com o Cliente) que promove parcerias interinstitucionais que se concretizam em protocolos de cooperação, encontrando-se definidos os procedimentos nos Estatutos do ISEL. Estes protocolos são reconhecidos pelo CTC e sujeitos posteriormente à aprovação institucional do Presidente do ISEL e homologação pelo presidente do IPL.

## 11 Comparação com ciclos de estudo de referência no espaço europeu

### 11.1 Exemplos de ciclos de estudo no espaço europeu com duração e estrutura semelhantes

- Universidade de Lisboa, Instituto Superior Técnico. Msc in Mathematics and Applications – specialization in Applied and Industrial Mathematics.
- Universidade de Coimbra. Msc in Mathematics – Specialization in Applied Analysis and Computation.
- Università degli Studi di Milano. Master programme in Industrial Mathematics
- Technical University of Eindhoven. Master in Industrial and Applied Mathematics
- Technical University of Denmark. Msc in Mathematical Modelling and Computation.
- University of Oxford. Msc in Mathematical Modelling and Scientific Computing.
- Chalmers University of Technology. Msc in Engineering Mathematics and Computational Science.
- Universidad Carlos III de Madrid. Master in Mathematical Engineering.
- Sofia University “St. Kliment Ohridski”. Msc in Applied Mathematics – Computational Mathematics and Mathematical Modeling.
- Wroclaw University of Technology. Msc in Applied Mathematics

### 11.2 Comparação com objetivos de aprendizagem de ciclos de estudo análogos no espaço europeu

A construção do MMAI, tal como a generalidade dos ciclos de estudo referidos na secção anterior, segue as recomendações do ECMI para os mestrados em Matemática para a Indústria.

Nomeadamente, os objetivos gerais de formar estudantes com capacidades matemáticas e computacionais para resolver problemas da indústria (em sentido lato), através do treino de competências analíticas, de modelação, de programação e de simulação, do conhecimento de métodos numéricos e promoção de experiência com modelos matemáticos na indústria.

A estrutura maioritária é de 4 semestres, com uma componente letiva de 90 ECTS e uma dissertação de 30 ECTS a realizar no quarto semestre.

Na estrutura do MMAI, reforçam-se as competências de modelação com a inclusão da UC Seminário de Modelação Matemática no terceiro semestre.

Sublinha-se a possibilidade de, em alternativa à dissertação o aluno poder realizar um estágio profissional numa das empresas/instituições parceiras.

## 12 Trabalho Final de Mestrado

O último semestre do ciclo de estudos é inteiramente dedicado à realização do Trabalho Final de Mestrado, que pode ser a realização de uma Dissertação em ambiente académico ou de um Estágio de Natureza Profissional em ambiente empresarial/industrial em alguma das empresas parceiras, o qual envolve a entrega de um Relatório Final.

A avaliação e discussão será realizada em prova pública perante um júri, constituído por três membros (incluindo o orientador), nomeado pelo Conselho Técnico-Científico.

## **12.1 Dissertação**

A Dissertação será realizada em ambiente académico e envolverá problemas/temas propostos por entidades parceiras (via protocolos estabelecidos) ou por docentes de qualquer departamento do ISEL, aprovados anualmente pela Comissão Coordenadora de Curso.

O trabalho com vista à dissertação é desenvolvido autonomamente pelo aluno, com a supervisão de um ou dois orientadores.

Está previsto que, na UC Projeto em Matemática Aplicada à Indústria, no terceiro semestre, caso optem pela realização de dissertação, os alunos escolham o respetivo tema, de uma lista fornecida pela Comissão Coordenadora de Curso, façam a respetiva revisão bibliográfica e elaborem o plano de trabalhos

## **12.2 Estágios**

Em alternativa à dissertação o aluno pode realizar um Estágio de Natureza Profissional numa das empresas/instituições parceiras. Sendo este o segundo ano do MMAI, ainda não funcionaram quaisquer estágios. Contudo, através da LMATE, o DM-ISEL tem já uma experiência relevante nesta área. Desde o ano letivo de 2018/2019 até ao ano letivo 2021/2022 a LMATE realizou 65 estágios nas entidades parceiras.,

Até 2020/2021, a LMATE realizava um seminário regular, às quartas-feiras, onde as empresas parceiras, após uma breve apresentação institucional, expunham alguns problemas que gostariam de ver abordados nos seus estágios, havendo depois uma sessão de esclarecimento por parte da Comissão Coordenadora da LMATE, no final de cada ano letivo.

A partir de 2021/22 os seminários das empresas passaram a ser concentrados num *workshop* de dois dias, dirigido também aos alunos do MMAI, a realizar no mês de Maio.

No caso do MMAI, está previsto que, na UC Projeto em Matemática Aplicada à Indústria, no terceiro semestre, caso optem pela realização de estágio os alunos escolham o seu estágio, façam a respetiva revisão bibliográfica e elaborem o plano de trabalhos.

Tipicamente os estágios são orientados por dois orientadores docentes do ISEL e um orientador da entidade parceira, estendendo assim o espaço para discussão.

## **12.3 Protocolos com as entidades onde os estudantes completam a sua formação**

O DM-ISEL tem atualmente mais de 30 entidades parceiras com protocolos firmados com o ISEL, os quais abrangem essencialmente três tipos de colaboração:

- Participação em seminários;
- Oferta de estágios curriculares aos alunos do MMAI e da LMATE;
- Projetos de consultoria executados por docentes do DM-ISEL.

O quadro seguinte contém a lista atual das entidades parceiras do ISEL que colaboram com MMAI e a LMATE.



## 13 Análise SWOT do ciclo de estudos

### 13.1 Pontos fortes

O MMAI é um ciclo de estudos que contribui para a sustentabilidade e desenvolvimento dos sectores económicos; a composição da estrutura curricular enquadra-se nos objetivos propostos; a criação e funcionamento do curso têm baixos custos marginais; baseia-se numa forte ligação entre o mundo académico e o mundo empresarial; potencia a afirmação do ISEL junto de potenciais formandos e das empresas; dada a elevada empregabilidade na área da Matemática, proporciona a possibilidade de integração rápida dos diplomados do MMAI no mercado de trabalho; o DM-ISEL possui um corpo docente altamente qualificado e relativamente jovem, onde um número significativo de docentes integra (ou colabora com) centros de investigação reconhecidos; o ISEL possui instalações próprias em localização privilegiada.

### 13.2 Pontos fracos

Como pontos fracos do MMAI podem indicar-se: a fraca qualidade de algumas instalações e equipamentos; a limitação da mancha horária em regime pós-laboral; falta de tradição da instituição na lecionação de cursos de matemática.

### 13.3 Oportunidades

Podem mencionar-se as seguintes oportunidades: a criação de uma oferta formativa numa área de especialização com procura em grande crescimento no mundo empresarial/industrial; o suscitar de novos temas de investigação; a potenciação do desenvolvimento tecnológico e económico do sector empresarial/industrial; a possibilidade de prestação de serviços em áreas afins ao curso; o fomento

da interdisciplinaridade no ISEL; a inserção do ISEL como pólo na rede europeia de Matemática para a Indústria (ECMI - European Consortium for Mathematics in Industry) e consequente visibilidade acrescida a nível internacional; a participação em projetos de I&D, tanto a nível nacional como comunitário, contribuindo para a produção científica/tecnológica nacional..

### **13.4 Constrangimentos**

Relativamente aos constrangimentos podem referir-se: possíveis quebras no ambiente económico, com a consequente redução de recursos financeiros e ofertas de trabalho; uma eventual flutuação negativa no número de candidatos ao ensino superior; perda eventual da capacidade financeira de potenciais formandos para suportar os custos associados à frequência de um curso superior; o possível impacto negativo na percepção dos potenciais candidatos, da falta de tradição da instituição na lecionação de cursos de matemática.

### **13.5 Conclusões**

Devido à crescente complexidade dos desafios empresariais/industriais, este sector tem sido alvo de uma crescente procura de profissionais com conhecimentos mais especializados na área da Matemática (que frequentemente não tiveram oportunidade de adquirir durante uma licenciatura).

Tomando como referência a análise SWOT realizada, em conjunto com os dados disponibilizados pela DGES, pode concluir-se a existência de uma oportunidade clara associada às necessidades existentes no mundo empresarial/industrial.

O caráter integrador da formação em Matemática Aplicada para a Indústria traduz-se num perfil que não se encontra em cursos tradicionais de Matemática e de Engenharia, constituindo-se assim como uma efetiva mais-valia na resposta aos desafios atuais nas empresas/indústria. O plano curricular proposto permite formar profissionais essencialmente alinhados com o ramo identificado pelo ECMI como Tecnomatemática (<https://ecmiindmath.org/education/ecmi-model-master-in-mathematics-for-industry/>), combinando uma forte componente matemática com outra complementar em ciências da Engenharia (incluindo uma atenção especial ao domínio do tratamento de dados em larga escala), disponibilizando assim ao mercado de trabalho profissionais com as competências ajustadas às necessidades. A formação ministrada no âmbito do curso proposto constituirá um contributo importante para o desenvolvimento do tecido económico, de modo a garantir a competitividade das organizações.

Sendo certo que podem surgir constrangimentos, considera-se que a atratividade e empregabilidade desta oferta formativa, bem como a crescente presença da Matemática junto do universo empresarial/industrial e a resiliência da instituição proponente (ISEL), serão determinantes para ultrapassar eventuais dificuldades futuras.

## **14 Histórico de funcionamento**

### **14.1 2021-2022**

Em setembro de 2021 teve início a primeira edição do MMAI, o primeiro mestrado na área de matemática do sistema de Ensino Superior Politécnico português. Neste primeiro ano, possivelmente causado em parte pela pandemia, a procura não correspondeu às expetativas. Apesar de se inscreverem três dos sete candidatos aprovados. Apesar do baixo número de inscrições no primeiro ano, a Direção do ISEL considerou a importância estratégica do MMAI e a sua confiança neste projeto, permitindo a sua abertura. Assim o MMAI abriu em setembro de 2021 com três alunos, dois oriundos da LMATE e outra oriunda da Licenciatura em Engenharia Informática Redes

e Telecomunicações (LEIRT) do ISEL.

Todos os alunos se inscreveram em regime de tempo inteiro e optaram pelo perfil P3 – Tratamento de Dados,

Os dois alunos oriundos da LMATE concluíram com aproveitamento todas as UC do primeiro ano e a aluna oriunda da LEIRT concluiu com aproveitamento seis das oito UC. Tendo posteriormente desistido do MMAI.

## **14.2 2022-2023**

No ano letivo 2022-2023, inscreveram-se no MMAI onze novos alunos, sete oriundos da LMATE e quatro de cursos externos ao ISEL. Destes quatro, dois são oriundos de licenciaturas em matemática, um de engenharia eletrotécnica e outro de engenharia informática.

Destes onze novos alunos, sete inscreveram-se em regime de tempo inteiro e quatro em regime de tempo parcial, sendo que todos os inscritos em regime de tempo parcial são trabalhadores estudantes. Todos optaram pelo perfil P3 – Tratamento de Dados,

Quanto ao aproveitamento no primeiro semestre, seis dos sete alunos em tempo inteiro concluíram com aproveitamento todas as UC e um concluiu três em cinco UC, note-se que este aluno é trabalhador estudante. Dos alunos em tempo parcial, um não obteve aproveitamento em nenhuma UC, dois em uma e um em duas.

No segundo semestre, novamente seis dos sete alunos em tempo inteiro concluíram com aproveitamento todas as UC e o aluno trabalhador estudante concluiu três em cinco UC. Dos alunos em tempo parcial, um não obteve aproveitamento em nenhuma UC, um em uma e dois em duas.

Dos dois alunos do terceiro semestre, um concluiu com aproveitamento as cinco UC e outro apenas quatro. O segundo aluno inscreveu-se no segundo semestre noutra UC optativa, Mineração de Dados em Larga Escala, para concluir a parte letiva, tendo obtido aproveitamento. Um dos alunos está atualmente a concluir a sua dissertação de mestrado, com o tema “Métodos para a Definição de Estratégias de Negociação Aplicadas a Criptoativos” e o outro já a concluiu, com o tema “Comparação entre Métodos de Interpretabilidade em Detecção de Objetos” estando a respetiva apresentação prevista para setembro de 2023.

## **14.3 Comissão Coordenadora de Curso**

Durante o período de instalação, a Comissão Coordenadora de Curso interina foi composta pelos professores: Luís Manuel Ferreira Silva (Coordenador), Sérgio Paulo Fino de Sousa Lopes e Teresa Maria de Araújo Melo Quinteiro e, a partir de 6 de dezembro de 2021, pelo estudante delegado de curso, Tomás Malaca

Em 12 de janeiro de 2023 tomou posse a primeira Comissão Coordenadora de Curso eleita do MMAI, composta pelos docentes Luís Manuel Ferreira Silva (Coordenador), Ana Alexandra Antunes Figueiredo Martins, Filipe Santiago Cal, Teresa Maria de Araújo Melo Quinteiro e pelos estudantes Beatriz Batista Coimbra (nº 47549) – Estudante Delegado de Curso do MMAI representante do 1º ano, Tomás Malaca (nº 46394) – Estudante do MMAI representante do 2º ano.

O Coordenador de Curso e o Estudante Delegado de Curso têm assento no Conselho Pedagógico do ISEL.

## 14.4 Horário

O MMAI funciona entre segunda-feira e sexta-feira, em blocos de 90 minutos, das 18:30 às 23:00.

A partir do segundo semestre de 2023, foi implementado, a título experimental, um modelo em que cada dia é dedicado exclusivamente a uma UC. Têm sido apontadas como vantagens deste modelo: a redução do número de deslocações semanais ao ISEL, no caso dos alunos em tempo parcial e dos docentes. Maior facilidade na gestão do tempo de aula, por parte dos docentes e dos alunos. Desvantagens: ser muito cansativo para os docentes.

## 14.5 UC opcionais

Até ao momento, as UC opcionais escolhidas foram:

primeiro semestre: [Aprendizagem e Mineração de Dados](#)

segundo semestre: [Aprendizagem Automática Avançada](#)

terceiro semestre: [Inteligência Artificial e Sistemas Cognitivos, Gestão de Empresas](#)

quarto semestre: [Mineração de Dados em Larga Escala](#)

Uma vez que, até ao momento, não funcionaram nenhuma UC optativas da área científica de matemática, a partir do ano letivo 2023-2024 o MMAI irá disponibilizar a UC Métodos Matemáticos para Reconhecimento de Imagem, para o primeiro e o terceiro semestres.

## 14.6 Erasmus

Em 2023 teve início a participação do MMAI no Programa Erasmus, estando no momento a decorrer o processo para que, no semestre de inverno de 2023-2024, dois alunos do MMAI vão, através deste programa, frequentar, respetivamente, a *Università di Roma “la Sapienza”* e a *Université de Toulouse*.

Espera-se que este movimento *outgoing* se mantenha e que, em breve, o MMAI também comece a receber estudantes *ongoing*. Para isso, todas as UC estão preparadas para serem lecionadas em língua inglesa, caso seja necessário.

## 14.7 ECMI

O ISEL é, desde 2022, membro do ECMI e o Professor Luís Manuel Ferreira da Silva é o responsável no ISEL por esta ligação. Em 2022 iniciou-se o processo de acreditação do ISEL, através do MMAI, como ECMI Teaching Center.

## 14.8 Bolsas

Durante o ano letivo de 2022-2023, foi atribuída à aluna do MMAI, Beatriz Coimbra, uma Bolsa de Investigação para Estudante de Mestrado pelo CEAUL, Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa, no âmbito do Projeto UIDP/00006/2020.

Durante o ano letivo de 2023-2024, serão atribuídas duas Bolsas de Investigação para Estudante de Mestrado pelo CIMA, Centro de Investigação em Matemática e Aplicações, no âmbito do Projeto UID/MAT/04674/2013.

## 14.9 Atividades extra-curriculares

MATH'23 Networking Workshop, ISEL, 11 e 12 de Maio de 2023. Workshop de dois dias, onde as entidades parceiras, após uma breve apresentação institucional, apresentam aos alunos da LMATE e do MAAI, os problemas que pretendem que venham a ser abordados nos respetivos estágios.

Atividades no âmbito da bolsa de investigação atribuída à aluna Beatriz Coimbra, correspondente ao projeto *Dinâmicas em Redes de Contacto Aleatórias: propagação epidémica em modelos SIS e SIR*, de março a julho de 2023 (supervisores: J. Leonel Rocha e S. Carvalho):

1- Apresentação de comunicação em congresso nacional: *Dynamics in Random Contact Networks: epidemic propagation in SIS and SIR models*, Beatriz Coimbra, J. Leonel Rocha e S. Carvalho, Lisbon Young Mathematicians Conference 2023.

2- Apresentação de comunicação em congresso internacional: *SIS and SIR Epidemic Dynamics in Random Contact Networks*, Beatriz Coimbra, J. Leonel Rocha e S. Carvalho, CHAOS 2023  
[http://www.cmsim.org/images/CHAOS2023\\_program.pdf](http://www.cmsim.org/images/CHAOS2023_program.pdf)

3- Artigo em fase de submissão: *Probabilistic Procedures for SIR and SIS Epidemic Dynamics on Contact Erdős-Rényi Networks*, J. Leonel Rocha, S. Carvalho and B. Coimbra.

Trabalhos de iniciação à investigação com alunos do MMAI:

1- Apresentação de comunicação em congresso nacional: *Exploring Complex Interactions in Tree-Mycorrhizal Fungus Networks: Community Analysis and Centrality Measures*, João Marques e J. Leonel Rocha, Lisbon Young Mathematicians Conference 2023, Universidade Aberta

- <https://novamath.fct.unl.pt/lymc-2023-lisbon-young-mathematicians-conference/>

2- Apresentação de trabalho no ISEL: *Introdução ao Estudo das Redes Fúngicas*, João Marques, José Casimiro e Rui Nobre, (supervisores: J. Leonel Rocha e S. Carvalho), AFTER-LMATE 2023, ISEL.

3- Artigo em fase de submissão: *Influence Maximization Dynamics and Topological Order on Erdős-Rényi Networks*, J. Leonel Rocha, S. Carvalho, B. Coimbra, I. Henriques and J. Pereira.

Estágio de curta duração CEAUL: Programa Sê Investigador Por Três Semanas! - 4.<sup>a</sup>

Edição, <http://ceaul.org/se-investigador-por-tres-semanas-edicao-2023/>

1- Beatriz Coimbra, *Procedimentos probabilísticos aplicados aos modelos de propagação epidémica SIS e SIR*, (supervisores: J. Leonel Rocha e S. Carvalho).

2- João Marques, *Distribuição e Correlação de Graus em Redes Micorrízicas de Árvores*, (supervisores: J. Leonel Rocha).

## 15 Fichas de Unidade Curricular

### 15.1 Técnicas estatísticas para análise de mineração de dados

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

**1. Caracterização da Unidade Curricular.**

**1.1. Designação da unidade curricular** (1.000 carateres).

Técnicas estatísticas para análise de mineração de dados / Statistical techniques for data mining analysis

**1.2. Sigla da área científica em que se insere** (100 carateres).

MAT

**1.3. Duração<sup>1</sup>** (100 carateres).

Semestral

**1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup>** (100 carateres).

162

**1.5. Horas de contacto<sup>3</sup>** (100 carateres).

TP: 45; PL:22.5

**1.6. ECTS.** (100 carateres).

6

**1.7. Observações<sup>4</sup>.** (1.000 carateres).

**1.7. Remarks.** (1.000 carateres).

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular.** (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Sandra Maria da Silva Figueiredo Aleixo (22.5h)

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

Iola Maria Silvério Pinto (22.5h)

Carlos José Brás Geraldes (22.5h)

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes) (1.000 carateres).**

A UC introduz algoritmos e métodos estatísticos para mineração de dados. Alia estatística, bases de dados e computação. Os objetivos são:

1. Rever conceitos de Probabilidade e Estatística. Identificar as fases de um projeto de Ciência de Dados (PCD). Aprender conceitos e técnicas estatísticas de aprendizagem automática (AA)
2. Identificar o tipo de dados e aprender métodos para a sua preparação e pré-processamento
3. Planear e implementar uma base de dados segundo o modelo relacional
4. Aplicar técnicas para transformação no âmbito dos modelos de regressão nomeadamente modelos lineares generalizados, modelos aditivos generalizados e redes neurais
5. Conhecer a base matemática dos métodos de AA apresentados, saber manuseá-los, identificar e interpretar várias formas e tipos de resultados
6. Avaliar os resultados obtidos com as técnicas de AA, usando e interpretando as medidas de desempenho
7. Usar softwares apropriados
8. Realizar um PCD no âmbito da regressão, com metodologias adequadas

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students) (1.000 characters).**

The CU introduces statistical data mining algorithms and methodologies. It combines statistics, databases and computation. The intended outcomes are:

1. Review concepts of Probability and Statistics. To describe the several stages of a Data Science project (DSP). To know the concepts and statistical techniques of machine learning (ML)
2. Identify the type of data and to know the methodologies for its preparation and preprocessing
3. Planning and implement a data base accordingly to the relational model
4. Apply techniques for transformation in the regression models context, such as generalized linear model, generalized additive model and neural networks
5. Know the mathematical basis of the ML methods presented, know how to handle them, identify and interpret various forms and types of results
6. Evaluate the results obtained with the ML techniques, using and interpreting the

- performance measures
7. Use appropriate software
  8. Complete a DSP under the regression, with appropriate methodologies

**5. Conteúdos programáticos (1.000 caracteres).**

1. Revisão de Probabilidade e Estatística.
2. Introdução à Mineração de Dados. Projeto de Mineração de Dados.
3. Dados: Tipos; Qualidade; Pré-processamento.
4. Bases de Dados: Modelo Entidade Relacionamento; Implementação do Modelo Físico; Consultas.
5. Métodos Lineares para Regressão - Ridge e Lasso.
6. Modelos Lineares Generalizados. Modelos de Regressão Logística.
7. Análise de Sobrevida.
8. Métodos Não Lineares para Regressão.
9. Modelos Aditivos Generalizados.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Review of Probability and Statistics.
2. Introduction to Data Mining. Data Mining Project.
3. Data: Type; Quality; Pre-processing.
4. Data Bases: The Entity-Relationship Model; Physical Model implementation; Queries.
5. Regression Linear Methods - Ridge and Lasso.
6. Generalized Linear Models. Logistic Regression Models.
7. Survival Analysis.
8. Non Linear Regression Methods.
9. Generalized Additive Models.

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 caracteres).**

Os pontos 1 e 2 dos conteúdos programáticos pretendem alcançar o ponto 1 dos objetivos

O ponto 3 dos conteúdos programáticos introduz os conceitos necessários para atingir o ponto 2 dos objetivos

O ponto 4 dos conteúdos programáticos pretende alcançar o ponto 3 dos objetivos

Os restantes pontos (5 a 9) dos conteúdos programáticos pretendem alcançar os restantes objetivos (4 a 8)

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

Topics 1 and 2 of the syllabus aims to achieve the topic 1 of the objectives

Topic 3 of the syllabus introduces the concepts necessary to achieve the objectives topic 2

Topic 4 of the syllabus aims to achieve the topic 3 of the objectives

The rest of syllabus topics (5 until 9) focuses on the consolidation of goals 4 until 8

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

As aulas são teórico-práticas. É utilizada uma metodologia expositiva para a apresentação da matéria teórica, exemplificada com a resolução de exercícios e de problemas concretos, implementada computacionalmente usando a linguagem R.

A avaliação de conhecimentos compreende duas componentes, uma teórica (NT) e outra prática (NP). A componente teórica é constituída por um exame (nota mínima de 9,5 valores). A componente prática é constituída por um trabalho de grupo (nota mínima de 9,5 valores). Este trabalho será um dos casos de estudo apresentado de entre vários, deve ser desenvolvido ao longo do semestre e deve integrar as várias fases de um projeto de Ciência de Dados.

A nota final do aluno (NF) será obtida através da fórmula  $NF=0.5NT+0.5NP$ .

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

The classes are theoretical-practical. An expository methodology is used for the presentation of the theoretical matter, exemplified with the resolution of exercises and concrete problems, implemented in a computational way using R language.

The knowledge assessment comprises two components, one theoretical (TG) and another practical (PG). The theoretical component consists of an exam (minimum grade of 9.5 points). The practical component consists of a group work (minimum grade of 9.5 values). This work will be one of the case studies presented among several, should be developed throughout the semester and should integrate the various phases of a Data Science project.

The student's final grade (FG) will be obtained through the formula  $FG = 0.5TG + 0.5PG$ .

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As metodologias de ensino são coerentes com os objetivos da unidade curricular, dado que a metodologia expositiva utilizada para explicar a matéria teórica possibilita atingir os objetivos da unidade curricular. A utilização de exemplos resolvidos computacionalmente associados aos diversos tópicos do programa, permite dotar os alunos de competências adequadas para a resolução dos desafios colocados pelo tecido empresarial no mercado de trabalho. A elaboração de um projeto completo de Ciência de Dados, usando metodologias apropriadas, será uma mais-valia para quando os alunos iniciarem a sua atividade profissional.

O método de avaliação permite averiguar se o aluno adquiriu os conhecimentos necessários para atingir os objetivos propostos na unidade curricular.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes. (3.000 characters).**

The teaching methodologies are consistent with the objectives of the curricular unit, given that the expository methodology used to explain the theoretical subject makes it possible to reach the objectives of the curricular unit. The use of computationally solved examples, associated with the various topics of the program allows students to have adequate skills to

solve the challenges posed by the job market. The implementation of a complete Data Science project, using appropriate methodologies, will be an advantage when students begin their professional activity.

The evaluation method allows to verify if the student has acquired the necessary knowledge to reach the objectives proposed in the curricular unit.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

1. James, G., Witten, D., Hastie, T. and Tibshirani, R., An Introduction to Statistical Learning with Applications in R. Springer Texts in Statistics (2017).
2. Hastie, T., Tibshirani, R. and Friedman, J., The elements of statistical learning. Springer (2017).
3. Bishop, C. M., Pattern Recognition and Machine Learning, Springer (2006)
4. Tan, P.-N., Steinbach, M., Karpatne, A., Kumar, V., Introduction to Data Mining, Pearson (2019)
5. Witten, I. H., Frank, E. and Hall M. A., Data mining: practical machine learning tools and techniques. Morgan Kaufmann (2011).
6. Hand, D. J., Mannila, H. and Smyth, P., Principles of data mining. The MIT Press (2001).
7. Torgo, L., Data mining with R – learning with case studies. CRC Press (2010).
8. Zhao, Y., R and Data Mining: Examples and Case Studies, Elsevier (2012).
9. Lantz, B., Machine Learning with R, Packt (2013).
10. Muller, A. and Guido, S., Introduction to Machine Learning with Python, O'Reilly (2017).

## 15.2 Métodos de Previsão

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

1. Caracterização da Unidade Curricular.

1.1. Designação da unidade curricular (*1.000 carateres*).

Métodos de Previsão

1.2. Sigla da área científica em que se insere (*100 carateres*).

ME

1.3. Duração<sup>1</sup> (*100 carateres*).

Semestral

1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (*100 carateres*).

162

1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (*100 carateres*).

TP: 67.5

1.6. ECTS (*100 carateres*).

6

1.7. Observações<sup>4</sup> (*1.000 carateres*).

1.7. Remarks (*1.000 carateres*).

2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (*preencher o nome completo*) (*1.000 carateres*).

Ana Alexandra Antunes Figueiredo Martins (67.5h)

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (*1.000 carateres*).**

Alda Cristina Jesus Valentim Nunes de Carvalho

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (*1.000 carateres*).**

Após aprovação na unidade curricular, o aluno deverá possuir a capacidade de:

1. Utilizar os principais métodos determinísticos para análise de series temporais.
2. Aplicar modelos estocásticos de series temporais.
3. Avaliar comparativamente modelos alternativos para series temporais.
4. Avaliar resultados de previsões.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (*1.000 characters*).**

After being approved in the course, the student should have the ability to:

1. Use the main deterministic methods for analyzing time series.
2. Apply stochastic models for time series.
3. Evaluate and compare alternative time series' models.
4. Evaluate forecasting results.

**5. Conteúdos programáticos (*1.000 carateres*).**

1. Introdução ao estudo de séries temporais.
2. Métodos de decomposição de séries temporais.
3. Métodos de alisamento exponencial.
4. Séries temporais e processos estocásticos.
5. Modelos para séries estacionárias.
6. Modelos para séries não estacionárias.
7. Identificação de modelos, estimativa de parâmetros, avaliação e seleção de modelos.

8. Previsão.
9. Introdução à análise espectral.
10. Modelos em espaço de estados. Filtro de Kalman.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Introduction to the study of time series.
2. Methods of time series decomposition.
3. Exponential smoothing methods.
4. Time series and stochastic processes.
5. Models for stationary series.
6. Models for non-stationary series.
7. Identification of models, parameter estimation, evaluation and selection of models.
8. Forecasting.
9. Introduction to spectral analysis.
10. State space models. Kalman filter.

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

Os conteúdos programáticos estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, atendendo a que:

- Os pontos 1, 2, 3 e 9 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar os pontos 1 e 4 dos objetivos;
- Os pontos 4, 5, 6, 7 e 10 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar os pontos 2, 3 e 4 dos objetivos;
- O ponto 8 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 4 dos objectivos.

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

The contents are consistent with the objectives of the course, given that:

- Items 1, 2, 3 and 9 of the syllabus intend to achieve goals 1 and 4;
- Items 4, 5, 6, 7 and 10 of the syllabus intend to achieve goals 2, 3 and 4;
- Item 8 of the syllabus aims to achieve the goal 4.

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

As aulas são teórico-práticas. A componente teórica deverá ser apresentada como um conjunto de ferramentas de análise necessárias à resolução de problemas, que sejam motivadores da aprendizagem das técnicas. A componente prática assenta na resolução de casos de estudo. A resolução dos casos práticos associados aos diversos conteúdos é implementada computacionalmente usando um software livre (preferencialmente o R). São disponibilizados aos alunos elementos de apoio aos conteúdos programáticos.

A avaliação de conhecimentos compreende duas componentes, uma teórica e outra prática. A componente teórica é constituída por um exame (nota mínima de 9,5 valores). A componente prática é constituída por um trabalho (nota mínima de 9,5 valores), com apresentação e discussão obrigatória, com ponderação de 50% na nota final.

A nota final do aluno, NF, será obtida através da fórmula

$$NF=0,5\ NT+0,5\ NP$$

onde NT representa a nota da componente teórica e NP a nota da componente prática.

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Classes are theoretical and practical. The theoretical component should be presented as a set of analysis tools required to solve problems, that motivate learning. The practical component is based on the resolution of case studies. The resolution of the practical cases associated with various contents is implemented computationally using a free software (preferably R). They are made available to students elements of support for program content.

The knowledge assessment comprises two components, theoretical and practice. The theoretical component consists of a final exam (at least 9.5 values). The practical component consists of a work (minimum grade of 9.5 values), with presentation and discussion, with 50% weighting on final grade.

The final grade, NF, will be obtained by the formula

$$NF=0,5\ NT+0,5\ NP,$$

where NT represents the grade of theoretical component and NP the grade of the practice component. To be approved, the student must obtain a minimum score of ten values in NF.

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As metodologias de ensino estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, dado que a metodologia utilizada para apresentar a teoria, possibilita atingir especificamente todos os objetivos da unidade curricular. A exemplificação com problemas, permite ao aluno perceber como aplicar a matéria usada em situações reais da sua vida profissional. A metodologia utilizada pretende fornecer conhecimentos para formalizar um problema, escolher os métodos adequados a aplicar e proceder à sua correta aplicação. A resolução de exercícios com recurso à utilização de um software livre (preferencialmente o R), possibilita

ao aluno apreender o modo real de resolução deste tipo de problemas na sua vida profissional.

Os métodos de avaliação permitem averiguar se o aluno adquiriu conhecimentos suficientes para atingir os objetivos propostos na unidade curricular.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Teaching methodology are consistent with the objectives of the course, given that the methodology used to present the theory, enables achieving all the objectives of the course. The exemplification in problems resolution, allows students to understand how to apply the material used in real situations of their professional lives. The methodology aims to provide knowledge to formalize a problem, choose the appropriate methods to apply and provide for their proper application. The resolution of exercises with the use of free software (preferably R), enables the student to learn the real way of solving this kind of problems in professional life context.

Knowledge assessment methods enable to find out if the student has acquired sufficient knowledge, in order to achieve the objectives proposed in the course.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

Bowerman, B.; O'Connel, R., Forecasting and Time Series, Duxbury Press (1993).

Cryer, J., Chan, K., Time Series Analysis with Applications in R, Springer (2008).

Gujarati, D.; Porter, D., Basic Econometrics, McGraw Hill (2009).

Hyndman, R. J., Makridakis, S., & Wheelwright, S. C. Forecasting—Methods and Applications. (1998).

Murteira, B., Müller, D., Turkman, K., Análise de Sucessões Cronológicas, McGraw Hill (1993).

Wei, W., Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods, Pearson (2006).

## 15.3 Grafos e Redes

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

**1. Caracterização da Unidade Curricular.**

**1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Grafos e Redes / Graphs and Networks

**1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

**1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

**1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162h

**1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

T – 37,5h; TP - 30h

**1.6. ECTS (100 carateres).**

6

**1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

**1.7. Remarks (1.000 carateres).**

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

José Leonel Linhares da Rocha - 33,75h

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

Sónia Raquel Ferreira Carvalho - 33,75h

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

**(1.000 carateres).**

Os alunos que terminam com sucesso esta unidade curricular serão capazes de:

1. Identificar e utilizar conceitos e fundamentos sobre teoria de grafos;
2. Interpretar e resolver problemas clássicos de redes e fluxos, com aplicações às redes de comunicação;
3. Representar redes, determinar estatísticas de distâncias e coeficiente de clustering;
4. Analisar a centralidade de uma rede;
5. Caracterizar redes aleatórias: clássicas (Erdős-Rényi), pequeno mundo (Watts-Strogatz) e livres de escala (Barabasi-Albert);
6. Aplicar os conceitos abordados na unidade curricular à análise de redes sociais.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

The students that are approved in this curricular unit should be able to:

1. Identify and use general concepts and fundamentals on graph theory;
2. Understand and solve classical problems on networks and flows, in particular in communication networks;
3. Represent networks and compute the distance statistics and clustering coefficient of a network;
4. Analyze the network centrality;
5. Characterize random networks: classical (Erdős-Rényi), small world (Watts-Strogatz) and scale-free (Barabasi-Albert);
6. Apply the concepts learned in this unit to analyze social networks.

**5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

**1. Generalidades sobre teoria de grafos**

- Fundamentos: grafos orientados e não orientados; grafos etiquetados e não etiquetados; métrica; subgrafos
- Distância e conexidade: grafos conexos, componentes conexas; grafos fortemente conexos
- Isomorfismos, invariantes e teoria espectral

- Árvores: propriedades e terminologia; redes de transportes; árvores como estruturas de dados

## 2. Redes e fluxos

- Fluxo máximo
- Fluxo de custo mínimo
- Redes de comunicação

## 3. Análise de redes

- Representação de redes
- Grau: distribuição e correlações
- Estatísticas de distâncias
- Coeficiente de clustering : local e global
- Centralidade

## 4. Redes aleatórias

- Redes aleatórias clássicas (Erdős-Rényi): distribuição de graus; métricas para grafos aleatórios
- Redes pequeno mundo (Watts-Strogatz)
- Redes livres de escala (Barabasi-Albert)

## 5. Redes sociais

- Contexto histórico e exemplos
- Centralidade e prestígio; equilíbrio estrutural; subgrupos coesivos; redes de afiliação
- Equivalência estrutural, automórfica e regular

## 5. Syllabus (1.000 characters).

### 1. Introduction to graph theory

- General concepts: graphs and directed graphs; weighted and non-weighted graphs; metrics; subgraphs
- Distance and connectivity: connected graphs, clusters; connectivity for directed graphs
- Invariants and isomorphisms, spectral graph theory
- Trees: fundamentals; trees and transportation networks; trees as data structures; spanning trees

### 2. Networks and flows

- Maximum flows

- Minimum cost flows
- Communication networks

### 3. Network analysis

- Network representations
- Vertex degrees: degree distribution; degree correlations
- Distance statistics
- Clustering coefficient
- Centrality

### 4. Random networks

- Classical random networks (Erdős-Rényi): degree distribution; metrics on random graphs
- Small worlds networks (Watts-Strogatz)
- Scale-free networks (Barabasi-Albert)

### 5. Social networks

- Historical background and examples
- Centrality and prestige; structural balance; cohesive subgroups; affiliation networks
- Equivalence: structural, automorphic and regular

## 6. Demontração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

Os conteúdos programáticos são coerentes com os objetivos da unidade curricular, atendendo a que:

O ponto 1 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 1 dos objetivos de aprendizagem;

O ponto 2 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 2 dos objetivos de aprendizagem;

O ponto 3 dos conteúdos programáticos pretende concretizar os pontos 3 e 4 dos objetivos de aprendizagem;

O ponto 4 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 5 dos objetivos de aprendizagem;

O ponto 5 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 6 dos objetivos de aprendizagem.

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

The coherence of syllabus with curricular unit's goals is assured because:

Topic 1 of syllabus implements point 1 of the intended learning outcomes;

Topic 2 of syllabus implements point 2 of the intended learning outcomes;

Topic 3 of syllabus implements points 3 and 4 of the intended learning outcomes;

Topic 4 of syllabus implements point 5 of the intended learning outcomes;

Topic 5 of syllabus implements point 6 of the intended learning outcomes.

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Ensino teórico-prático, de 30 aulas/semestre, correspondentes a 60 horas de contacto. O tempo total de trabalho do aluno é de 162 horas. Utiliza-se metodologia expositiva para apresentação da matéria. Os alunos consolidam conhecimentos resolvendo exercícios que constam na bibliografia e que são fornecidos pelo docente.

A avaliação é feita por exame, com duração de 2h30m, e com aprovação com nota maior ou igual a 10 valores.

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

The teaching is both theoretical and practical, with 30 classes/semester, corresponding to 67.5 contact hours. Total work time of a student is about 162 hours. An expositive methodology is used for theoretical. Students consolidate the acquired knowledge solving exercises proposed by teachers.

Evaluation by exam, 2.5 hours, it calls for a mark of 10 or more points.

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As metodologias de ensino são coerentes com os objetivos da unidade curricular uma vez que, à exposição teórica e formal dos conceitos, se associa a sua concretização em contexto real. A exemplificação com problemas no âmbito dos diversos tipos de redes permite aos alunos perceber onde e como aplicar os conhecimentos adquiridos em situações reais. A bibliografia e os materiais de apoio disponibilizados, pela sua organização, conteúdo e diversidade, possibilitam ao aluno acompanhar convenientemente todos os tópicos da matéria e são um valioso instrumento de estudo individual.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Coherence of teaching methodologies with the intended learning outcomes is assured, as formal and theoretical concepts are associated with their realization in a real life context. Examples and exercises in the field of networks allow students to understand where and how to apply the acquired knowledge to real life situations. The references and the material provided, due to their organization, contents and diversity, allow students to conveniently follow all syllabus topics, constituting a valuable individual study instrument.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 caracteres).**

- L. Barabasi, M. Pósfai, *Network Science*, Cambridge University Press, 2016
- B. Bollobás, *Random Graphs*, Cambridge University Press, 2001
- D. M. Cardoso, J. Szymanski, M. Rostami, *Matemática Discreta: combinatória, teoria dos grafos e algoritmos*, Escolar Editora, 2008
- V. Latora, V. Nicosia, G. Russo, *Complex Networks: principles, methods and applications*, Cambridge University Press, 2017
- M. Newman, *Networks: an introduction*, Oxford University Press, 2010
- K. H. Rosen, *Handbook of Discrete and Combinatorial Mathematics*, Taylor & Francis Ltd, 2017

## **15.4 Modelos Estatísticos Avançados**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

**1. Caracterização da Unidade Curricular.**

**1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Modelos Estatísticos Avançados/Advanced Statistical Models

**1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

**1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

**1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162

**1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

TP: 45 PL:22.5

**1.6. ECTS (100 carateres).**

6

**1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

**1.7. Remarks (1.000 carateres).**

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Ana Filipa Martinó da Silva Pontes Prior (67.5 h)

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (*1.000 carateres*).**

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

*(1.000 carateres).*

Esta unidade curricular pretende fundamentar o conhecimento dos alunos na área dos fenómenos estocásticos, mais concretamente:

1. Conhecimento de algumas das noções essenciais para a construção dos processos estocásticos tais como a de esperança condicionada segundo Kolmogorov.
2. Identificar uma cadeia de Markov e utilizar as propriedades deste tipo de processos para análise de um modelo concreto.
3. Mesmo tipo de competências do ponto 2 para o processo de Poisson.
4. Reconhecer e utilizar as principais propriedades de exemplos de processos estocásticos em tempo discreto e em tempo contínuo com relevo para as aplicações.
5. Implementar casos a estudar utilizando o software “R”.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (*1.000 characters*).**

This course intends to give appropriate knowledge foundations for the study of the evolution of random phenomena, namely:

1. Knowledge of some essential notions for the understanding of stochastic processes such as Kolmogorov's conditional expectation.
2. To identify a Markov chain and utilize the characteristic properties of this type of processes for the analysis of a concrete model.
3. Identical set of competencies of point 2 for Poisson process.

4. To acknowledge and make use of the main properties of chosen examples of stochastic processes in discrete and continuous time pertinent for applications.
5. Implement cases to be studied using the “R” software.

**5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

1. Introdução e conceitos fundamentais.
2. Cadeias de Markov.
3. Processo de Poisson.
4. Cadeias de Markov em tempo contínuo.
5. Movimento Browniano

**5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Introduction and fundamental concepts.
2. Markov Chains.
3. Poisson Process.
4. Continuous-Time Markov Chains.
5. Brownian motion.

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

Os conteúdos programáticos estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, atendendo a que:

- O ponto 1 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 1 dos objetivos e introduz conceitos necessários à concretização dos pontos 2, 3 e 4 dos objetivos;
- Os pontos 2 e 4 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar o ponto 2 dos objetivos;
- O ponto 3 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 3 dos objetivos;
- Os pontos 1,2,3,4 e 5 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar os pontos 4 e 5 dos objetivos;

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit’s intended learning outcomes (1.000 characters).**

The contents are consistent with the objectives of the curricular unit, given that:

- The item 1 of the syllabus intends to achieve the objectives described on point 1 and introduces concepts necessary for the achievement of points 2, 3 and 4 of the objectives;
- The items 2 and 4 of the syllabus are intended to achieve the point 2 of the goals;
- The item 3 of the syllabus intends to achieve the point 3 of the goals;
- The items 1, 2, 3, 4 and 5 of the syllabus are intended to achieve the points 4 and 5 of the objectives;

## 7. **Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

As aulas são teórico-práticas. A parte teórica deverá ser apresentada como um conjunto de ferramentas de análise necessárias à resolução de problemas, que sejam motivadores da aprendizagem das técnicas. A parte prática assenta na resolução de casos de estudo. A resolução dos casos práticos associados aos vários conteúdos é implementada computacionalmente usando um software livre (preferencialmente o R). São disponibilizados aos alunos elementos de apoio aos conteúdos programáticos.

A avaliação de conhecimentos compreende duas partes: teórica e prática. A parte teórica é constituída por um exame (nota mínima de 9,5 valores). A parte prática compreende a realização de um trabalho de grupo (nota mínima de 8 valores), com apresentação e discussão obrigatória por parte de todos os elementos do referido grupo.

A nota final do aluno, NF, será obtida através da fórmula:  $NF=0,7\ NT+0,3\ NP$ , onde NT representa a nota da parte teórica e NP a nota da parte prática.

## 7. **Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

The classes are theoretical-practical. The theoretical component should be presented as a set of analysis tools needed to solve problems, which motivate the learning of the techniques. The practical part is based on case study resolution. The resolution of the practical cases associated with the various contents is implemented computationally using free software (preferably R). Elements of support for the program content are provided to the students.

The assessment of knowledge comprises two parts: theoretical and practical. The theoretical part consists of an exam (minimum mark of 9.5 points). The practical part comprises the accomplishment of a group work (minimum note of 8 values), with presentation and mandatory discussion by all elements of that group.

The final grade of the student, FG, will be obtained through the formula:  $FG = 0.7\ TG + 0.3\ PG$ , where TG is the grade of the theoretical part and PG the grade of the practical part.

## 8. **Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As metodologias de ensino estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, dado que a metodologia utilizada para apresentar a teoria, possibilita atingir especificamente todos os objetivos da unidade curricular. A exemplificação com problemas, permite ao aluno perceber como aplicar a matéria usada em situações reais da sua vida profissional. A metodologia

utilizada pretende fornecer conhecimentos para formalizar um problema, escolher os métodos adequados a aplicar e proceder à sua correta aplicação. A resolução de exercícios com recurso à utilização de um software livre (preferencialmente o R), possibilita ao aluno apreender o modo real de resolução deste tipo de problemas na sua vida profissional.

Os métodos de avaliação permitem averiguar se o aluno adquiriu conhecimentos suficientes para atingir os objetivos propostos na unidade curricular.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Teaching methodology are consistent with the objectives of the course, given that the methodology used to present the theory, enables achieving all the objectives of the course. The exemplification in problems resolution, allows students to understand how to apply the material used in real situations of their professional lives. The methodology aims to provide knowledge to formalize a problem, choose the appropriate methods to apply and provide for their proper application. The resolution of exercises with the use of free software (preferably R), enables the student to learn the real way of solving this kind of problems in professional life context.

Knowledge assessment methods enable to find out if the student has acquired sufficient knowledge, in order to achieve the objectives proposed in the course.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

1. Muller, D, Processos Estocásticos e Aplicações, Edições Almedian, 2007.
2. Norris, J.R., Markov Chains, Cambridge University Press, 1997.
3. Parzen, E., Stochastic Processes, Holden Day, 1965.
4. Rohatgi, V.K, Saleh, A.K, An Introduction to Probability and Statistics, 2nd Ed, Wiley Series in Probability and Statistics, 2001.
5. Ross, S. M., Stochastic Processes, 2nd Ed., Wiley & Sons, 1996.
6. Williams, D., Probability with Martingales, Cambridge University Press, 1991.
7. Dobrow, R.P., Introduction to Stochastic Processes with R, Wiley & Sons, 2016.

## **15.5 Complementos de otimização**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

**1. Caracterização da Unidade Curricular.**

**1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Complementos de otimização

**1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

**1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

**1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162

**1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

TP 67,5

**1.6. ECTS (100 carateres).**

6

**1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

**1.7. Remarks (1.000 carateres).**

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Sónia Carvalho, 36h

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

Filipe Cal, 31,5

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

**(1.000 carateres).**

Concluindo esta UC, os estudantes deverão ser capazes de:

1. Identificar modelos genéricos de otimização e utilizar as técnicas algorítmicas a eles associadas.
2. Aplicar os modelos estudados a problemas concretos.
3. Analisar a complexidade espacial e temporal de algoritmos.
4. Demonstrar matematicamente a correção de um algoritmo.
5. Compreender e distinguir os diferentes paradigmas das técnicas algorítmicas: dividir e conquistar, algoritmos gananciosos e programação dinâmica.
6. Conhecer e compreender as várias variantes do problema do caminho ótimo.
7. Compreender, aplicar e implementar os algoritmos de Dijkstra, Bellman-Ford e Floyd-Warshal.
8. Compreender os problemas do fluxo máximo e do fluxo máximo de custo mínimo, numa rede e aplicar os algoritmos estudados.
9. Relacionar o fluxo máximo com o corte mínimo e com problemas de conectividade.
10. Identificar e relacionar os problemas de fluxos em redes com problemas de emparelhamento, roteamento, localização e robustez.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

Completing with success this course, the students must be able of

1. Identify generic optimization models and apply the algorithmic techniques associated.
2. Apply the studied models to given problems.
3. Analyse the complexity of algorithms in terms of time and space.
4. Prove the correctness of an algorithm using mathematical tools.
5. Understand and distinguish the different paradigms of algorithmic techniques, namely: divide and conquer, greedy and dynamic programming.
6. Know and understand the several variants of the optimal path problem.
7. Understand, apply and implement Dijkstra, Bellman-Ford and Floyd-Warshall algorithms, as well as their applications to other problems.
8. Understand the maximum flow and minimum cost maximum flow problems in a network and apply the algorithms studied.
9. Relate the maximum flow with the minimum cut and with connectivity problems.
10. Identify and relate the problems in networks flows with matching, routing, localization and robustness problems.

## 5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

1. Algoritmos e otimização: generalidades sobre algoritmos, apresentação de alguns problemas clássicos de otimização, revisões sobre pesquisa em grafos.
2. Complexidade de algoritmos. Análise assintótica: crescimento de funções e tempo de execução de algoritmos, notação assintótica, ciclos e funções recursivas. Estratégia dividir e conquistar, teorema principal.
3. Algoritmos gananciosos: descrição, propriedades e aplicações a problemas de otimização. Problema do troco e da mochila fracionada, sequenciação de tarefas.
4. Programação dinâmica: subestrutura ótima, problemas coincidentes. Estratégias bottom-up e top-down. Aplicações a problemas de otimização.
5. Caminhos ótimos: taxonomia do problema do caminho mais curto em redes, algoritmos Dijkstra, Bellman-Ford e Floyd-Warshall, caminhos ótimos e programação dinâmica, aplicações a problemas clássicos.
6. Fluxos em redes: conectividade e conjuntos de corte, fluxo máximo, método de Ford-Fulkerson, teorema do fluxo máximo-corte mínimo, aplicações do fluxo máximo, fluxo de custo mínimo, cancelamento de ciclos, caminhos mais curtos sucessivos.

## 5. Syllabus (1.000 characters).

1. Algorithms and optimization: generalities about algorithms, presentation of some classical optimization problems, reviews about graph search.
2. Algorithms complexity. Asymptotic analysis: function growth and algorithm execution time, asymptotic notation, cycles and recursive functions. Divide and conquer strategy, main theorem.
3. Greedy algorithms: description, properties and applications to optimization problems. Coin changing, fractional knapsack problem, job scheduling problem.
4. Dynamic programming: overlapping subproblems and optimal substructure. Bottom-up and top-down strategies. Applications to optimization problems.
5. Optimal paths: taxonomy of the shortest path problem in networks, Dijkstra, Bellman-Ford and Floyd-Warshall algorithms, optimal paths and dynamic programming, applications to classical problems.
6. Network flows: connectivity and cut sets, maximum flow, Ford-Fulkerson method, maximum flow-minimum cut theorem, applications of maximum flow, minimum cost flow, cycle cancellation algorithm, successive shortest paths algorithm.

## 6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

Os conteúdos programáticos são coerentes com os objetivos da unidade curricular, atendendo a que:

O ponto 1 dos conteúdos programáticos pretende concretizar os pontos 1 e 2 dos objetivos;

O ponto 2 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 3 e 4 dos objetivos;

Os pontos 3 e 4 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar os pontos 4 e 5 dos objetivos;

O ponto 5 dos conteúdos programáticos pretende concretizar os pontos 6 e 7 dos objetivos;

O ponto 6 dos conteúdos programáticos pretende concretizar os pontos 8, 9 e 10 dos objetivos.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The coherence of syllabus with curricular unit's goals is assured because:

Topic 1 of syllabus implements objective's point 1 and 2;

Topic 2 of syllabus implements objective's point 3 and 4;

Topic 3 and 4 of syllabus implement objective's points 4 and 5;

Topic 5 of syllabus implements objective's point 6 and 7;

Topic 6 of syllabus implements objective's point 8, 9 and 10.

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

Aulas teórico-práticas, nas quais são resolvidos exercícios que ilustram os conceitos teóricos. É dado especial ênfase a problemas que interligam a modelação de problemas reais e as ferramentas computacionais desenvolvidas para a sua resolução. A avaliação de conhecimentos compreende duas componentes, uma teórica e outra prática. A componente teórica é constituída por um exame (nota mínima de 9.5 valores). A componente prática é constituída por fichas de exercícios regulares sobre cada capítulo, 30% da nota final e de um trabalho prático com apresentação e discussão obrigatória, com ponderação de 30% na nota final. A nota final do aluno, NF, será obtida através da fórmula  $NF=0.4NT+0.6NP$  onde NT representa a nota da componente teórica e NP a nota da componente prática.

## 7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

Theoretical-practical classes, in which exercises are solved to illustrate the theoretical concepts. Special emphasis is given to problems that link the modelling of real problems and the computational tools developed to solve them. The evaluation of knowledge comprises two components, one theoretical and one practical. The theoretical component consists of an exam (minimum score of 9.5). The practical component consists of regular exercise sheets on each chapter, 30% of the final grade, and of a practical work with compulsory presentation and discussion, with 30% weighting in the final grade. The final grade of the student, NF, will be obtained through the formula  $NF=0.4NT+0.6NP$  where NT represents the grade of the theoretical component and NP the grade of the practical component.

## 8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).

As metodologias de ensino são coerentes com os objetivos da unidade curricular uma vez que, à exposição teórica e formal dos conceitos, se associa a sua concretização em contexto real. A exemplificação com problemas no âmbito dos diversos tipos de problemas de otimização e

respetivos algoritmos permite aos alunos perceber onde e como aplicar os conhecimentos adquiridos em situações reais. A bibliografia e os materiais de apoio disponibilizados, pela sua organização, conteúdo e diversidade, possibilitam ao aluno acompanhar convenientemente todos os tópicos da matéria e são um valioso instrumento de estudo individual.

#### **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Coherence of teaching methodologies and learning outcomes are assured, as formal and theoretical concepts are associated with their realization in a real life context. Examples and exercises in the field of optimization and algorithms allow students to understand where and how to apply the knowledge they acquired in real life situations. The references and the material provided, due to their organization, contents and diversity, allow students to conveniently follow all syllabus topics, constituting a valuable individual study instrument.

#### **9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

1. T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest and C. Stein, Introduction to Algorithms, 4th edition, MIT Press (2022).
2. R.K. Ahuja, T.L. Magnantin, J. Orlin, Network Flows, Prentice Hall (1988).
3. M.C. Goldbarg, H.P. Luna, Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos, Elsevier (2005)
4. J.L. Szwarcfiter, Teoria Computacional de Grafos, Elsevier (1998).
5. J. Kleinberg, E. Tardos, Algorithm Design, Pearson New International Edition (2014).

## 15.6 Seminário de Modelação Matemática

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

Seminário de Modelação Matemática (Seminar in Mathematical Modelling)

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

MAT

#### 1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).

Semestral

#### 1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).

162

#### 1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).

TP -45; S – 22.5; OT - 30

#### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

#### 1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).

#### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (1.000 carateres).

Nuno David de Jesus Lopes – TP 36

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

Filipe Santiago Cal – TP 31.5

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

*(1.000 carateres).*

O objetivo principal desta UC é tomar contacto com projetos em modelação e fomentar a discussão em torno dessas experiências. Os alunos devem desenvolver fortes competências de modelação matemática e resolução de problemas, bem como competências de comunicação, expressões escrita e oral rigorosas e claras, e capacidade de trabalho em ambiente multidisciplinar.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). *(1.000 characters).***

The main objective of this unit is to make contact with projects in mathematical modeling (where problems are given in non-mathematical terms) and to encourage discussion and reporting on these experiences.

Students should develop strong mathematical modeling and problem-solving skills as well as communication skills, both written and oral expressions, such as the ability to work in a multidisciplinary environment.

**5. Conteúdos programáticos *(1.000 carateres).***

- Problemas de modelação no contexto da matemática industrial
- Problemas de modelação originários das Ciências Físicas
- Problemas de modelação originários das Ciências da Vida
- Problemas de modelação originários das Ciências Económicas

**5. Syllabus *(1.000 characters).***

- Modeling problems in the industrial mathematics context.
- Modeling problems coming from physical sciences
- Modeling problems coming from life sciences
- Modeling problems coming economical sciences

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

O programa pretende percorrer uma grande variedade de problemas de modelação, provenientes de diversas áreas técnicas e científicas, de modo a fornecer aos alunos uma perspetiva bastante abrangente das diferentes abordagens e técnicas utilizadas.

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

The syllabus aims to cover a wide range of modeling problems from a variety of technical and scientific areas in order to provide students with a fairly comprehensive perspective on the different approaches and techniques used.

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Inicialmente pretende-se fazer uma descrição de casos de estudo representativos dos principais problemas tratados em estágios ligados à matemática industrial.

Nesta descrição identificam-se as técnicas usadas, as razões que motivam essa escolha (como o tipo de dados, a dimensão ou escassez dos mesmos, o output pretendido, a existência de soluções não ótimas já implementadas para se poder fazer benchmarking, etc), as limitações dos resultados obtidos e possíveis abordagens alternativas. Numa segunda fase do semestre, segmentos de alguns destes problemas serão disponibilizados aos alunos para, em regime de aula, estes desenvolverem metodologias para os resolverem. Na fase final do semestre será atribuído um tema a cada grupo para ser desenvolvida uma solução, sendo produzido um relatório e feita uma apresentação oral do trabalho.

A classificação terá em conta a avaliação contínua ao longo do semestre, o relatório escrito e a apresentação do trabalho final, com pesos de 25%, 50%, 25%.

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Initially, it is intended to make a description of representative case studies of problems approached in internships related to industrial mathematics.

This description identifies the techniques used, the reasons that motivate this choice (such as the type of data, their size or scarcity, the intended output, the existence of non-optimal solutions already implemented to be able to benchmark), the limitations of the results obtained and possible alternative approaches. In a second stage of the semester, segments of some of these problems will be made available to students so that, in class, they can develop methodologies to solve them. In the final stage of the semester, a topic will be assigned to each group to develop a solution, a report will be produced and an oral presentation of the work will be made.

The classification will take into account the continuous assessment throughout the semester, the written report and the presentation of the final work, with weights of 25%, 50%, 25%.

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As apresentações e discussões dos problemas existentes na literatura permitem tomar contacto com uma grande variedade de problemas de modelação, e com as principais abordagens e técnicas utilizadas. Enquanto a apresentação e discussão dos problemas recentes permitirá aos alunos, tomar contacto com o tipo de problemas que surgirão nos estágios e simultaneamente pôr em prática os conhecimentos adquiridos, sugerindo e experimentando possíveis abordagens. As competências de comunicação serão treinadas, a interpretar problemas expostos por “não-matemáticos”, a propor/comunicar possíveis abordagens, a comunicar, de forma escrita e oral, as conclusões do trabalho.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

The presentations and discussions of the existing problems in the literature allow to get in touch with a great variety of modelling problems, and with the main approaches and techniques used. While the presentation and discussion of the recent problems will allow students to make contact with the type of problems that will arise in the internships and simultaneously put into practice the acquired knowledge, suggesting and trying possible approaches. Communication skills will be trained interpreting problems presented by "non-mathematicians", proposing / communicating possible approaches and communicating, in written and oral form, the conclusions of the work.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

- Erwin Kreiszig, *Advanced Engineering Mathematics, 10th Edition*. John Wiley & Sons (2011).
  - *Mathematical Modelling: Classroom Notes in Applied Mathematics*, edited by Murray S. Klamkin, SIAM, Philadelphia (1987).
  - Jim Caldwell and Douglas K.S. Ng, *Mathematical Modelling, Case Studies and Projects*. Kluwer Academic Publishers (2004).
-

## **15.7 Projeto em Matemática Aplicada para a Indústria**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### **1. Caracterização da Unidade Curricular.**

#### **1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Projeto em Matemática Aplicada para a Indústria / Project in Applied Mathematics for Industry

#### **1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

#### **1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

#### **1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162

#### **1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

TP (15h), S (30h), OT (30h)

#### **1.6. ECTS (100 carateres).**

6

#### **1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

#### **1.7. Remarks (1.000 carateres).**

### **2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Luís Manuel Ferreira da Silva (22,5h)

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (*1.000 carateres*).**

Sandra Gaspar Martins (22,5h)

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

**(*1.000 carateres*).**

Os objetivos desta disciplina são:

1. Desenvolver nos alunos capacidades de comunicação, oral e escrita, de trabalhos técnicos e científicos, a audiências com vários níveis de especialização;
2. promover um espaço de reflexão sobre a estrutura do Trabalho Final de Mestrado (TFM), bibliografia pertinente, viabilidade da pesquisa, meios e fontes a utilizar, e metodologia de trabalho;
3. incentivar a elaboração de um plano alargado de TFM onde seja contextualizado o tema a desenvolver, a respetiva relevância e motivação da escolha, onde sejam indicados os objetivos (gerais e específicos) e apresentada a bibliografia de referência.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (*1.000 characters*).**

The objectives of this course are:

1. Develop students' skills to communicate, oral and written, technical and scientific work to audiences with various levels of specialization;
2. promote a space for reflection on the structure of the Master's Final Assignment (MFA), relevant bibliography, research feasibility, means and sources to be used, and work methodology;
3. encouraging the elaboration of a broad roadmap for the FMA where the subject to be studied is put in context, as well as its respective relevance and motivation, where the goals (general and specific) are clearly stated and the reference bibliography listed.

**5. Conteúdos programáticos (*1.000 carateres*).**

1. Estratégias para comunicação de ciência.
2. Estratégias para comunicação de Matemática.
3. Trabalho Final de Mestrado: caracterização (Dissertação, Relatório de Estágio).
4. Procedimentos metodológicos do TFM: fases de definição do tema, de pesquisa, de organização e tratamento da informação, e de redação.
5. Palestras para a apresentação de temas/estágios para o TFM.
6. Orientação tutorial para desenvolvimento do Projeto do TFM.

7. Apresentação oral e escrita do Projeto de TFM.

## 5. Syllabus (*1.000 characters*).

1. Strategies for communicating Science.
2. Strategies for communicating Mathematics.
3. Final Master's Assignment: characterization (Dissertation, Internship Report).
4. Methodological procedures of the FMA: phases of subject definition, research, organization and processing of information, and of redaction.
5. Talks for the presentation of subjects/internships for the FMA.
6. Tutorial guidance for the development of the FMA.
7. Oral and written presentation of the FMA Project.

## 6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (*1.000 carateres*).

Os pontos 1 a 4 do programa preenchem o objetivo de desenvolver nos alunos a capacidade de pesquisa, apresentação oral e escrita de trabalhos técnicos e científicos em geral e do TFM em particular, o ponto 5 perfila o objetivo de apresentar aos alunos os vários temas e estágios disponíveis. Os pontos 6 e 7 preenchem o objetivo final da preparação do projeto de TFM.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (*1.000 characters*).

Items 1 to 4 of the syllabus aim to develop in students the ability to research, and to present, oral and written, technical and scientific works in general and the FMA in particular, item 5 profiles the objective of introduce to the students the various themes and stages available. Items 6 and 7 fulfill the final objective of the FMA project preparation.

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (*1.000 carateres*).

Sessões teórico-práticas para apresentação e discussão dos temas referidos nos pontos 1 a 4 dos conteúdos programáticos, com o eventual recurso a técnicas de Role Play para uma maior consciencialização dos erros mais comuns e desenvolvimento de estratégias. Palestras para apresentação dos temas de Dissertação e dos estágios disponíveis para o TFM. Orientação tutorial para a escolha do tema ou estágio do TFM e preparação do respetivo projeto. Apresentação e discussão dos Projetos.

A avaliação terá em consideração o desempenho do estudante ao longo do semestre, a elaboração (por escrito) de um Projeto para o TFM e ainda a apresentação oral pública do mesmo. A classificação terá em conta as três componentes prévias, com pesos de referência de, respetivamente, 30%, 35%, 35%.

## 7. Teaching methodologies (including assessment) (*1.000 characters*).

Theoretical-Practical sessions for the presentation of the subjects mentioned in items 1 to 4 of the syllabus, with the eventual use of Role Play techniques to raise awareness of common mistakes and

develop strategies

Talks for the presentation of Dissertation and Internship subjects available for the FMA. Tutorial guidance for choosing the theme or internship for the FMA and preparation of the corresponding project.

Presentation and discussion of the Projects.

The assessment will take into account the student's performance along the semester, a written report on the studied subject and respective public oral presentation. The classification will take into account the three previous components, with reference weights of, respectively, 30%, 35%, 35%.

## **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As sessões teórico-práticas, as sessões de role-play e a apresentação e discussão do projeto de TFM preenchem o Objetivo 1, enquanto as palestras e a orientação tutorial perfilam os objetivos 2 e 3..

## **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Theoretical-practical sessions, role-playing sessions, and presentation and discussion of the TFM project fulfill Objective 1, while lectures and tutorial guidance outline Objectives 2 and 3.

## **9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

A bibliografia será definida de acordo com a área de especialidade da Dissertação, ou Estágio de Natureza Profissional, e inclui toda a bibliografia das restantes unidades curriculares do curso. Como recomendações genéricas sugere-se:

1. Y.N. Bui, *How to Write a Master's Thesis*, 2nd edition, SAGE Publications Inc., 2013.
2. J.S. Graustein, *How to Write an Exceptional Thesis or Dissertation: a Step-By-Step Guide from Proposal to Successful Defense*, Atlantic Publishing Group Inc., 2014.
3. S. Strogatz, *Writing about Math for the Perplexed and the Traumatized*, Notices of the AMS, March 2014.
4. N. Baron, *Escape from the ivory tower: a guide to making yourscience matter*. Island Press, Washington, D.C., 2010
5. M. F. Weigold, *Communicating science: a review of the literature*. *Science Communication* 23:164–193. 2001.

## **15.8 Dissertação, ou Estágio de Natureza Profissional**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### **1. Caracterização da Unidade Curricular.**

#### **1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Dissertação, ou Estágio de Natureza Profissional / Dissertation or Professional Internship

#### **1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

#### **1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

#### **1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

810

#### **1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

162 - OT

#### **1.6. ECTS (100 carateres).**

30

#### **1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

#### **1.7. Remarks (1.000 carateres).**

### **2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Coordenador de Curso - 162 horas

### **3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

Todos os docentes de áreas departamentais do ISEL podem orientar/coorientar uma dissertação/estágio, sujeitos à prévia aprovação da Comissão Coordenadora de Curso.

#### **4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

##### **(1.000 carateres).**

No final desta unidade curricular, os alunos devem demonstrar as competências seguintes.

1. Capacidade de aplicar e desenvolver métodos matemáticos e/ou computacionais em contextos alargados e multidisciplinares.
2. Capacidade para integrar conhecimentos, lidar com questões complexas e desenvolver soluções.
3. Capacidade de comunicar conclusões e conhecimentos de forma clara e sem ambiguidades.
4. Capacidade de aprendizagem ao longo da vida de forma essencialmente autónoma.

#### **4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

By the end of this course, students should evidence the following skills:

1. Ability to apply and develop mathematical and/or computational methods in broad and multidisciplinary frameworks.
2. Ability to integrate knowledge, deal with complex issues and come up with solutions.
3. Ability to impart conclusions and knowledge clearly and unambiguously.
4. Lifelong learning ability in an essentially autonomous way.

#### **5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

O programa da Dissertação, ou Estágio de Natureza Profissional, envolverá problemas/temas propostos por empresas parceiras (via protocolos estabelecidos) ou por docentes de qualquer área departamental do ISEL, aprovados anualmente pela Comissão Coordenadora de Curso.

#### **5. Syllabus (1.000 characters).**

The scheme of the Thesis, or Internship, will involve problems/subjects proposed by the partner companies (through established agreements) or by professors of ISEL's departmental areas, approved yearly by the Course Coordinating Committee.

#### **6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

Todos os objetivos indicados (1 a 4) são atingidos através da realização de uma Dissertação em ambiente académico, no âmbito das áreas científicas do ISEL e/ou de problemas/temas propostos por empresas parceiras, ou de um Estágio de Natureza Profissional em ambiente empresarial/industrial em alguma das empresas parceiras.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

All of the learning outcomes listed (1 to 4) are fulfilled through the preparation of a Thesis in an academic environment, set in any of ISEL's scientific areas and/or in problems/subjects proposed by partner companies, or of an Internship in a professional environment in any of the partner companies.

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

O trabalho final de mestrado é desenvolvido autonomamente pelo aluno, com a supervisão de um ou dois orientadores.

O relatório de Dissertação, ou Estágio de Natureza Profissional a escrever no final do ciclo de estudos, possibilita aos alunos sintetizar o conhecimento adquirido no conjunto de unidades curriculares realizadas.

A avaliação e discussão será realizada em prova pública perante um júri, constituído por três membros (incluindo o orientador), nomeado pelo Conselho Técnico-Científico. A prova tem a duração máxima de noventa minutos, dispondo o aluno de vinte minutos para apresentar o seu trabalho e seguindo-se uma discussão onde o aluno dispõe do mesmo tempo do júri.

Os membros do júri devem ter o grau de Doutor, ou serem Especialistas de mérito reconhecido.

As deliberações do júri são tomadas por maioria dos membros que o constituem, através de votação nominal justificada e não sendo permitidas abstenções.

## 7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

The final master's work is developed autonomously by the student, with the supervision of one or two advisers.

The Thesis, or Internship report to be written for the completion of the study cicle, enables students to synthesize the acquired knowledge in the completed curricular units.

The assessment and discussion will be held publicly before a jury, composed of three members (including the adviser), appointed by ISEL's Technical and Scientifical Council. The public defense can last for a maximum of ninety minutes; the student has twenty minutes to make his/her presentation and a discussion ensues in which both the student and the jury are allotted an equal time slot.

Members of the jury should have a PhD degree, or possess an official Expert recognition.

The Jury's deliberations shall be taken by a majority of its members, by means of a justified roll-call vote where no abstentions are allowed.

## 8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).

O acompanhamento dos alunos pelo(s) orientador(es) dirige-se ao cumprimento dos objetivos de aprendizagem 1 e 2.

O método de avaliação, baseado na elaboração e discussão pública de um relatório final, é dirigido ao cumprimento dos objetivos 3 e 4.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

The monitoring of students by the adviser(s) is aimed to fulfil learning outcomes 1 and 2.

The assessment, based on the preparation and public discussion of a final report, is aimed to fulfil learning outcomes 3 and 4.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

A bibliografia será definida de acordo com a área de especialidade da Dissertação, ou Estágio de Natureza Profissional, e inclui ainda toda a bibliografia das restantes unidades curriculares do curso.

Como recomendações genéricas, sugere-se:

1. Y.N. Bui, *How to Write a Master's Thesis*, 2nd edition, SAGE Publications Inc., 2013.
2. J.S. Graustein, *How to Write an Exceptional Thesis or Dissertation: a Step-By-Step Guide from Proposal to Successful Defense*, Atlantic Publishing Group Inc., 2014.

## **15.9 Aplicações com Equações às Derivadas Parciais**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### **1. Caracterização da Unidade Curricular.**

#### **1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Aplicações com Equações às Derivadas Parciais  
Applied Partial Differential Equations

#### **1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

#### **1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

#### **1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162

#### **1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

TP - Ensino teórico-prático  
67,5

#### **1.6. ECTS (100 carateres).**

6

#### **1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

**1.7. Remarks (1.000 carateres).**

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Tiago Gorjão Clara Charters de Azevedo - 67,5 horas

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

*(1.000 carateres).*

Após aprovação na unidade curricular, o aluno deverá possuir a capacidade de:

1. modelar e formular problemas matemáticos dependentes continuamente de várias variáveis, usualmente tempo e espaço.
2. compreender quais os requisitos essenciais na formulação de um problema bem-posto, a sua unicidade, estabilidade estrutural face aos dados de *input* e a (in)previsibilidade inerente à modelação de fenómenos e situações práticas.
3. estar preparado para discutir e analisar modelos mal-postos e bem-postos formulados com equações às derivadas parciais.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

After approval in the curricular unit, the student should have the ability to:

1. model and formulate mathematical problems continuously dependent on several variables, usually time and space.
2. understand the essential requirements in formulating a well-posed problem, its uniqueness, structural stability in relation to input data, and the (in)predictability inherent to the modelling of physical phenomena and practical situations.
3. be prepared to discuss and analyse well-posed and ill-posed models formulated with partial differential equations.

**5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

1. Equações escalares de primeira ordem (problema de Cauchy e características, equações quasi-lineares)
2. Sistemas quasi-lineares de primeira ordem (modelos, problema de Cauchy e características, hiperbolicidade, ondas de choque)
3. Introdução às equações escalares de segunda ordem (problema de Cauchy e características, formas canónicas)
4. Equações hiperbólicas (forma linear, equação de onda, equações de Maxwell)
5. Equações elípticas (modelos: gravitação, transferência de calor, acústica, etc.)
6. Equações parabólicas (modelos lineares de difusão: transferência de massa e calor, probabilidade e finanças, etc.)
7. Miscelânea

## 5. Syllabus (*1.000 characters*).

1. First order scalar equations (Cauchy problem and characteristics, quasi-linear equations)
2. First order quasilinear systems (models, Cauchy problem and characteristics, hyperbolicity, shock waves)
3. Introduction to second order scalar equations (Cauchy problem and characteristics, canonical forms)
4. Hyperbolic equations (linear form, wave equation, Maxwell equations)
5. Elliptic equations (models: gravitation, heat transfer, acoustics, etc.)
6. Parabolic equations (linear models of diffusion: heat and mass transfer, probability and finance, etc.)
7. Miscellaneous

## 6. Demonstraçāo da coerēncia dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (*1.000 carateres*).

As equações às derivadas parciais, puras ou aplicadas, têm um papel central nas aplicações em matemática e na construção de modelos na indústria. Aparecem na formulação de problemas em modelos matemáticos que dependem continuamente de várias variáveis, usualmente tempo e espaço.

A universalidade das PDE permite construir uma Unidade Curricular baseada exclusivamente na formulação e resolução de modelos matemáticos, baseados em problemas reais que vão desde a modelação de fluidos à mecânica de sólidos, ao eletromagnetismo, à probabilidade e modelos financeiros, ou à gravitação. Essa mesma universalidade é expressa na construção e na sucessão dos tópicos dos conteúdos programáticos.

Os objectivos da unidade curricular estão fundados na aplicabilidade destes modelos a casos práticos, fundamentados pelo aumento consistente e progressivo da flexibilidade de software especializado na resolução numérica de EDPs, nomeadamente software livre, e por pedidos da indústria e serviços.

## **6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

Partial differential equations, pure or applied, play a central role in applications in mathematics and industry modeling. They appear on the formulation of problems within mathematical models that are continuously dependent on several variables, usually time and space.

This universality allows the construction of a Curricular Unit resting exclusively on the formulation and resolution of mathematical models based on real problems, ranging from fluid modeling to solid mechanics, to electromagnetism, to probability and financial models, or to gravitation. This same universality is expressed in the construction of the topics in the syllabus.

The objectives of the Curricular Unit are based on the applicability of these models to practical cases, grounded by the consistent and progressive increase in flexibility of specialized numerical software for PDEs, namely opensource software, and by industry applications and services.

## **7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Nas aulas teórico-práticas é apresentada e fundamentada a teoria, acompanhada com exemplos de aplicação e resolução de exercícios. Algumas aulas são essencialmente práticas, dedicadas à resolução de problemas reais, individualmente ou em grupo.

A resolução de exercícios associados aos conteúdos é implementada computacionalmente usando o software livre mais adequado.

A avaliação de conhecimentos comprehende duas vertentes: uma nota da parte prática (NP) e uma nota da parte teórica (NT).

Os alunos desenvolvem um trabalho ao longo do semestre, com apresentação e discussão, da qual resultará a NP, com ponderação de 50% para a nota final (NF). Realizam ainda um exame cujo resultado será a NT, com os restantes 50% da NF da unidade curricular. Para ser aprovado, o aluno deve obter nota mínima de 9.5 valores (NP, NT e NF).

A NF será então obtida através da fórmula  $NF=0.5NT+0.5NP$ .

## **7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

In theoretical-practical classes the theory is presented and substantiated, supplied with examples of application and resolution of exercises. Some classes are essentially practical, dedicated to solving real problems, individually or in groups.

The resolution of exercises associated with the contents is implemented computationally using the most appropriate free software.

The assessment of knowledge comprises two strands: a note of the practical part (NP) and a note of the theoretical part (NT).

The students perform an assignment during the semester, with presentation and discussion, which will result in NP, with a 50% weighting for the final grade (NF). They also carry out an examination

whose result will be NT, the remaining 50% of NF. To be approved, the student must obtain a minimum grade of 9.5 points (NP, NT and NF).

NF will then be obtained by the formula  $NF = 0.5NT + 0.5NP$ .

#### **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 caracteres).**

A universalidade das PDE permite construir uma Unidade Curricular baseada exclusivamente na formulação e resolução de modelos matemáticos baseados em problemas reais que vão desde a modelação de fluidos à mecânica de sólidos, ao eletromagnetismo, à probabilidade e modelos financeiros, ou à gravitação. Essa mesma universalidade é expressa na construção e na sucessão dos tópicos dos conteúdos programáticos assim como na metodologia de ensino proposta.

#### **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

The universality of PDEs allows the construction of a Curricular Unit based exclusively on the formulation and resolution of mathematical models based on real problems ranging from fluid modeling to solids mechanics, to electromagnetism, to probability and financial models, or to gravitation. This same universality is expressed in the construction and succession of the topics of the syllabus as well as in the proposed teaching methodology.

#### **9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 caracteres).**

1. John Ockendon, Sam Howison, Andrew Lacey, Alexander Movchan, *Applied Partial Differential Equations*, Oxford Texts in Applied and Engineering Mathematics, Oxford University Press; Revised edition (August 7, 2003)
2. Sam Howison, *Practical Applied Mathematics: Modelling, Analysis, Approximation*, Cambridge Texts in Applied Mathematics, Cambridge University Press (2005)

## 15.10 Criptografia e Teoria dos Códigos

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

Criptografia e Teoria dos Códigos / Cryptography and Coding Theory

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

MAT

#### 1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).

Semestral/Semester

#### 1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).

162

#### 1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).

67,5 - TP

#### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

#### 1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).

Optativa

#### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

Optative

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Teresa Maria de Araújo Melo Quinteiro – 22,5h

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (*1.000 carateres*).**

Lucía Fernández Suárez – 22,5h

Luís Manuel Ferreira da Silva – 22,5h

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

**(*1.000 carateres*).**

Os estudantes que concluam com sucesso esta unidade curricular deverão ser capazes de:

1. Discutir e interpretar os aspectos da Teoria dos Números sobre os quais assentam as técnicas criptográficas modernas;
2. Compreender as técnicas fundamentais da criptografia;
3. Identificar e analisar ameaças genéricas e vulnerabilidades de um sistema;
4. Conhecer exemplos clássicos de códigos corretores de erros clássicos;
5. Reconhecer a importância dos sistemas criptográficos com códigos;
6. Descrever e analisar problemas concretos usando os conceitos estudados.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (*1.000 characters*).**

Students who successfully complete this curricular unit should be able to:

1. Interpret and discuss the aspects of Number Theory, of which modern cryptographic techniques are based;
2. Understand the fundamental skills and techniques of cryptography;
3. Identify and analyze generic threats and vulnerabilities of a system;
4. Be familiar with well-known code errors and corrections;
5. Recognize the importance of cryptographic systems with code;
6. Describe and analyze concrete problems using the concepts studied.

**5. Conteúdos programáticos (*1.000 carateres*).**

1. Bases matemáticas: Teoria dos Números, álgebra abstrata e curvas elíticas.

2. Criptografia clássica:

2.1. Cifra de César;

2.2. Cifra Afim e criptoanálise da Cifra Afim;

2.3. Cifra de Vigenère e criptoanálise da Cifra de Vigenère.

3. Criptografia com chave pública:

3.1. Sistema RSA;

3.2. Cifra de Rabin;

3.3. Sistema EL Gamal para corpos finitos e para curvas elíticas;

3.4. Segurança e ataques a estes sistemas: testes de primalidade, fatorização e o problema do

logaritmo discreto.

4. Teoria dos Códigos:
  - 4.1. Códigos de blocos;
  - 4.2. Códigos de Hamming;
  - 4.3. Códigos de Reed-Salomon;
  - 4.4. Códigos de Goppa.
5. Sistema criptográfico de McEliece: versões e ataques.

## 5. Syllabus (1.000 characters).

1. Mathematical Foundations: Number Theory, Abstract Algebra and Elliptical Curves.
2. Classical Cryptography:
  - 2.1. Caesar Cipher;
  - 2.2. Affine Cipher and cryptanalysis of the Affine Cipher;
  - 2.3. Vigenère Cipher and cryptanalysis of the Vigenère Cipher.
3. Public Key Encryption:
  - 3.1. RSA system;
  - 3.2. Rabin Cipher;
  - 3.3. ElGamal encryption system for finite fields and elliptic curves;
  - 3.4. Security and attacks on these systems: primality tests, factorization and the discrete logarithm problem.
4. Coding Theory:
  - 4.1. Block Codes;
  - 4.2. Hamming Codes;
  - 4.3. Reed-Salomon Codes;
  - 4.4. Goppa Codes.
5. McEliece cryptographic system: versions and attacks.

## 6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

A formação matemática em Teoria dos Números em que assentam as técnicas criptográficas modernas (objetivo 1) está contemplada nos pontos 1, 2 e 3 dos conteúdos programáticos. A apresentação de diferentes métodos criptográficos e dos seus ataque nos pontos 2 e 3 possibilita que o aluno atinja os objetivos de aprendizagem 2 e 3. O objetivo 4 é alcançado no conteúdo programático 4. No ponto 5 os alunos estudam um sistema criptográfico com códigos, sistemas mais promissores numa era pós-quântica, e cumprem o objetivo programático 5. O objetivo 6 é completado usando todos os pontos dos conteúdos programáticos.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The mathematical formation of Number Theory on the basis of modern cryptographic techniques (objective 1) is completed by points 1, 2, and 3 of the syllabus. The presentation of different cryptographic methods and their attacks in points 2 and 3 allows the students to met the learning objectives 2 and 3. Objective 4 is completed through the contents of 4. For point 5 the students study a cryptographic system with codes, more promissory sytems in an post-quantitative era, and complete objective 5. Objective 6 is completed through every point of the syllabus.

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

Metodologia de ensino:

- Aulas teórico-práticas onde são apresentados os temas, fornecidos exemplos de aplicação e resolvidos exercícios.
- Horas de atendimento aos alunos onde são esclarecidas dúvidas.

Avaliação:

A avaliação de conhecimentos é efectuada através de um teste escrito (peso 80%) e um trabalho final (peso 20%). Para obter aprovação à disciplina é necessária uma nota mínima de 9.5 valores no teste escrito e no trabalho final.

## 7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

Teaching Methods:

- Theoretical/practical classes where themes are presented along with application examples and completed exercises.
- Office Hours for students to discuss and clarify their doubts and work through any issues.

Evaluation:

A written exam (80%) will be administered as an evaluation of requisite knowledge along with a final project (20%). In order to approval students must receive a minimum grade value of 9.5 on both the written exam and the final project.

## 8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).

Nas aulas teórico-práticas são expostos os conteúdos programáticos e resolvidos problemas práticos onde se aplicam os conceitos estudados a que correspondem os objetivos de aprendizagem de 1 a 6. As horas de atendimento aos alunos complementam o estudo individual clarificando os temas onde surgem dúvidas.

De modo análogo, na avaliação escrita e na discussão do trabalho final são tidos em consideração todos os objetivos de aprendizagem, colocando na avaliação do trabalho final especial ênfase no objetivo de aprendizagem 6.

## 8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).

In theoretic-practical classes, syllabus content is expounded and practical problems solved applying the concepts studied. This corresponds to the learning outcomes 1 and 6. Office hours complement individual study with clarification of doubts. In addition to these, the written exam

and the final project include all the learning objectives with particular emphasis on learning objective 6, in the evaluation of the final project.

#### **9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 caracteres).**

Almeida P., Napp D., "Criptografia e Segurança", Publindustria, 2017.

Stinson D.R., "Cryptography - Theory and Practice", 4th Edition, CRC Press, 2018.

Hoffstein J., Pipher J. & Silverman J.H., "An Introduction to Mathematical Cryptography", 2<sup>nd</sup> Edition, Springer, 2014.

Koblitz N., "A Course In Number Theory and Cryptography", 2<sup>nd</sup> Edition, Springer, 1994.

Smith R.E., "Internet Cryptography", Addison-Wesley, 1997.

Blaum M., "A Course on Error-Correcting Codes", IBM Corp., 1997.

Lindt J.H. van, "Introduction to Coding Theory", 3rd Edition, Springer, 1999.

Hill R., "A First Course in Coding Theory", Clarendon Press, 1986.

## 15.11      **Métodos Numéricos para Equações às Derivadas Parciais**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular (*1.000 carateres*).

Métodos Numéricos para Equações às Derivadas Parciais / Numerical Methods for Partial Differential Equations

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (*100 carateres*).

MAT

#### 1.3. Duração<sup>1</sup> (*100 carateres*).

Semestral

#### 1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (*100 carateres*).

162

#### 1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (*100 carateres*).

TP: 67,5

#### 1.6. ECTS (*100 carateres*).

6

#### 1.7. Observações<sup>4</sup> (*1.000 carateres*).

Unidade curricular optativa

#### 1.7. Remarks (*1.000 carateres*).

Optional curricular unit

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (*preencher o nome completo*) (*1.000 carateres*).

Sérgio Lopes – 67,5 h

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (*1.000 carateres*).

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

*(1.000 carateres).*

1. Compreender os aspectos teóricos fundamentais nos quais os métodos se baseiam.
2. Identificar e aplicar os métodos numéricos mais adequados aos problemas em estudo.
3. Ter conhecimento das principais vantagens e desvantagens dos métodos abordados.
4. Implementar computacionalmente os diferentes métodos usando bibliotecas de *software* livre.
5. Desenvolver um raciocínio estruturado e demonstrar capacidade analítica e crítica na resolução de problemas em diferentes domínios de aplicação.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). *(1.000 characters).***

1. To understand the fundamental theoretical aspects on which the methods rely.
2. To identify and apply the most suitable numerical methods to the studied problems.
3. To know the main advantages and disadvantages of the presented methods.
4. To implement the different methods using open source software libraries.
5. To develop a structured reasoning and to demonstrate critical thinking and analytical capability while addressing problems in different domains of application.

**5. Conteúdos programáticos *(1.000 carateres).***

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

1. introdução; problemas 2D de valor fronteira; problemas variacionais de valor na fronteira;
2. aproximações de Galerkin; minimização da energia;
3. interpolação via elementos finitos (triangulares e quadrangulares); aproximação por elementos finitos;
4. interpretação da solução aproximada; precisão da aproximação;
5. aspectos computacionais;
6. tópicos sobre extensão a outros problemas (3D, de quarta ordem, de evolução).

INTRODUÇÃO AOS MÉTODOS DE VOLUMES FINITOS

7. motivação; exemplos de leis de conservação hiperbólicas;
8. tipos de soluções de sistemas hiperbólicos de leis de conservação (clássica, fraca, e entrópica);
9. métodos de volumes finitos para sistemas hiperbólicos 1D lineares; esquemas contra-corrente, de Lax- Friedrichs, e de Godunov;

10. métodos de volumes finitos para sistemas hiperbólicos 1D não lineares; esquemas conservativos; esquemas consistentes com a condição de entropia;
11. aspectos computacionais;
12. tópicos sobre extensão a dimensões superiores.

## 5. Syllabus (*1.000 characters*).

### FINITE ELEMENTS METHOD

1. introduction; 2D boundary-value problems; variational boundary-value problems;
2. Galerkin approximations; minimization of energy;
3. finite element interpolation (triangular and quadrilateral elements); finite element approximation;
4. interpretation of the approximate solution; accuracy of finite element approximations;
5. computational aspects;
6. topics on extensions to other problems (3D, fourth order, time-dependent).

### INTRODUCTION TO FINITE VOLUME METHODS

7. motivation; examples of hyperbolic conservation laws;
8. types of solutions to hyperbolic systems of conservation laws (classical, weak, and entropic);
9. finite volume methods for 1D hyperbolic linear systems; upwind schemes, Lax-Friedrichs and Godunov schemes;
10. finite volume methods for 1D nonlinear hyperbolic systems; conservative schemes; schemes consistent with the entropy condition;
11. computational aspects;
12. topics on extensions to higher dimensions.

## 6. Demontração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (*1.000 carateres*).

Os pontos 1, 2 e 3 dos objetivos estão em estreita consonância com os pontos 1-4 e 7-10 dos conteúdos programáticos.

O ponto 4 dos objetivos está diretamente relacionado com os pontos 5 e 11 dos conteúdos programáticos.

O ponto 5 dos objetivos é cumprido através da prática de formulação matemática de problemas de diferentes proveniências, respetiva resolução numérica e análise dos resultados obtidos, estimuladas ao longo da exposição de conteúdos, sendo particularmente reforçado pelos pontos 6 e 12 dos conteúdos programáticos.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (*1.000 characters*).

Items 1, 2 and 3 of the learning outcomes are in straight accordance with items 1-4 and 7-10 of the

syllabus.

Item 4 of the learning outcomes is directly related to items 5 and 11 of the syllabus.

Item 5 of the learning outcomes is fulfilled through the practice of mathematically formulating problems with different provenances, their numerical solution and analysis of obtained results, stimulated along the syllabus exposition, being particularly reinforced by items 6 and 12 of the syllabus.

## **7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Aulas de cariz mais teórico, para apresentação dos conceitos e métodos numéricos estudados, e aulas de cariz mais prático, nas quais são resolvidos exercícios que ilustram os conceitos teóricos e implementados os métodos numéricos. São disponibilizadas listas de exercícios para uma eficaz compreensão dos conhecimentos apresentados.

A avaliação de conhecimentos compreende duas vertentes obrigatórias: avaliação contínua e avaliação por exame. A avaliação contínua (NP) consiste de trabalho prático computacional, com a classificação mínima de 9,5 valores. A avaliação por exame (NE) consiste de um exame final, igualmente com a classificação mínima de 9,5 valores. A classificação final (NF) é calculada de acordo com a seguinte fórmula:  $NF = 0,4*NP + 0,6*NE$ .

## **7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Theoretical-leaning classes, for the presentation of the studied concepts and numerical methods, and practice-oriented classes, where exercises that illustrate the theoretical notions are solved and numerical methods are implemented. Exercise sheets are available for an effective understanding of the aquired knowledge.

The assessment comprises two alternative components: continuous assessment and exam assessment. Continuous assessment (NP) consists of applied computational work, with a minimum 9,5 grade. Exam assessment (NE) consists of a written exam, also with a 9,5 minimum grade. The final grade (NF) is computed according to the following formula:  $NF = 0,4*NP + 0,6*NE$ .

## **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As aulas mais teóricas asseguram uma rigorosa e completa cobertura de todos os pontos do programa, enquanto que as aulas mais práticas servem o propósito de ilustrar e consolidar as matérias estudadas, bem como o de proporcionar ao aluno uma efetiva utilização dos métodos apresentados. A realização de trabalho prático ao longo do semestre, vem de encontro tanto aos objetivos da unidade curricular como à natureza dos assuntos estudados.

## **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

The more theoretical classes ensure a rigorous and full coverage of all topics in the syllabus, while the more practical classes serve the purpose of illustrating and consolidating the studied subjects, as well as to provide the student with an effective usage of the presented methods. The practical work along the semester meets both the nature of studied subjects and the objectives of the curricular unit.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 caracteres).**

1. E.B. Becker, G.F. Carey & J.T. Oden, *Finite Elements: An Introduction* (Vol. 1), Prentice-Hall, 1981.
2. H.P. Langtangen & K.A. Mardal, *Introduction to Numerical Methods for Variational Problems*, 2016.
3. T.J.R. Hughes, *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Dover, 2000.
4. C. Johnson, *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*, Dover, 2009.
5. O.C. Zinkiewicz, R.L. Taylor & J.Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis & Fundamentals* (7th Edition), Elsevier, 2013.
6. M.E. Vázquez-Cendón, *Solving Hyperbolic Equations with Finite Volume Methods*, Springer, 2015.
7. R.J. LeVeque, *Finite-Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press, 2002.
8. F. Moukalled, L. Mangani & M. Darwish, *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics – An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*, Springer, 2016.

## 15.12 **Geometria Computacional**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

**1. Caracterização da Unidade Curricular.**

**1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Geometria Computacional / Computational Geometry

**1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

**1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

**1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162

**1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

TP: 45 PL: 22,5

**1.6. ECTS (100 carateres).**

6

**1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

Unidade curricular optativa

**1.7. Remarks (1.000 carateres).**

Optional curricular unit

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Lucía Fernandez Suarez – 67,5 h

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

#### **4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

##### **(1.000 carateres).**

Os estudantes que terminam com sucesso esta unidade curricular deverão ser capazes de:

1. Apresentar os conceitos geométricos básicos sobre os quais assentam os principais algoritmos de geometria computacional;
2. Reconhecer algumas das principais áreas de aplicação da geometria computacional, tais como, robótica, reconhecimento de voz e de padrões, sistemas de informação geográfica ...
3. Identificar os algoritmos geométricos adequados a cada problema e analisá-los quanto à sua eficiência;
4. Descrever os algoritmos estudados e implementá-los numa linguagem de programação adequada.

#### **4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

Students who complete this course should be able:

1. Present the basic geometric concepts required to describe and study the main algorithms of computational geometry;
2. Recognize some of the principal areas of application of computational geometry, such as robotics, voice and pattern recognition, geographic information systems,...
3. Identify the geometric algorithms relevant to the problem at hand and evaluate their efficiency;
4. Describe the algorithms studied in the course and be able to implement them in a suitable programming language.

#### **5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

- I. Conceitos básicos de geometria afim e euclidiana. Problemas clássicos na área (localização de serviços, o problema do círculo mínimo ...)
- II. Polígonos. Teorema da Galeria de Arte. Triangulação. Dual de uma triangulação. Orelhas. Área de um polígono. Algoritmos de triangulação. Triangulação de polígonos monótonos.
- III. Conjuntos convexos. Combinações convexas. Invólucro convexo. Algoritmo de Graham. Algoritmo QUICK-HULL
- IV. Células de Voronoi. Bissectores. Diagrama de Voronoi. Beach Line. Algoritmo de Fortune. Grafo de Delaunay. Aplicações.

V. Localização de pontos.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

I. Basic concepts of affine and Euclidean geometry. Classical problems in the field (service location, the minimum circle problem).

II. Polygons triangulation: polygons, art gallery problems. Triangulation. Triangulation Dual. Polygon's areas. Triangulation's algorithms. Triangulation of Monotone polygons.

III. Convex sets. Convex combinations. Convex hulls. Graham Algorithm. QUICK-HULL algorithm.

IV. Voronoi cells. Bisectors. Voronoi diagrams,. Beach Line. Fortune Algorithm. Delaunay graphs. Applications.

V. Point location search.

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

A formação matemática em geometria afim e euclidiana em que assentam as técnicas de geometria computacional e os problemas que motivam a área estão contemplados no ponto (I), permitindo aos alunos atingir os objetivos de aprendizagem (1) e (2). Os conceitos e problemas apresentados nos pontos II, III, IV e V possibilitarão o aluno atingir os objetivos de aprendizagem de (3) e (4).

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

The mathematical training in affine and Euclidean geometry, on which computational geometry techniques are based, and the basic problems in the area, are considered in point (I), allowing students to reach learning objectives (1) to (2). The mathematical concepts and problems and applications presented in points II, III, IV and V will enable the student to achieve the learning objectives (3) and (4) .

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

As aulas teórico-práticas destinam-se à apresentação dos conteúdos programáticos e de exemplos práticos de aplicação, complementadas com a resolução de exercícios para consolidação de cada um dos temas. Pretende-se privilegiar a autonomia do estudante no desenvolvimento de soluções para problemas complexos, adequados ao seu nível.

As aulas de tipo prático-laboratorial serão destinadas à implementação computacional de alguns dos algoritmos ou métodos descritos nas aulas teórico-práticas.

Os objetivos de aprendizagem de (1) a (4) são avaliados através de duas componentes: a teórica, constituída por avaliação presencial (e.g. teste escrito, apresentação e/ou teste oral), e a prática, que consiste na realização de exercícios por cada tema.

Para ambas as componentes, NT e NP, o aluno deverá obter classificação mínima de 10 valores. A classificação final (NF) resulta da aplicação da fórmula  $NF=0,5NP+0,5NT$ .

## 7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

The lecture/recitations aim at presenting the syllabus as well as practical examples. These will be complemented with the use of lists of exercises to consolidate each of the themes. It is intended to privilege student autonomy in the development of solutions to complex problems, appropriate to their cognitive level.

In the labs, the students will implement some of the algorithms or methods described in the lectures. The learning objectives of (1) to (4) are evaluated through two components: theoretical, consisting of face-to-face assessment (e.g. written test, presentation and / or oral test), and practice, exercises for each theme.

For both theoretical and practical components, the student must obtain a minimum grade of 10 values, to obtain approval to the CU.

The final classification(NF) results from a weighted arithmetic mean of the two assessment components, where the theoretical component (NT) has a weight of 50% and the practical component has a weight of 50%.(NP)

$$NF=0,5NP+0,5NT$$

## 8. Demontração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).

As aulas teórico-práticas destinam-se à apresentação das bases teóricas dos conteúdos programáticos e os problemas principais na área, no intuito de completar os objetivos de aprendizagem (1) a (3), enquanto nas aulas prática-laboratorial são implementados computacionalmente os algoritmos apresentados adequados aos problemas na área, objetivo de aprendizagem (4). O trabalho autónomo (extra aula) é guiado pelas séries de exercícios, desenhadas para consolidar as competências de conceção e desenvolvimento dos conteúdos programáticos.

## 8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).

The hybrid lecture/recitations classes are designed to present the bases of the programmatic contents and to do the analysis of case studies in order to fulfill learning outcomes (1) to (3). The laboratory component is used to implement, in a controlled environment, the main algorithms in the area, learning outcome (4). Autonomous work (extra class) is guided by lists of exercises, designed to consolidate the skills of design and development of programmatic contents.

## 9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).

1. Arlow, J “Computational Geometry in Python”, Clear View Training (2018)
2. M. de Berg, M. van Krefeld, M. Overmars, O. Schwarzkopf, “Computational Geometry - Algorithms and Applications”, Springer (2000)
3. J.-D. Boissonnat, M. Yvinec, “Algorithmic Geometry”, Cambridge University Press (2005) F. P. Preparata,
4. M.I. Shamos, “Computational Geometry - An Introduction”, Springer (1985).
5. J. Gallier, “Geometric Methods and Applications for Computer Sciences and Engineering”, Springer (2011).
6. Devadoss, O'Rourke. “Discrete and Computational Geometry”, Princeton U Press (2011).

## **15.13 Modelação Avançada e Simulação**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### **1. Caracterização da Unidade Curricular.**

#### **1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Modelação Avançada e Simulação / Advanced Modelling and Simulation

#### **1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

Matemática

#### **1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

#### **1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162

#### **1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

67.5

#### **1.6. ECTS (100 carateres).**

6

#### **1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

#### **1.7. Remarks (1.000 carateres).**

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (*preencher o nome completo*) (1.000 carateres).**

Gonçalo Nuno Rosado Morais - 33.75

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

Carlos Geraldes - 33.75

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

*(1.000 carateres).*

1. Construir modelos aplicados à resolução de problemas concretos;
2. Ser capaz de a partir de um modelo matemático, construir uma implementação computacional numa linguagem apropriada e a partir desta efectuar simulações eficientes;
3. Ser capaz de concluir as vulnerabilidades do modelo e corrigir as respectivas insuficiências, de criticar as soluções encontradas e perceber de que forma estas podem ser melhoradas;
4. Compreender a distinção entre inferência Bayesiana e inferência clássica e aplicar a primeira a problemas de previsão e classificação;
5. Ser capaz de construir modelos gráficos de forma a caracterizar a estrutura de dependências de um problema e, a partir destes, produzir simulações;
6. Ser capaz de compreender o funcionamento de uma rede neuronal e dos respectivos algoritmos de aprendizagem;
7. Distinguir os vários tipos de redes neurais e os respectivos traços característicos;
8. Ser capaz de acompanhar genericamente os avanços tecnológicos na esta área e perceber os novos desafios colocados.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

1. Be able to construct models applied to solving concrete problems;
2. From a mathematical model, to be able to build a computational implementation in an appropriate language and from this to carry out efficient simulations;
3. Be able to understand the vulnerabilities of the model and correct their inadequacies, to criticize the solutions found and realize how they can be improved;
4. Understand the distinction between Bayesian inference and classical inference and apply the first to prediction and classification problems;

5. To be able to construct graphical models in order to characterize the structure of dependencies of a problem and, from these, to produce simulations;
6. Be able to understand the functioning of a neural network and its learning algorithms;
7. Distinguish the various types of neural networks and their characteristic features;
8. Be able to follow generically the technological advances in this area and realize the new challenges posed.

## 5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

1. Conceitos fundamentais de Estatística Bayesiana;
2. Modelos de Markov;
3. Campos de Markov e simulação estocástica;
4. Modelos generativos e Máquinas de Boltzmann restritas;
5. Algoritmos de aprendizagem em redes neurais;
6. Redes de convolução;
7. Redes recorrentes.

## 5. Syllabus (1.000 characters).

1. Fundamental aspects of Bayesian statistics;
2. Markov Models;
3. Markov Random Fields and Stochastic Simulation;
4. Generative models and Restricted Boltzmann machines;
5. Learning algorithms in artificial neural networks;
6. Convolutional Neural Networks;
7. Recurrent Neural Networks.

## 6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

Os três primeiros objectivos são os aspectos fundamentais de uma disciplina de modelação. Para atingir estes objectivos, os pontos 1 e 2 dos conteúdos programáticos serão a base fundamental para sedimentar esta realimentação biunívoca entre o modelo e a realidade. Nesse mesmo sentido, o ponto 4 dos objectivos volta a estar ligado aos mesmos conteúdos programáticos, pois a natureza dos algoritmos que permitem efectuar a simulação de modelos de Markov são naturalmente bayesianos. O ponto 5 dos objectivos é atingido através da codificação do problema através de um grafo não orientado. Como culminar deste processo, chegamos aos chamados Campos de Markov (ponto 3 dos conteúdos). A partir daqui estamos em condições de proceder a simulações estocásticas com toda a generalidade possível.

Os pontos 6, 7 e 8 dos objectivos são ligados aos pontos 4-7 dos conteúdos. Com os modelos generativos e máquinas de Boltzmann (restritas), temos um primeiro encontro com algoritmos em que a optimização é efectuada através da minimização da energia do sistema. Com esta abordagem torna-se possível a generalização de outros algoritmos (PCA, ICA, etc) para problemas fora do âmbito da formulação original. Os dois últimos pontos dos conteúdos, permitirão que os alunos tenham contacto com dois modelos de redes neurais que estão na vanguarda do conhecimento actual, permitindo deste modo atingir os dois últimos pontos dos objectivos.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The first three objectives are the fundamental aspects of a modeling course. In order to achieve these objectives, points 1 and 2 of the programmatic contents will be the fundamental basis to sediment this one-to-one feedback between the model and reality. In the same sense, point 4 of the objectives is again related to the same programmatic content, since the nature of the algorithms that allow the simulation of Markov models have a Bayesian nature.

Point 5 of the objectives is reached by coding the problem through an undirected graph. As a culmination of this process, we come to the so-called Markov Random Fields (point 3 of the contents). From here we are in a position to carry out stochastic simulations with as much generality as possible.

Points 6, 7 and 8 of the objectives are linked to points 4-7 of the contents. With the generative models and Boltzmann machines (restricted), we have a first encounter with algorithms in which the optimization is carried out by minimizing the energy of the system. With this approach it becomes possible to generalize other algorithms (PCA, ICA, etc.) to problems outside the scope of the original formulation. The last two points of the contents will allow the students to have contact with two artificial neural network models that are at the forefront of current knowledge, thus allowing to reach the last two points of the objectives.

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

### Metodologias de Ensino:

Ensino teórico/prático, estando previstas cerca de 67.5 horas de contacto. O tempo total de trabalho do estudante é de 162 horas.

Nas aulas teórico-práticas é apresentada e fundamentada a teoria, a par de exemplos de aplicação, e são resolvidos exercícios. Algumas aulas são dedicadas à resolução de exercícios de aplicação direta e à resolução de problemas, individualmente ou em grupo, nos quais é dado especial ênfase a problemas aplicados.

O estudo individual deve ser complementado com a bibliografia indicada além da resolução de exercícios/problemas disponibilizados.

A avaliação de conhecimentos compreende dois elementos: a média das classificações obtidas em trabalhos a realizar periodicamente (NP) e um projecto final (NT), o qual pode ser realizada tanto em período de aulas como em período de exame.

A nota final do aluno, NF, será obtida através da fórmula  $NF=0.5NT+0.5NP$ .

Para obter aprovação na unidade curricular o aluno deve obter uma nota mínima de 8 valores em NT e em NP e de 9.5 valores em NF.

## 7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

Practical theoretical instruction, with about 67.5 hours of contact being planned. The total work time of the student is 162 hours. In theoretical-practical classes the theory is presented and supported, along with examples of application, and exercises are solved. Some classes are dedicated to the solving of exercises of direct application and to the resolution of problems, individually or in group, in which emphasis is given to the computational implementation.

Following common practice in this area, preference will be given to implementations in Python, not neglecting the need to produce code in lower-level languages such as C/C++.

The individual study should be complemented with the indicated bibliography besides the resolution of exercises/problems made available. The evaluation of knowledge comprises two elements: the average of the classifications obtained in works to be carried out periodically (NP) and a final project (NT), which can be carried out both in the class period and during the exam period. The final grade of the student, NF, will be obtained through the formula  $NF = 0.5NT + 0.5NP$ .

To obtain approval in the course unit the student must obtain a minimum grade of 8 values in both NT and NP and of 9.5 values in NF.

## 8. Demontração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).

As aulas teórico-práticas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, os quais surgem como resposta a situações e problemas práticos.

A análise de problemas, a respectiva modelação e simulação em contexto de aula permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudadas, ao mesmo tempo que se aprofundam os conhecimentos teóricos.

Naturalmente, o conjunto de exemplos apresentados, pela sua organização, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar todos os tópicos da matéria e são, a par de uma recolha bibliográfica mais extensa, os principais instrumentos do estudo individual.

Tendo em conta que o sucesso à matemática não é compatível com um estudo pontual exclusivamente pré-avaliação, torna-se recomendável a implementação de processos que contrariem esta tendência. Neste sentido, semanalmente serão apresentados um conjunto de exercícios teóricos/computacionais, para serem resolvidos individualmente ou em grupo, de maneira a que os alunos acompanhem a matéria leccionada.

Para muitos dos problemas apresentados nesta disciplina não foi até hoje encontrada uma solução óptima. Neste sentido, uma atitude crítica e comparativa por parte dos alunos face às soluções encontradas, terá de ser reforçada, contribuindo positivamente para a independência desejada nesta fase da graduação.

## 8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).

Theoretical-practical classes are essential to a rigorous and complete coverage of the program topics, which arise in response to practical situations and problems. The analysis of problems, the respective modeling and simulation in class context allows to illustrate the practical application of the concepts and tools studied, while at the same time deepening the theoretical knowledge.

Naturally, the set of examples presented, by their organization, content and diversity of degree of difficulty, allows the student to follow all the topics of the subject and are, along with a more extensive bibliographical collection, the main instruments of the individual study.

Taking into account that success in mathematics is not compatible with an exclusively pre-evaluation punctual study, it is advisable to implement processes that contradict this tendency. In this sense, weekly will be presented a set of theoretical / computational exercises, to be solved individually or in a group, so that students follow the lesson.

For many of the problems presented in this course, an optimal solution has not yet been found. In this sense, a critical and comparative attitude on the part of the students regarding the solutions found, will have to be reinforced, contributing positively to the desired independence in a discipline at this stage of the course.

## 9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 caracteres).

1. Gonçalo Morais, “Modelação Avançada e Simulação”, (Reference book), *in progress*;
2. Kevin P. Murphy, “Machine Learning: A probabilistic Perspective”, MIT Press, 2012.
2. Pierre Brémaud, “Discrete Probability Models and Methods”, Springer, 2017.
3. Højsgaard, S., et al., “Graphical Models with R”, Springer, 2012.
4. MacKay, D., Information Theory, Inference and Learning Algorithms, Cambridge University Press, 2003.
5. Bengio, Y., et. Al, “Deep Learning”, MIT Press, 2016

## 15.14 **Elementos de Aprendizagem Estatística**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular *(1.000 carateres)*.

Elementos de Aprendizagem Estatística / Elements of Statistical Learning

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere *(100 carateres)*.

MAT

#### 1.3. Duração<sup>1</sup> *(100 carateres)*.

Semestral

#### 1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> *(100 carateres)*.

162

#### 1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> *(100 carateres)*.

TP: 45 PL:22.5 OT: 5

#### 1.6. ECTS *(100 carateres)*.

6

#### 1.7. Observações<sup>4</sup> *(1.000 carateres)*.

Opcional

#### 1.7. Remarks *(1.000 carateres)*.

Optional

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular *(preencher o nome completo)* *(1.000 carateres)*.

Carlos José Brás Geraldes, 67.5 h.

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular *(1.000 carateres)*.

#### **4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

*(1.000 carateres).*

1. Aplicar técnicas de modelação sob o quadro geral da teoria da aprendizagem estatística
2. Formalizar modelos orientados para a predição e inferência
3. Aplicar os conceitos de predição e inferência para resolução de problemas em contextos específicos
4. Selecionar e avaliar os modelos com base nos respetivos desempenhos
5. Interpretar os resultados bem como as associações entre as variáveis a partir dos modelos aplicados no contexto do problema em estudo
6. Implementar computacionalmente as técnicas de modelação e interpretação utilizando o *software* mais apropriado

#### **4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). *(1.000 characters).***

1. To apply modeling techniques under the general framework of statistical learning theory
2. To formalize models oriented to prediction and inference
3. To apply the concepts of prediction and inference to solve problems in specific contexts
4. To select and evaluate the models based on their performance
5. To interpret the results as well as the associations between variables from the models in the problem context under study
6. To implement, computationally, the modeling and interpretation techniques using appropriate software

#### **5. Conteúdos programáticos *(1.000 carateres).***

1. Aspetos da aprendizagem supervisionada.
  - 1.1. Introdução à aprendizagem estatística. Aprendizagem supervisionada. Definição de variáveis e adaptação de modelos.
  - 1.2. Classificadores generativos (distribuição de probabilidade conjunta). Classificadores discriminativos (distribuição de probabilidade condicional). Aproximação de funções.
2. Métodos lineares para regressão e classificação.
  - 2.1. Revisão dos conceitos de regressão linear. Estimação de parâmetros através do erro quadrático mínimo e da máxima verosimilhança. Teorema de Gauss-Markov.
  - 2.2. Seleção de variáveis. Métodos *forward and backward-stepwise*. Regressões *Ridge* e *Lasso* (*Least absolute shrinkage and selection operator*).
  - 2.3. Regressão logística.
3. Métodos não lineares para regressão e classificação.
  - 3.1. Suavização. Suavizadores de médias móveis e retas móveis. Suavizadores *Kernel*. *Splines* suavizadores. Regressão *Kernel*. Regressão polinomial local. Regressão por *Splines*.

- 3.2. Modelo aditivo generalizado (GAM). Estimação das funções parciais. Estimação da função de razão de possibilidades.
- 3.3. Árvores de classificação e regressão.
- 3.4. Máquinas de vetores de suporte.
- 3.5. Redes neuronais. O perceptrão multicamada. Redes neuronais aditivas generalizadas.
- 4. Avaliação e seleção de modelos.
  - 4.1. Conceito de generalização. Complexidade do modelo. Compromisso viés-variância.
  - 4.2. Teoria de Vapnik-Chervonenkis. Métodos para reduzir o otimismo do erro de treino - validação cruzada e *bootstrap*.
- 5. Inferência e interpretabilidade dos modelos.
  - 5.1. Métodos bootstrap e máxima verosimilhança.
  - 5.2. Algoritmo EM.
  - 5.3. Interpretação dos modelos de regressão e classificação lineares.
  - 5.4. Interpretação das funções parciais de um GAM. Interpretação da função da razão de possibilidades.
  - 5.5. Método para a interpretação local e agnóstica de modelos – LIME (Local Interpretable Model-Agnostic Explanations).
- 6. Aprendizagem não supervisionada.
  - 6.1. Revisão sobre os conceitos de análise de agrupamentos (*Clusters*) e de análise em componentes principais (*Principal Component Analysis - PCA*).
  - 6.2. Análise em componentes independentes.
  - 6.3. Mapas Auto-Organizados (*Self Organizing Maps - SOM*).

## 5. Syllabus (1.000 characters).

- 1. Aspects of supervised learning.
  - 1.1. Introduction to statistical learning. Supervised learning. Variable definition and model adaptation.
  - 1.2. Generative classifiers (joint probability distribution). Discriminative classifiers (conditional probability distribution). Function approximation.
- 2. Linear methods for regression and classification.
  - 2.1. Review of linear regression concepts. Parameter estimation using the minimum quadratic error and maximum likelihood. Gauss-Markov theorem.
  - 2.2. Variable selection; *Forward and Backward-Stepwise*; *Ridge* and *Lasso* (Least absolute shrinkage and selection operator) regressions.
  - 2.3. Logistic regression.
- 3. Nonlinear methods for regression and classification.
  - 3.1. Smoothing. Moving average. Kernel smoothers. Smoothing splines. Kernel

- regression. Local polynomial regression. Regression Splines.
- 3.2. Generalized additive model (GAM). Partial function estimation; Estimation of the odds ratio function.
  - 3.3. Regression and classification trees.
  - 3.4. Support vector machine.
  - 3.5. Neural Networks. The multi-layer perceptron. Generalized additive neural networks.
  4. Model assessment and selection
    - 4.1. Generalization. Model complexity. Bias-variance tradeoff;
    - 4.2. Vapnik-Chervonenkis theory. Methods to reduce training error optimism – cross-validation and bootstrap;
  5. Inference and model interpretation.
    - 5.1. Bootstrap and maximum likelihood methods.
    - 5.2. EM algorithm.
    - 5.3. Interpretation of linear regression and classification.
    - 5.4. GAM partial function interpretation. Odds ratio function interpretation.
    - 5.5. Extraction of model explanations – LIME (Local Interpretable Model-Agnostic Explanations).
  6. Unsupervised learning
    - 6.1. Review of the concepts of cluster analysis and principal component analysis (PCA).
    - 6.2. Independent component analysis (ICA).
    - 6.3. Self Organizing Maps (SOM).

## **6. Demontração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 caracteres).**

Os conteúdos programáticos abordados são fundamentais para que o aluno compreenda o processo de implementação de um modelo, sua aplicação e interpretação sob o ponto de vista estatístico, o que se encontra em coerência com os objetivos definidos.

Assim, os objetivos 1,2,3, relacionados com uma abordagem teórica do processo de modelação, são satisfeitos pelas seções 1,2,3 e 6. do programa. O objetivo da avaliação e seleção do modelo (objetivo 4) é alcançado pela seção 4 do plano de estudos. Em relação ao tema sobre interpretabilidade do modelo, definido no objetivo 5, este é satisfeito no ponto 5 do programa da unidade curricular. O objetivo 6, referente à implementação prática e computacional dos métodos utilizados para a construção e aplicação dos modelos, será satisfeito em todos os pontos do programa, uma vez que ambas as perspetivas, teórica e prática, serão abordadas simultaneamente em cada tema.

## **6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

The syllabus is essential for understanding all the model construction process, its application, and interpretation from a statistical point of view, which is in line with the defined goals.

Thus, goals 1,2,3, which are related to a theoretical approach to the modeling process, are satisfied by the program sections 1,2,3 and 6. Model assessment and selection (goal 4), is achieved by section 4 of the syllabus. Concerning the theme about model interpretability, defined in objective 5, it is satisfied in point 5 of the program. Objective 6, regarding the practical and computational implementation of the methods used to implement the models, will be satisfied by all points of the program, since the two perspectives, theoretical and practical one, will be addressed simultaneously in each theme.

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

As aulas são teórico-práticas. A parte teórica é fortemente baseada no formalismo matemático que permite o desenvolvimento de capacidade crítica no processo de modelação. Os alunos serão familiarizados com as técnicas de aprendizagem estatística, onde se incluem a inferência e a interpretação dos modelos.

Na componente prática são implementados computacionalmente os modelos e procedimentos abordados na parte teórica, usando um *software* livre (preferencialmente o R), com base em casos que podem ser reais ou simulados. São disponibilizados aos alunos elementos de apoio aos conteúdos programáticos.

A avaliação de conhecimentos compreende ambas as componentes teórica e prática. A parte teórica é constituída por um exame (nota mínima de 9,5 valores). A parte prática compreende um projeto de grupo com apresentação e discussão obrigatória (nota mínima de 9,5 valores). Os grupos a serem formados deverão ser constituídos no máximo por 5 elementos.

A nota final do aluno, NF, será obtida através da fórmula:  $NF=0,5\ NT+0,5\ NP$ , onde NT representa a nota da parte teórica e NP a nota da parte prática.

## 7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

Classes are theoretical-practical. The theoretical part is strongly based on the mathematical formalism that allows the development of critical capacity in the modeling process. Students will be familiarized with the techniques of statistical learning, including inference and model interpretation.

In the practical component, the models and procedures covered in the theoretical part are computationally implemented, using free software (preferably R) based on cases that can be real or simulated. Elements of support for the syllabus are made available to students.

Knowledge assessment comprises both components (theoretical and practical). The theoretical part consists of an exam (minimum score of 9.5). The practical part comprises a group's project with mandatory presentation and discussion (minimum score of 9.5). The groups should have a maximum number of 5 elements.

The student's final grade, NF, will be obtained using the formula:  $NF = 0.5\ NT + 0.5\ NP$ ,

where NT represents the grade of the theoretical part and NP the grade of the practical part.

## 8. Demonstraçāo da coerēncia das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).

A aprendizagem estatística é focada fundamentalmente na formalização de todos os aspectos do processo de modelação, principalmente naqueles que permitem a interpretação das estimativas e das associações entre variáveis. É importante que o aluno adquira competências na utilização do raciocínio estatístico para resolver problemas de modelação de complexidade mais elevada.

As metodologias de ensino são consistentes com os objetivos da unidade curricular, uma vez que na parte teórica é ensinado o formalismo estatístico necessário para o desenvolvimento da capacidade crítica na escolha e construção de um modelo. Adicionalmente, na parte prática, o aluno pode aplicar as aptidões já mencionadas para resolver problemas reais ou simulados (próximos da realidade). O destaque dado às questões relacionadas com a interpretabilidade e inferência resultará num entendimento holístico do problema a resolver, o que será bastante útil em situações reais da futura vida profissional do aluno.

A implementação computacional dos processos envolvidos, com recurso à utilização de um *software* livre, irá possibilitar ao aluno o desenvolvimento das suas próprias ferramentas bem como um melhor entendimento da resolução prática de problemas.

A avaliação da aprendizagem com base num exame permitirá aferir os conhecimentos e competências individuais adquiridas pelo aluno. O projeto de grupo permitirá avaliar a capacidade cooperativa na resolução dos problemas.

## 8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).

Statistical learning is very focused on the formalization of all aspects of the modeling process, especially those that allow the interpretation of estimates and associations between variables. It is important that the student acquires skills in the use of statistical reasoning to solve modeling problems of higher complexity.

The teaching methodologies are consistent with the objectives of the curricular unit, given that in the theoretical part the statistical formalism necessary for the critical capacity for the choice and development of a model is taught and in the practical part, the student can apply the skills mentioned above for solving real or simulated examples (close to reality).

The teaching methodologies are consistent with the objectives of the curricular unit, since in the theoretical part is taught the statistical formalism needed for the development of critical capacity in the choice and construction of a model. Additionally, in the practical part, the student can apply the skills already mentioned to solve real or simulated examples (close to reality). The emphasis on issues related to interpretability and inference will result in a holistic understanding of the problem to be solved, which will be very useful in real situations of the student's future professional life.

The computational implementation of the processes involved, using free software, will

enable students to develop their own tools as well as a better understanding of practical problem solving.

The assessment of learning based on an exam will allow the evaluation of individual knowledge and skills acquired by the student. The group's project will allow assessing the cooperative capacity in solving problems.

## 9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).

1. Hastie, T., Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. H. (2001). The elements of statistical learning: Data mining, inference, and prediction. New York: Springer
2. Steyerberg, E. W. (2009). Clinical prediction models: A practical approach to development, validation, and updating. New York: Springer
3. Steyerberg, E. W. (2009). Clinical prediction models: A practical approach to development, validation, and updating. New York: Springer
4. Bishop, C. M. (2016). Pattern Recognition and Machine Learning.
5. Witten, I. H., Frank, E., Hall, M. A., & Pal, C. J. (2017). Data mining: Practical machine learning tools and techniques.
6. Amaral Turkman, M.A. e Silva, G. (2000). Modelos Lineares Generalizados - da Teoria á Prática. Edições SPE,Lisboa.
7. Hastie, T. e Tibshirani, R. (1990). Generalized additive models. CRC Monographs on Statistics & Applied Probability. Chapman & Hall/CRC.
8. Efron, B. e Tibshirani, R. (1994). An Introduction to the Bootstrap. Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics & Applied Probability. Taylor & Francis.
9. Samek, W., Montavon, G., Vedaldi, A., Hansen, L. K., & Muller, K.-R. (2019). *Explainable AI: Interpreting, Explaining and Visualizing Deep Learning*.
10. Cadarso-Suárez, C., Roca-Pardiñas, J., Figueiras, A., & González-Manteiga, W. (April 30, 2005). Non-parametric estimation of the odds ratios for continuous exposures using generalized additive models with an unknown link function. *Statistics in Medicine*, 24, 8, 1169-1184.

## 15.15 Cálculo das Variações

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

**1. Caracterização da Unidade Curricular.**

**1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Cálculo das Variações / Calculus of Variations

**1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

**1.3. Duração1 (100 carateres).**

Semestral

**1.4. Horas de trabalho2 (100 carateres).**

162h

**1.5. Horas de contacto3 (100 carateres).**

TP – 67,5h

**1.6. ECTS (100 carateres).**

6

**1.7. Observações4 (1.000 carateres).**

**1.7. Remarks (1.000 carateres).**

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Maria Isabel Esteves Coelho - 33,75h

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

Filipe Santiago Cal - 33,75h

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

**(1.000 carateres).**

Os alunos que terminam com sucesso esta unidade curricular serão capazes de:

1. Identificar o quadro funcional correspondente às equações de Euler-Lagrange;
2. Compreender o formalismo variacional de problemas clássicos do cálculo das variações;
3. Compreender os conceitos e resultados fundamentais das topologias fracas;
4. Conhecer os espaços de Sobolev e as suas propriedades;
5. Aplicar o método directo do cálculo das variações.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

The students that are approved in this curricular unit should be able to:

1. Identify the functional framework corresponding to Euler-Lagrange equations;
2. Recognize the variational formalism for classical problems from the calculus of variations;
3. Understand the fundamental concepts and results on weak topologies;
4. Recognize Sobolev spaces and their properties;
5. Apply the direct method in the calculus of variations.

**5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

1. Funcionais. Derivadas de Fréchet e de Gâteaux. Primeira e segunda variação. Condições necessárias para a existência de extremos relativos de um funcional. Equação de Euler-Lagrange.
2. Problemas clássicos do cálculo das variações: geodésicas, braquistócrona, catenária, problema isoperimétrico, superfícies de revolução mínimas.
3. Topologias fracas. Espaços  $L^p$ .
4. Espaços de Sobolev. Teoremas de imersão. Compacidade.
5. Derivadas fracas. Formulação variacional de problemas com condições aos limites.
6. Coercividade, convexidade e semi-continuidade. Método directo do cálculo das variações.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Functionals. Fréchet and Gâteaux derivatives. First and second variations. Necessary conditions for extrema of a functional. Euler-Lagrange equation.
2. Classical problems in the calculus of variations: geodesics, brachistochrone, catenary, isoperimetric problem, minimal surfaces of revolution.
3. Weak topologies.  $L^p$  spaces.
4. Sobolev spaces. Embedding theorems. Compactness.
5. Weak derivatives. Variational formulation of boundary value problems.
6. Coercivity, convexity and semicontinuity. Direct method in the calculus of variations.

## 6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

Os conteúdos programáticos são coerentes com os objetivos da unidade curricular, atendendo a que:

Os pontos 1 e 5 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar o ponto 1 dos objetivos;

O ponto 2 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 2 dos objetivos;

O ponto 3 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 3 dos objetivos;

O ponto 4 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 4 dos objetivos;

O ponto 6 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 5 dos objetivos.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The coherence of the syllabus with the curricular goals is assured, since:

Topics 1 and 5 of the syllabus implement the 1st learning goal;

Topic 2 of the syllabus implements the 2nd learning goal;

Topic 3 of the syllabus implements the 3rd learning goal;

Topic 4 of the syllabus implements the 4th learning goal;

Topic 6 of the syllabus implements the 5th learning goal.

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

Ensino teórico-prático, com 45 aulas por semestre, correspondentes a 67.5 horas de contacto. O tempo total de trabalho do aluno é de 162 horas. Usa-se metodologia expositiva para apresentação dos quadros teóricos de referência, complementada com a análise e resolução de exercícios práticos por parte dos alunos. O estudo individual deve ser complementado com a leitura da bibliografia indicada e com a resolução de exercícios e problemas disponibilizados pelos docentes. Avaliação por exame, com a duração de 2h30. Consideram-se aprovados os alunos que tiverem nota maior ou igual a 9.5 valores.

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Theoretical and practical teaching, with 45 classes per semester, corresponding to 67.5 contact hours. The total work time of a student is 162 hours. Expository methodology is used to present the theoretical framework, combined with the analysis and resolution of practical exercises by the students. Individual study should be accompanied by the recommended bibliography and the resolution of exercises and problems proposed by the teachers. Evaluation by exam, with the duration of 2.5 hours. Approval requires a minimum marks of 9.5 points.

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As metodologias de ensino são coerentes com os objectivos da unidade curricular uma vez que, à exposição teórica e formal dos conceitos e resultados, se associa a sua concretização em contexto real. A análise e resolução de exercícios teóricos-práticos facilita a compreensão dos resultados fundamentais da teoria e permite aos alunos ganharem experiência na formalização da intuição matemática. O estudo de problemas clássicos do cálculo das variações permite aos alunos perceber como aplicar os conhecimentos adquiridos em situações reais. A bibliografia e os materiais de apoio disponibilizados permitem aos alunos acompanhar convenientemente todos os tópicos da matéria e são um valioso instrumento de estudo individual.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Coherence of teaching methodologies and learning outcomes are assured, as formal and theoretical concepts are associated with their realization in a real life context. The analysis and resolution of theoretical and practical exercises promote the understanding of the fundamental results of the theory and allow students to obtain experience in formalizing mathematical intuition. The study of classical problems from the calculus of variations allows students to understand how to apply the knowledge they acquire in real life situations. The references and the material provided allow students to conveniently follow all topics in the syllabus, constituting a valuable instrument for individual study.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

- Haim Brezis, *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*, Springer-Verlag, New York, 2011
- Lawrence C. Evans, *Partial Differential Equations*, Second Edition, American Mathematical Society, 2010
- Enrico Giusti, *Direct Methods in the Calculus of Variations*, World Scientific, 2003
- Hans Sagan, *Introduction to the Calculus of Variations*, Dover, 1969

## 15.16 Modelação Estocástica

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

**1. Caracterização da Unidade Curricular.**

**1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Modelação Estocástica / Stochastic Modelling

**1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

**1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

**1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162

**1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

67.5

**1.6. ECTS (100 carateres).**

6

**1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).**

**1.7. Remarks (1.000 carateres).**

**2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Ana Filipa Martinó da Silva Pontes Prior - 33.75

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

*(1.000 carateres).*

A modelação estocástica está ligada à representação matemática de fenómenos dinâmicos que, para lá de uma componente determinista, contém uma componente estocástica. Muitos fenómenos físicos e sociais podem ser modelados de uma forma satisfatória recorrendo a equações diferenciais estocásticas (EDE).

Os estudantes que terminam com sucesso esta unidade curricular deverão ser capazes de:

1. Compreender os conceitos fundamentais de teoria da medida e processos estocásticos
2. Compreender os conceitos fundamentais associados ao processo de Wiener (movimento browniano);
3. Usar a fórmula de Itô e compreender as suas implicações no desenvolvimento da teoria;
4. Identificar em que situações é pertinente proceder a uma mudança de medida;
5. Decidir, numa situação real, qual o modelo estocástico que melhor se adequa e saber estimar os parâmetros associados;
6. Analisar qualitativa e quantitativamente o modelo estocástico;
7. Compreender o paralelo entre EDE e equações às derivadas parciais (EDP);
8. Realizar simulação estocástica com recurso a software adequado.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

The stochastic modelling is linked to the mathematical representation of dynamic phenomena which, beyond the deterministic component, have also a stochastic part. Several physical and social behaviours may be represented by a stochastic differential equation (SDE).

Completing with success this course, the students must be able of:

1. Understand the fundamental concepts of measure theory and stochastic processes;
2. Understand the fundamental concepts of Wiener's Process (brownian motion);
3. Use the Itô's formula and understand its implications in the development of the theory;
4. Recognize in which situations it is advantageous to change the measure;

5. Make a decision, in a real situation, which SDE is more suitable for the phenomenon in question and be able to give an estimation of the parameters involved;
6. Make a qualitative and quantitative analysis of the stochastic model;
7. Understand the link between SDE and partial differential equations;
8. Perform computational simulation of the stochastic model.

#### **5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

1. Conceitos fundamentais de processos estocásticos e teoria da medida;
2. O processo de Wiener e respectivas propriedades;
3. Fórmula de Itô;
4. Teorema de Girsanov;
5. Equações diferenciais estocásticas;
6. Métodos de estimação de parâmetros associados a modelos estocásticos;
7. Processos de difusão e representação de Feynman-Kac;
8. Aplicações.

#### **5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Fundamental concepts of measure theory and stochastic processes;
2. The Wiener process and its properties;
3. Itô's formula;
4. Girsanov theorem;
5. Stochastic differential equations;
6. Estimation of parameters associated to stochastic models;
7. Diffusion processes and Feynman-Kac representation;
8. Applications.

#### **6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

O objectivo 1 é atingido através de uma introdução geral à teoria da medida. Para além disso far-se-á uma revisão geral sobre os conceitos fundamentais dos processos estocásticos, com especial enfoque a tudo o que está directamente relacionado com as EDE.

Os pontos 2,3,4 e 5 estão em exacta conformidade com os objectivos traçados nos pontos 2, 3, 4 e 5 dos objectivos.

O ponto 6 dos objectivos é atingido não só pela teoria fundamental sobre EDE, apresentada no ponto 5 dos conteúdos, mas igualmente com a análise empírica da adequação dos valores dos parâmetros associados ao modelo estocástico apresentada no capítulo 6.

O ponto 7 dos objectivos volta a estar directamente relacionado com o ponto 7 dos conteúdos.

Finalmente, o ponto 8 dos objectivos é alcançado através da análise de exemplos reais e simulação das respectivas soluções nas aplicações, apresentadas no ponto 8 dos conteúdos.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The goal 1 is attained through the introduction to measure theory presented in chapter 1. Moreover, the general review of stochastic processes, with a direct focus to the contents of this vast theory with a direct connection to the SDE, is also presented.

There is a direct link between points 2, 3, 4 and 5 of the learning outcomes with the point of the same number of the syllabus.

The point 6 is attained with the results presented in chapter 5 and with empirical analysis of the adequacy of the parameters of the stochastic model presented in chapter 6.

There is a direct link between point 7 of the learning outcomes and the same point of the syllabus.

Finally, the point 8 of the learning outcomes is attained through the analysis of the models, with the simulation of the solutions of the model, presented in chapter 8

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

As aulas são teórico-práticas, estando previstas 67.5 horas de contacto. O tempo total de trabalho do estudante é de 162 horas.

Nas aulas teórico-práticas é apresentada e fundamentada a teoria, acompanhada com exemplos de aplicação e resolução de exercícios. Algumas aulas são essencialmente práticas, dedicadas à resolução de problemas reais, individualmente ou em grupo.

O estudo individual deve ser complementado com a leitura da bibliografia indicada e com a resolução de exercícios/problemas disponibilizados. A resolução de exercícios associados aos conteúdos é implementada computacionalmente usando o *software* livre mais adequado.

A avaliação de conhecimentos comprehende duas vertentes: uma nota da parte prática (NP) e uma nota da parte teórica (NT).

Os alunos desenvolvem um trabalho ao longo do semestre, com apresentação e discussão, da qual resultará a NP, com ponderação de 50% para a nota final (NF). Realizam ainda um exame cujo resultado será a NT, com os restantes 50% da NF da unidade curricular. Para ser aprovado, o aluno deve obter nota mínima de oito valores, quer na NP, quer na NT, e de 9.5 na NF.

A NF será então obtida através da fórmula  $NF=0.5NT+0.5NP$ .

## 7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

The classes are theoretical-practical, with 67.5 hours of contact time being planned. The total work time of the student is 162 hours.

In theoretical-practical classes the theory is presented and supported, accompanied by examples of application and resolution of exercises. Some classes are essentially practical, dedicated to solving real problems, individually or in groups.

The individual study should be complemented with reading the indicated bibliography and with the resolution of exercises / problems made available. The resolution of exercises associated to the contents is implemented computationally using the most appropriate free software.

The assessment of knowledge comprises two strands: a note of the practical part (NP) and a note of the theoretical part (NT).

The students develop a work during the semester, with presentation and discussion, which will result in NP, with a 50% weighting for the final grade (NF). They also carry out an examination whose result will be the NT, with the remaining 50% of the NF of the curricular unit. To be approved, the student must obtain a minimum grade of eight values, either in NP or in NT, and 9.5 in NF.

The NF will then be obtained by formula  $NF = 0.5NT + 0.5NP$ .

## **8. Demontração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As metodologias de ensino estão em coerência com os objetivos da unidade curricular, dado que a metodologia expositiva utilizada para explicar a matéria teórica, possibilita atingir especificamente todos os objetivos da UC. A exemplificação com problemas concretos, permite ao aluno perceber como aplicar a matéria usada em situações reais da sua vida profissional. A metodologia utilizada pretende fornecer conhecimentos para formalizar um problema concreto, escolher os métodos adequados a aplicar e proceder à sua correta implementação. Os cadernos de exercícios disponibilizados, pela sua estrutura, conteúdo e diversidade do grau de dificuldade, permitem ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e são o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios que os constituem são os adequados ao desenvolvimento das capacidades exigidas. Para além da resolução analítica, a resolução de exercícios com recurso à utilização de software livre, possibilita ao aluno apreender o modo real de resolução deste tipo de problemas na sua vida profissional. Os métodos de avaliação permitem averiguar se o aluno adquiriu conhecimentos suficientes para atingir os objetivos propostos na UC.

## **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

The teaching methodologies are in line with the objectives of the curricular unit, given that the expository methodology used to explain the theoretical subject makes it possible to reach specifically all the objectives of the UC. The exemplification with concrete problems, allows the student to understand how to apply the material used in real situations of his professional life. The methodology used aims to provide knowledge to formalize a concrete problem, to choose the appropriate methods to apply and to proceed with its correct implementation. The exercise book made available, due to their structure, content and diversity of the degree of difficulty, allow the student to follow all topics in detail and are the main instrument of the individual

study. The exercises which constitute them are those which are suitable for the development of the required capacities. In addition to the analytical resolution, the resolution of exercises using the use of free software, allows the student to learn the real way of solving this type of problems in their professional life. The evaluation methods allow to verify if the student has acquired enough knowledge to reach the objectives proposed in the UC.

## 9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).

1. Brzezniak, Z. and Zastawniak, T. (2006). Basic Stochastic Processes. Springer Undergraduate Mathematics Series.
2. Karatzas, I. and Shreve, S. (1988). Brownian Motion and Stochastic Calculus. Springer, New York.
3. Kloeden, P. E. and Platen, E. (1999). *Numerical Solution to Stochastic Differential Equations*. Springer, New York.
4. Øksendal, B. (2003). *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*. Springer, New York, 6th edition.
5. Iacus, S. (2009). Simulation and Inference for Stochastic Differential Equations: With R Examples. Springer, New York.

**15.17      *Métodos Matemáticos para o Processamento de Imagens***

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

**1.    Caracterização da Unidade Curricular.****1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Métodos Matemáticos para o Processamento de Imagens / Mathematical Methods for Image Processing

**1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

MAT

**1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

**1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162h

**1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

TP- 67,5h

**1.6. ECTS (100 carateres).**

6

**1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).****1.7. Remarks (1.000 carateres).****2.    Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

José Alberto de Sousa Rodrigues, 67,5h

**3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (*1.000 carateres*).**

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

**(*1.000 carateres*).**

Pretende-se com este curso fornecer aos alunos os conhecimentos necessários para a análise de imagens digitais com vista a futuras investigações na área e dotá-los da capacidade de utilização da análise digital de imagens para diversas áreas de aplicação, como a computação gráfica, a codificação de imagens, a codificação de vídeo ou problemas de processamento de imagens industriais. O objectivo também é preparar o aluno para estudos adicionais como a visão computacional, a análise de imagens multiespectrais, ou a análise estatística de imagens.

Este curso incide sobre alguns modelos matemáticos e técnicas para várias tarefas de processamento de imagens. O foco será nos aspectos matemáticos dos diferentes problemas da imagem digital.

A aprovação nesta Unidade Curricular habilita os estudantes a:

1. Compreender os princípios da terminologia do Processamento de Imagem Digital utilizada na descrição dos recursos das imagens.
2. Compreender os fundamentos matemáticos para manipulação digital de imagens; aquisição de imagem; pré-processamento; segmentação; processamento, compressão e análise do domínio de Fourier.
3. Elaborar programas para manipulação digital de imagens; aquisição de imagem; pré-processamento; segmentação; Processamento do domínio de Fourier; e compressão.
4. Conhecer os sistemas de processamento de imagem digital.
5. Compreender o melhoramento de Imagem no domínio de frequência.
6. Compreender a Restauração, Compressão, Segmentação, Reconhecimento, Representação e Descrição da Imagem.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (*1.000 characters*).**

The aim of the course is to give to the student the necessary knowledge of digital image analysis for further research within the area and to be able to use digital image analysis within other research areas such as computer graphics, image coding, video coding and industrial image processing problems. The aim is also to prepare the student for further studies like as. computer vision, multispectral image analysis and statistical image analysis.

This course gives an introduction on mathematical models and techniques for various image processing tasks. Our focus will be on the mathematical aspects of different imaging problems.

On successful completion of the course, the students should be able to:

1. Have a clear understanding of the principals the Digital Image Processing terminology used to describe features of images.

2. Have a good understanding of the mathematical foundations for digital manipulation of images; image acquisition; preprocessing; segmentation; Fourier domain processing, compression and analysis.
3. Be able to write programs for digital manipulation of images; image acquisition; preprocessing; segmentation; Fourier domain processing; and compression.
4. Have knowledge of the Digital Image Processing Systems.
5. Learn and understand the Image Enhancement in the Frequency Domain.
6. Understand the Image Restoration, Compression, Segmentation, Recognition, Representation and Description.

## 5. Conteúdos programáticos (*1.000 carateres*).

1. Etapas Fundamentais no Processamento Digital de Imagens
2. Um modelo de formação de imagem
  - 2.1. Amostragem e quantização de imagens
3. Transformações de intensidade e filtragem espacial
  - 3.1. Equalização do histograma
  - 3.2. Filtros Lineares Espaciais
4. A Transformada de Fourier e Filtragem no Domínio de Frequência
  - 4.1. Princípios de Filtragem no Domínio de Frequência
5. Restauração de Imagem
  - 5.1. Remoção de ruído em imagens digitais
  - 5.2. Técnicas de limpeza de imagens digitais
- 5.3. Métodos de minimização de energia para reconstrução de imagem
- 5.4. Cálculo da condição óptima de primeira ordem no caso contínuo.
6. Segmentação de Imagem
  - 6.1. O detector gradiente de limites
  - 6.2. Problema de Laplace para a detecção de limites (detector de Marr-Hildreth)
  - 6.3. Detecção de limite por evolução de curvas e contornos activos
  - 6.4. Representação de uma curva

## 5. Syllabus (*1.000 characters*).

1. Fundamental Steps in Digital Image Processing
2. A simple image formation model

- 2.1. Image sampling and quantization
- 3. Intensity transformations and spatial filtering
  - 3.1. Histogram equalization
  - 3.2. Spatial Linear Filters
  - 4. The Fourier Transform and Filtering in the Frequency Domain
- 4.1. Principles of Filtering in the Frequency Domain
- 5. Image Restoration
  - 5.1. Image Denoising
  - 5.2. Image Deblurring
  - 5.3. Energy minimization methods for image reconstruction
  - 5.4. Computation of the first order optimality condition in the continuous case .
- 6. Image Segmentation
  - 6.1. The gradient edge detector .
  - 6.2. Edge detection by zero-crossings of the Laplacian (the Marr-Hildreth edge detector)
  - 6.3. Boundary detection by curve evolution and active contours
  - 6.4. Curve Representation

## **6. Demontração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (*1.000 carateres*).**

A abordagem integrada e progressiva do programa da UC permitirá que os alunos desenvolvam os conhecimentos e as competências previstas nos objectivos, garantindo-se a coerência entre os conteúdos programáticos. Os objectivos serão cumpridos ao longo da abordagem dos conteúdos e do estudo de casos.

O objetivo 1 é atingido com os conteúdos referenciados em 1 e 2, sendo complementado com os restantes conteúdos. Ao longo dos conteúdos 3 a 6 serão abordadas diferentes metodologias que permitem alcançar em primeiro lugar o objetivo 2 e, posteriormente com a sua implementação alcançar os objetivos 3 e 4.

Com o conteúdo indicado no ponto 4 será alcançado o objetivo 5.

Finalmente, o objetivo 6 é obtido com o estudo dos conteúdos nos pontos 5 e 6.

## **6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (*1.000 characters*).**

The integrated and progressive approach of the CU's program will allow students to grow knowledge and skills foreseen on the objectives, ensuring consistency between the course contents. The objectives will be made, throughout the exhibition of the contents and the cases study.

Objective 1 is reached with the contents referenced in 1 and 2, being complemented with the remaining contents. Throughout the contents 3 to 6 will be approached different methodologies that allow to reach first objective 2 and, later, with its implementation, we reach objectives 3 and 4.

Objective 5 will be achieved with the content indicated in point 4.

Finally, goal 6 is obtained by studying the contents in points 5 and 6.

## **7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

O desenvolvimento dos conteúdos será realizado com base numa abordagem teórica e teórico-prática, construindo um quadro de referência de base, quer através de exposição, quer de trabalhos de pesquisa e síntese. Estas abordagens serão complementadas, numa perspectiva de aplicação, com a análise imagens e a resolução de problemas.

São admitidos a exame os alunos que:

- assistam a um mínimo de 70% das horas de contacto sumariadas; e
- tenham realizado o trabalho prático.

A avaliação contínua consiste em:

- A. Um teste individual escrito, correspondente a 40% da nota final, que incidirá sobre todos os tópicos abordados na unidade curricular. O teste será realizado no termo da leccionação dos respectivos tópicos, em datas a acordar com os alunos no início do semestre.
- B. Um trabalho individual prático, correspondente a 30% da nota final.
- C. Discussão oral, correspondente a 30% da nota final.

## **7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Content development will include both theoretical and practical approaches. Lectures will be complemented with student research work. Practical strategies will include case study and problem solving.

The students are admitted to the exam if they:

- attend a minimum of 70% of summarized contact hours; and
- have realized the practical work.

The continuous assessment consists of:

- A. One individual written tests corresponding to 40% of the final classification, which will focus on all content of the curricular unit. The test will be realized at the end of the respective topics, on dates to be agreed with the students in the beginning of the semester.
- B. One practical individual work, corresponding to 30% of the final classification.
- C. Oral discussion, corresponding to 30% of the final classification.

## **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As metodologias de ensino e de aprendizagem visam o desenvolvimento integrado nos estudantes dos conhecimentos referidos nos conteúdos programáticos e a concretização dos objectivos e competências estabelecidos.

A diversidade de metodologias propostas tem por objectivo potenciar a abordagem do

processamento de imagem numa perspectiva da compreensão da sua complexidade, procurando evidenciar diferentes níveis de análise. Os métodos e estratégias propostos pretendem desenvolver nos estudantes conhecimentos, compreensão e competências ao nível das múltiplas aplicações.

A exemplificação com problemas concretos, permite ao aluno perceber como aplicar a matéria usada em situações reais da sua vida profissional. A metodologia utilizada pretende fornecer conhecimentos para formalizar um problema concreto, escolher os métodos adequados a aplicar e proceder à sua correta implementação.

O material didático disponibilizado permite ao aluno acompanhar minuciosamente todos os tópicos da matéria e será o principal instrumento do estudo individual. Os exercícios, incluídos, são os adequados ao desenvolvimento das capacidades exigidas. A resolução de problemas reais, com recurso à utilização de software de utilização livre, possibilita ao aluno apreender o modo real de resolução deste tipo de problemas na sua vida profissional. Os métodos de avaliação permitem averiguar se o aluno adquiriu conhecimentos suficientes para atingir os objetivos propostos na Unidade Curricular.

## **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Teaching and learning methods aim the knowledge of the contents referred to in the syllabus, reaching the targeted goals and competencies.

The diverse methods aim to approach image processing in their complexity, seeking to highlight different levels of analysis, fostering an integrated knowledge. The proposed strategies aim to develop students' knowledge, understanding and skills for its several applications.

The exemplification with concrete problems, allows the student to understand how to apply the material used in real situations of his professional life. The methodology used aims to provide knowledge to formalize a concrete problem, to choose the appropriate methods to apply and to proceed with its correct implementation.

The learning resources available allow the student to follow all topics in detail and are the main instrument of the individual study. The exercises, included, are those which are suitable for the development of the required capacities. The real problems resolution using free software, allows the student to learn the real way of solving this kind of problems in their professional life. The evaluation methods allow to verify if the student has acquired enough knowledge to reach the objectives proposed in this course.

## **9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

Gregory A. Baxes, Digital Image Processing, Principles and Applications, John Wiley & Sons, New York, 1994.

Ronald N. Bracewell, Two-Dimensional Imaging, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995.

Ronald N. Bracewell, The Fourier Transform and Its Applications (Second Edition, Revised), McGraw-Hill, 1986.

Kenneth R. Castleman, Digital Image Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1996.

Englewood Cliffs, 1988. Michael P. Ekstrom, (Ed.), Digital Image Processing Techniques, Academic Press, New York, 1984.

Jack D. Gaskill, Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics, John Wiley & Sons, New York,

1978.

Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods, Digital Image Processing, Second Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, 2002.

Wayne Niblack, An Introduction to Digital Image Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1986.

William K. Pratt, Digital Image Processing, Second Edition, John Wiley & Sons, New York, 1991.

## 15.18 **Sistemas Dinâmicos para as Ciências da Vida**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

Sistemas Dinâmicos para as Ciências da Vida / Dynamical Systems for the Life Sciences

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

MAT

#### 1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).

Semestral

#### 1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).

160

#### 1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).

TP – 60 OT - 5

#### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

#### 1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).

Opção

#### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

Option

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Jorge das Neves Duarte

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (*1.000 carateres*).

Cristina Isabel Caetano Ferreira Januário

### 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).

*(1.000 carateres).*

Após aprovação na unidade curricular, o aluno deverá ser capaz de:

1. Compreender o processo de modelação inerente à resolução de um problema concreto.
2. Discutir a formulação de modelos utilizando técnicas analíticas.
3. Utilizar técnicas e métodos computacionais adequados para o estudo da dinâmica de um modelo.
4. Validar um modelo e estimar parâmetros.
5. Empreender uma análise qualitativa das soluções obtidas.
6. Interpretar os resultados obtidos no processo de modelação.
7. Aplicar os conceitos abordados na modelação de diferentes mecanismos naturais.
8. Identificar e utilizar os temas abordados na resolução de problemas no contexto das Ciências da Vida.

### 4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (*1.000 characters*).

After the student receives approval on the curricular unit, he should be able to:

1. Understand the modelling process necessary to solve a practical problem.
2. Discuss the models formulation using analytical techniques.
3. Use techniques and computational methods to study the models dynamics.
4. Validate a model and estimate parameters.
5. Undertake a qualitative analysis of the solutions.
6. Interpret the results of the modelling process.
7. Apply the studied concepts to model several natural mechanisms.
8. Identify and use the studied subjects in the resolution of problems in the context of Life Sciences.

### 5. Conteúdos programáticos (*1.000 carateres*).

1. A modelação matemática nas Ciências da vida. Conceitos básicos de modelação. Modelos empíricos e modelos mecanísticos.
2. Dinâmica populacional unidimensional. Modelos discretos e modelos contínuos, lineares e não-lineares. Comportamento qualitativo geral das soluções, critérios de estabilidade de pontos de equilíbrio. Pontos periódicos e ciclos limite. Pontos de bifurcação e caos.

3. Sistemas dinâmicos discretos. Exemplos concretos de modelos e suas propriedades gerais. A álgebra matricial e os modelos populacionais. Valores próprios, vectores próprios e o comportamento assimptótico das soluções.
4. Sistemas dinâmicos contínuos. Exemplos concretos de modelos e suas propriedades gerais. Análise no plano de fases e estabilidade.
5. Aplicações atuais no contexto das Ciências da Vida.

### 5. Syllabus (1.000 characters).

1. Mathematical modeling in life sciences. Basic concepts of modeling. Empirical models and mechanistic models.
2. One-dimensional population dynamics. Discrete and continuous models, linear and nonlinear models. General behavior of qualitative solutions, stability criteria of equilibrium points. Periodic points and limit cycles. Bifurcation points and chaos.
3. Discrete dynamical systems. Concrete examples of models and their general properties. Matrix algebra and population models. Eigenvalues, eigenvectors and the asymptotic behavior of the solutions.
4. Continuous dynamical systems. Concrete examples of models and their general properties. Phase plane analysis and stability.
5. Current applications in the context of Life Sciences.

### 6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

O objectivo programático 1 é cumprido com a apresentação do conteúdo programático 1.

Os objectivos programáticos 2, 3, 4, 5 e 6 são cumpridos com a apresentação dos conteúdos programáticos 2, 3 e 4, nos quais são amplamente desenvolvidas as capacidades de análise e interpretação de modelos.

Os objectivos programáticos 7 e 8 são cumpridos com a apresentação do conteúdo programático 5.

Para além da teoria estudada em cada capítulo, o recurso sistemático a problemas que ilustram os diferentes conceitos ministrados, traduz-se numa maior motivação, eficácia e espectro da aprendizagem por parte dos alunos. Em particular, as aplicações concretas possibilitam:

- a) transmitir o facto de que a teoria estudada permite a análise e caracterização de modelos de sistemas biológicos;
- b) praticar a formulação matemática de problemas, sua resolução e crítica dos resultados obtidos;
- c) ajudar os alunos a reconhecer os conceitos e técnicas estudados quando estes surgirem em outros cursos da sua trajectória académica.

### 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

Program objective 1 is met with the presentation of the programmatic content 1.

Programmatic objectives 2, 3, 4, 5 and 6 are met with the presentation of programmatic content 2, 3 and 4, in which the capabilities of model analysis and interpretation are widely developed. Program objectives 7 and 8 are met with the presentation of the programmatic content 5.

Besides the theory studied in each chapter, the systematic use of problems that illustrate the different concepts taught, translates into a greater motivation, effectiveness and spectrum of the students' learning. In particular, concrete applications enable:

- a) to transmit the fact that the theory studied allows the analysis and characterization of models of biological systems;
- b) to practise the mathematical formulation of problems, their resolution and criticism of the results obtained;
- c) to help students recognize the concepts and techniques studied when they appear in other courses of their academic trajectory.

#### **7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Estudo dos temas utilizando a tecnologia disponível e envolvendo a participação activa dos alunos.

Os alunos realizarão dois trabalhos ao longo do curso. Cada um destes trabalhos envolve a resolução de problemas, modelação e o uso de técnicas e métodos computacionais adequados. A média das notas destes dois trabalhos (T) corresponde a 80% da classificação final (NF).

Cada aluno escreverá um relatório na forma de um artigo científico baseado no estudo detalhado de um modelo do seu interesse. A nota deste relatório (R) corresponde a 20% da classificação final  $NF = 0.8 \times T + 0.2 \times R$

#### **7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Study of the subjects using the available technology and involving the active participation of the students.

Students will carry out two assignments throughout the course. Each of these works involves problem solving, modeling, and the use of appropriate computational techniques and techniques. The average grade of these two papers (T) corresponds to 80% of the final classification (NF).

Each student will write a report in the form of a scientific paper based on the detailed study of a model of your interest. The grade in this report (R) corresponds to 20% of the final classification  $NF = 0.8 \times T + 0.2 \times R$

#### **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As aulas teórico-práticas são essenciais a uma rigorosa e completa cobertura dos tópicos do programa, enquanto que a resolução de problemas no contexto da Biologia permite ilustrar a aplicação prática dos conceitos e ferramentas estudados. O trabalho individual desenvolverá a autoconfiança nos processos de resolução de problemas e a análise crítica dos resultados.

#### **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended**

**learning outcomes (3.000 characters).**

The theoretical-practical classes are essential to a rigorous and complete coverage of the topics of the program, while the problem solving in the context of Biology allows to illustrate the practical application of the concepts and tools studied. Individual work will develop self-confidence in problem-solving processes and critical analysis of results.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

D. Kaplan, L. Glass; *Understanding nonlinear dynamics*, Springer-Verlag, 1998.

G. Ledder, *Mathematics for the Life Sciences*, Springer, 2013.

G. de Vries, T. Hillen, M. Lewis, J. Müller, B. Schönfisch; *A course in mathematical biology*, Siam, 2006.

N. Britton, *Essential mathematical biology*, Springer-Verlag, 2003.

**15.19 Teoria da Medida e Probabilidade**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

**1. Caracterização da Unidade Curricular.****1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).**

Teoria da Medida e Probabilidade

**1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).**

TMP

**1.3. Duração<sup>1</sup> (100 carateres).**

Semestral

**1.4. Horas de trabalho<sup>2</sup> (100 carateres).**

162h

**1.5. Horas de contacto<sup>3</sup> (100 carateres).**

TP – 67,5

**1.6. ECTS (100 carateres).**

6

**1.7. Observações<sup>4</sup> (1.000 carateres).****1.7. Remarks (1.000 carateres).****2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).****3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

Sónia Raquel Ferreira Carvalho 22.5h, Maria Isabel Esteves Coelho 22.5h e Ana Filipa Martinó da

**4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

*(1.000 carateres).*

Os alunos que terminam com sucesso esta unidade curricular serão capazes de:

- 1 Conhecer e compreender conceitos e resultados fundamentais de teoria da medida;
- 2 Compreender a construção do integral de Lebesgue;
- 3 Identificar as principais diferenças entre o integral de Lebesgue e o integral de Riemann;
- 4 Compreender a relação entre os integrais de Lebesgue e de Riemann em espaços de dimensão superior;
- 5 Compreender a relação entre medidas e integrais;

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). *(1.000 characters).***

Students completing this course with success must be able to:

1. Identify and understand the fundamental concepts and results on measure theory;
2. Understand the construction of the Lebesgue integral;
3. Identify the main differences between the Lebesgue and Riemann integrals;
4. Understand the relation between the Lebesgue and Riemann integrals in higher dimensional spaces;
5. Understand the relation between measures and integrals;
6. Recognise the functional spaces commonly used in applications and the fundamental results on integration;
7. Extend and place the ideas of probability theory in abstract spaces.

**5. Conteúdos programáticos *(1.000 carateres).***

1. Sigma-álgebras. Espaços mensuráveis e funções mensuráveis.
2. Medidas finitas e sigma-finitas. Propriedades das medidas. Espaços de medida e de probabilidade.
3. O Integral duma função num espaço de medida. Propriedades do integral. Integrabilidade.
4. O integral de Lebesgue.
5. Comparação entre o integral de Lebesgue e o integral de Riemann.
6. Medidas produto e Teorema de Fubini.
7. Teorema de Radon-Nikodym.
8. Espaços  $L^p$ . Convergência de sucessões de funções. Lei dos grandes números.
9. Probabilidade condicionada e esperança matemática.

## 5. Syllabus (1.000 characters).

1. Sigma-algebras. Measurable spaces and measurable functions.
2. Finite and sigma-finite measures. Properties of measures. Measure spaces and probability spaces.
3. Integral of a function on a measure space. Properties of integrals. Integrability.
4. The Lebesgue integral.
5. Comparison between Lebesgue and Riemann integration.
6. Product measures and Fubini's Theorem.
7. The Radon-Nikodym theorem.
8.  $L^p$  spaces. Convergence of sequences of functions. Law of large numbers.
9. Conditional probability and mathematical expectation.

## 6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

Os conteúdos programáticos são coerentes com os objetivos de aprendizagem uma vez que:

Os pontos 1 e 2 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar o ponto 1 dos objetivos;

Os pontos 3 e 4 dos conteúdos programáticos pretendem concretizar o ponto 2 dos objetivos;

O ponto 5 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 3 dos objetivos;

O ponto 6 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 4 dos objetivos;

O ponto 7 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 5 dos objetivos;

O ponto 8 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 6 dos objetivos;

O ponto 9 dos conteúdos programáticos pretende concretizar o ponto 7 dos objetivos.

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

The coherence of the syllabus with the curricular goals is assured given that:

Topics 1 and 2 of the syllabus implement the 1st learning goal;  
 Topics 3 and 4 of the syllabus implement the 2nd learning goal;  
 Topic 5 of the syllabus implements the 3rd learning goal;  
 Topic 6 of the syllabus implements the 4th learning goal;  
 Topic 7 of the syllabus implements the 5th learning goal;  
 Topic 8 of the syllabus implements the 6th learning goal;  
 Topic 9 of the syllabus implements the 7th learning goal.

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Ensino teórico-prático, com 45 aulas por semestre, correspondentes a 67.5 horas de contacto. O tempo total de trabalho do aluno é de 175 horas.

Metodologia expositiva para apresentação dos quadros teóricos de referência, complementada com a análise e resolução de exercícios práticos por parte dos alunos. O estudo individual deve ser complementado com a leitura da bibliografia indicada e com a resolução de exercícios e problemas disponibilizados pelos docentes.

Avaliação por exame, com a duração de 2h30. Consideram-se aprovados os alunos que tiverem nota maior ou igual a 9.5 valores.

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Theoretical and practical teaching, with 45 classes per semester, corresponding to 67.5 contact hours. The total work time of a student is 175 hours.

Expository methodology is used to present the theoretical framework, combined with the analysis and resolution of practical exercises by the students. Individual study should be accompanied by the recommend bibliography and the resolution of exercises and problems proposed by the teachers.

Evaluation by exam, with the duration of 2.5 hours. Approval requires a minimum mark of 9.5 points.

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As metodologias de ensino são coerentes com os objetivos da unidade curricular uma vez que a exposição teórica dos conceitos e resultados é acompanhada pela análise e resolução de exercícios teórico-práticos. Esta metodologia facilita a compreensão dos resultados fundamentais da teoria, e permite aos alunos ganharem experiência na formalização da intuição matemática e perceberem como aplicar os conhecimentos adquiridos em situações práticas. A bibliografia e os materiais de apoio disponibilizados permitem aos alunos acompanhar convenientemente todos os tópicos da matéria e são um valioso instrumento para o estudo autónomo.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Coherence of teaching methodologies and learning outcomes are assured as theoretical exposition of concepts and results is accompanied by the analysis and resolution of theoretical and practical exercises. This methodology promotes the understanding of the fundamental results of the theory, and allows students to obtain experience in formalizing mathematical intuition and to understand how to apply the knowledge they acquire in practical situations. The references and the material provided allow students to conveniently follow all topics in the syllabus, constituting a valuable instrument for autonomous study.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

1. M. Capinski, E. Kopp, *Measure, Integral and Probability*, Springer-Verlag, segunda edição, 2004
2. Miguel Ramos, *Teoria da Medida*, Texto de apoio às aulas, 2005
3. Terence Tao, *An Introduction to Measure Theory*, Graduate Studies in Mathematics, Volume 126, American Mathematical Society, 2011
4. Paul R. Halmos, *Measure Theory*, Springer New York, 1976
5. Armando Machado, *Medida e Integração*, Coleção Textos de Matemática, FCUL, 2011

## 15.20 Aprendizagem e Mineração de Dados

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

Aprendizagem e Mineração de Dados / Machine Learning and Data Mining

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

IC

#### 1.3. Duração1 (100 carateres).

Semestral

#### 1.4. Horas de trabalho2 (100 carateres).

162h (6ECTS \* 27h/ECTS)

#### 1.5. Horas de contacto3 (100 carateres).

67,5; T: 22,5h; TP: 15h; PL: 30

#### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

#### 1.7. Observações4 (1.000 carateres).

No ponto 1.5 (acima), T corresponde à exposição de conceitos e exploração de bases suportados no

estudo de casos; TP corresponde à realização de exercícios práticos guiados por etapas bem-definidas; PL

corresponde à realização de trabalho prático a partir de um enunciado que estabelece os pressupostos e alinha

os passos para alcançar os objetivos, tentando ainda promover a autonomia (do estudante) e a capacidade de

analisar e concluir com base em resultados gerados via experimentação.

Na TP e na PL (TP\PL) a perspectiva prática (P) concretiza-se, em geral, com recurso ao computador.

UC comum com outros cursos

UC é obrigatória em MERCM

UC é optativa em MEIC

#### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

In item 1.5 (above), T corresponds to the exposition of concepts and exploration of basis supported on

case-studies; TP corresponds completion of practical exercises guided by well-defined stages; PL corresponds

to the accomplishment of practical work from a statement that establishes the assumptions and aligns the

steps to reach the goals, also trying to promote the autonomy (of the student) and the ability to analyze and

conclude based on results generated throughout experimentation.

In TP and PL (TP\PL) the practical perspective (P) is usually implemented using the computer.

UC is mutual with other courses

UC is mandatory in MERCM

UC is optional in MEIC

## **2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).**

Paulo Manuel Trigo Cândido da Silva; 67,5 horas de contacto

## **3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).**

Não se aplica / Not applicable

## **4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).**

### **(1.000 carateres).**

1. Construir dataset a partir de repositórios, e.g., modelo relacional ou texto Web, considerando a estrutura e semântica, com o objetivo de colocar hipóteses e interpretar resultados
2. Preparar dados via desnормalização, composição e discretização
3. Explorar as características, opções, vantagens e limitações dos métodos de classificação: a) de suporte estatístico, b) baseados na indução de árvores de decisão, c) baseados em aprendizagem competitiva
4. Introduzir a análise de séries temporais; adaptação de dataset para aplicar (neste contexto) métodos de classificação supervisionada
5. Explorar métodos não supervisionados baseados em instâncias
6. Explorar os métodos de procura de regras de associação e evidenciar a diferença em relação à classificação e agrupamento
7. Avaliar a aprendizagem via estimativa de erro suportado nas noções de conjuntos de treino, validação e teste; comparação de modelos e apresentação de resultados.

## **4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

1. Build a "dataset" from different datastorage, e.g., relational model or text on the Web, considering its structure and semantics in order to draw hypotheses and interpret results
2. Prepare data via denormalization, assembling and discretization
3. Explore the characteristics, options, benefits and limitations of supervised classification methods: a) with statistical support, b) based on the induction of decision trees, c) based on competitive learning
4. Introduce time series analysis; adapt dataset to apply (in this context) supervised classification methods
5. Explore unsupervised methods based on instances
6. Explore the methods that search for association rules and highlight the difference between those methods and the ones related to classification and clustering
7. Evaluate learning via error estimation supported on the concepts of training, validation and testing sets; comparison of models and results presentation.

## **5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

- I. Gerar e exportar “dataset” a partir do modelo relacional e dados Web; domínios numéricos e nominais e valores omissos.
- II. Abordagens não supervisionadas e supervisionadas à discretização.
- III. Classificação com formulação de Bayes e estimadores Laplace.
- IV. Indução de árvores de decisão; informação intrínseca, ganho de informação, rácio do ganho e “gini index”; métodos ID3 e C4.5; sobreajuste e poda (“pre/postpruning”); “learning-vector-quantization”, operadores de atração e repulsa e passo-de-aprendizagem
- V. Agrupamento e classificação baseada em instâncias; funções distância com atributos numérico, nominal e omissos; procura de vizinhos com KDTree e suporte ao kNN (classificação) e K-means (“clustering”).
- VI. Regras de associação; “marketbasket analysis”, “rulespace” e avaliação (suporte e confiança); método APRIORI e HMine.
- VII. Taxa de erro e conjuntos de treino, validação e teste; validação cruzada e “bootstrap”; erros e custos; matriz confusão, Kappa e ROC (uni/multiclasse).

**5. Syllabus (1.000 characters).**

- I. Generate and export "dataset" from relational model and Web data; numerical and nominal domains and missing values.
- II. Unsupervised and supervised approaches to discretization.
- III. Classification with Bayes and Laplace estimators.
- IV. Induction of decision trees; intrinsic information, information gain, gain ratio and Gini index; nominal attributes; methods ID3 and C4.5; overfitting and (pre/post)tree pruning; learning-vector-quantization, attraction and repulsion operators and learning rate
- V. Clustering and classification based on instances; distance functions with numeric and nominal domain and missing values; neighborhood searching with KDTree and support to kNN (classification) and Kmeans (clustering).
- VI. Association rules; marketbasket analysis, rulespace and assessment (support and confidence); APRIORI and HMine.
- VII. Error rate and training, validation and testing sets; crossvalidation and bootstrap; errors and costs; confusion matrix, Kappa and ROC (single/multiclass).

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

Esta UC percorre as fases do processo de “datamining” seguindo o essencial proposto pelo “CrossIndustry Standard Process for Data Mining” (CRISPDM), no entanto a ênfase está menos no processo e mais no aprofundar e aplicar as técnicas procurando alinhar os diferentes tipos de problema (classificação, agrupamento, regras associação) com cada grupo de métodos (baseada em estatística, indução de árvores ou instâncias) considerando o impacto da escolha dos atributos (“features”), do domínio dos atributos e dos (eventuais) valores omissos.

A abordagem reflete-se na distribuição dos conteúdos programáticos. Alinhando com o CRISPDM temos: (a) itens I a II dedicados ao “business understanding” e “data preparation”, (b) itens III, IV, V e VI fase de “modeling” com ênfase na caracterização fina de alguns algoritmos, (c) item VI fase de

“evaluation” incluindo o reporte e apresentação de resultados e conclusões, e (d) uma fase de “deployment” concretizada em contexto de projeto final da UC.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit’s intended learning outcomes (1.000 characters).

This UC covers the various stages "datamining" process following the essentials proposed by "CrossIndustry Standard Process for Data Mining" (CRISPDM), however, emphasis is less on process and more on deepening and implementing techniques aiming for aligning the problem types (classification, clustering, association rules) with each group of methods (statistics based, tree induction or instances) always considering impact of attributes’ choice (features), domain of attributes and (possible) existence of missing values.

This approach is mirrored in the distribution of the syllabus. Lining up with CRISPDM we have: (a) items I to II aimed at "business understanding" and "data preparation", (b) items III, IV, V and VI dedicated to "modeling" with emphasis on the characterization of algorithms, (c) Item VI dedicated to "evaluation" including reporting and presentation of results and conclusions, and (d) the "deployment" stage implemented in the context of the final project of the UC.

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

T: 22,5h (15aula\*1,5h/aula). Apresentação e discussão de conceitos teóricos com recurso a exemplos práticos.

Caracterização e análise dos casos de aplicação a desenvolver na (próxima) TP\PL.

TP\PL: 45h (15aula\*(1h/aulaTP + 2h/aulaPL)). Cada aula uma ficha com problemas sobre o tema da (anterior) aula T. Há dois tipos de fichas: a) exercícios TP para explorar e consolidar a compreensão de conceitos teóricos, e b) exercícios PL cuja resolução contribui com uma componente a integrar no projeto final. A resolução de cada ficha é enviada ao docente (até aula seguinte); dificuldades, de cada ficha, são analisadas em cada aula e o conjunto das fichas é avaliado na discussão do projeto final.

Realização autónoma de projeto final (94,5h) com suporte da aulas TP\PL e do docente.

Trabalhos em grupo (preferência 2 alunos).

Avaliação:

T: individual via exame escrito

P: individual via discussão com grupo (fichas e projeto final)

Nota Final (NF):  $(T + P) / 2$

Aprovação:  $T \geq 9,5$  e  $P \geq 9,5$  e  $NF \geq 9,5$ .

## 7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).

T: 22,5h (15class\*1,5h/class). Presentation and discussion of concepts via practical examples.

Characterization and analysis of practical cases to be developed in the (next) TP\PL lecture.

TP\PL: 45h (15class\*(1h/classTP + 2h/classPL)). Each lecture presents a problems’ worksheet related with (previous) T lecture subjects. Two types of worksheets: a) exercises TP to explore and consolidate the comprehension of theoretical concepts, and b) exercises PL that integrate into the final project. Worksheet resolution sent to teacher (until next class); difficulties, in worksheet, are analyzed in each class and the set of all worksheets is assessed in final project discussion.

Autonomous final project realization (94,5h) with the support of TP\PL classes and teacher.

Work done in teams (likely 2 students).

Assessment:

T: individual via written exam

P: individual via vivavoce exam with group (worksheets and final project)

Final Grade (NF):  $(T + P) / 2$

Approval:  $T \geq 9,5$  and  $P \geq 9,5$  and  $NF \geq 9,5$ .

## **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

Nas aulas T são expostos os conteúdos programáticos, focados em alcançar os objectivos de aprendizagem 1 a 7, acompanhados com problemas ilustrativos a ser resolvidos pelos alunos, na sala, antes de apresentada a solução. No fim de cada aula T é indicado o objectivo da próxima aula TP\PL e é colocado no “moodle” a respectiva ficha de problemas.

Nas aulas TP\PL abordam-se os vários objectivos e as competências para desenhar uma solução envolvendo caracterização do problema, construção de “dataset”, preparação dos dados, aplicação de métodos e avaliação no sentido de justificar o modelo a fazer “deploy”.

A perspetiva TP\PL é a de ir amadurecendo, de modo incremental, a compreensão das técnicas num contexto de experimentação e visando alcançar determinada funcionalidade específica. A experimentação recorre a ambientes de código fonte aberto – “Orange DataMining”, PostgreSQL, e linguagens de programação Python, SQL.

## **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

In T classes syllabus content is presented focused in achieving the learning outcomes 1 to 7, along with illustrative problems to be solved by the students, in the classroom, prior to the solution presentation. At the end of each T class it is described the goal of the next TP\PL class and the corresponding worksheet is made available in the “moodle”.

In TP\PL classes all the learning outcomes are explored and the skills to design a solution involving the characterization of the problem, "dataset" construction, data preparation, implementation and evaluation methods in order to justify the model to "deploy".

The perspective TP\PL is to incrementally get a matured understanding of the techniques in an experimental context and aiming to achieve a specific functionality. The experimentation resorts to open source environments – “Orange DataMining”, PostgreSQL, and programming languages, Python, SQL.

## **9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

1. Witten, H. I., Frank, E., Hall, M. A., and Pal, C. J. (2016). Data Mining Practical Machine Learning Tools and Techniques. (4th ed.). Morgan-Kaufmann.
2. Orange Data Mining Library Documentation [pdf]. (2018). Orange Data Mining.
3. Brownlee, J. (2017). Machine Learning Mastery with Python. eBook.
4. Hastie, T., Tibshirani, R., Friedman, J. (2017). The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction (2nd ed.). Springer.
5. Goodfellow, I., Bengio Y., and Courville, A. (2016). Deep Learning. MIT Press.  
[www.deeplearningbook.org](http://www.deeplearningbook.org)
6. Cord, M., and Cunningham, P. (2008). Machine Learning Techniques for Multimedia: Case Studies on Organization and Retrieval. Springer.

## 15.21 *Inteligência Artificial e Sistemas Cognitivos*

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

*Inteligência Artificial e Sistemas Cognitivos*

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

IC (MEIC), INF (MERCM)

#### 1.3. Duração1 (100 carateres).

Semestral

#### 1.4. Horas de trabalho2 (100 carateres).

162

#### 1.5. Horas de contacto3 (100 carateres).

T – 37.5, TP – 10, PL – 20

#### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

#### 1.7. Observações4 (1.000 carateres).

Optativa (MEIC), comum MEIC, MERCM

#### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

Optional (MEIC), common MEIC, MERCM

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Luís Filipe Graça Morgado, 67.5 horas

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

### 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes).(1.000 carateres).

Esta unidade curricular tem por objectivo desenvolver competências no âmbito da inteligência artificial e sistemas cognitivos, nomeadamente, no que se refere ao desenvolvimento de sistemas com elevado grau de autonomia de operação.

Os estudantes que terminam com sucesso esta unidade curricular serão capazes de:

1. Compreender e descrever os fundamentos teóricos subjacentes ao desenvolvimento de sistemas inteligentes, bem como os principais tipos de modelos e arquitecturas para implementação desses sistemas;
2. Abordar problemas complexos e conceber soluções para esses problemas tendo por base conceitos e tecnologias de inteligência artificial;
3. Concretizar soluções baseadas em inteligência artificial para diferentes domínios de aplicação,

nomeadamente no que se refere ao desenvolvimento de sistemas com elevado grau de autonomia de operação;

4. Avaliar e desenvolver abordagens inovadoras de concepção e implementação de soluções baseadas em inteligência artificial.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

This course aims to develop in the students skills that combine theoretical knowledge in the context of artificial intelligence and cognitive systems, with the ability to apply that knowledge to solve complex problems in different fields of application, namely, for the development of systems with high operation autonomy.

Students who successfully complete this course will be able to:

1. Understand and describe the theoretical foundations underlying the development of intelligent systems, as well as the main types of models and architectures of intelligent systems;
2. Address complex problems and propose solutions to these problems based on artificial intelligence concepts and technologies;
3. Develop artificial intelligence solutions for different areas of application, in particular for systems with high operation autonomy;

4. Assess and develop innovative approaches for developing artificial intelligence solutions.

**5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

I. Introdução à inteligência artificial.

II. Cognição e racionalidade, racionalidade limitada, meta-cognição.

III. Arquitectura de sistemas inteligentes, arquitecturas reactivas, deliberativas e híbridas.

IV. Representação de conhecimento, espaços conceptuais, formação de conceitos, representações simbólicas e sub-simbólicas, modelos cognitivos, significado e inferência.

V. Raciocínio automático e tomada de decisão, processos de decisão com incerteza, raciocínio prático, raciocínio com recursos limitados, integração de níveis cognitivos.

VI. Memória, adaptação e aprendizagem, aprendizagem comportamental, algoritmos genéticos.

VII. Inteligência artificial distribuída, sistemas multi-agente, comunicação e coordenação, interacção e raciocínio social.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

I. Introduction to artificial intelligence.

II. Cognition and rationality, bounded rationality, meta-cognition.

III. Architecture of intelligent systems, reactive, deliberative and hybrid architectures.

IV. Knowledge representation, conceptual spaces, concept formation, symbolic and sub-symbolic representations, cognitive models, meaning and inference.

V. Reasoning and decision making, sequential decision processes, practical reasoning, resource bounded reasoning, integration of cognitive levels.

VI. Memory, adaptation and learning, behavioral learning, genetic algorithms.

VII. Distributed artificial intelligence, multi-agent systems, communication and coordination, interaction and social reasoning.

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

Esta unidade curricular visa o estudo dos fundamentos teóricos e tecnologias de suporte à concepção e implementação de sistemas inteligentes (objectivos 1 e 2, concretizados nos conteúdos programáticos I, III eVII) desenvolvendo nos alunos a capacidade de utilizar conceitos e tecnologias de inteligência artificial na concepção e implementação soluções para problemas complexos em diferentes domínios de aplicação, nomeadamente no que se refere ao desenvolvimento de sistemas com elevado grau de autonomia de operação (objectivo 3, concretizado nos conteúdos

programáticos II a VII), bem como a capacidade de conceber e avaliar abordagens inovadoras de concepção e implementação de soluções baseadas em inteligência artificial (objectivo 4, concretizado nos conteúdos programáticos II a VII).

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

This course aims to study the theoretical foundations and supporting technologies for the design and implementation of intelligent systems (objectives 1 and 2, achieved in I, III and VII), to develop students' ability to apply artificial intelligence concepts and technologies to design and implement solutions to complex problems in different application domains, in particular for systems with high operation autonomy (objective 3, achieved in II to VII), and the ability to design and evaluate innovative approaches to the design and implementation of artificial intelligence solutions (objective 4, achieved in II to VII).

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

É utilizada uma metodologia de ensino teórico-prática, suportada em projectos desenvolvidos ao longo do semestre, complementados com apresentações obrigatórias de tópicos específicos. Os objectivos de aprendizagem são avaliados com base numa discussão final do trabalho realizado ao longo do semestre (100%).

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Theoretical and practical teaching is used, supported by projects developed throughout the semester, complemented by presentations on specific topics. The learning outcomes are evaluated based on a final discussion of the work done throughout the semester (100%).

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objectivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

Os temas correspondentes aos objectivos de aprendizagem, na sua componente conceptual, são estudados em aulas teóricas específicas, sendo concretizados em casos práticos e projectos desenvolvidos ao longo do semestre em aulas teórico-práticas e de modo autónomo pelos alunos.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

The themes related to the learning outcomes, in their conceptual component, are studied in specific lectures, and concretized by practical problems and projects developed during the semester in practical classes and independently by students.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

S. Russell, P. Norvig, Artificial Intelligence: A Modern Approach, Pearson, 2009.

M. Wooldridge, An Introduction to Multi-Agent Systems, John Wiley & Sons, 2009

R. Pfeifer, C. Scheier, Understanding Intelligence, MIT Press, 2001.

## 15.22 Mineração de Dados em Larga Escala

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

*Mineração de Dados em Larga Escala / Big Data Mining*

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

IC

#### 1.3. Duração1 (100 carateres).

Semestral

#### 1.4. Horas de trabalho2 (100 carateres).

162

#### 1.5. Horas de contacto3 (100 carateres).

67,5H (T: 43,5H TP: 9H ; PL: 15H)

#### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

#### 1.7. Observações4 (1.000 carateres).

UC optativa, comum com outros ciclos de estudos

#### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

Elective, shared with others courses

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Nuno Miguel Soares Datia (45h)

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

Artur Jorge Ferreira (13,5h)

Matilde Pós-de-Mina Pato (9h)

### 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

Os estudantes que terminam com sucesso esta unidade curricular serão capazes de:

1. Caracterizar os desafios de processar e analisar grandes volumes de dados
2. Aplicar modelos de programação e frameworks para processamento de dados
3. Conhecer e aplicar técnicas de redução de dimensionalidade em conjuntos de dados
4. Conhecer e aplicar técnicas de amostragem
5. Conhecer e aplicar técnicas de manipulação de dados em *streaming*
6. Conhecer e aplicar algoritmos de mineração de dados em larga escala
7. Interpretar soluções existentes para a mineração de dados em diferentes domínios
8. Escrever relatórios técnicos e elaborar apresentações técnicas com análise comparativa e

crítica de diferentes abordagens para um dado problema

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

Students who successfully complete this course unit will be able to:

1. Characterize the challenges of processing and analysing large volumes of data
2. List programming models and frameworks for data processing
3. Describe and analyse dimensionality reduction techniques to data sets
4. Demonstrate and analyse sampling techniques
5. Demonstrate and analyse techniques to manipulate streaming data
6. Demonstrate and analyse large-scale data mining algorithms
7. Explain existing solutions for data mining in different domains
8. Write technical reports and prepare technical presentations with comparative and detailed analysis of different approaches for a given problem

**5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

- I. Conceito de *big data* e o fenómeno de *data deluge*. 3 V's e desafios na gestão de dados com estas características.
- II. Metodologias de programação e *frameworks* para processamento de grandes volumes de dados de forma paralela e distribuída.
- III. Representação de dados. Redução de dimensionalidade: seleção e discretização de características para aprendizagem supervisionada e não supervisionada.
- IV. Manipulação de instâncias usando técnicas de amostragem probabilísticas e não probabilísticas. Subamostragem, sobre-amostragem e instâncias sintéticas.
- V. Algoritmos de mineração de dados para grandes volumes de dados, em tarefas de classificação, agrupamento, associação, regressão e de recomendação.
- VI. Análise de dados em *streaming*. Uso de janelas de processamento. Amostragem, summarização, filtragem, estimativa de frequências e contagem.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

- I. Concept of big data and the phenomenon of data deluge. 3 Vs and challenges manipulating datasets having such characteristics.
- II. Programming methodologies and frameworks for processing large volumes of data using parallel and distributed techniques.
- III. Data representation and dimensionality reduction: feature selection and discretization techniques for supervised and unsupervised learning.
- IV. Instance manipulation with probabilistic and non-probabilistic sampling approaches. Subsampling, oversampling and generation of synthetic instances.
- V. Data mining algorithms for large datasets for classification, association, regression, estimation, prediction of numerical values and recommendation tasks.
- VI. Streaming data analysis. Sampling, summarization, filtering, frequency estimation, and counting.

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

A realização de 1 trabalho prático e da componente teórica individual permitem aferir o cumprimento dos objetivos de aprendizagem (1) a (6). Com o acompanhamento, por parte do docente, realização de cada trabalho prático, elaboração do respetivo relatório técnico, e apresentação do trabalho para a turma, são aferidos os objetivos de aprendizagem (7) e (8).

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

The practical assignment and individual theoretical component allow to verify the fulfilment of the learning outcomes (1) to (6). With the follow-up by the teacher during the accomplishment of each

laboratory project, the writing of the corresponding technical report and the presentation of the experimental results in the classroom, it is possible to assess the fulfilment of the learning objectives (7) and (8).

### **7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Metodologia de ensino é teórico-prática, baseada na abordagem *Problem-Based Learning* (PBL). Pretende-se privilegiar a autonomia do estudante no desenvolvimento de soluções para problemas complexos, adequados ao seu nível cognitivo. Incentiva-se o trabalho em grupo e a discussão/reflexão em sessões de grupo.

Os objetivos de aprendizagem de (1) a (5) são avaliados através da componente teórica, constituída por avaliação presencial (e.g. teste escrito, apresentação, e/ou teste oral) e por um resumo estendido. Os objetivos de aprendizagem (1) a (7) são avaliados através da componente prática, que consiste na realização de um trabalho prático ao longo do semestre, escrita do respetivo relatório, e discussão oral sobre ambos.

A classificação final é obtida através de 50% da classificação da componente teórica + 50% da classificação da componente prática.

Para ambas as componentes teórica e prática, o estudante deverá obter classificação mínima de 10 valores, para obter aprovação à UC.

### **7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

The theoretical-practical teaching is based on the Problem-Based Learning (PBL) approach. It is intended to encourage the student's autonomy in the development of solutions to complex problems, suitable to their cognitive level. Workgroup and discussion / reflection are encouraged in group sessions.

The learning outcomes (1) to (5) are evaluated through the theoretical component, consisting of face-to-face assessment (e.g. written exam, presentation, and / or oral exam) and an extended abstract.

The learning outcomes (1) to (8) are assessed through the laboratory component, which consists on one practical assignment developed along the semester, writing of the corresponding report and their oral discussion.

The final classification is the arithmetic mean of the of the theoretical component and the of the laboratory component, both with the same weight.

For both theoretical and laboratory components, the student must achieve a minimum grade of 10 points to achieve approval at the UC.

### **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As aulas destinam-se à apresentação das bases teóricas dos conteúdos programáticos (aulas teóricas). Nas aulas, são desenvolvidos pequenos projetos e analisados casos de estudo (aulas teórico-práticas). Privilegia-se uma forma de apresentação interativa. A componente laboratorial serve para aplicar num ambiente controlado as técnicas apresentadas.

O trabalho autónomo (extra-aula) é guiado pelo trabalho prático (projeto), concebido para consolidar as competências de conceção e desenvolvimento dos conteúdos programáticos. O projeto é apresentado aos estudantes no início do semestre guiando os exemplos e tópicos lecionados. Os objetivos de aprendizagem são identificados nos guiões apresentados aos estudantes, permitindo clarificar as competências que são necessárias adquirir no desenvolvimento do projeto e nas aulas práticas.

### **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

Theoretical lectures are provided to present the theoretical bases of the syllabus contents, using an interactive presentation of topics to help students to understand the learning outcomes. In some classes, small project are designed and developed (theoretical-practical classes).

Autonomous work (extra-class) is guided by the laboratory work guide, designed to consolidate the

skills of design and development of the learning outcomes. The project is delivered to the students in the beginning of the semester, guiding the examples and the themes lectured. All guides have a clear identification of the learning outcomes.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

Handbook of Big Data Technologies, Albert Y. Zomaya, Sherif Sakr, Springer 2017, ISBN: 978-3319493398

Mining of Massive Datasets, Jure Leskovec, Anand Rajaraman and Jeffrey D. Ullman, Cambridge Univ. Press 2014, 2nd edition, ISBN: 978-1107015357

Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques, Ian H. Witten, Eibe Frank, Mark A. Hall, Morgan Kaufmann

Publishers 2016, 4th edition, ISBN: 978-0128042915

## 15.23 **Processamento de Linguagem Natural**

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

*Processamento de Linguagem Natural/Natural Language Processing*

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

IC

#### 1.3. Duração1 (100 carateres).

Semestral

#### 1.4. Horas de trabalho2 (100 carateres).

162

#### 1.5. Horas de contacto3 (100 carateres).

67,5H (T: 43,5H TP: 9H ; PL: 15H)

#### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

#### 1.7. Observações4 (1.000 carateres).

UC optativa, comum com outros ciclos de estudos

#### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

Elective, shared with others courses

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Matilde Pós-de-Mina Pato (67.5)

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

### 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

Os estudantes que terminam com sucesso esta unidade curricular serão capazes de:

1. Adquirir os conceitos linguísticos fundamentais relevantes para o processamento de texto em linguagem natural (PLN).
2. Entender os algoritmos e as técnicas básicas e do estado da arte para lidar com texto em linguagem natural.
3. Familiarizar-se com as ferramentas e os recursos linguísticos mais avançados em PLN
4. Compreender e empregar métricas de avaliação para diferentes tarefas do PLN.

5. Ser capaz de formular um problema de classificação em PLN e resolvê-lo com as técnicas, algoritmos e ferramentas apropriados.
6. Ler e compreender as tarefas que são realizáveis com as tecnologias atuais
7. Escrever relatórios técnicos e elaborar apresentações técnicas com análise comparativa e discussão de diferentes resultados

#### **4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

Students who successfully complete this course unit will be able to:

1. Acquire the fundamental linguistic concepts relevant to natural language text processing.
2. Understand the essential and state-of-the-art algorithms and techniques for dealing with natural language text.
3. Become familiar with the most advanced linguistic tools and resources in NLP.
4. Understand and employ evaluation metrics for different NLP tasks.
5. Be able to formulate a classification problem in NLP and solve it with the appropriate techniques, algorithms, and tools.
6. Read and understand current research on NLP.
7. Write technical reports and prepare presentations with comparative analysis and discussion of different solutions.

#### **5. Conteúdos programáticos (1.000 caracteres).**

- I. Introdução ao PLN: linguagens formais e naturais, ambiguidade, variabilidade linguística e outros, processamento em cadeia.
- II. Processamento básico de texto: expressões regulares, tokenização, normalização, lematização, *stemming* e segmentação.
- III. Modelos probabilísticos de linguagem: *n-grams* e suavização.
- IV. Classificação de texto: *bag-of-words*, Naive Bayes, engenharia de *features*; classificadores generativos e discriminativos.
- V. Semântica: semântica lexical e vectorial, análise semântica, desambiguação do sentido das palavras e *entity linking*, *embeddings* de palavras.
- VI. Modelos sequenciais: modelos de Markov, *conditional random fields*; marcação de classe gramatical e reconhecimento de entidades mencionadas.
- VII. Aprendizagem profunda em PLN: modelos neuronais de linguagem, redes neuronais recorrentes, redes *encoder-decoder*; redes *transformer*.
- VIII. Aplicações: classificação de texto, recuperação de informação, extração de informação, resposta automática a perguntas, sistemas de conversação, e outras aplicações.

#### **5. Syllabus (1.000 characters).**

- I. Introduction to Natural Language Processing (NLP): formal and natural languages, ambiguity, linguistic and other variability, chain processing.
- II. Basic text processing: regular expressions, tokenisation, normalisation, lemmatisation, stemming, and segmentation
- III. Probabilistic language models: n-grams and smoothing.
- IV. Text classification: bag-of-words, Naive Bayes, feature engineering, generative and discriminative classifiers.
- V. Semantics: lexical semantics, vector semantics, semantic analysis, word sense disambiguation and entity linking, and word embeddings.
- VI. Sequential models: hidden Markov models, conditional random fields, grammar class marking and named entity recognition.
- VII. Deep learning in NLP: neural models of language, recurrent neural networks, encoder-decoder

networks, amention, transformer networks.

VIII. Applications: text classification, information retrieval, information extraction, automatic question answering, conversational systems, and other applications.

## **6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

Esta UC constitui o primeiro contacto dos estudantes com a área de processamento de linguagem natural, proporcionando uma abordagem estruturada à aprendizagem das competências e conhecimentos necessários para trabalhar com dados de linguagem natural. Os tópicos (I) e (II) introduzem a cultura geral necessária para compreender o tema e aferir os objectivos de aprendizagem (1) e (2); os tópicos (III) a (VIII) permitem aferir o cumprimento dos objectivos de aprendizagem (3) a (6). Com a realização e apresentação do trabalho prático e a elaboração do respetivo relatório é possível aferir o objetivo de aprendizagem (7).

## **6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

This course is the student's first contact with the field of natural language processing, providing a structured approach to learning the necessary skills and knowledge to work with natural language data. Topics (I) and (II) introduce the general culture required to understand the subject and assess learning objectives (1) and (2); issues (III) to (VIII) enable the assessment of the achievement of learning goals (3) to (6). With the realisation and presentation of the practical work and the elaboration of the respective report, it is possible to assess the learning objective (7).

## **7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Metodologia de ensino é baseada na abordagem *Problem-Based Learning* (PBL). Pretende-se privilegiar a autonomia do estudante no desenvolvimento de soluções para problemas complexos, adequados ao seu nível cognitivo. Incentiva-se o trabalho em grupo e a discussão/reflexão em sessões de grupo. As aulas destinam-se à apresentação dos temas e de exemplos práticos de aplicação. Os objetivos de aprendizagem de (1) a (6) são avaliados através da componente teórica (CT), constituída por avaliação presencial. Os objetivos de aprendizagem (1) a (7) são avaliados através da componente prática (CP), que consiste na realização de trabalhos práticos (TP), pedagogicamente fundamental, a escrita dos relatórios e uma apresentação em contexto de sala. A classificação final é obtida através da média aritmética simples de ambas as componentes. Para aprovação na UC, a classificação mínima da CT é de 8 valores. A avaliação em épocas especiais consiste na elaboração de 2 TPs e de 1 exame escrito.

## **7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

The teaching methodology is based on the Problem-Based Learning (PBL) approach. It is intended to privilege student autonomy in developing solutions to complex problems appropriate to their cognitive level. Group work and discussion/reflection are encouraged in group sessions. Classes are designed to present the topics and practical examples of application. Learning objectives (1) to (6) are assessed using the theoretical component (CT), consisting of a face-to-face evaluation. Learning objectives (1) to (7) are evaluated through the practical part (CP), which consists of pedagogically actual practical work (TP), the writing of a report and a presentation in class. The final classification is obtained through the simple arithmetic mean of both components. For approval in the UC, the minimum mark of the CT is 8 points. Special-season evaluation consists of 2 TPs and one written exam, each component worth 50% of the final mark

## **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

As aulas destinam-se à apresentação das bases teóricas dos conteúdos programáticos (aulas teóricas). Nas aulas, são desenvolvidos pequenos projetos e analisados casos de estudo (aulas teórico-práticas). Privilegia-se uma forma de apresentação interativa. A componente laboratorial

(aulas práticas) serve para aplicar num ambiente controlado as técnicas apresentadas. O trabalho autónomo (extra-aula) é guiado pelo trabalho prático (projeto), concebido para consolidar as competências de conceção e desenvolvimento dos conteúdos programáticos. O projeto é apresentado aos estudantes no início do semestre guiando os exemplos e tópicos lecionados. Os objetivos de aprendizagem são identificados nos guiões apresentados aos estudantes, permitindo clarificar as competências que são necessárias adquirir no desenvolvimento do projeto e nas aulas práticas.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

The classes aim to present the theoretical basis of the course contents (academic classes). In class, small projects are developed, and case studies are analysed (theoretical-practical classes). An interactive form of presentation is favoured. The laboratory component (practical courses) serves to apply the techniques presented in a controlled environment. Autonomous work (extra-class) is guided by experimental work (project) designed to consolidate the design and development skills of the course contents. The project is presented to students at the beginning of the semester, guiding the examples and topics taught. The learning objectives are identified in the guides given to the students, allowing clarification of the skills necessary to acquire in the development of the project and the practical classes.

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

Dan Jurafsky and James H. Martin, *Speech and Language Processing*, Prentice Hall, 2023 (3rd edition).

Jacob Eisenstein, *Natural Language Processing*, MIT Press, October 2019. ISBN: 9780262042840.

Yoav Goldberg, *Neural network methods for natural language processing*. Morgan & Claypool Publishers, 2017. ISBN: 9781627052986. DOI: 10.2200/S00762ED1V01Y201703HLT037

## 15.24 Aprendizagem Automática Avançada

Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

#### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

*Aprendizagem Automática Avançada/Advanced Machine Learning*

#### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

INF

#### 1.3. Duração1 (100 carateres).

Semestral

#### 1.4. Horas de trabalho2 (100 carateres).

160 horas

#### 1.5. Horas de contacto3 (100 carateres).

22.5 horas T + 33 horas TP + 12 horas PL

#### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

#### 1.7. Observações4 (1.000 carateres).

É recomendado a quem frequentar a disciplina, ter boas bases teóricas em probabilidade e estatística e em álgebra linear. Adicionalmente, a disciplina tem uma forte componente prática, recorrendo à linguagem de programação Python e a bibliotecas apropriadas (numpy, scipy, scikit-learn, tensor-flow entre outras), e é por isso aconselhável ter um bom domínio da linguagem Python.

Obrigatória

#### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

It is recommended to those who attend the discipline, to have good theoretical bases in probability and statistics and in linear algebra. In addition, the discipline has a strong practical component using the Python programming language and appropriate libraries (numpy, scipy, scikit-learn, tensor flow, among others), and it is therefore advisable to have a good command of the Python language.

Mandatory

### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Gonçalo Caetano Marques, 67.5 horas de contacto.

### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

### 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

1. Conhecer os fundamentos teóricos de métodos supervisionada classificação e regressão de saber aplicar os mesmos a problemas reais
2. Identificar e compreender as noções essenciais subjacentes à aprendizagem profunda, bem como os principais tipos de modelos, arquiteturas, e técnicas de otimização.
3. Conhecer, saber treinar, e aplicar técnicas de classificação baseadas em redes neurais profundas de

convolução a problemas concretos.

4. Conhecer, saber treinar, e aplicar técnicas de modelação de sequências baseadas em redes neurais profundas recursivas a problemas concretos.

**4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).**

1. To know the fundations of supervised machine-learning techniques and to be able to apply them to concrete problems.
2. To identify and understand the main concepts of deep-learning methods, the different types of neural models, architectures, and optimization techniques.
3. To understand, and be able to train and apply deep convolutional neural networks to complex problems.
4. To understand, and be able to train and apply deep recurrent neural networks to sequence modelling and other related problems.

**5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).**

1. Conceitos básicos de aprendizagem automática. Aprendizagem supervisionada, regressão e classificação, técnicas de otimização, sobre aprendizagem e capacidade de generalização, metodologias de teste, pré-processamento de dados, e métricas de desempenho.
2. Introdução a redes neurais artificiais. Perceptron multi-camada (MLP) e algoritmo de retro-propagação. Treino de redes MLP, arquiteturas, funções de ativação, e termos de regularização.
3. Redes neurais artificiais profundas (DNN). Inicialização e treino de DNN, funções de ativação não saturadas, normalizações e estratégias de otimização.
4. Redes neurais profundas de convolução (DCNN). Camada de convolução e filtros utilizados. Camada de “pooling”. Arquiteturas e implementações de redes DCNN.
5. Redes neurais profundas recorrentes (DRNN). Unidades com memória e desdobramento temporal. Treino de redes DRNN, modelação de sequências de comprimento variável.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

1. Fundamentals of machine learning: supervised learning, regression and classification, optimization techniques, learning and generalization capabilities, test methodologies, data pre-processing, and performance metrics.
2. Introduction to artificial neural networks. Multi-layer Perceptron (MLP) and back-propagation algorithm. Training MLP networks, architectures, activation functions, and regularization terms.
3. Artificial deep neural networks (DNN). DNN initialization and training, non-saturating activation functions, normalizations and optimization strategies.
4. Deep convolution neural networks (DCNN). Convolution layer and filters used. Pooling layer. DCNN network architectures and implementations.
5. Deep Recurrent Neural Networks (DRNN). Units with memory and temporal unfolding. DRNN network training, variable length sequence modeling.

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

Os conteúdo programático 1 concretiza o objetivo 1. Os conteúdos programáticos 2-5 concretizam os objetivos 2-4.

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

The syllabus topic 1 accomplishes the point 1 of the unit's intended outcomes. The syllabus topics 2-5 accomplish the unit's intended outcomes 2-4.

## **7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Metodologia de ensino teórico-prático suportada em projetos desenvolvidos ao longo do semestre. É adotada a abordagem problem-based learning, privilegiando secções interativas, incentivando a reflexão e discussão entre alunos, sobre temas e exemplos práticos de aplicação.

Os resultados da aprendizagem (1 a 4) são avaliados com base em trabalhos práticos, bem como uma discussão oral dos trabalhos realizados ao longo do semestre.

## **7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

The teaching methodology is supported by projects developed during the semester. It adopts the problembased learning approach, privileging interactive sections, encouraging reflection and discussion among students, on topics and practical examples of application.

The learning outcomes (1 to 4) are evaluated based on practical assignments, as well as an oral discussion of the work assignments carried out during the semester.

## **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

Os objetivos da unidade curricular são obtidos através de aulas teóricas e práticas, de material de apoio e respetiva bibliografia, da realização de exercícios práticos, e de casos de estudo selecionados pelo docente.

A realização dos trabalhos práticos é acompanhada pelo docente durante as horas de contacto para assegurar o correto desenvolvimento dos conhecimentos e das competências dos estudantes.

## **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes**

### **(3.000 characters).**

The objectives of the curricular unit are obtained through theoretical and practical classes, bibliographic and other resources, practical exercises and case studies selected by the teacher. The practical work is carried out by the teacher during the contact hours to ensure the correct development of the knowledge and skills acquired by the students.

## **9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

Ian Goodfellow, Yoshua Bengio, Aaron Courville, “Deep Learning”, MIT press, 2016.

Aurélien Géron, “Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn and TensorFlow”, O'Reilly, 2017.

## 15.25 **Empreendedorismo**

### Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

#### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

##### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

Empreendedorismo/ Entrepreneurship

##### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

EG

##### 1.3. Duração1 (100 carateres).

Semestral

##### 1.4. Horas de trabalho2 (100 carateres).

162 horas

##### 1.5. Horas de contacto3 (100 carateres).

T:22,5 TP: 22,5 PL:22,5

##### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

##### 1.7. Observações4 (1.000 carateres).

##### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

#### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Isabel Maria da Silva João, 60h

#### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

#### 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

Com esta unidade curricular pretende-se que os alunos ganhem conhecimentos e competências na área do empreendedorismo através do desenvolvimento de ideias, desafios e novas oportunidades de negócio. Pretende-se que o aluno ganhe aptidão para se tornar empreendedor e que se torne um indivíduo determinado em procurar novas oportunidades de uma forma enérgica e poder aproveitá-las de forma empreendedora em benefício da sociedade e em seu próprio benefício. Os alunos irão desenvolver competências ao nível das várias áreas funcionais da organização como a análise de mercado, o planeamento estratégico, as operações, a análise financeira ganhando aptidão para a elaboração do plano de negócios.

#### 4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).

With this course it is intended that students gain knowledge and skills in entrepreneurship through the development of ideas, challenges and new business opportunities. It is intended that students gain the ability to become entrepreneurs and determined in the search for new opportunities in an active way and use them for the benefit of society and their own individual benefit. Students will develop skills in the various functional areas of the organization such as market analysis, strategic planning, operations, financial analysis earning aptitude for making the business plan.

## 5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

- 1.O Empreendedor. Origem, definição e análise histórica. De empreendedor a empresário. O perfil do empreendedor. Competências chave do empreendedor.
- 2.Empreendedorismo e inovação. Tendências que acentuam a importância da inovação. As várias formas de inovação. Desenvolvimento de novos produtos. Passos do processo de desenvolvimento de novos produtos. As várias fases do ciclo de vida de um produto.
- 3.Papel do marketing na nova empresa. O estudo de Mercado. Segmentação do mercado. O mercado alvo. O posicionamento de marketing. A marca. O comportamento do consumidor. Marketing Mix.
- 4.Planeamento estratégico. O processo de planeamento estratégico. Ideias de negócio a desenvolver e oportunidade de negócio. Estruturação do projecto empresarial.
5. Plano de negócios. Estrutura do plano de negócios. Sumário executivo, planeamento estratégico do negócio, descrição dos empreendedores e do negócio, plano de marketing, plano financeiro. Demonstrações financeiras previsionais. Gestão e controlo do negócio.

## 5. Syllabus (1.000 characters).

- 1.The entrepreneur. Origin, definition, and historical analysis. From entrepreneur to businessman. The profile of the entrepreneur. Key skills of the entrepreneur.
2. Entrepreneurship and innovation. Trends that emphasize the importance of innovation. The various forms of innovation. Development of new products. Steps of the development process of new products. The various phases of the life cycle of a product.
- 3.The role of the marketing in the new business. Market research, market segmentation, the target market, positioning. the brand, consumer behavior and marketing mix.
- 4.Strategic Planning. The strategic planning process. Development of business ideas and business opportunity. Structuring the business project.
- 5 Business Plan. Structuring the business plan. Executive summary, strategic business planning, description of the entrepreneurs and of the business, marketing plan, financial plan. Projected financial statements. Management and control of the business.

## 6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).

Os conteúdos programáticos da unidade curricular de empreendedorismo foram definidos tendo por base os conhecimentos, competências e aptidões a adquirir por parte dos alunos. Os conteúdos da unidade curricular de empreendedorismo são coerentes com os objectivos que passam pela aquisição de competências necessárias à criação de um novo negócio e consequente desenvolvimento de todo o processo de elaboração do correspondente plano de negócios.

## 6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).

The syllabus of the course in entrepreneurship were defined based on the knowledge, skills and competences to be acquired by students. The contents of the course in entrepreneurship are consistent with the objectives, including the acquisition of skills necessary for the creation of a new business and development of the whole process concerning the elaboration of the business plan.

## 7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).

Metodologias de Ensino:

Metodologias expositivas para exploração de conceitos e teoria. São utilizadas metodologias ativas que envolvem a participação ativa dos alunos na resolução de problemas ou estudos de caso com vista a explorar aspectos relacionados com o saber fazer e colocação em prática dos conhecimentos teóricos adquiridos.

A avaliação continua consiste na realização de um trabalho de grupo (NG) preferencialmente até um máximo de três de elementos, com peso 0,6 complementado

com a realização ao longo do semestre de um teste de frequência (NT) com peso 0,4.

$$NF = 0,4 \times NT + 0,6 \times NG$$

A avaliação por exame incluirá para além do exame escrito (NE), também com peso 0,4, o trabalho de grupo, ambos de realização obrigatória.

$$NF = 0,4 \times NE + 0,6 \times NG$$

Quer a nota obtida na componente trabalho de grupo, quer o teste global ou o exame final terão que ter uma classificação mínima igual ou superior a 10 valores (escala 0 a 20).

### **7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

Teaching methodologies:

Expositive methodologies to explore concepts and theory. Active methodologies involving the active participation of the students in the resolution of the problems or case studies in order to explore some issues related to know how to do and how to apply the theoretical knowledge acquired.

The continuous assessment consists of making a group work (NG) preferably to a maximum of three elements, weighing 0.6 plus a global test (NT) with weight 0.4 both of them mandatory.

$$NF = 0,4 \times NT + 0,6 \times NG$$

The evaluation by exam will include a written examination (NE), also weighing 0.4 and a group work (NG) weighting 0.6, both mandatory

$$NF = 0,4 \times NE + 0,6 \times NG$$

Whether the grade obtained in the component group work, whether the global test or the final exam need to have a minimum rating equal to or higher than 10 (range 0-20).

### **8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

A utilização de aulas expositivas e activas no processo de aprendizagem permite exemplificar a aplicação dos conceitos teóricos transmitidos aos alunos. Durante as aulas os alunos são chamados a intervir na resolução de problemas havendo preocupação de fazer a ligação entre as matérias leccionadas nesta unidade curricular. São apresentados vários estudos de caso para estimular nos alunos a sua forma de pensar e criar um novo negócio.

### **8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes**

#### **(3.000 characters).**

The use of expository lectures and active classes in the learning process allows the exemplification of the application of theoretical concepts transmitted to students. During classes students are stimulated to participate in problem solving. In the problem solving they make the connection between the topics taught in this course. Several case studies are presented to encourage students in their thinking and in how to create a new business

### **9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

1.F. Gaspar, "O Processo Empreendedor e a Criação de Empresas de Sucesso", Edições Sílabo, 2011.

2. M. Ferreira, J. Santos, F. Serra, " Ser Empreendedor-Pensar, criar e moldar a nova empresa, 2<sup>a</sup> Edição, Edições Silabo, 2010.

3. P. Kotler, G. Armstrong, " Principles of Marketing", 14th edition, Prentice Hall, 2012.

## 15.26 Gestão de Empresas

### Ficha de Unidade Curricular – (Versão A3ES 2018-2023)

#### 1. Caracterização da Unidade Curricular.

##### 1.1. Designação da unidade curricular (1.000 carateres).

Gestão de Empresas

##### 1.2. Sigla da área científica em que se insere (100 carateres).

EG

##### 1.3. Duração1 (100 carateres).

Semestral

##### 1.4. Horas de trabalho2 (100 carateres).

162 horas

##### 1.5. Horas de contacto3 (100 carateres).

T:22,5 TP: 22,5 PL:22,5

##### 1.6. ECTS (100 carateres).

6

##### 1.7. Observações4 (1.000 carateres).

##### 1.7. Remarks (1.000 carateres).

#### 2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular (preencher o nome completo) (1.000 carateres).

Cristina Inês Camus , 67.5 horas de contacto.

#### 3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na unidade curricular (1.000 carateres).

#### 4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes). (1.000 carateres).

Compreensão do universo empresarial, na forma organizativa e de gestão com uma cobertura horizontal das matérias nucleares, desde o planeamento estratégico, ao marketing, passando pela análise financeira, gestão de recursos humanos, gestão de operações e gestão de risco.

#### 4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students). (1.000 characters).

#### 5. Conteúdos programáticos (1.000 carateres).

Introdução. Definição jurídica. Teorias organizacionais.

As Organizações e o Meio Ambiente. Estratégia e estrutura das organizações. As funções da empresa.

A Função Estratégica. Formulação da estratégia no tempo. Missão. Objetivos. Análise ao Meio Envoltor. Análise da Empresa. Análise SWOT. Estratégias de Negócio.

O Marketing. As atividades de marketing. Os clientes/mercado. O marketing-mix.

A Gestão dos Recursos Financeiros. A contabilidade financeira. A contabilidade de custos. O controlo orçamental. Análise financeira de projetos. A gestão de risco.

A gestão de recursos humanos. Motivação e liderança.

A Gestão das Atividades Produtivas. A previsão da procura. O planeamento da produção. A gestão de stocks.

**5. Syllabus (1.000 characters).**

**6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (1.000 carateres).**

Para a compreensão do universo empresarial, na forma organizativa e de gestão com uma cobertura horizontal das matérias nucleares, desde o planeamento estratégico, ao marketing, passando pela análise financeira, gestão de recursos humanos, gestão de operações e gestão de risco, começamos pelas definições de uma organização e das várias funções que a compõem, começando pela definição da estratégia, aliada ao conceito de marketing, estudo da gestão dos recursos financeiros, e da gestão de risco no desenvolvimento das estratégias e dando também algumas noções de como se organizam os recursos humanos e os processos produtivos

**6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (1.000 characters).**

**7. Metodologias de ensino (avaliação incluída) (1.000 carateres).**

Nas aulas teóricas (T) são lecionados os conteúdos da UC. Nas aulas TP são apresentados e resolvidos problemas de casos práticos, em linha com os conteúdos lecionados na componente teórica. Nas aulas laboratoriais (PL) são aplicadas as competências adquiridas com a realização de trabalhos em grupo. A avaliação é composta por um exame teórico (E) com a duração de 2 horas, contribuindo com 50% para a nota final; realização de trabalhos em grupo (TP), contribuindo com 50% para a nota final. A classificação final é dada por  $0,5*E + 0,5*TP$  A nota da componente prática é válida no caso de avaliação por exame de época especial, aplicando-se de seguida a fórmula da classificação final.

**7. Teaching methodologies (including assessment) (1.000 characters).**

**8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular (3.000 carateres).**

Pretende-se com a elaboração de um exame teórico individual, aferir da interiorização dos principais conceitos. Pretende-se com a elaboração de trabalhos práticos em grupos aleatórios, simular o ambiente organizacional e como um pequeno grupo (3/4 alunos que não estão habituados a trabalhar juntos de preferência) se organiza para atingir determinado objetivo. Como estabelecem a estratégia, necessidade de liderança, gestão dos processos etc.

**8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes (3.000 characters).**

**9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória (1.000 carateres).**

Jay Heider and Barry Render , Operations Management,8th Edition.. Pearson Prentice Hall, 2005  
Carl S. Warren, James M. Reeve and Philip E. Fess, Finantial and Managerial Accountig 6th Edition. ITP (International Thomson Publishing), 1999.

John R. Wilson, Nigel Corlett, Evaluation of Human Work 3rd Edition, Taylor & Francis Group, 2005.

Philip Kotler , Marketing Management,. Prentice International, Inc., 2000.

Carlos Pinho, Isabel Soares, Finanças - Mercados e Instrumentos, Sílabo, 2008

Isabel Soares, Decisões de Investimento – Análise Financeira de Projectos, Sílabo, 2008