Universidade de Évora

Departamento de Economia

Mestrado em Economia

Área de especialização em Economia Regional

COMPARAÇÃO DE ESTIMADORES ALTERNATIVOS PARA MODELOS DINÂMICOS COM DADOS DE PAINEL

Orientador: Prof. Doutor Joaquim José Ramalho

Ana Isabel Guerra Cantarinha

Évora - 2006

Universidade de Évora

Departamento de Economia

Mestrado em Economia

Área de especialização em Economia Regional

COMPARAÇÃO DE ESTIMADORES ALTERNATIVOS PARA MODELOS DINÂMICOS COM DADOS DE PAINEL

Orientador: Prof. Doutor Joaquim José Ramalho

Ana Isabel Guerra Cantarinha

Évora - 2006

Agradecimentos

Ao meu Orientador Prof. Doutor Joaquim Ramalho pela ajuda constante, competência científica e profissionalismo, bem como pelo cuidado que pôs na leitura desta dissertação e pelas sugestões que fez com vista à melhoria da sua qualidade, os quais me permitiram ultrapassar todas as dificuldades durante a sua realização.

A todos os professores com quem trabalhei ao longo da parte curricular do Mestrado, pelos conhecimentos transmitidos e oportunidades de descoberta proporcionadas.

À Dr.ª Liliana pela constante ajuda e disponibilidade que sempre mostrou.

À Fundação Eugénio de Almeida, agradeço a bolsa de Mestrado concedida.

Ao João por tudo, à minha família, aos meus amigos e colegas de Mestrado pelo apoio que sempre me prestaram.

E a todos os que directa ou indirectamente tornaram possível a elaboração desta dissertação.

Resumo

Esta dissertação tem por objecto de estudo métodos de estimação para modelos dinâmicos com dados de painel. Estes modelos são usualmente estimados pelo método dos momentos generalizados (GMM), sendo o principal objectivo desta dissertação a análise do desempenho de algumas variantes desse método em pequenas amostras, de modo a verificar se as suas propriedades assimptóticas conhecidas são de alguma forma indicadoras das suas propriedades em amostras finitas. Assim, através dum estudo de simulação de Monte Carlo, examinou-se o comportamento desses estimadores em amostras finitas em vários cenários alternativos, que passam: por considerar o caso homoscedástico e heteroscedástico para a componente do termo do erro variante no tempo; por gerar esta componente do erro de acordo com as distribuições Normal, t-Student e Qui-Quadrado; por considerar diferentes valores para a dimensão da amostra tanto em termos seccionais como temporais; por considerar diferentes pesos de cada componente do erro na variância da variável dependente; e por considerar diferentes valores para o parâmetro auto-regressivo. De entre os estimadores GMM, os estimadores SYS revelam um comportamento muito melhor, mostrando-se claramente preferíveis aos DIF para valores de δ próximos de um, e evidenciando uma certa robustez face aos vários cenários analisados. Em particular, a versão proposta por Windmeijer (2000) parece ser a mais indicada para trabalho empírico.

Palavras chave: Dados de painel, modelos dinâmicos, estimadores, GMM, simulação de Monte Carlo

Abstract

"Comparison of alternative estimators for dynamic panel data models"

In this dissertation we studied estimation methods for dynamic models for panel data. These models are usually estimated by the generalized method of moments (GMM), being the main goal of this dissertation the analysis of the small sample properties of the main variants of that method. Thus, through a Monte Carlo simulation study, the behaviour of those estimators was examined in finite samples in several alternative sceneries, including: homoscedastic and heteroscedastic time-variant error terms; error terms generated according to the Normal, t-Student and chi-square distributions; different cross-sectional and time-series sample sizes; different weights of each error component in the variance of the dependent variable; different values for the autoregressive parameter. The best behaviour was displayed by the variant SYS, which is clearly preferable to the variant DIF for values of the auto-regressive parameter close to the unity and seems to be robust to the several sceneries analyzed. Among the alternative SYS estimators, the version proposed by Windmeijer (2000) appears to be the most suitable for empiric work.

Key words: Panel data, dynamic models, estimators, GMM, simulation of Monte Carlo

Índice

Índice de tabelas

Introdução

Esta dissertação tem por objecto de estudo métodos de estimação para modelos dinâmicos com dados de painel. Uma amostra é composta por dados de painel quando n unidades seccionais são observadas ao longo de T períodos. A vantagem fundamental deste tipo de dados deve-se ao facto de permitirem ao investigador uma maior flexibilidade na modelação, pois a análise de observações repetidas referentes às mesmas unidades seccionais permite especificar e estimar modelos mais complexos e realistas. Uma das principais vantagens dos modelos dinâmicos, que se caracterizam pela presença de uma variável dependente desfasada no tempo, é o facto de permitirem estudar o comportamento económico dinâmico ao nível individual, dando ao investigador uma melhor percepção das dinâmicas de ajustamento. Estes modelos são usualmente estimados pelo método dos momentos generalizados (GMM), sendo este o método convencional para estimar modelos quando a única informação disponível acerca da população de interesse está na forma de condições de momentos. A principal limitação deste método é o seu comportamento em amostras finitas. De facto, tem sido reconhecido que a distribuição assimptótica do estimador GMM fornece uma aproximação insuficiente para a sua distribuição em pequenas amostras. Assim, o objectivo desta dissertação consiste em analisar o desempenho desses estimadores em pequenas amostras, verificando se as suas propriedades assimptóticas conhecidas são de alguma forma indicadoras das suas propriedades em amostras finitas.

A dissertação será organizada em quatro capítulos. No primeiro capítulo descrevem-se alguns aspectos básicos relativos aos dados de painel, apresentam-se os dois modelos estáticos mais comuns, o *modelo de efeitos aleatórios* e o *modelo de efeitos fixos*, e por fim apresentam-se os testes de especificação que mais habitualmente são aplicados a estes modelos. No segundo capítulo é apresentado um pequeno historial teórico e empírico do GMM, bem como o seu processo de estimação. Neste capítulo são também apresentados alguns dos casos particulares do GMM: o Método dos Mínimos Quadrados, o Método das Variáveis Instrumentais e o Método da Máxima Verosimilhança. Neste mesmo capítulo são ainda revistos dois tipos de testes para modelos estimados pelo GMM, nomeadamente o teste J para a sobre-identificação das condições de momentos e diversos testes para restrições paramétricas. No terceiro capítulo é feita uma abordagem aos modelos dinâmicos para dados de painel e são revistos os principais métodos de estimação adequados para a sua estimação: os estimadores de Variáveis Instrumentais e as várias propostas de estimadores GMM. Finalmente, no quarto capítulo será realizado um estudo de simulação de Monte Carlo com o objectivo de examinar o comportamento em pequenas amostras dos estimadores analisados no capítulo anterior. Neste estudo consideram-se vários cenários alternativos, que passam por: (i) considerar os casos homoscedástico e heteroscedástico para a componente do termo do erro variante no tempo; (ii) gerar esta componente do erro de acordo com as distribuições Normal, t-Student e Qui-Quadrado; (iii) considerar diferentes valores para a dimensão da amostra tanto em termos seccionais como temporais; (iv) considerar diferentes pesos na variância da variável dependente de cada uma das duas componentes do erro habitualmente formalizadas; e (v) considerar diferentes valores para o parâmetro associado à variável dependente desfasada no tempo.

Capítulo I

Introdução aos dados de painel

Neste capítulo, descrevem-se alguns aspectos básicos relativos aos dados de painel e apresentam-se as principais características dos dois modelos estáticos mais comuns nesta área e os principais testes de especificação habitualmente usados neste contexto.

1.1 – Definição, importância e fontes de dados de painel

Uma amostra é composta por dados de painel quando n unidades seccionais são observadas ao longo de T períodos. Ao longo deste trabalho assume-se que T e n são maiores do que um, já que tanto o estudo de séries temporais ($n = 1$) como de dados seccionais ($T = 1$) sai fora do âmbito desta tese. Assume-se também que cada unidade seccional é observada durante o mesmo número de períodos, ou seja, apenas os dados de painel "equilibrados" serão estudados. Deste modo, qualquer amostra analisada nesta tese será composta por um total de $n \times T$ observações.

Na última década a utilização de dados de painel na análise econométrica aumentou substancialmente. São vários os motivos que estão na origem desta crescente popularidade dos dados de painel. Por um lado, são cada vez em maior número as bases de dados de painel disponíveis, a que não é alheio o desenvolvimento informático verificado nos últimos anos. Por outro lado, os dados de painel possuem diversas vantagens relativamente aos outros tipos de dados. A vantagem fundamental dos dados de painel relativamente aos dados seccionais consiste no facto de permitirem ao investigador uma maior flexibilidade na modelação, pois a análise de observações repetidas referentes às mesmas unidades seccionais permite especificar e estimar modelos mais complexos e realistas. Outra vantagem importante dos dados de painel comparativamente com as séries temporais e os dados seccionais, é que eles permitem a identificação de certos parâmetros, uma vez que permitem o reconhecimento de dinâmicas individuais e uma robustez à omissão de variáveis (heterogeneidade negligenciada). Por exemplo, para Verbeek (2002) os dados de painel tornam possível analisar mudanças ao nível individual de uma dada unidade seccional. Este autor apresenta uma situação em que o nível de consumo médio aumenta 2% de um ano para o outro. A utilização de dados de painel permite-nos identificar se este aumento é resultado de, por exemplo, uma subida de 2% para todos indivíduos ou uma subida de 4% só para, aproximadamente, metade dos indivíduos. Sendo assim, os dados de painel não são só aplicáveis ao modelo, no sentido de explicarem o porquê das unidades seccionais se comportarem distintamente entre si, mas também, explicam o porquê de uma certa unidade considerada comportar-se de maneira diferente em períodos de tempo diferentes. Finalmente, uma vez que os dados de painel são tipicamente mais extensos que os dados seccionais e as séries temporais (pois as variáveis explicativas estão indexadas simultaneamente para a unidade seccional e para o tempo), os estimadores baseados neste tipo de dados tornam-se mais precisos.

Como foi referido, actualmente existem diversas bases de dados de painel disponíveis. Uma das mais conhecidas será provavelmente o *Panel Study of Income Dynamics* (PSID), dirigido pelo Instituto de Investigação Social da Universidade de Michigan, que recolhe continuamente, desde 1968, informações sócio-económicas e demográficas de aproximadamente 8000 famílias. A sua amostra inicial compreende duas componentes: uma amostra aproximadamente aleatória de famílias e outra de famílias com baixos rendimentos. Os dados são recolhidos em períodos de um ano e são disponibilizados ao público através da internet, onde poderão ser obtidos todos os dados resultantes desde o inicio do estudo. Para uma descrição mais detalhada ver Hill (1992).

Na União Europeia, destaca-se o *European Community Household Panel* (ECHP), coordenado pelo *Statistical Office of the European Communities* (Eurostat), que tem por objectivo representar a população da União Europeia tanto a nível individual como familiar. Este projecto foi lançado em 1992, como resposta à crescente procura de informação, de modo a comparar entre os estados membros da União Europeia variáveis como salário, emprego, pobreza e exclusão social, saúde, educação, migração, assim como outros indicadores das condições de vida da população. Para uma análise mais detalhada sobre o ECHP ver Peracchi (2002).

A nível interno, entre outros possíveis exemplos, merece realce a *Central Balance Sheet Data Office* (CBSDO), organizada pelo Banco de Portugal com o objectivo de compilar dados para analisar a situação económica e financeira dos diferentes sectores de actividade portugueses. A CBSDO realiza, anualmente, um questionário especial a todas as empresas que, voluntariamente, se tornaram membros da CBSDO.

1.2 – Modelos estáticos

Embora o nosso objectivo nesta tese seja o estudo de modelos dinâmicos para dados de painel, antes de nos concentrarmos nesse tópico, vamos abordar brevemente modelos mais simples, que permitirão introduzir de uma forma mais elementar diversos conceitos, métodos e testes de hipóteses aplicáveis a dados de painel. Assim, o modelo que vamos estudar nesta secção é uma variante do modelo de regressão linear clássico,

$$y = X\beta + \varepsilon \tag{1.1}$$

onde, neste caso, y e ε são vectores coluna com nT elementos, X é uma matriz do tipo $nT \times k$ e β é um vector coluna com k elementos:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1T} \\ \dots \\ y_{n1} \\ \vdots \\ y_{nT} \end{bmatrix}, \qquad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}, \qquad \text{onde } X_i = \begin{bmatrix} X_{i1}^1 & X_{i1}^2 & \dots & X_{i1}^k \\ X_{i2}^1 & X_{i2}^2 & \dots & X_{i2}^k \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{iT}^1 & X_{iT}^2 & \dots & X_{iT}^k \end{bmatrix},$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1T} \\ \dots \\ \varepsilon_{n1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nT} \end{bmatrix}, \qquad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

Em termos individuais, este modelo pode ser descrito pelo conjunto de nT equações

$$y_{it} = \beta_1 X_{it}^1 + \ldots + \beta_k X_{it}^k + \varepsilon_{it}$$
$$y_{it} = x_{it}\beta + \varepsilon_{it} \tag{1.2}$$

em que:

- y_{it} : valor da variável dependente para a unidade seccional i no período t, onde $i = 1,\ldots, n$ e $t = 1,\ldots, T$.
- X_{it}^j : valor da *j-ésima* variável explicativa para a unidade i no período t, onde $j = 1,\ldots, k$, $i = 1, \ldots, n$ e $t = 1, \ldots, T$.
- x_{it}: vector que contém os valores das k variáveis explicativas para a unidade i no período j, onde $i = 1, \ldots, n$ e $t = 1, \ldots, T$.

Normalmente, quando os dados são de painel, assumem-se diferentes pressupostos acerca do termo do erro ε relativamente ao modelo de regressão linear clássico. Nomeadamente, é habitual considerar a seguinte especificação para a estrutura do termo erro:

$$\varepsilon_{it} = \alpha_i + \eta_{it} \tag{1.3}$$

em que as duas componentes do erro verificam os seguintes pressupostos:

- α_i - efeito específico do indivíduo - varia com a unidade seccional, sendo constante ao longo do tempo. Esta componente pode estar ou não correlacionada com as variáveis contidas em x_{it}.
- η_{it} varia sistematicamente ao longo do tempo e das unidades seccionais. Assume-se que η_{it} não está correlacionado com x_{it}, isto é, $E(x_{it}\,\eta_{js})=0$, $\forall i, j, t, s$.

Em termos matriciais,

$$\alpha=\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \vdots\\ \alpha_1\\ \ldots\\ \alpha_n\\ \vdots\\ \alpha_n\end{bmatrix} \qquad \eta=\begin{bmatrix}\eta_{11}\\ \vdots\\ \eta_{1T}\\ \ldots\\ \eta_{n1}\\ \vdots\\ \eta_{nT}\end{bmatrix}$$

O modelo descrito por (1.1) ou (1.2) serve de base tanto ao *modelo de efeitos aleatórios* como ao *modelo de efeitos fixos*, os quais diferem um do outro nos pressupostos assumidos acerca dos efeitos específicos α_i. São estes dois modelos, bem como alguns testes de especificação aplicáveis a eles, que são descritos de seguida.

1.2.1 – Efeitos aleatórios

Habitualmente, é assumido na análise de regressão que todos os factores que afectam a variável dependente, mas que não foram incluídos como regressores, podem ser apropriadamente sintetizados por um termo erro aleatório. No nosso caso, isto conduz-nos para o pressuposto de que α_i é aleatório, independente e identicamente distribuído relativamente às unidades seccionais. Em termos práticos, o pressuposto essencial associado ao modelo de efeitos aleatórios assenta no facto do efeito específico do indivíduo, α_i, invariante no tempo, não estar correlacionado com x_{it}, ou seja, $E(\alpha_i x_{it}) = 0$.

Por norma (ver, por exemplo, Greene 2003), assume-se que o termo erro verifica os seguintes pressupostos:

$$E(\alpha_i)=E(\eta_{it})=0,\ \forall i,t \qquad E(\eta_{it}^2)=\sigma_\eta^2$$

$$E(\alpha_i\,\alpha_j)=0,\ \forall\ i\neq j \qquad E(\alpha_i^2)=\sigma_\alpha^2 \tag{1.4}$$

$$E(\alpha_i\,\eta_{jt})=0\ \ \forall i,j,t \qquad E(\eta_{it}\,\eta_{js})=0,\ \forall i\neq j\ ou\ t\neq s$$

Daqui resulta que

$$E(\varepsilon_{it}^2)=\sigma_\alpha^2+\sigma_\eta^2$$

$$E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{is})=\sigma_\alpha^2,\ t\neq s$$

ou, em termos matriciais,

$$E(\varepsilon_i\varepsilon_i')=\begin{bmatrix}\sigma_\alpha^2+\sigma_\eta^2 & \sigma_\alpha^2 & \cdots & \sigma_\alpha^2\\ \sigma_\alpha^2 & \sigma_\alpha^2+\sigma_\eta^2 & \cdots & \sigma_\alpha^2\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \sigma_\alpha^2 & \sigma_\alpha^2 & \cdots & \sigma_\alpha^2+\sigma_\eta^2\end{bmatrix}=\sigma_\eta^2 I_T+\sigma_\alpha^2\, i_T i_T'$$

onde I_T representa a matriz identidade de dimensão $T\ x\ T$ e i é um vector coluna $T\times 1$ em que todos os elementos são iguais a um.

A estrutura assumida para o erro implica que este exiba uma forma particular de autocorrelação, a menos que $\sigma_\alpha^2=0$. Como tal, a aplicação directa do Método dos Mínimos Quadrados (OLS) ao modelo de efeitos aleatórios produzirá estimadores que, embora consistentes, serão ineficientes. Nesta situação, é preferível a utilização do método dos Mínimos Quadrados Generalizados (GLS) que, ao ter em conta a correlação serial dos erros, produzirá estimadores mais eficientes. Naturalmente, estimadores GLS admissíveis (FGLS – "feasible GLS") requerem a obtenção de estimativas das variâncias $\sigma_\eta^2\ e\ \sigma_\alpha^2$. Antes de apresentar o estimador GLS, comecemos por considerar dois estimadores que são consistentes mas não são eficientes relativamente ao estimador GLS.

O primeiro, designado por estimador BG ("*Between-Groups*"), baseia-se no cálculo para cada unidade seccional da média de todos os dados. Ao conjunto destas médias é aplicado o OLS. Desta forma, são obtidos estimadores OLS para a seguinte equação:

$$\bar{y}_{i.} = \bar{x}_{i.}\,\beta + \alpha_i + \bar{\eta}_{i.} \tag{1.5}$$

onde $\bar{y}_{i.} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{it}$, $\bar{x}_{i.} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} x_{it}$ e $\bar{\eta}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \eta_{it}$.

O segundo estimador é designado por estimador WG ("*Within-Groups*"), que também faz uso das médias mas de outra forma. À equação

$$y_{it} = x_{it}\,\beta + \alpha_i + \eta_{it} \tag{1.6}$$

é subtraída a equação das médias dada em (1.5). Por α_i ser invariante no tempo, aparece em ambas as equações. Assim, subtraindo (1.5) de (1.6) resulta:

$$y_{it} - \bar{y}_{i.} = (x_{it} - \bar{x}_{i.})\,\beta + \eta_{it} - \bar{\eta}_{i.} \tag{1.7}$$

Com a aplicação do estimador OLS à equação obtém-se então o estimador WG.

No âmbito dos modelos de efeitos aleatórios, a importância destes dois métodos de estimação resulta do facto de ser com base nos seus resíduos que são obtidas as estimativas das variâncias σ_η^2 *e* σ_α^2 necessárias à aplicação do método FGLS. Nomeadamente, essas variâncias são consistentemente estimadas como se segue (Johnston e Dinardo 2001):

$$\hat{\sigma}_\eta^2 = \frac{\hat{u}_W'\,\hat{u}_W}{nT - k - n}$$

$$\hat{\sigma}_\alpha^2 = \hat{\sigma}_B^2 - \frac{\hat{\sigma}_\eta^2}{T}$$

em que $\hat{u}_W$ e $\hat{u}_B$ são vectores contendo os resíduos da regressão WG e BG respectivamente, e $\sigma_B^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{y}_i - \bar{x}_i\,\hat{\beta}\right)^2 = \frac{\hat{u}_B'\hat{u}_B}{n}$ (Verbeek 2002). Uma vez calculados $\hat{\sigma}_\eta^2$ e $\hat{\sigma}_\alpha^2$, o estimador FGLS pode ser obtido por simples estimação OLS do modelo transformado

$$\tilde{y}_{it} = \tilde{x}_{it}\,\beta + e_{it},$$

onde

$$\tilde{y}_{it} = y_{it} - (1-\hat{\Psi})\bar{y}_{i.},\ \tilde{x}_{it} = x_{it} - (1-\hat{\Psi})\bar{x}_{i.} \text{ e } \hat{\Psi} = \sqrt{\frac{\sigma_\eta^2}{T\sigma_\alpha^2 + \sigma_\eta^2}}.$$

1.2.2 – Efeitos fixos

Ao contrário do modelo anterior, no modelo de efeitos fixos assume-se que o efeito específico do indivíduo, α_i, invariante no tempo, está correlacionado com x_{it}, ou seja, $E(\alpha_i x_{it}) \neq 0$. Consequentemente, neste caso não é possível obter estimadores consistentes para os parâmetros de interesse utilizando os métodos OLS, FGLS e BG. Pelo contrário, o estimador WG continua a produzir estimadores consistentes, pois α_i não faz parte do termo erro da equação (1.8) que define esse estimador. Assim, os métodos de estimação apropriados para estimar modelos de efeitos fixos caracterizam-se por eliminar da equação a estimar o termo α_i, distinguindo-se uns dos outros apenas pela transformação utilizada para tal. Para além do método WG, existem duas técnicas alternativas principais: o método LSDV (*least squares with dummy variables*) e o método das primeiras diferenças (FD).

O método LSDV é muito semelhante ao WG, produzindo os mesmos estimadores para os parâmetros associados a variáveis explicativas. A única diferença reside no facto de os efeitos individuais α_i, em vez de serem eliminados da equação a estimar, são incluídos nela como parâmetros associados a *N* variáveis *dummy*:

$$y_{it} = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j d_{ij} + x_{it}' \beta + \eta_{it} \tag{1.8}$$

onde $d_{ij} = \begin{cases} 1 & se\ i = j \\ 0 & se\ i \neq j \end{cases}$.

Este facto, contudo, torna o método LSDV menos atractivo que o WG devido ao elevado número de parâmetros (n + k) presentes na equação (1.8) que necessitam de ser estimados.

Quanto ao método FD, o efeito fixo α_i é eliminado através do recurso a variáveis desfasadas no tempo, pois o termo no tempo desaparecerá após aplicação do operador diferença. Especificando:

$$y_{it} - y_{i,t-1} = (x_{it} - x_{i,t-1})\beta + (\varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1})$$

$$\Delta y_{it} = \Delta x_{it}\ \beta + \Delta \varepsilon_{it}$$

$$\Delta y_{it} = \Delta x_{it}\ \beta + \Delta \eta_{it} \tag{1.9}$$

A principal diferença entre a equação obtida em (1.9) e a equação original em (1.2) é que, agora, a condição necessária de ortogonalidade verifica-se, ou seja, $E(\Delta x_{it} \Delta \eta_{it}) = 0$, pelo que a aplicação do método OLS à equação (1.9) produzirá estimadores consistentes para β. Note-se que, no caso de T = *2* as estimativas produzidas por FD e WG são idênticas, ao contrário do que acontece para T > *2*.

1.3 – Testes de hipóteses

Nesta secção são abordados alguns dos testes de especificação que mais habitualmente são aplicados a modelos de dados de painel de natureza estática.

Existem dois testes principais que têm como objectivo averiguar se realmente faz sentido assumir que o termo erro é composto por duas componentes com características distintas, como formalizado em (1.3). Isto equivale a testar se existem efeitos individuais no modelo. Para tal, pode ser usado um simples teste F para as hipóteses:

$$H_0 : \alpha_i = \alpha \qquad H_1 : \alpha_i \neq \alpha \quad \forall i = 1, \ldots, n,$$

sendo a estatística de teste dada por:

$$F_{obs} = \frac{(R_u^2 - R_p^2) / (n-1)}{(1 - R_u^2) / (nT - n - k)} \sim F[(n-1), nT - n - k; \gamma_0]$$

onde u e p designam o modelo não restringido e o modelo restringido (com apenas um termo constante), respectivamente, e γ_0 o nível de significância do teste. A região crítica é definida do seguinte modo:

$$\{F_{obs} > F[(n-1, nT - n - k; \gamma_0)]\}$$

Alternativamente, pode ser utilizado o teste LM (multiplicador de Lagrange) derivado por *Breusch* e *Pagan* (1980). Neste caso, as hipóteses em análise são:

$$H_0 : \sigma_\alpha^2 = 0 \qquad H_1 : \sigma_\alpha^2 \neq 0,$$

sendo a estatística de teste dada por:

$$LM = \frac{nT}{2(T-1)} \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_{it} \right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_{it}^2} - 1 \right]^2 \sim \chi^2_{1;\gamma_0} \, ,$$

onde $\hat{\varepsilon}$ representa os resíduos do modelo (1.1) estimado por OLS. A região crítica é definida do seguinte modo:

$$\left\{LM > X^2_{1,\gamma_0}\right\}$$

O teste Breusch-Pagan foi aperfeiçoado por King e Wu (1997), assim como por Honda (1985). Estes autores apresentaram soluções para o facto do teste Breusch-Pagan assumir que a hipótese alternativa é bilateral, o que não faz sentido uma vez que a variância é não-negativa.

Em ambos os testes anteriores, as conclusões a tirar para a estimação do modelo são idênticas. Se não se rejeitar H_0, a estrutura do erro dada por (1.3) não faz sentido, pelo que o modelo pode ser estimado eficientemente por OLS. Pelo contrário, se se rejeitar H_0, o modelo deverá ser estimado por FGLS, se os efeitos forem aleatórios, ou pelos métodos WG ou FD, se forem fixos. Assim, nesta situação torna-se importante testar as hipóteses:

$$H_0 : E(\alpha_i x_{it}) = 0 \qquad H_1 : E(\alpha_i x_{it}) \neq 0$$

Para tal, pode-se usar um teste de Hausman (Johnston e Dinardo 2001) baseado na comparação dos estimadores $\hat{\beta}_{WG}$ e $\hat{\beta}_{FGLS}$, pois:

- Se os efeitos não estão correlacionados com as variáveis explicativas, o estimador de efeitos aleatórios é consistente e eficiente. O estimador de efeitos fixos é consistente, mas não é eficiente.
- Se os efeitos estão correlacionados com as variáveis explicativas, o estimador de efeitos fixos continua a ser consistente, enquanto que o estimador de efeitos aleatórios torna-se inconsistente.

Sob H_0 é preferível o estimador dos efeitos aleatórios; se H_0 for rejeitada o estimador de efeitos fixos é mais indicado. A estatística de teste vem dada pela seguinte expressão:

$$H = (\hat{\beta}_{FGLS} - \hat{\beta}_{WG})'(\hat{\Sigma}_{WG} - \hat{\Sigma}_{FGLS})^{-1}(\hat{\beta}_{FGLS} - \hat{\beta}_{WG}) \sim \chi^2_{k,\gamma_0}$$

em que $\hat{\Sigma}$ representa um estimador consistente da matriz de covariâncias. A região critica vem dada da seguinte forma:

$$\left\{H > \chi^2_{k,\gamma_0}\right\}.$$

Capítulo II

Método dos momentos generalizados

Como os modelos dinâmicos para dados de painel são, usualmente, estimados pelo método dos momentos generalizados (GMM), este capítulo será dedicado integralmente à apresentação deste método.

2.1 – Introdução

O GMM é o método convencionalmente usado em Econometria para estimar modelos quando a única informação disponível acerca da população de interesse está expressa na forma de condições de momentos. Por isso, desde a sua formalização por Hansen (1982), o GMM tornou-se um importante tópico de investigação na literatura econométrica, tanto no ponto de vista teórico, como aplicado.

Do ponto de vista teórico, a popularidade do GMM resulta de dois factores importantes. Por um lado, fornece uma estrutura unificadora para a análise de muitos estimadores conhecidos. De facto, o GMM agrupa vários métodos de estimação tais como o Método dos Mínimos Quadrados, o Método das Variáveis Instrumentais e o Método da Máxima Verosimilhança, fornecendo um cenário harmonioso para a sua comparação. Por outro lado, é uma alternativa simples a outras técnicas de estimação, especialmente quando é difícil de definir a função de verosimilhança, pois o GMM apenas necessita da especificação de um conjunto de condições de momentos que o modelo deve satisfazer.

Em termos de trabalho empírico, o GMM tem sido aplicado tanto a dados seccionais e temporais como a dados de painel. Por exemplo, no caso de dados seccionais, Mullahy (1997) utilizou o GMM para estimar um modelo explicativo do consumo diário de cigarros, enquanto que Berry, Levinsohn e Pakes (1999) mostraram como o GMM pode ser usado na estimação de parâmetros estruturais para avaliar as implicações para o bem–estar da existência de restrições voluntárias de exportação. Relativamente aos dados temporais, de destacar a aplicação pioneira de Hansen e Singleton (1982), que utilizam o GMM para estimar modelos de expectativas racionais não lineares referentes à aquisição de bens. Finalmente, no que diz respeito a dados de painel, entre outros exemplos que poderiam ser dados, Van Reenen (1996) aplica o GMM para estimar uma equação da dinâmica salarial, Blundell e Bond (1998) estimam um modelo dinâmico de procura de trabalho, Tauchen (1986) e Kocherlakota (1990) exploram a área de aplicação dos "*Asset pricing models*", Christiano e Haan (1996) estudam modelos de ciclo económico e Jacquier, Polson e Rossi (1994) bem como Andersen e Sorensen (1996) estimam modelos estocásticos de volatilidade.

2.2 – Estimação

Antes de descrever o processo de estimação de um modelo por GMM, vamos introduzir a notação e os pressupostos inerentes à sua aplicação.

Seja y_i, $i = 1,..., n$, as observações do vector y. Vamos representar por $g(y,\beta)$ o vector (s x 1) que contém as condições de momentos e β o vector (k x 1) que contém os parâmetros de interesse, onde assumimos que $s \geq k$. Defina-se β_0 como o vector que contém os verdadeiros valores de β, os quais constituem a única solução do sistema de condições de momentos

$$E_F\left[g(y,\beta_0)\right] = 0, \tag{2.1}$$

onde $E_F[.]$ representa o valor esperado de y calculado com base na (desconhecida) distribuição F de y. Assumimos que a função de momentos $g(y,\beta)$ é contínua e $E_F\left[g(y,\beta)\right]$ existe e é finito, $\forall\beta$. Defina-se também a matriz (s x k) $G(\beta) = E\left[\frac{\partial g(y,\beta)}{\partial\beta}\right]$ e a matriz de variâncias – covariâncias (s x s) definida positiva $V(\beta) = E\left[g(y,\beta)g'(y,\beta)\right]$, onde as condições de momento $g(y,\beta)$ se assumem ser continuamente diferenciáveis em β, $\forall\beta$. Quando estas matrizes se referem a β_0, considera-se $G \equiv G(\beta_0)$ e $V \equiv V(\beta_0)$. A notação amostral correspondente de $g(y,\beta)$, $G(\beta)$ e $V(\beta)$ é:

- $g_n(\beta) \equiv \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} g(y_i, \beta)$
- $G_n(\beta) \equiv \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g(y_i, \beta)}{\partial \beta}$
- $V_n(\beta) \equiv \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} g(y_i, \beta) g'(y_i, \beta)$

respectivamente. Assume-se que $G_n(\beta)$ converge uniformemente em β para $G(\beta)$ e pela aplicação do Teorema do Limite Central $\sqrt{n} g_n(\beta_0) \xrightarrow{d} N(0,V)$. Para outras condições de regularidade, ver Newey e MacFadden (1994).

Quando o número de condições de momentos (s) é igual ao número de incógnitas (k), o sistema de equações $g_n(\hat{\beta}) = 0$ pode ser resolvido directamente em ordem a $\hat{\beta}$. Neste caso, o sistema diz-se que é *exactamente identificado* ("*just-identified*"). Contudo, o caso mais comum é o de *sobre-identificação* ("*over-identified*"), que é caracterizado por um número de equações superior ao número de incógnitas ($s > k$), situação em que não existirá geralmente um valor para $\hat{\beta}$ que imponha $g_n(\hat{\beta})=0$. Por isso, Hansen (1982) propôs usar k combinações lineares das s condições iniciais para que se volte a ter um número igual de equações e de incógnitas. Nomeadamente, ele propôs a minimização da seguinte forma quadrática:

$$Q_n = g_n'(\beta)\, W_n\, g_n(\beta)$$

onde W_n é uma matriz ponderadora $(s \times s)$ simétrica e definida positiva que converge para uma matriz não aleatória definida positiva W, sendo as k condições de primeira ordem dadas por:

$$\frac{\partial Q_n}{\partial \beta} = \frac{\partial g_n'(\beta)}{\partial \beta} W_n\, g_n(\beta) = 0$$

Qualquer que seja a matriz ponderadora W_n utilizada, o estimador GMM resultante será sempre consistente. Contudo, uma escolha adequada de W_n é crucial para a obtenção de estimadores GMM eficientes. O procedimento para obter um estimador GMM eficiente decorre em dois passos:

- Num primeiro passo gera-se uma estimativa consistente de β. Como o GMM produz estimativas consistentes qualquer que seja a escolha da matriz ponderadora, é habitualmente escolhida a matriz identidade para W_n, dando, assim, peso igual a cada condição de momentos. Os estimadores resultantes, $\tilde{\beta}$, são consistentes mas não eficientes, tendo uma distribuição assimptoticamente normal (Hansen 1982):

$$\sqrt{n}\,(\tilde{\beta}-\beta_0) \xrightarrow{d} N(0,\Sigma)$$

onde

$$\Sigma = (G'WG)^{-1}\, G'W\,V\,W\,G\,(G'WG)^{-1} \tag{2.2}$$

- Num segundo passo é considerada para matriz ponderadora a inversa da matriz de variâncias-covariâncias (W_n = $V_n^{-1}(\beta)$). Como esta depende de β, é necessário usar uma sua estimativa, $V_n^{-1}(\tilde{\beta})$, a qual utiliza as estimativas consistentes resultantes do primeiro passo. Assim, o estimador GMM eficiente resulta da minimização da seguinte função objectivo:

$$Q_n = g_n'(\beta)\, V_n^{-1}(\tilde{\beta})\, g_n(\beta) \tag{2.3}$$

Hansen (1982) e White (1982) mostraram que esta escolha para a matriz ponderadora é óptima assimptoticamente uma vez que, para condições de momentos com elevadas variâncias, é atribuído menos peso na estimação, enquanto que, para condições de momentos com variâncias reduzidas, será dado um peso maior. Assim, os estimadores obtidos no 2º passo para além de serem consistentes, são, também, eficientes, sendo a sua matriz de variâncias – covariâncias dada por

$$\Sigma = \left(G'V^{-1}G\right)^{-1} \tag{2.4}$$

Contudo, existem diversos estudos de simulação de Monte Carlo que indicam que o comportamento dos estimadores GMM eficientes em pequenas amostras não é o mais adequado, apresentando significativos níveis de enviesamento, principalmente quando o número de condições de momentos é elevado; ver, por exemplo, Mátyás (1999) e Ramalho (2005). Por isso, no estudo de simulação incluído nesta tese, analisaram-se não só os estimadores GMM eficientes mas também aqueles que resultam da aplicação apenas do primeiro passo.

2.3 – Casos particulares do GMM

São exemplos de casos particulares do GMM o Método dos Mínimos Quadrados, o Método das Variáveis Instrumentais e o Método da Máxima Verosimilhança. Vejamos com mais detalhe cada um destes métodos quando encarados como métodos de momentos.

2.3.1 – Método dos mínimos quadrados

Considere-se um modelo de regressão linear simples da forma

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

em que ε tem média zero e variância σ^2 constante. As condições de momentos que garantem a consistência dos estimadores OLS são:

$$E(X'\varepsilon) = 0 \Leftrightarrow E[X'(y - X\beta)] = 0,$$

a que correspondem as condições de momentos amostrais:

$$\frac{1}{n}X'(y - X\beta) = 0 \tag{2.5}$$

A resolução desta equação é simples uma vez que o número de equações coincide com o número de incógnitas. Assim, resolvendo a equação (2.5) em ordem a β obtém-se

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X' y \tag{2.6}$$

que é a conhecida expressão que define as estimativas OLS de β.

2.3.2 – Método das variáveis instrumentais

Considere-se o modelo

$$y_i = x_i \beta + \varepsilon_i,$$

É assumido que $E(x_i \, \varepsilon_i) \neq 0$, como tal o estimador dos mínimos quadrados não é consistente. Assim, devem procurar-se variáveis instrumentais z_i que não estejam correlacionadas com ε_i mas que estejam correlacionadas com x_i. Assumindo um conjunto de instrumentos definidos na forma de um vector z_i (s x 1), surgem as seguintes condições de momentos:

$$E(z_i \varepsilon_i) = E[z_i (y_i - x_i \beta)] = 0 .$$

As condições de momentos amostrais correspondentes vêm dadas da seguinte forma:

$$g_n(\beta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} z_i (y_i - x_i \beta) = \frac{1}{n} (Z'y - Z'X\beta).$$

Assumindo homoscedasticidade, uma escolha óptima para a matriz ponderadora é:

$$W_n = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} z_i z_i' \right)^{-1} = n(Z'Z)^{-1}$$

Assumindo que $n^{-1}Z'Z$ converge em probabilidade para uma matriz constante (Mátyás 1999), então a função objectivo vem dada pela seguinte expressão:

$$Q_n(\beta) = \frac{1}{n}(Z'y - Z'X\beta)'(Z'Z)^{-1}(Z'y - Z'X\beta)$$

Diferenciando em ordem a β obtêm-se as condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial Q_n(\beta)}{\partial \beta} = \frac{1}{n} 2X'Z(Z'Z)^{-1}(Z'y - Z'X\beta) = 0$$

e resolvendo em ordem a β obtém-se a expressão do estimador standard das variáveis instrumentais:

$$\hat{\beta}_n = \left[X'Z(Z'Z)^{-1}Z'X\right]^{-1} X'Z(Z'Z)^{-1}Z'y \qquad (2.7)$$

No caso de o erro ser heteroscedástico, então:

$$\hat{\beta} = (X'ZWZ'X)^{-1} X'ZWZ'y, \qquad (2.8)$$

onde W deve ser substituída por $V_n^{-1}(\tilde{\beta})$, sendo $\tilde{\beta}$ o estimador do primeiro passo calculado com base em (2.7).

2.3.3 – Método da máxima verosimilhança

Seja $f(y, \beta)$ a função de verosimilhança e defina-se $l = \ln f(y, \beta)$. Com vista a maximizar a função de verosimilhança, procede-se à sua derivação em ordem a β, surgindo as seguintes condições de primeira ordem:

$$g(y, X, \beta) = \frac{\partial l}{\partial \beta} = 0,$$

as quais podem ser interpretadas como condições de momentos no âmbito do GMM. Como neste caso $s = k$, basta resolver o sistema $g_n(y, X, \hat{\beta}) = 0$.

2.4 – Testes de especificação

Nesta secção são revistos dois tipos de testes para modelos estimados pelo GMM, nomeadamente o teste J para a sobre-identificação das condições de momentos e diversos testes para restrições paramétricas.

2.4.1 – Teste J

Hansen (1982) propõe o teste J para avaliar a especificação de um modelo estimado pelo GMM, que é provavelmente o teste mais aplicado neste âmbito. Vejamos de seguida a ideia base que está por detrás da construção deste teste.

Se tivermos s equações de momentos e k parâmetros para serem estimados, com $s > k$, apenas k momentos são necessários para identificar os k parâmetros, existindo, assim, $s - k$ condições de momentos sobre-identificadas. Uma forma de testar se todas as condições de momentos são válidas, consiste em verificar se as suas correspondentes amostrais se aproximam tanto de zero quanto seria esperado nesse caso. Assim, como hipótese nula tem-se $E[g(y, \beta)] = 0$. Portanto, Hansen (1982) sugere usar para estatística de teste o valor minimizado da função objectivo (2.3) multiplicado por n,

$$J = n\hat{g}_n'\hat{V}_n^{-1}\hat{g}_n,$$

que possui uma distribuição Qui-Quadrado com $s - k$ graus de liberdade sob a hipótese nula.

2.4.2 – Testes para restrições paramétricas

No caso de pretendermos testar se algumas restrições específicas, respeitantes ao vector dos parâmetros de interesse, podem ser introduzidas no modelo, há vários testes alternativos que podem ser utilizados. Os mais populares são o teste Wald (*W*), o teste do multiplicador de Lagrange (*LM*), o teste da razão de verosimilhanças (*LR*) e o teste do qui-quadrado mínimo (*MC*), todos eles propostos por Newey e West (1987), e o teste de Hausman (*H*), proposto por Newey e McFadden (1994).

Considere-se a hipótese nula $H_0 : r(\beta_0)=0$, onde *r(.)* é um vector (*q* x *1*) conhecido, continuamente diferenciável, possivelmente não-linear, que contém q restrições paramétricas ($q \leq k$). Sejam *R(β)* uma matriz (*q* x *k*) que representa $\frac{\partial r(\beta)}{\partial \beta'}$, $\hat{\beta}$ o estimador GMM não restringido e $\tilde{\beta}$ o estimador GMM restringido, obtido pela minimização de $Q_n(\beta)$ sujeita às restrições $r(\beta)=0$. Para simplificar representa-se $\hat{r}=r(\hat{\beta})$ e similarmente para $\hat{R}$ e $\hat{\Sigma}$. De seguida, são apresentados os testes referidos atrás, onde todas as estatísticas associadas a cada teste seguem uma distribuição Qui-Quadrado com q graus de liberdade sob H_0.

A estatística de teste associada ao teste de Wald vem dada da seguinte forma

$$W_n \equiv n\hat{r}'\left(\hat{R}\hat{\Sigma}_n \hat{R}'\right)^{-1}\hat{r},$$

onde $\hat{\Sigma}_n$ é um estimador consistente para a matriz Σ definida em (2.4). Este teste apresenta como inconveniente o facto de não ser invariante face a reparametrizações das restrições mas, por outro lado, não requere uma optimização do modelo restringido.

No que diz respeito ao teste LM, este apenas requere a estimação do modelo restringido. A estatística de teste para a hipótese H_0 é:

$$LM_n \equiv n\tilde{g}_n' \tilde{V}_n^{-1}\tilde{G}_n\tilde{\Sigma}_n\tilde{G}_n' \tilde{V}_n^{-1}\tilde{g}_n. \tag{2.9}$$

Relativamente ao teste LR, a estatística de teste para H_0 é:

$$LR_n \equiv n\left[Q_n(\tilde{\beta}) - Q_n(\hat{\beta})\right]. \tag{2.10}$$

Note-se que o mesmo estimador de V deve ser usado para a estimação restringida e não restringida, de modo a garantir que LR_n seja não-negativa (Newey e West 1987). A principal desvantagem deste teste é o facto de requerer duas optimizações.

Quanto ao teste do qui-quadrado mínimo, a estatística de teste é dada por

$$MC_n \equiv n(\hat{\beta} - \tilde{\beta})' \Sigma_n^{-1} (\hat{\beta} - \tilde{\beta}) \tag{2.11}$$

enquanto que a do teste de Hausman é:

$$H_n \equiv n(\hat{\beta} - \tilde{\beta})' R' (R \Sigma_n R')^{-1} R(\hat{\beta} - \tilde{\beta}). \tag{2.12}$$

Tal como o teste LR, são também necessárias duas optimizações para estes dois testes. As matrizes R e Σ podem ser avaliadas em $\hat{\beta}$ ou $\tilde{\beta}$.

Capítulo III

Estimadores alternativos para modelos dinâmicos

Neste capítulo, começamos por fazer uma breve introdução aos modelos dinâmicos para dados de painel, formalizando-os em termos teóricos. Seguidamente, revemos os principais métodos de estimação adequados para a sua estimação.

3.1 – Introdução

Os fenómenos em Economia, como em quase todas as áreas, são de natureza dinâmica. Por isso, também no caso dos dados de painel, os modelos dinâmicos assumem bastante importância. Uma das principais vantagens destes modelos, que se caracterizam pela presença de uma variável dependente desfasada no tempo, é o facto de permitirem estudar o comportamento económico dinâmico ao nível individual, dando ao investigador uma melhor percepção das dinâmicas de ajustamento. São exemplos destes modelos dinâmicos a procura de gás natural (Balestra e Nerlove 1966), a procura de gasolina e electricidade residencial (Houthakker, Verleger e Sheehan 1974), a procura de bebidas alcoólicas (Johnson e Oksanen 1977), a procura de cigarros (Baltagi e Levin 1986), a equação do salário (Holtz-Eakin 1988), o modelo dinâmico de emprego (Arellano e Bond 1991), o modelo dinâmico de investimento (Blundell 1992), a convergência de crescimento (Islam 1995) e o modelo dinâmico de oferta de trabalho (Ziliak 1997).

Com o intuito de simplificação e sem perda de generalidade, ao longo deste trabalho considera-se um modelo em que a variável explicativa é apenas a variável dependente desfasada, isto é, um modelo para dados de painel auto-regressivo de primeira ordem (AR(1)):

$$y_{it} = \delta\, y_{i,t-1} + \alpha_i + \eta_{it} \tag{3.1}$$

onde δ é o parâmetro de interesse. Em adição aos pressupostos enunciados em (1.4), assumem-se ainda os seguintes relativos ao valor inicial da variável dependente:

$$E(y_{i1}\,\eta_{it})=0,\ \forall t=2,...,T \tag{3.2}$$

$$E\left[\left(y_{i1}-\frac{\alpha_i}{1-\delta}\right)\alpha_i\right]=0,\ \forall i=1,...,n \tag{3.3}$$

Assume-se, também, que o modelo (3.1) é dinamicamente estável, ou seja, $|\delta|<1$.

Com a inclusão de $y_{i,t-1}$ no modelo, surgem alguns problemas para a sua estimação. Com efeito, considere-se o modelo dinâmico formalizado em (3.1). Visto que y_{it} é uma função de α_i, o qual é invariante no tempo, então $y_{i,t-1}$ é também uma função de α_i. Sendo assim, em (3.1), $y_{i,t-1}$ está correlacionado com o termo erro, isto é, $E(\varepsilon_{it}\,y_{i,t-1})\neq 0$, pelo que os estimadores OLS, (F)GLS e BG são enviesados e inconsistentes, mesmo que η_{it} não esteja serialmente correlacionado. No que diz respeito ao estimador WG, com a sua aplicação resulta

$$y_{it}-\bar{y}_{i.}=\delta(y_{i,t-1}-\bar{y}_{i.,-1})+\eta_{it}-\bar{\eta}_{i.}$$

onde $\bar{y}_{i.}=\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}y_{it}$, $\bar{y}_{i.,-1}=\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}y_{i,t-1}$ e $\bar{\eta}_{i.}=\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}\eta_{it}$. Com a utilização deste estimador, embora seja eliminado o termo fixo α_i do erro, surgem outras fontes de correlação entre a variável dependente desfasada transformada e o termo erro transformado. Esta situação torna-se clara se expressarmos a variável dependente desfasada transformada por

$$y_{i,t-1}-\frac{1}{T-1}(y_{i1}+...+y_{it}+...+y_{i,T-1}) \tag{3.4}$$

e o termo erro por

$$\eta_{it}-\frac{1}{T-1}(\eta_{i2}+...+\eta_{i,t-1}+...+\eta_{iT}) \tag{3.5}$$

Comparando (3.4) com (3.5), verifica-se que a componente $\frac{-y_{it}}{T-1}$ está correlacionada com η_{it} e a componente $\frac{-\eta_{i,t-1}}{T-1}$ está correlacionada com $y_{i,t-1}$. Estas correlações não desaparecem quando o número de indivíduos na amostra aumenta mas, por outro lado, à medida que T aumenta, o enviesamento do estimador WG torna-se menos importante, pois aproxima-se de zero quando T tende para infinito. Como em muitas aplicações o valor de T é relativamente pequeno, na maior parte dos casos será preferível optar por um dos estimadores que se descrevem na secção seguinte.

Por outro lado, aplicando FD resulta:

$$y_{it} - y_{i,t-1} = \delta(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1} \quad \Leftrightarrow$$

$$y_{it} - y_{i,t-1} = \delta(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + \alpha_i + \eta_{it} - \alpha_i - \eta_{i,t-1} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta y_{it} = \delta \Delta y_{i,t-1} + \Delta\eta_{it} \qquad \forall t \geq 3 \tag{3.6}$$

Uma diferença importante relativamente ao estimador WG é o facto de a estimação FD não introduzir todas as realizações para o período t $(\eta_{i2}, \eta_{i3}, \ldots, \eta_{iT})$ no termo erro transformado. Assim, α_i é eliminado do termo erro e surge apenas uma outra componente do erro, $\eta_{i,t-1}$, que está correlacionada com $y_{i,t-1}$. De qualquer modo, como $E(\Delta y_{i,t-1}\, \Delta\eta_{i,t}) \neq 0$, também este estimador produz estimadores inconsistentes para δ.

3.2 – Principais estimadores alternativos

Como veremos de seguida, a grande maioria dos estimadores utilizados em modelos dinâmicos baseiam-se em adaptações do modelo FD. Como foi analisado na secção anterior, este modelo apresenta como único problema a correlação entre $\Delta y_{i,t-1}$ e $\Delta\eta_{it}$, pelo que a solução encontrada pela maior parte dos autores consiste na utilização de instrumentos para $\Delta y_{i,t-1}$, isto é, variáveis que não estejam correlacionadas com $\Delta\eta_{it}$, mas que por outro lado se correlacionem com $\Delta y_{i,t-1}$.

O primeiro estimador proposto (Anderson e Hsiao 1981) é baseado no método das variáveis instrumentais, mas todos os seguintes, sugeridos por Arellano e Bond (1991), Arellano e Bover (1995), Ahn e Schmidt (1995) e Blundell e Bond (1998), usam o GMM, talvez por esta ser a metodologia que melhor se adequa à estrutura diferenciada das componentes do erro. Estes estimadores distinguem-se pelos pressupostos assumidos, que geram diferentes condições de momentos. Todos os estimadores são consistentes, embora em amostras finitas o seu desempenho não seja uniforme (ver, por exemplo, Bond e Windmeijer 2002, e Ramalho 2005).

Todos os estimadores analisados de seguida utilizam condições de momentos lineares no parâmetro δ. Para estimadores não lineares, ver Ahn e Schmidt (1995).

3.2.1 – Estimadores de variáveis instrumentais

Anderson e Hsiao (1981) sugerem a aplicação do modelo FD para ser eliminada a componente do erro invariante no tempo, usar $\Delta y_{i,t-2}$ ou simplesmente $y_{i,t-2}$ como um instrumento para Δy_{t-1}, e estimar o modelo resultante pelo método das variáveis instrumentais. No primeiro caso perde-se uma observação, isto é, só há instrumentos disponíveis para o modelo FD descrito em (3.6) para $t \geq 4$.

Assim, as matrizes dos instrumentos às diferenças e em níveis vêem dadas da seguinte forma:

$$Z_i^{AHd} = \begin{bmatrix} \Delta y_{i,2} \\ \dots \\ \Delta y_{i,T-2} \end{bmatrix} \qquad Z_i^{AHn} = \begin{bmatrix} y_{i,1} \\ \dots \\ y_{i,T-2} \end{bmatrix}.$$

Ambos os conjuntos de instrumentos sugeridos não estarão correlacionados com $\Delta \eta_{it}$, desde que os η_{it} não sejam correlacionados. Esta estimação de variáveis instrumentais conduz para a consistência, mas não necessariamente para estimativas eficientes, uma vez que não faz uso de todas as condições de momentos disponíveis (Ahn e Schmidt 1995) e não leva em conta a estrutura diferenciada das componentes do erro (dado que nesta altura, o GMM ainda não tinha sido formalizado, talvez essa seja a razão para a utilização do método das variáveis instrumentais). Estes estimadores vão ser designados posteriormente por IVdif e IVniv.

3.2.2 – Estimador DIF

Além das duas limitações apontadas na secção anterior, Arellano (1989) mostrou que o estimador que usa as diferenças $\Delta y_{i,t-2}$ como instrumentos apresenta variâncias muito mais elevadas do que o baseado em $y_{i,t-2}$. Por isso, de modo a permitir obter um estimador mais eficiente do que o de Anderson e Hsiao (1982), Arellano e Bond (1991) propõem três alterações relativamente ao estimador sugerido pelos outros autores: usar GMM em vez do método das variáveis instrumentais; usar apenas instrumentos em níveis; e usar todos os instrumentos deste género possíveis.

Fazendo as três alterações referidas, resultam as seguintes $(T-1)(T-2)/2$ condições de ortogonalidade lineares no parâmetro δ:

$$E(y_{i,t-s}\,\Delta\eta_{it})=0 \;\; \forall \;\; t=3,...,T,\; s\geq 2. \qquad (3.7)$$

Estas condições dependem da ausência assumida de correlação serial da componente do erro η_{it} e do pressuposto (3.2). Por exemplo, se $T = 3$ o único instrumento disponível será y_{i1} e a estimação será baseada em $E(y_{i1}\,\Delta\eta_{i3})=0$; se $T = 4$, podemos usar y_{i1} e y_{i2} e as três condições de momentos associadas: $E(y_{i1}\,\Delta\eta_{i3})=0$, $E(y_{i1}\,\Delta\eta_{i4})=0$ e $E(y_{i2}\,\Delta\eta_{i4})=0$. Prosseguindo com este raciocínio, para o período T existirão $(y_{i1}, \ldots, y_{i,T-2})$ instrumentos disponíveis. Desta forma, Arellano e Bond (1991) usaram uma matriz de instrumentos da forma:

$$Z_i^{AB}=\begin{bmatrix} y_{i1} & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & y_{i1} & y_{i2} & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\ . & . & . & \ldots & . & \ldots & . \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & y_{i1} & \ldots & y_{i,T-2} \end{bmatrix}.$$

Assim, o estimador proposto por Arellano e Bond (1991), a que vamos chamar estimador DIF daqui em diante, pode ser calculado como expresso em (2.8), sendo a composição das matrizes que aparecem nessa expressão a seguinte:

- y e X são vectores $n(T\text{-}2) \times 1$ que resultam da agregação para todos os indivíduos de:

$$x_i = \begin{bmatrix} y_{i2} - y_{i1} \\ \dots \\ y_{i,T-1} - y_{i,T-2} \end{bmatrix} \quad y_i = \begin{bmatrix} y_{i3} - y_{i2} \\ \dots \\ y_{iT} - y_{i,T-1} \end{bmatrix}.$$

- Z resulta da agregação de Z_i^{AB} para todos os indivíduos.

- W é obtida através de:

$$W_{AB}(\hat{\delta}_1) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Z_i'^{AB} \, \Delta\tilde{\eta}_{it}(\tilde{\delta}_1) \Delta\tilde{\eta}_{it}(\tilde{\delta}_1)' Z_i^{AB} \right)^{-1} \tag{3.8}$$

onde $\tilde{\delta}_1$ é um estimador GMM obtido previamente usando também (2.8) mas tendo por base:

$$W_n = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Z_i'^{AB} \, H^{AB} \, Z_i^{AB} \right)^{-1} \tag{3.9}$$

em que a matriz H^{AB} é uma matriz quadrada de ordem $(T - 2)$ com a seguinte forma:

$$H^{AB} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & & \dots & & & \dots \\ \dots & & \dots & & & 2 \end{bmatrix}.$$

Para uma explicação teórica mais detalhada da estrutura desta matriz ver Kiviet (2005, p. 12).

A designação de estimador DIF ($\hat{\delta}_{dif}$) deve-se ao uso de instrumentos para a equação FD (*"first differenced"*). Um dos principais inconvenientes deste estimador é o seu comportamento em pequenas amostras quando o parâmetro auto-regressivo se aproxima de um (ver, por exemplo, Bond e Windmeijer 2002 e o estudo de simulação realizado no próximo capitulo).

3.2.3 – Estimador de Bun e Kiviet

Além do inconveniente referido anteriormente, de acordo com Kiviet (2005) a utilização da matriz de instrumentos Z_i^{AB} pode ainda conduzir a problemas de enviesamento quando T não é muito pequeno, pois neste caso existe um grande número de condições de momento. Para reduzir este enviesamento, Bun e Kiviet (2005) sugerem usar menos instrumentos (apenas dois por período temporal, se disponíveis), de acordo com a seguinte matriz com $2T-5$ instrumentos:

$$Z_i^{BK} = \begin{bmatrix} y_{i,1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{i,1} & y_{i,2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & y_{i,T-4} & y_{i,T-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & y_{i,T-3} & y_{i,T-2} \end{bmatrix}.$$

Relativamente aos vectores X e y e à matriz H, Bun e Kiviet (2005) usam as mesmas expressões que foram propostas por Arellano e Bond (1991). Para T = 4, os dois estimadores são idênticos. A notação usada posteriormente para este estimador é "DIFbk".

3.2.4- Estimador SYS

Enquanto que o estimador DIF é aplicado para o modelo FD utilizando apenas os instrumentos desfasados em níveis, Blundell e Bond (1998) propõem outro estimador que acrescenta $T - 2$ condições de momentos válidas para o modelo em níveis, nomeadamente

$$E(\Delta y_{i,t-1}\, \eta_{it}) = 0 \quad \forall t = 3,...,T \quad , \tag{3.10}$$

em que são utilizadas diferenças para as variáveis desfasadas como instrumentos. O objectivo deste estimador é evitar o mau comportamento do estimador DIF quando o parâmetro auto-regressivo se aproxima de um.

Combinando as condições (3.7) e (3.10) (ver Kiviet 2005) surge assim um novo estimador GMM designado por estimador SYS, cuja designação se refere ao uso de um sistema ("system") de equações de momentos (Blundell e Bond 1998). Assim, a matriz Z_i vem dada da seguinte forma:

$$Z_i^{BB} = \begin{bmatrix} Z_i^{AB} & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & \Delta y_{i2} & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & \Delta y_{i3} & ... & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ... & \Delta y_{i,T-1} \end{bmatrix}$$

Similarmente,

$$x_i = \begin{bmatrix} y_{i2} - y_{i1} \\ ... \\ y_{i,T-1} - y_{i,T-2} \\ y_{i2} \\ ... \\ y_{i,T-1} \end{bmatrix} \quad y_i = \begin{bmatrix} y_{i3} - y_{i2} \\ ... \\ y_{iT} - y_{i,T-1} \\ y_{i3} \\ ... \\ y_{iT} \end{bmatrix}$$

Contudo, em relação à matriz W a usar no primeiro passo há alguma divergência na literatura, nomeadamente quanto à matriz H a usar em (3.9). De seguida, apresentamos as principais propostas (ver Kiviet (2005) para mais detalhes):

- Blundell e Bond (1998) sugerem para o primeiro passo do GMM como matriz H a seguinte matriz:

$$H^{GIV} = \begin{bmatrix} I_{T-2} & 0 \\ 0 & I_{T-2} \end{bmatrix}$$

  Blundell e Bond (1998) afirmam que, na maioria dos estudos, os resultados obtidos no primeiro passo são análogos aos do segundo passo. Windmeijer e Bond (2002) nos estudos que efectuaram utilizaram também esta matriz. No estudo de simulação que vai ser feito no capítulo seguinte este estimador vai ser designado por "SYSgiv".

  Blundell e Bond (1998) concluíram que os resultados obtidos para este estimador no segundo passo eram muito semelhantes aos do primeiro passo, sugerindo que o estimador a um passo pode ser considerado como uma alternativa válida.

- Blundell, Bond e Windmeijer (2000) e Doornik (2002) usaram para a matriz H a seguinte matriz:

$$H^{DPD} = \begin{bmatrix} H_{AB} & 0 \\ 0 & I_{T-2} \end{bmatrix}.$$

  Há vários autores que utilizam esta matriz como por exemplo Ramalho (2005). No capítulo seguinte este estimador vai ser designado por "SYSdpd".

- Windmeijer (2000) sugere para matriz H a seguinte matriz:

$$H^{opt}_{\sigma^2_\alpha=0}=\begin{bmatrix} H_{AB} & C \\ \\ C' & I_{T-2} \end{bmatrix},$$

em que C é uma matriz quadrada de ordem (*T-2*) da seguinte forma:

$$C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & & \ldots & & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Esta é a escolha óptima para o caso em que $\sigma^2_\alpha=0$. As duas anteriores foram propostas sem preocupações de optimalidade. Desta forma, os resultados do primeiro passo do GMM são eficientes para o caso referido. No capítulo seguinte este estimador vai ser designado por "SYSopt".

- Se $\sigma^2_\alpha\neq 0$, como é previsível que aconteça, então uma alternativa mais promissora (apesar de não ser óptima) relativamente às duas anteriores é a seguinte matriz (Kiviet 2005):

$$H^{subopt}_{\sigma^2_\alpha/\sigma^2_\eta}=\begin{bmatrix} H_{AB} & C \\ \\ C' & I_{T-2}+\dfrac{\sigma^2_\alpha}{\sigma^2_\eta}l_{T-2}l'_{T-2} \end{bmatrix}$$

em que a matriz C está acima definida e l_{T-2} corresponde a um vector de uns. Todavia, para poder ser aplicado é necessário estimar σ^2_α e σ^2_η, o que pode ser feito através das seguintes expressões:

$$\hat{\sigma}_{\eta}^{2}=\frac{1}{n(T-1)-n-1}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=2}^{T}\left[(y_{it}-\bar{y}_{i.})-\hat{\delta}(y_{i,t-1}-\bar{y}_{i,-1})\right]^{2}$$

$$\hat{\sigma}_{\alpha}^{2}=\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}-\hat{\sigma}_{\eta}^{2}$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}=\frac{1}{n(T-1)-1}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=2}^{T}(y_{it}-\hat{\delta}\,y_{i,t-1})^{2}$$

onde $\hat{\delta}$ corresponde a um estimador consistente para δ (por exemplo, o estimador SYSdpd).

Capítulo IV

Simulações de Monte Carlo

Neste capítulo vai ser efectuado um estudo de simulação de Monte Carlo com o objectivo de examinar o comportamento em pequenas amostras dos estimadores analisados no capítulo anterior. Neste estudo, comparativamente com os que já foram realizados até agora por outros autores, destacam-se as seguintes diferenças: *(i)* a componente do erro η_{it}, para além do caso de ser gerada de acordo com uma distribuição Normal, como tem sido norma na esmagadora maioria dos estudos efectuados até ao momento neste contexto (ver por exemplo Blundell e Bond 1998), foi também gerada de acordo com as distribuições t-Student e Qui-Quadrado; *(ii)* para além do caso típico de homoscedasticidade, consideraram-se diversos padrões de heteroscedasticidade para a componente do erro η_{it}; e *(iii)* foram também analisados os estimadores GMM correspondentes ao primeiro passo.

4.1 – Modelos simulados

O estudo de simulação que vai ser realizado tem por base o modelo AR(1) apresentado em (3.1):

$$y_{it} = \delta\, y_{i,t-1} + \alpha_i + \eta_{it}\,.$$

Todas as componentes desta equação vão ser geradas de forma a que todos os pressupostos enunciados em (1.4), (3.2) e (3.3) sejam satisfeitos. Assim, as observações iniciais para a variável dependente foram obtidas através da seguinte expressão, a exemplo da maioria dos estudos realizados até ao momento (por exemplo, Bond e Windmeijer 2002):

$$y_{i1} = \frac{\alpha_i}{1-\delta} + \frac{\eta_{i1}}{\sqrt{1-\delta^2}},\ i=1,\ldots,n.$$

Quanto às componentes do erro, elas foram geradas de forma independente de acordo com as seguintes distribuições:

- $\alpha_i \sim N(0,\sigma_\alpha^2)$, $i=1,...,n$

- $\eta_{it} \sim N(0,\sigma_\eta^2)$, $\eta_{it} \sim \frac{\chi_1^2 - 1}{\sqrt{2}}$ e $\eta_{it} \sim \frac{t_5}{\sqrt{5/3}}$ independentes para $i=1,...,n$ e $t=1,...,T$.

As componentes do erro geradas de acordo com distribuições t-Student e Qui-Quadrado standardizaram-se, de modo a que fossem comparáveis com a componente do erro que é gerada segundo uma distribuição Normal.

Estas três componentes de (3.1) são funções de δ, σ_α^2 e σ_η^2. No que diz respeito ao parâmetro δ, considerou-se $\delta \in \{0.05, 0.25, 0.5, 0.75, 0.95\}$ de modo a analisar o comportamento dos estimadores à medida que δ aumenta, uma vez que outros estudos indicaram que quando o parâmetro auto-regressivo se aproxima de um, os estimadores DIF apresentam um pior desempenho comparativamente com os estimadores SYS. Por outro lado, como a variância de y_{it} vem dada por:

$$Var(y_{it}) = \frac{\sigma_\alpha^2}{(1-\delta)^2} + \frac{\sigma_\eta^2}{1-\delta^2},$$

e, designando $\mu^2 = \frac{\sigma_\alpha^2 / (1-\delta)^2}{\sigma_\eta^2 / 1-\delta^2}$, resulta que $\sigma_\alpha^2 = \mu^2 \frac{1-\delta}{1+\delta} \sigma_\eta^2$. Assim, de forma a examinar o efeito que o peso relativo de cada componente do erro na variância exerce sobre os estimadores, fixou-se $\sigma_\eta^2 = 1$ e escolheu-se σ_α^2 de forma a que $\mu^2 \in \{1, 5, 10\}$. Para um dado δ, um valor mais elevado de μ^2 significa que uma maior percentagem de variação de y_{it} se deve à componente do erro invariante no tempo.

Relativamente à dimensão das amostras simuladas, quando a componente do erro η_{it} é gerada segundo uma distribuição Normal considerou-se $n \in \{50, 100, 200\}$ e $T \in \{5, 10\}$.

Quando a componente do erro foi gerada de acordo com as outras distribuições, considerou-se apenas $n = 50$ e $T = 5$ e avaliaram-se apenas os casos em que $\delta \in \{0.05,\ 0.5,\ 0.95\}$ e $\mu^2 \in \{1,\ 10\}$.

Até aqui foi descrito o caso em que a componente do erro η_{it} foi gerada de uma forma homoscedástica, contudo outro caso que foi abordado é o caso da heteroscedasticidade, em que se considerou para a simulação $n = 50$, $T \in \{5,\ 10\}$, $\delta \in \{0.05,\ 0.5,\ 0.95\}$ e $\mu^2 = 1$. Os padrões de heteroscedasticidade simulados são descritos na secção 4.3.

De entre os estimadores que vão ser estudados, para além dos estimadores IV e GMM, consideram-se numa primeira fase também os estimadores OLS, WG e FD, de modo a ilustrar o seu grau de enviesamento em amostras finitas. Relativamente aos estimadores GMM, como foi descrito no capítulo anterior, estes estimadores são obtidos por dois passos, sendo o estimador resultante do primeiro apenas consistente e o do segundo também eficiente. Assim, para efeitos de comparação serão apresentados alguns dos estimadores correspondentes tanto ao primeiro como ao segundo passos. A notação que vai ser utilizada para designar os estimadores do primeiro passo vem denotada com um 1. De todos os estimadores analisados no capítulo anterior, apenas não se apresentam os resultados obtidos para a versão proposta por Kiviet (2005) para o estimador SYS. Com efeito, provavelmente devido à necessidade de se estimar σ_α^2 e σ_η^2, experiências preliminares realizadas indicaram uma extrema variabilidade deste estimador na maior parte dos casos, sugerindo que a sua utilização deve ser restringida a painéis de muito maior dimensão.

Para cada estimador calcularam-se o "Mean Bias" (MB), o "Standard Error" (SE) e o "Root Mean Squared Error" (RMSE) de forma a poderem ser avaliados relativamente ao seu enviesamento e eficiência nos vários cenários simulados.

Este estudo de simulação foi realizado utilizando o software S-PLUS 2000. Em anexo encontram-se os programas elaborados. Em todas as simulações realizadas foram efectuadas 5 000 réplicas.

4.2 – Caso homoscedástico

Nesta secção a variância da componente do erro η_{it} é considerada constante, sendo $\sigma_\eta^2 = 1$, como descrito anteriormente.

4.2.1 – Geração de η_{it} de acordo com uma distribuição Normal

De seguida são apresentadas quatro tabelas correspondentes aos resultados do comportamento dos estimadores para n = 50 e T = 5. Na tabela 1 constam os estimadores OLS, WG e FD. Nas tabelas 2 e 3 são apresentados os estimadores de variáveis instrumentais e os estimadores GMM correspondentes ao 2° passo. Finalmente na tabela 4 constam os estimadores GMM correspondentes ao 1° passo.

Vamos começar a nossa análise pelos três estimadores habitualmente mais usados em modelos estáticos para dados de painel, OLS, WG e FD. Estes três estimadores apresentam elevado enviesamento em todos os casos, mostrando assim o seu mau desempenho, já esperado. Para que se possa perceber melhor a resposta do comportamento dos estimadores às variações dos parâmetros μ^2 e δ, são apresentadas de seguida as expressões correspondentes ao enviesamento assimptótico quando $n \to \infty$ e T fixo para um dado valor de δ (Ramalho 2005):

$$b_{OLS}(\delta) = (1-\delta)\frac{\dfrac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\eta^2}}{\dfrac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\eta^2} + \dfrac{1-\delta}{1+\delta}} \tag{4.1}$$

$$b_{WG}(\delta) = -\frac{\dfrac{1+\delta}{T-2}\left(1 - \dfrac{1}{T-1}\dfrac{1-\delta^{T-1}}{1-\delta}\right)}{1 - \dfrac{2\delta}{(1-\delta)(T-2)}\left(1 - \dfrac{1}{T-1}\dfrac{1-\delta^{T-1}}{1-\delta}\right)} \tag{4.2}$$

Tabela 1: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 50$ e $T = 5$ dos estimadores OLS, WG e FD.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
OLS	MB	0.470	0.788	0.861	0.371	0.622	0.680	0.246	0.415	0.453	0.122	0.207	0.227	0.024	0.041	0.045
	SE	0.074	0.038	0.024	0.063	0.032	0.021	0.050	0.026	0.018	0.034	0.019	0.014	0.018	0.009	0.007
	RMSE	0.476	0.789	0.861	0.376	0.623	0.680	0.251	0.415	0.454	0.127	0.208	0.227	0.031	0.042	0.046
WG	MB	-0.266	-0.266	-0.266	-0.329	-0.329	-0.329	-0.414	-0.414	-0.414	-0.505	-0.505	-0.505	-0.583	-0.583	-0.583
	SE	0.071	0.071	0.071	0.074	0.074	0.074	0.079	0.079	0.079	0.083	0.083	0.083	0.084	0.084	0.084
	RMSE	0.275	0.275	0.275	0.337	0.337	0.337	0.421	0.421	0.421	0.512	0.512	0.512	0.589	0.589	0.589
FD	MB	-0.524	-0.524	-0.524	-0.624	-0.624	-0.624	-0.750	-0.750	-0.750	-0.875	-0.875	-0.875	-0.976	-0.976	-0.976
	SE	0.064	0.064	0.064	0.067	0.067	0.067	0.071	0.071	0.071	0.076	0.076	0.076	0.081	0.081	0.081
	RMSE	0.528	0.528	0.528	0.628	0.628	0.628	0.753	0.753	0.753	0.878	0.878	0.878	0.979	0.979	0.979

Tabela 2: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 50$ e $T = 5$ dos estimadores IV e DIF do 2º passo.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
IVdif	MB	0.032	0.032	0.032	0.059	0.059	0.059	0.224	0.224	0.224	-0.416	-0.416	-0.416	-0.769	-0.769	-0.769
	SE	0.268	0.268	0.268	0.393	0.393	0.393	2.447	2.447	2.447	102.449	102.450	102.449	27.294	27.294	27.294
	RMSE	0.270	0.270	0.270	0.398	0.398	0.398	2.457	2.457	2.457	102.45	102.450	102.450	27.305	27.305	27.305
IVniv	MB	0.003	0.002	-0.001	0.003	0.003	0.000	0.006	0.010	-0.022	0.022	0.551	-0.201	-0.093	0.074	16.963
	SE	0.141	0.209	0.354	0.165	0.273	0.449	0.211	0.497	3.389	0.370	26.050	8.338	12.994	16.21	1193,532
	RMSE	0.141	0.209	0.354	0.165	0.273	0.449	0.211	0.497	3.389	0.370	26.055	8.340	12.995	16.21	1193,653
DIF	MB	-0.030	-0.041	-0.043	-0.044	-0.066	-0.073	-0.072	-0.132	-0.157	-0.155	-0.318	-0.390	-0.548	-0.715	-0.757
	SE	0.141	0.168	0.176	0.163	0.203	0.216	0.203	0.270	0.293	0.292	0.405	0.439	0.518	0.542	0.544
	RMSE	0.144	0.173	0.182	0.169	0.214	0.228	0.216	0.300	0.332	0.330	0.515	0.587	0.754	0.897	0.932
DIFbk	MB	-0.028	-0.044	-0.047	-0.040	-0.071	-0.081	-0.067	-0.135	-0.167	-0.138	-0.313	-0.401	-0.530	-0.721	-0.773
	SE	0.143	0.185	0.203	0.166	0.224	0.249	0.207	0.297	0.335	0.301	0.443	0.496	0.569	0.608	0.613
	RMSE	0.146	0.190	0.208	0.171	0.235	0.262	0.217	0.326	0.374	0.331	0.543	0.638	0.778	0.944	0.986

Tabela 3: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 50$ e $T = 5$ dos estimadores SYS do 2º passo.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
SYSdpd	MB	0.010	0.056	0.114	0.008	0.059	0.115	0.000	0.051	0.103	-0.017	0.026	0.068	-0.033	0.000	0.018
	SE	0.115	0.144	0.181	0.125	0.153	0.179	0.134	0.154	0.168	0.141	0.150	0.151	0.142	0.122	0.104
	RMSE	0.116	0.155	0.213	0.126	0.164	0.213	0.134	0.163	0.198	0.142	0.153	0.166	0.146	0.122	0.105
SYSopt	MB	0.027	0.118	0.219	0.025	0.110	0.197	0.016	0.090	0.159	0.000	0.055	0.100	-0.014	0.015	0.028
	SE	0.118	0.172	0.225	0.126	0.167	0.203	0.132	0.156	0.172	0.134	0.141	0.142	0.130	0.111	0.093
	RMSE	0.121	0.209	0.314	0.128	0.200	0.283	0.132	0.180	0.234	0.134	0.152	0.174	0.131	0.112	0.097
SYSgiv	MB	0.001	0.038	0.086	-0.003	0.039	0.090	-0.015	0.030	0.080	-0.038	0.003	0.046	-0.058	-0.015	0.008
	SE	0.116	0.138	0.167	0.127	0.149	0.173	0.137	0.156	0.169	0.145	0.155	0.156	0.148	0.127	0.107
	RMSE	0.116	0.143	0.188	0.127	0.155	0.195	0.138	0.158	0.187	0.150	0.155	0.163	0.159	0.127	0.107

Tabela 4: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 50$ e $T = 5$ dos estimadores DIF e SYS do 1º passo.

Estimador	$\boldsymbol{\delta}$	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
DIF1	MB	-0.031	-0.041	-0.044	-0.046	-0.068	-0.074	-0.075	-0.130	-0.152	-0.150	-0.291	-0.353	-0.489	-0.640	-0.680
	SE	0.130	0.155	0.162	0.150	0.187	0.199	0.186	0.246	0.265	0.263	0.358	0.382	0.449	0.466	0.468
	RMSE	0.133	0.160	0.168	0.157	0.199	0.212	0.200	0.278	0.305	0.303	0.461	0.520	0.664	0.792	0.825
DIFbk1	MB	-0.027	-0.042	-0.045	-0.040	-0.071	-0.080	-0.065	-0.132	-0.165	-0.128	-0.289	-0.370	-0.473	-0.654	-0.702
	SE	0.133	0.173	0.189	0.154	0.209	0.231	0.192	0.274	0.305	0.278	0.403	0.438	0.504	0.537	0.546
	RMSE	0.136	0.178	0.194	0.159	0.220	0.245	0.202	0.304	0.347	0.306	0.496	0.573	0.691	0.846	0.889
SYSdpd1	MB	0.009	0.082	0.154	0.003	0.074	0.142	-0.008	0.057	0.119	-0.023	0.032	0.080	-0.034	0.005	0.023
	SE	0.117	0.159	0.191	0.125	0.161	0.185	0.134	0.158	0.169	0.138	0.144	0.140	0.125	0.099	0.080
	RMSE	0.117	0.179	0.246	0.126	0.177	0.234	0.134	0.168	0.207	0.140	0.147	0.161	0.130	0.099	0.084
SYSopt1	MB	0.045	0.180	0.294	0.034	0.151	0.250	0.019	0.113	0.190	0.002	0.071	0.119	-0.009	0.021	0.033
	SE	0.119	0.184	0.219	0.121	0.170	0.195	0.121	0.149	0.160	0.116	0.120	0.117	0.099	0.074	0.060
	RMSE	0.127	0.258	0.367	0.126	0.227	0.317	0.122	0.187	0.248	0.116	0.139	0.167	0.099	0.077	0.068
SYSgiv1	MB	-0.011	0.050	0.114	-0.022	0.040	0.105	-0.042	0.020	0.082	-0.068	-0.007	0.047	-0.072	-0.015	0.010
	SE	0.126	0.155	0.181	0.136	0.163	0.183	0.147	0.166	0.176	0.152	0.157	0.152	0.140	0.109	0.087
	RMSE	0.126	0.163	0.214	0.138	0.167	0.211	0.153	0.167	0.194	0.166	0.157	0.159	0.157	0.110	0.087

$$b_{FD}(\delta) = -\frac{1+\delta}{2} \tag{4.3}$$

Como se pode observar, o estimador OLS é o único que depende de μ^2, explicando assim a forma inalterada como os estimadores WG e FD se comportam quando se aumenta o valor deste parâmetro. Pela análise da tabela 1, verifica-se que para o estimador OLS, quando o valor de μ^2 aumenta o MB também aumenta. Relativamente ao parâmetro δ, quando o seu valor aumenta o enviesamento do estimador OLS diminui, porque de acordo com a expressão (4.1) apresentada acima, quando o valor do parâmetro auto-regressivo se aproxima de um, o valor do enviesamento tende para zero. Pelo contrário, aumentos dos valores de δ provocam um aumento do enviesamento dos outros estimadores.

Como foi referido no capítulo anterior, ao contrário dos estimadores OLS, WG e FD, os estimadores IV e DIF são consistentes. Contudo, da tabela 2 podemos verificar que quando o parâmetro δ se aproxima de um, todos os estimadores apresentam elevado MB e elevada variabilidade, principalmente os estimadores IV. De entre os estimadores IVdif e IVniv, este último apresenta melhores resultados, como já tinha sido afirmado por Arellano (1989). Estes estimadores de variáveis instrumentais em termos de eficiência ficam muito aquém do ideal, uma vez que não fazem uso de todas as condições de momentos e não levam em conta a estrutura diferenciada do erro. Por outro lado, no que diz respeito à eficiência dos estimadores DIF, apesar de se comportarem melhor comparativamente com os estimadores IV, ainda apresentam um considerável nível de variabilidade para valores elevados de δ. Comparando os estimadores DIF e DIFbk, na maioria das situações o estimador DIF comporta-se de melhor forma, nomeadamente no que diz respeito à eficiência, uma vez que quanto ao enviesamento são semelhantes. Finalmente, enquanto que o estimador IVdif não depende de μ^2, pois mostra-se inalterado com a subida deste parâmetro, os restantes estimadores apresentam subidas no MB à medida que μ^2 aumenta.

Relativamente aos estimadores SYS (ver tabela 3), o seu comportamento é, em geral, superior ao dos estimadores anteriores. Ao contrário dos estimadores IV e DIF, quer o seu enviesamento quer a sua variabilidade diminuem à medida que δ aumenta. Por isso, tal como Blundell e Bond (1998) também concluíram no seu estudo, os estimadores SYS são claramente preferíveis aos DIF para valores de δ próximos de um. De notar que, como acontecia com os estimadores DIF, o enviesamento do estimador SYS também aumenta à medida que μ^2 aumenta. De entre os estimadores SYS, o estimador SYSgiv é o que apresenta melhores resultados na maioria dos casos, no que diz respeito ao enviesamento. Relativamente à eficiência, o estimador SYSopt quando δ se aproxima de um, é o que se comporta melhor, embora o estimador SYSdpd também apresente bons resultados em bastantes situações.

Finalmente, vamos agora proceder à comparação dos estimadores GMM eficientes com os obtidos usando um único passo (ver tabelas 3 e 4). Em relação ao DIF, o enviesamento é muito semelhante e, ao contrário do que seria de esperar, os estimadores do 1° passo apresentam uma menor variância. Para δ próximo de um, este tipo de estimador continua a ser de evitar. Em relação aos estimadores SYS, o enviesamento dos estimadores do 2° passo é claramente menor, enquanto que em termos de variabilidade os resultados obtidos indicam, surpreendentemente, que para valores elevados de δ os estimadores do 1° passo são mais eficientes. Inclusivamente, para δ = 0,75 e δ = 0,95, o RMSE destes estimadores é menor na maioria dos casos. Assim, o nosso estudo indica que, apesar de não serem eficientes, em amostras finitas os estimadores SYS do 1° passo são uma alternativa importante a considerar, até pela sua mais fácil computação.

Com o objectivo de analisar o comportamento dos estimadores quando se aumenta o número de unidades seccionais, apresentam-se de seguida as tabelas 5, 6, 7 e 8 correspondentes ao estudo de simulação em que n = 100 e T = 5 e as tabelas 9, 10, 11 e 12 para n = 200 e T = 5.

No que diz respeito ao aumento da amostra em termos seccionais, enquanto que os estimadores OLS, WG e FD mantêm sensivelmente o mesmo nível de enviesamento, como era de esperar, os restantes estimadores apresentam melhorias importantes nos seus comportamentos. Contudo, para valores elevados de δ, tanto os estimadores IV

Tabela 5: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 100$ e $T = 5$ dos estimadores OLS, WG e FD.

Estimador	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
OLS	MB	0.472	0.789	0.862	0.372	0.623	0.681	0.248	0.416	0.454	0.124	0.208	0.227	0.025	0.042	0.045
	SE	0.051	0.026	0.016	0.044	0.022	0.014	0.035	0.018	0.012	0.024	0.013	0.009	0.011	0.006	0.005
	RMSE	0.475	0.790	0.862	0.375	0.624	0.681	0.250	0.416	0.454	0.126	0.208	0.227	0.027	0.042	0.046
WG	MB	-0.264	-0.264	-0.264	-0.327	-0.327	-0.327	-0.412	-0.412	-0.412	-0.504	-0.504	-0.504	-0.582	-0.582	-0.582
	SE	0.049	0.049	0.049	0.052	0.052	0.052	0.055	0.055	0.055	0.057	0.057	0.057	0.058	0.058	0.058
	RMSE	0.269	0.269	0.269	0.331	0.331	0.331	0.415	0.415	0.415	0.507	0.507	0.507	0.585	0.585	0.585
FD	MB	-0.523	-0.523	-0.523	-0.623	-0.623	-0.623	-0.749	-0.749	-0.749	-0.874	-0.874	-0.874	-0.975	-0.975	-0.975
	SE	0.044	0.044	0.044	0.047	0.047	0.047	0.050	0.050	0.050	0.053	0.053	0.053	0.056	0.056	0.056
	RMSE	0.525	0.525	0.525	0.625	0.625	0.625	0.750	0.750	0.750	0.876	0.876	0.876	0.977	0.977	0.977

Tabela 6: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 100$ e $T = 5$ dos estimadores IV e DIF do 2º passo.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
IVdif	MB	0.019	0.019	0.019	0.033	0.033	0.033	0.088	0.088	0.088	0.146	0.146	0.146	-0.227	-0.227	-0.227
	SE	0.177	0.177	0.177	0.247	0.247	0.247	0.482	0.482	0.482	16.439	16.439	16.439	51.932	51.932	51.932
	RMSE	0.178	0.178	0.178	0.249	0.249	0.249	0.490	0.490	0.490	16.439	16.439	16.439	51.933	51.933	51.933
IVniv	MB	0.004	0.005	0.005	0.004	0.005	0.007	0.005	0.011	0.018	0.011	0.073	0.100	0.352	0.251	-0.657
	SE	0.098	0.142	0.186	0.115	0.173	0.233	0.144	0.240	0.478	0.213	1.697	4.087	13.159	31.778	26.357
	RMSE	0.098	0.142	0.186	0.115	0.173	0.233	0.144	0.240	0.479	0.213	1.698	4.088	13.164	31.779	26.365
DIF	MB	-0.013	-0.018	-0.019	-0.020	-0.030	-0.034	-0.034	-0.064	-0.077	-0.074	-0.175	-0.233	-0.377	-0.619	-0.698
	SE	0.099	0.119	0.125	0.114	0.146	0.157	0.141	0.197	0.219	0.198	0.303	0.345	0.445	0.527	0.538
	RMSE	0.100	0.120	0.127	0.116	0.149	0.160	0.145	0.207	0.232	0.212	0.350	0.416	0.583	0.813	0.881
DIFbk	MB	-0.012	-0.021	-0.023	-0.018	-0.034	-0.040	-0.031	-0.066	-0.085	-0.063	-0.164	-0.233	-0.349	-0.614	-0.704
	SE	0.099	0.130	0.142	0.115	0.159	0.179	0.143	0.214	0.250	0.204	0.332	0.390	0.483	0.590	0.596
	RMSE	0.100	0.131	0.144	0.117	0.163	0.184	0.147	0.224	0.264	0.213	0.371	0.455	0.596	0.852	0.922

Tabela 7: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 100$ e $T = 5$ dos estimadores SYS do 2º passo.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
SYSdpd	MB	0.007	0.024	0.051	0.007	0.029	0.058	0.002	0.030	0.061	-0.009	0.013	0.042	-0.022	0.001	0.017
	SE	0.077	0.089	0.110	0.085	0.100	0.120	0.092	0.109	0.123	0.097	0.109	0.116	0.109	0.105	0.097
	RMSE	0.077	0.092	0.122	0.085	0.105	0.134	0.092	0.113	0.138	0.098	0.110	0.124	0.112	0.105	0.099
SYSopt	MB	0.012	0.047	0.099	0.013	0.049	0.097	0.009	0.047	0.090	-0.001	0.028	0.062	-0.011	0.011	0.025
	SE	0.078	0.102	0.146	0.085	0.109	0.142	0.091	0.111	0.132	0.095	0.106	0.114	0.102	0.097	0.088
	RMSE	0.079	0.113	0.177	0.086	0.119	0.172	0.091	0.121	0.159	0.095	0.110	0.130	0.103	0.097	0.092
SYSgiv	MB	0.004	0.018	0.039	0.003	0.022	0.047	-0.002	0.022	0.051	-0.016	0.003	0.031	-0.035	-0.009	0.009
	SE	0.077	0.086	0.103	0.085	0.099	0.115	0.093	0.109	0.122	0.099	0.111	0.117	0.113	0.108	0.099
	RMSE	0.077	0.088	0.110	0.085	0.102	0.125	0.093	0.112	0.133	0.100	0.111	0.121	0.119	0.108	0.099

Tabela 8: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 100$ e $T = 5$ dos estimadores DIF e SYS do 1º passo.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	***μ^2***	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
DIF1	MB	-0.014	-0.018	-0.019	-0.022	-0.032	-0.035	-0.037	-0.066	-0.078	-0.076	-0.164	-0.217	-0.334	-0.547	-0.621
	SE	0.093	0.112	0.118	0.108	0.137	0.147	0.133	0.184	0.204	0.185	0.277	0.314	0.391	0.455	0.468
	RMSE	0.094	0.114	0.120	0.110	0.141	0.151	0.138	0.195	0.219	0.200	0.322	0.382	0.515	0.712	0.777
DIFbk1	MB	-0.012	-0.019	-0.020	-0.018	-0.033	-0.038	-0.031	-0.065	-0.084	-0.062	-0.154	-0.220	-0.308	-0.549	-0.636
	SE	0.094	0.123	0.136	0.109	0.151	0.170	0.135	0.201	0.235	0.192	0.308	0.360	0.436	0.528	0.537
	RMSE	0.095	0.125	0.137	0.111	0.154	0.174	0.139	0.211	0.249	0.202	0.344	0.422	0.533	0.762	0.832
SYSdpd1	MB	0.007	0.049	0.093	0.003	0.045	0.088	-0.003	0.036	0.076	-0.013	0.021	0.055	-0.024	0.005	0.021
	SE	0.082	0.111	0.138	0.089	0.116	0.139	0.097	0.119	0.076	0.103	0.113	0.117	0.101	0.089	0.076
	RMSE	0.083	0.121	0.166	0.089	0.124	0.165	0.097	0.124	0.155	0.104	0.115	0.129	0.104	0.089	0.079
SYSopt1	MB	0.025	0.102	0.179	0.018	0.085	0.152	0.010	0.064	0.118	0.000	0.042	0.082	-0.008	0.018	0.030
	SE	0.083	0.140	0.179	0.086	0.133	0.163	0.087	0.119	0.139	0.085	0.099	0.104	0.080	0.069	0.058
	RMSE	0.087	0.173	0.253	0.088	0.158	0.223	0.088	0.135	0.182	0.085	0.107	0.132	0.080	0.071	0.065
SYSgiv1	MB	-0.003	0.031	0.070	-0.009	0.027	0.067	-0.020	0.015	0.054	-0.038	-0.004	0.033	-0.050	-0.011	0.010
	SE	0.090	0.109	0.129	0.098	0.118	0.136	0.107	0.124	0.137	0.112	0.121	0.124	0.111	0.096	0.081
	RMSE	0.090	0.114	0.147	0.099	0.120	0.151	0.109	0.125	0.147	0.118	0.121	0.128	0.122	0.097	0.082

Tabela 9: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 200$ e $T = 5$ dos estimadores OLS, WG e FD.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
OLS	MB	0.474	0.791	0.863	0.374	0.624	0.681	0.249	0.416	0.454	0.125	0.208	0.227	0.025	0.042	0.046
	SE	0.036	0.018	0.012	0.031	0.016	0.010	0.024	0.012	0.009	0.017	0.009	0.007	0.008	0.004	0.003
	RMSE	0.476	0.791	0.863	0.376	0.625	0.682	0.251	0.417	0.454	0.126	0.208	0.227	0.026	0.042	0.046
WG	MB	-0.265	-0.265	-0.265	-0.327	-0.327	-0.327	-0.412	-0.412	-0.412	-0.504	-0.504	-0.504	-0.581	-0.581	-0.581
	SE	0.035	0.035	0.035	0.037	0.037	0.037	0.039	0.039	0.039	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041
	RMSE	0.267	0.267	0.267	0.329	0.329	0.329	0.414	0.414	0.414	0.506	0.506	0.506	0.583	0.583	0.583
FD	MB	-0.524	-0.524	-0.524	-0.624	-0.624	-0.624	-0.749	-0.749	-0.749	-0.875	-0.875	-0.875	-0.975	-0.975	-0.975
	SE	0.032	0.032	0.032	0.034	0.034	0.034	0.036	0.036	0.036	0.038	0.038	0.038	0.040	0.040	0.040
	RMSE	0.525	0.525	0.525	0.625	0.625	0.625	0.750	0.750	0.750	0.876	0.876	0.876	0.976	0.976	0.976

Tabela 10: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 200$ e $T = 5$ dos estimadores IV e DIF do 2º passo.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
IVdif	MB	0.012	0.012	0.012	0.019	0.019	0.019	0.045	0.045	0.045	0.303	0.303	0.303	-1.055	-1.055	-1.055
	SE	0.125	0.125	0.125	0.171	0.171	0.171	0.294	0.294	0.294	4.729	4.729	4.729	42.662	42.662	42.662
	RMSE	0.125	0.125	0.125	0.172	0.172	0.172	0.297	0.297	0.297	4.739	4.739	4.739	42.675	42.675	42.675
IVniv	MB	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.004	0.004	0.006	0.009	0.007	0.021	0.030	0.050	2.3e+001	4.554
	SE	0.070	0.100	0.129	0.081	0.120	0.158	0.101	0.159	0.219	0.144	0.270	0.654	0.941	1.6e+003	284.61
	RMSE	0.070	0.100	0.129	0.081	0.120	0.158	0.101	0.159	0.219	0.145	0.271	0.655	0.942	1.6e+003	284.646
DIF	MB	-0.006	-0.007	-0.008	-0.009	-0.013	-0.015	-0.015	-0.029	-0.036	-0.035	-0.085	-0.121	-0.212	-0.473	-0.588
	SE	0.068	0.082	0.087	0.079	0.101	0.108	0.098	0.136	0.151	0.137	0.211	0.250	0.329	0.488	0.524
	RMSE	0.069	0.083	0.087	0.080	0.102	0.109	0.099	0.139	0.155	0.141	0.228	0.278	0.392	0.679	0.788
DIFbk	MB	-0.005	-0.009	-0.010	-0.008	-0.016	-0.019	-0.014	-0.032	-0.042	-0.031	-0.083	-0.127	-0.185	-0.456	-0.582
	SE	0.069	0.091	0.101	0.080	0.111	0.126	0.098	0.148	0.176	0.138	0.229	0.284	0.346	0.536	0.576
	RMSE	0.069	0.091	0.101	0.080	0.112	0.128	0.099	0.152	0.181	0.141	0.244	0.311	0.392	0.704	0.819

Tabela 11: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 200$ e $T = 5$ dos estimadores SYS do 2º passo.

Estimador	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
SYSdpd	MB	0.003	0.009	0.018	0.003	0.012	0.024	0.001	0.015	0.032	-0.005	0.004	0.020	-0.015	-0.005	0.008
	SE	0.053	0.057	0.065	0.059	0.066	0.075	0.064	0.077	0.087	0.068	0.078	0.085	0.078	0.085	0.083
	RMSE	0.053	0.058	0.067	0.059	0.068	0.079	0.064	0.078	0.093	0.068	0.078	0.088	0.079	0.085	0.083
SYSopt	MB	0.005	0.015	0.034	0.005	0.018	0.037	0.004	0.021	0.042	-0.002	0.011	0.031	-0.009	0.003	0.015
	SE	0.053	0.061	0.080	0.059	0.070	0.086	0.064	0.078	0.091	0.066	0.077	0.085	0.073	0.080	0.077
	RMSE	0.054	0.063	0.086	0.059	0.072	0.094	0.064	0.081	0.101	0.066	0.078	0.090	0.074	0.080	0.079
SYSgiv	MB	0.002	0.007	0.014	0.002	0.010	0.020	0.000	0.013	0.028	-0.007	0.001	0.016	-0.020	-0.011	0.002
	SE	0.053	0.057	0.062	0.059	0.066	0.074	0.064	0.076	0.086	0.068	0.079	0.086	0.079	0.086	0.084
	RMSE	0.053	0.057	0.064	0.059	0.067	0.076	0.064	0.078	0.090	0.068	0.079	0.087	0.082	0.087	0.084

Tabela 12: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 200$ e $T = 5$ dos estimadores DIF e SYS do 1º passo.

Estimador	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
DIF1	MB	-0.006	-0.008	-0.008	-0.010	-0.014	-0.016	-0.018	-0.032	-0.038	-0.037	-0.085	-0.117	-0.188	-0.414	-0.517
	SE	0.067	0.080	0.084	0.077	0.097	0.104	0.095	0.130	0.144	0.131	0.199	0.233	0.292	0.426	0.459
	RMSE	0.067	0.080	0.084	0.077	0.098	0.106	0.096	0.134	0.149	0.137	0.216	0.261	0.347	0.594	0.691
DIFbk1	MB	-0.005	-0.008	-0.008	-0.008	-0.015	-0.018	-0.015	-0.032	-0.042	-0.030	-0.079	-0.121	-0.160	-0.402	-0.523
	SE	0.067	0.089	0.099	0.078	0.109	0.124	0.095	0.144	0.170	0.133	0.218	0.270	0.315	0.481	0.526
	RMSE	0.068	0.090	0.099	0.078	0.110	0.125	0.097	0.147	0.175	0.136	0.232	0.295	0.353	0.627	0.742
SYSdpd1	MB	0.004	0.026	0.051	0.003	0.025	0.049	0.000	0.020	0.043	-0.006	0.012	0.032	-0.015	0.001	0.014
	SE	0.059	0.079	0.098	0.064	0.084	0.102	0.071	0.088	0.102	0.076	0.086	0.093	0.078	0.075	0.068
	RMSE	0.060	0.083	0.111	0.065	0.087	0.113	0.071	0.090	0.110	0.076	0.087	0.098	0.079	0.075	0.070
SYSopt1	MB	0.012	0.053	0.096	0.009	0.043	0.080	0.004	0.031	0.062	-0.001	0.020	0.044	-0.007	0.010	0.022
	SE	0.061	0.106	0.140	0.063	0.102	0.130	0.064	0.092	0.113	0.063	0.077	0.088	0.061	0.059	0.053
	RMSE	0.062	0.118	0.170	0.064	0.111	0.153	0.064	0.097	0.128	0.063	0.080	0.098	0.061	0.060	0.057
SYSgiv1	MB	0.000	0.017	0.039	-0.003	0.015	0.038	-0.009	0.009	0.032	-0.019	-0.002	0.019	-0.031	-0.011	0.005
	SE	0.065	0.079	0.093	0.072	0.086	0.100	0.078	0.092	0.104	0.082	0.091	0.097	0.082	0.080	0.073
	RMSE	0.065	0.081	0.101	0.072	0.088	0.107	0.078	0.092	0.108	0.084	0.091	0.099	0.088	0.081	0.073

como os estimadores DIF continuam a apresentar um grau de enviesamento e uma variabilidade surpreendentes, o que desaconselha por completo o seu uso nestas circunstâncias. Pelo contrário, para n = 200 todos os estimadores SYS do 2º passo apresentam níveis de enviesamento muito reduzidos em todas as circunstâncias. O enviesamento dos estimadores do 1º passo, embora se tenha reduzido substancialmente, continua a ser, em geral, claramente superior relativamente aos estimadores do 2º passo, principalmente para valores elevados de μ^2. A variabilidade de todos os estimadores SYS é agora bem menor, mantendo-se a supremacia dos estimadores do 1º passo para valores elevados de δ.

De seguida são apresentadas as tabelas 13, 14, 15 e 16 em que considerando n = 50 se aumentou o número de períodos de tempo para 10. Comparando com os resultados obtidos para T = 5 (ver tabelas 1 - 4) verifica-se que, com o aumento de T, não há alterações no comportamento dos estimadores OLS e FD, enquanto que o enviesamento do estimador WG reduz-se substancialmente. Voltando a avaliar as expressões (4.1), (4.2) e (4.3), estes resultados eram previsíveis, uma vez que a única expressão que depende de T é a relativa ao WG (recorde-se que este estimador é consistente para $T \to \infty$). Mesmo assim, o seu enviesamento continua a ser considerável, o que sugere que só para valores muito elevados de T poderá o WG constituir uma alternativa importante para modelos dinâmicos. Os outros estimadores apresentam melhorias tanto a nível do enviesamento como da eficiência, na maior parte dos casos, mantendo-se válidas, em termos gerais, as conclusões retiradas sobre os efeitos de um aumento de n.

4.2.2 – Geração de η_{it} de acordo com outras distribuições

Nesta secção vão ser analisados os dois estimadores IV e todos os estimadores GMM estudados anteriormente para os casos em que a componente do erro é gerada segundo a distribuição Qui-Quadrado e a distribuição t-Student. Na tabela 17 são apresentados os resultados obtidos quando se gerou η_{it} de acordo com uma distribuição Qui-Quadrado e na tabela 18 são apresentados os resultados obtidos na situação em que se gerou η_{it} de acordo com uma distribuição t-Student.

Tabela 13: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 50$ e $T = 10$ dos estimadores OLS, WG e FD.

Estimador	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
OLS	MB	0.470	0.787	0.861	0.371	0.622	0.680	0.247	0.414	0.453	0.123	0.207	0.227	0.024	0.042	0.045
	SE	0.059	0.031	0.019	0.049	0.025	0.015	0.036	0.018	0.011	0.023	0.012	0.008	0.010	0.006	0.004
	RMSE	0.474	0.788	0.861	0.374	0.622	0.680	0.249	0.415	0.453	0.125	0.208	0.227	0.027	0.042	0.046
WG	MB	-0.117	-0.117	-0.117	-0.143	-0.143	-0.143	-0.182	-0.182	-0.182	-0.232	-0.232	-0.232	-0.287	-0.287	-0.287
	SE	0.048	0.048	0.048	0.049	0.049	0.049	0.048	0.048	0.048	0.046	0.046	0.046	0.044	0.044	0.044
	RMSE	0.126	0.126	0.126	0.151	0.151	0.151	0.188	0.188	0.188	0.237	0.237	0.237	0.290	0.290	0.290
FD	MB	-0.524	-0.524	-0.524	-0.624	-0.624	-0.624	-0.749	-0.749	-0.749	-0.874	-0.874	-0.874	-0.974	-0.974	-0.974
	SE	0.038	0.038	0.038	0.041	0.041	0.041	0.044	0.044	0.044	0.047	0.047	0.047	0.050	0.050	0.050
	RMSE	0.525	0.525	0.525	0.625	0.625	0.625	0.750	0.750	0.750	0.875	0.875	0.875	0.975	0.975	0.975

Tabela 14: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 50$ e $T = 10$ dos estimadores IV e DIF do 2º passo.

Estimador	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
IVdif	MB	0.014	0.014	0.014	0.022	0.022	0.022	0.052	0.052	0.052	0.424	0.424	0.424	-3.5e+002	-3.5e+002	-3.5e+002
	SE	0.142	0.142	0.142	0.194	0.194	0.194	0.329	0.329	0.329	10.847	10.847	10.847	2.4e+004	2.4e+004	2.4e+004
	RMSE	0.143	0.143	0.143	0.195	0.195	0.195	0.333	0.333	0.333	10.855	10.855	10.855	2.4e+004	2.4e+004	2.4e+004
IVniv	MB	0.003	0.002	0.001	0.002	0.001	0.000	0.002	0.000	-0.001	0.002	0.002	0.007	-0.151	-0.148	-0.086
	SE	0.078	0.094	0.112	0.088	0.110	0.133	0.103	0.137	0.174	0.132	0.212	0.647	12.497	8.496	11.71
	RMSE	0.078	0.094	0.112	0.088	0.110	0.133	0.103	0.137	0.174	0.132	0.212	0.647	12.498	8.497	11.71
DIF	MB	-0.027	-0.031	-0.032	-0.038	-0.045	-0.046	-0.057	-0.075	-0.079	-0.101	-0.151	-0.168	-0.276	-0.365	-0.390
	SE	0.069	0.074	0.075	0.075	0.082	0.083	0.083	0.095	0.098	0.100	0.124	0.130	0.172	0.193	0.195
	RMSE	0.075	0.080	0.081	0.084	0.093	0.095	0.101	0.121	0.126	0.142	0.195	0.212	0.325	0.413	0.436
DIFbk	MB	-0.010	-0.021	-0.029	-0.018	-0.035	-0.048	-0.033	-0.065	-0.092	-0.065	-0.144	-0.213	-0.263	-0.467	-0.540
	SE	0.077	0.091	0.101	0.084	0.104	0.118	0.094	0.127	0.152	0.116	0.187	0.234	0.283	0.372	0.382
	RMSE	0.077	0.094	0.105	0.086	0.110	0.128	0.100	0.143	0.178	0.133	0.236	0.316	0.386	0.598	0.662

Tabela 15: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 50$ e $T = 10$ dos estimadores SYS do 2º passo.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
SYSdpd	MB	0.004	0.067	0.134	-0.002	0.059	0.122	-0.012	0.046	0.104	-0.027	0.026	0.071	-0.042	-0.002	0.017
	SE	0.065	0.080	0.100	0.068	0.080	0.094	0.070	0.079	0.086	0.071	0.074	0.071	0.063	0.048	0.038
	RMSE	0.065	0.105	0.167	0.068	0.099	0.155	0.071	0.092	0.135	0.076	0.078	0.101	0.075	0.048	0.042
SYSopt	MB	0.094	0.321	0.473	0.078	0.266	0.387	0.057	0.194	0.277	0.032	0.114	0.157	0.008	0.031	0.039
	SE	0.076	0.130	0.143	0.071	0.109	0.116	0.064	0.082	0.082	0.053	0.052	0.047	0.036	0.024	0.019
	RMSE	0.121	0.347	0.494	0.106	0.287	0.404	0.085	0.210	0.289	0.062	0.125	0.164	0.037	0.039	0.043
SYSgiv	MB	-0.047	0.007	0.068	-0.068	-0.008	0.058	-0.100	-0.031	0.038	-0.135	-0.055	0.010	-0.118	-0.038	-0.005
	SE	0.072	0.083	0.099	0.078	0.087	0.101	0.085	0.092	0.100	0.091	0.093	0.088	0.088	0.062	0.046
	RMSE	0.086	0.083	0.120	0.103	0.088	0.116	0.131	0.098	0.107	0.163	0.108	0.089	0.147	0.073	0.046

Tabela 16: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 50$ e $T = 10$ dos estimadores DIF e SYS do 1º passo.

	δ	0,05			0,25			0,5			0,75			0,95		
Estimador	μ^2	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10	1	5	10
DIF1	MB	-0.027	-0.030	-0.031	-0.037	-0.044	-0.046	-0.057	-0.073	-0.077	-0.098	-0.144	-0.159	-0.257	-0.338	-0.360
	SE	0.065	0.069	0.070	0.070	0.076	0.077	0.077	0.087	0.090	0.092	0.112	0.117	0.150	0.168	0.169
	RMSE	0.070	0.075	0.076	0.079	0.088	0.090	0.096	0.114	0.119	0.134	0.183	0.198	0.298	0.377	0.398
DIFbk1	MB	-0.016	-0.026	-0.033	-0.022	-0.039	-0.052	-0.033	-0.065	-0.091	-0.057	-0.129	-0.189	-0.220	-0.390	-0.452
	SE	0.069	0.083	0.092	0.076	0.095	0.107	0.085	0.116	0.136	0.106	0.165	0.203	0.233	0.304	0.314
	RMSE	0.071	0.087	0.098	0.079	0.103	0.119	0.091	0.132	0.164	0.120	0.209	0.277	0.320	0.495	0.550
SYSdpd1	MB	0.004	0.070	0.138	-0.002	0.061	0.126	-0.013	0.048	0.106	-0.029	0.026	0.072	-0.043	-0.002	0.017
	SE	0.065	0.081	0.100	0.068	0.081	0.094	0.070	0.080	0.086	0.071	0.074	0.071	0.062	0.047	0.038
	RMSE	0.065	0.107	0.171	0.068	0.101	0.158	0.071	0.093	0.137	0.077	0.078	0.101	0.075	0.047	0.041
SYSopt1	MB	0.100	0.332	0.481	0.083	0.275	0.395	0.060	0.200	0.283	0.034	0.117	0.160	0.008	0.031	0.039
	SE	0.077	0.128	0.138	0.071	0.107	0.112	0.063	0.080	0.079	0.051	0.050	0.045	0.033	0.022	0.017
	RMSE	0.126	0.356	0.501	0.109	0.295	0.411	0.087	0.215	0.293	0.062	0.127	0.166	0.034	0.038	0.042
SYSgiv1	MB	-0.050	0.007	0.070	-0.072	-0.009	0.059	-0.106	-0.034	0.038	-0.143	-0.057	0.010	-0.121	-0.039	-0.005
	SE	0.073	0.084	0.100	0.079	0.089	0.102	0.086	0.094	0.101	0.092	0.094	0.089	0.088	0.062	0.046
	RMSE	0.088	0.084	0.122	0.107	0.090	0.118	0.137	0.100	0.108	0.170	0.110	0.090	0.150	0.073	0.046

Tabela 17: Resultados da simulação de Monte Carlo com n = 50 e T = 5 – Qui-Quadrado.

Estimador	δ	0,05		0,5		0,95	
	μ^2	1	10	1	10	1	10
IVdif	MB	0.046	0.046	-1.468	-1.468	-5.160	-5.160
	SE	0.474	0.474	109.5	109.5	217.889	217.889
	RMSE	0.476	0.476	109.5	109.5	217.950	217.950
IVniv	MB	0.005	0.009	0.010	0.023	-0.353	-0.759
	SE	0.146	0.431	0.229	3.903	23.778	37.264
	RMSE	0.146	0.431	0.230	3.903	23.780	37.272
DIF	MB	-0.023	-0.038	-0.060	-0.140	-0.508	-0.705
	SE	0.129	0.163	0.188	0.285	0.507	0.527
	RMSE	0.131	0.168	0.197	0.318	0.717	0.881
DIFbk	MB	-0.019	-0.039	-0.054	-0.150	-0.505	-0.726
	SE	0.134	0.189	0.196	0.327	0.559	0.599
	RMSE	0.135	0.193	0.203	0.360	0.753	0.941
SYSdpd	MB	0.012	0.125	0.002	0.107	-0.028	0.020
	SE	0.102	0.175	0.116	0.159	0.117	0.092
	RMSE	0.103	0.215	0.116	0.192	0.121	0.095
SYSopt	MB	0.034	0.236	0.020	0.162	-0.011	0.029
	SE	0.106	0.223	0.113	0.165	0.105	0.081
	RMSE	0.111	0.324	0.115	0.231	0.106	0.086
SYSgiv	MB	0.001	0.096	-0.017	0.083	-0.051	0.009
	SE	0.105	0.162	0.120	0.159	0.124	0.097
	RMSE	0.105	0.189	0.122	0.180	0.134	0.097
DIF1	MB	-0.030	-0.044	-0.079	-0.153	-0.484	-0.660
	SE	0.128	0.160	0.185	0.263	0.448	0.462
	RMSE	0.131	0.166	0.201	0.304	0.660	0.805
DIFbk1	MB	-0.027	-0.042	-0.069	-0.163	-0.480	-0.686
	SE	0.133	0.183	0.194	0.302	0.504	0.530
	RMSE	0.135	0.188	0.206	0.343	0.696	0.867
SYSdpd1	MB	0.010	0.155	-0.006	0.117	-0.030	0.023
	SE	0.113	0.192	0.124	0.168	0.115	0.079
	RMSE	0.113	0.247	0.125	0.205	0.119	0.082
SYSopt1	MB	0.046	0.295	0.021	0.186	-0.007	0.032
	SE	0.117	0.228	0.114	0.166	0.092	0.059
	RMSE	0.125	0.373	0.116	0.249	0.092	0.067
SYSgiv1	MB	-0.009	0.117	-0.037	0.084	-0.063	0.010
	SE	0.121	0.182	0.136	0.173	0.129	0.086
	RMSE	0.122	0.216	0.142	0.193	0.144	0.087

Tabela 18: Resultados da simulação de Monte Carlo com $n = 50$ e $T = 5$ – t-Student.

	δ	0,05		0,5		0,95	
Estimador	μ^2	1	10	1	10	1	10
IVdif	MB	0.035	0.035	0.301	0.301	0.089	0.089
	SE	0.272	0.272	7.058	7.058	32.311	32.311
	RMSE	0.275	0.275	7.064	7.064	32.311	32.311
IVniv	MB	0.006	0.005	0.009	-1.371	-0.120	1468.000
	SE	0.141	0.302	0.213	100.5	7.082	150.231
	RMSE	0.142	0.302	0.214	100.5	7.083	150.238
DIF	MB	-0.026	-0.040	-0.067	-0.149	-0.535	-0.747
	SE	0.138	0.172	0.200	0.294	0.514	0.542
	RMSE	0.141	0.177	0.211	0.330	0.742	0.923
DIFbk	MB	-0.024	-0.043	-0.062	-0.159	-0.523	-0.755
	SE	0.140	0.194	0.206	0.330	0.572	0.605
	RMSE	0.143	0.199	0.215	0.366	0.775	0.967
SYSdpd	MB	0.011	0.119	0.002	0.106	-0.029	0.019
	SE	0.110	0.177	0.127	0.163	0.133	0.099
	RMSE	0.111	0.213	0.127	0.195	0.136	0.101
SYSopt	MB	0.031	0.228	0.019	0.162	-0.011	0.028
	SE	0.112	0.224	0.123	0.169	0.119	0.087
	RMSE	0.116	0.320	0.125	0.234	0.120	0.091
SYSgiv	MB	0.001	0.091	-0.015	0.083	-0.054	0.009
	SE	0.112	0.163	0.130	0.162	0.139	0.102
	RMSE	0.112	0.187	0.131	0.182	0.149	0.102
DIF1	MB	-0.028	-0.042	-0.073	-0.149	-0.488	-0.681
	SE	0.129	0.158	0.185	0.264	0.446	0.475
	RMSE	0.132	0.164	0.199	0.303	0.661	0.831
DIFbk1	MB	-0.025	-0.044	-0.063	-0.162	-0.475	-0.700
	SE	0.132	0.182	0.192	0.299	0.502	0.539
	RMSE	0.135	0.187	0.202	0.340	0.691	0.884
SYSdpd1	MB	0.011	0.159	-0.005	0.122	-0.031	0.022
	SE	0.114	0.187	0.130	0.165	0.123	0.080
	RMSE	0.114	0.246	0.130	0.205	0.126	0.083
SYSopt1	MB	0.047	0.300	0.020	0.192	-0.008	0.032
	SE	0.115	0.220	0.116	0.161	0.095	0.059
	RMSE	0.124	0.372	0.118	0.251	0.095	0.067
SYSgiv1	MB	-0.009	0.119	-0.039	0.087	-0.067	0.010
	SE	0.123	0.177	0.142	0.169	0.137	0.086
	RMSE	0.123	0.213	0.148	0.190	0.153	0.087

Com a introdução de assimetria à componente do erro, podemos observar da tabela 17 que os estimadores IV ficaram (ainda) mais enviesados e menos eficientes, comparativamente com os correspondentes em que η_{it} foi gerada de acordo com uma distribuição Normal. Em contrapartida, os estimadores DIF e DIFbk apresentam um comportamento ligeiramente melhor tanto em termos de enviesamento como de eficiência. Os estimadores SYSdpd, SYSopt e SYSgiv apresentam valores semelhantes do MB, enquanto que o SE diminuiu, de forma que na maioria dos casos o RMSE também diminuiu.

No caso em que se gerou η_{it} de acordo com uma distribuição t-Student, ou seja, quando se introduziu um maior peso às caudas da distribuição de η_{it}, o efeito produzido foi muito semelhante à introdução de assimetria.

Assim, conclui-se que todos os estimadores GMM são relativamente robustos face a diferentes especificações da distribuição do erro η_{it}.

4.3 – Caso heteroscedástico

A heteroscedasticidade vai ser analisada por duas formas distintas. Numa situação admite-se que a variância oscila apenas ao longo das unidades seccionais. Assim, considera-se $\eta_{it} \sim N(0, \sigma^2_{\eta,i})$, com $\sigma^2_{\eta,i} \sim \chi^2_1$. Na outra situação considera-se que a variância oscila ao longo dos períodos de tempo, mantendo-se constante de indivíduo para indivíduo: $\eta_{it} \sim N(0, \sigma^2_{\eta,t})$, com $\sigma^2_{\eta,t} = b + 0.2(t-1)$ e $b = 0.6$ para $T = 5$ ou $b = 0.1$ para $T = 10$, para que o valor esperado de $\sigma^2_{\eta,t}$ seja um. Em ambos os casos η_{it} tem variância unitária, tal como no caso homoscedástico, para que os resultados sejam mais directamente comparáveis. De seguida são apresentadas as tabelas 19 e 20 correspondentes às duas formas de heteroscedasticidade estudadas.

Tabela 19: Heteroscedasticidade do tipo seccional com $n = 50$ e $\mu^2 = 1$.

	δ	0,05		0,5		0,95	
Estimador	***T***	5	10	5	10	5	10
IVdif	MB	0.040	0.013	-0.282	0.060	-1.181	-0.560
	SE	0.318	0.138	31.580	0.625	58.265	68.845
	RMSE	0.321	0.138	31.581	0.627	58.277	68.847
IVniv	MB	0.005	0.003	0.012	0.003	-0.591	-2.187
	SE	0.143	0.076	0.310	0.102	64.844	154.7
	RMSE	0.143	0.076	0.310	0.102	64.847	154.7
DIF	MB	-0.024	-0.024	-0.060	-0.050	-0.509	-0.259
	SE	0.129	0.060	0.189	0.072	0.522	0.171
	RMSE	0.131	0.065	0.199	0.088	0.729	0.311
DIFbk	MB	-0.021	-0.011	-0.056	-0.028	-0.506	-0.259
	SE	0.132	0.064	0.196	0.080	0.583	0.289
	RMSE	0.134	0.065	0.203	0.085	0.772	0.388
SYSdpd	MB	0.006	0.002	-0.001	-0.012	-0.025	-0.036
	SE	0.098	0.059	0.111	0.062	0.119	0.056
	RMSE	0.098	0.059	0.111	0.064	0.122	0.066
SYSopt	MB	0.023	0.079	0.013	0.044	-0.011	0.006
	SE	0.099	0.070	0.108	0.057	0.106	0.030
	RMSE	0.102	0.105	0.109	0.073	0.107	0.031
SYSgiv	MB	-0.004	-0.045	-0.018	-0.088	-0.048	-0.097
	SE	0.100	0.066	0.115	0.077	0.128	0.078
	RMSE	0.100	0.080	0.117	0.117	0.137	0.124
DIF1	MB	-0.028	-0.025	-0.071	-0.053	-0.468	-0.256
	SE	0.127	0.061	0.184	0.073	0.467	0.163
	RMSE	0.130	0.066	0.198	0.090	0.661	0.303
DIFbk1	MB	-0.025	-0.015	-0.063	-0.032	-0.466	-0.238
	SE	0.131	0.067	0.193	0.083	0.533	0.255
	RMSE	0.133	0.069	0.203	0.089	0.708	0.349
SYSdpd1	MB	0.006	0.002	-0.008	-0.013	-0.029	-0.037
	SE	0.110	0.061	0.123	0.064	0.116	0.057
	RMSE	0.110	0.061	0.123	0.065	0.120	0.068
SYSopt1	MB	0.037	0.082	0.015	0.046	-0.009	0.006
	SE	0.110	0.072	0.111	0.058	0.093	0.030
	RMSE	0.116	0.109	0.112	0.074	0.093	0.031
SYSgiv1	MB	-0.013	-0.047	-0.039	-0.092	-0.062	-0.099
	SE	0.118	0.068	0.133	0.079	0.129	0.079
	RMSE	0.119	0.082	0.139	0.121	0.143	0.127

Tabela 20: Heteroscedasticidade do tipo temporal com $n = 50$ e $\mu^2 = 1$.

	δ	0,05		0,5		0,95	
Estimador	***T***	5	10	5	10	5	10
IVdif	MB	0.038	0.018	0.112	0.071	-5.077	-0.973
	SE	0.284	0.165	5.291	0.419	164.924	33.173
	RMSE	0.287	0.166	5.293	0.425	165.002	33.187
IVniv	MB	0.008	0.003	0.014	0.003	12.732	-0.016
	SE	0.142	0.087	0.211	0.113	774.398	2.639
	RMSE	0.142	0.087	0.212	0.113	774.502	2.639
DIF	MB	-0.025	-0.031	-0.063	-0.064	-0.539	-0.280
	SE	0.143	0.072	0.202	0.085	0.527	0.162
	RMSE	0.145	0.078	0.212	0.107	0.754	0.323
DIFbk	MB	-0.022	-0.011	-0.057	-0.036	-0.528	-0.271
	SE	0.144	0.082	0.205	0.099	0.584	0.277
	RMSE	0.146	0.083	0.213	0.105	0.788	0.388
SYSdpd	MB	0.010	-0.002	-0.002	-0.022	-0.037	-0.056
	SE	0.118	0.071	0.136	0.076	0.145	0.068
	RMSE	0.118	0.071	0.136	0.080	0.150	0.088
SYSopt	MB	0.025	0.077	0.013	0.045	-0.016	0.003
	SE	0.119	0.074	0.133	0.065	0.132	0.038
	RMSE	0.121	0.106	0.133	0.079	0.133	0.038
SYSgiv	MB	0.001	-0.065	-0.017	-0.132	-0.063	-0.148
	SE	0.119	0.081	0.139	0.095	0.153	0.099
	RMSE	0.119	0.104	0.140	0.162	0.166	0.178
DIF1	MB	-0.026	-0.032	-0.068	-0.066	-0.483	-0.274
	SE	0.131	0.071	0.184	0.083	0.450	0.153
	RMSE	0.134	0.078	0.196	0.106	0.660	0.314
DIFbk1	MB	-0.022	-0.018	-0.057	-0.037	-0.471	-0.239
	SE	0.134	0.076	0.189	0.092	0.507	0.238
	RMSE	0.135	0.078	0.198	0.100	0.692	0.337
SYSdpd1	MB	0.006	-0.003	-0.011	-0.023	-0.040	-0.056
	SE	0.120	0.072	0.138	0.077	0.131	0.068
	RMSE	0.120	0.072	0.138	0.080	0.137	0.089
SYSopt1	MB	0.036	0.079	0.012	0.046	-0.013	0.003
	SE	0.116	0.074	0.120	0.065	0.102	0.037
	RMSE	0.122	0.108	0.120	0.079	0.103	0.037
SYSgiv1	MB	-0.012	-0.067	-0.045	-0.136	-0.080	-0.150
	SE	0.131	0.082	0.153	0.096	0.146	0.100
	RMSE	0.131	0.106	0.159	0.166	0.166	0.180

De acordo com a tabela 19 associada à heteroscedasticidade do tipo seccional, os estimadores IV para $T = 5$ apresentam piores resultados, tanto a nível do enviesamento como da eficiência, comparativamente com a situação homoscedástica (ver tabela 2), apesar de que para $T = 10$ já se registam algumas melhorias (ver tabela 14). Os restantes estimadores, de uma maneira geral, apresentam melhores resultados, quando comparados com os resultados do caso homoscedástico (ver tabelas 2, 3, 14 e 15), o que mostra claramente que eles são robustos a esta forma de heteroscedasticidade.

Relativamente ao padrão de heteroscedasticidade temporal, o facto mais relevante é o aumento da variabilidade da generalidade dos estimadores relativamente à situação anterior. Em termos de enviesamento, é de notar o seu agravamento no caso dos estimadores SYSgiv e SYSdpd (1° e 2° passos), enquanto que os outros estimadores parecem comportar-se de uma forma mais robusta.

Conclusão

Nesta dissertação foram abordados os principais métodos de estimação para modelos dinâmicos com dados de painel. No estudo de simulação de Monte Carlo realizado examinou-se o comportamento em pequenas amostras desses estimadores em vários cenários alternativos. Assim, de acordo com esses cenários considerados os resultados mostram que, mesmo aumentando a dimensão da amostra tanto em termos seccionais como temporais, um dos factores a ter sempre em conta para a escolha do método adequado à estimação é o parâmetro auto-regressivo, pois à medida que este se aproxima de um, pior é o desempenho de alguns estimadores. Nesta situação, tanto os estimadores IV como os estimadores DIF não se apresentam como uma boa opção. Em contrapartida, os estimadores SYS têm um comportamento muito melhor, mostrando-se claramente preferíveis aos DIF para valores de δ próximos de um. Assim, em termos gerais, os nossos resultados mostram que o que é fundamental é a utilização dos estimadores SYS. A opção dos estimadores do 1º passo ou do 2º passo é uma questão menos importante em amostras finitas, embora, naturalmente, com base em ajustamentos assimptóticos, os do 2º passo sejam sempre preferíveis. De entre os vários estimadores SYS analisados, a versão SYSopt mostrou ser a mais robusta face a heteroscedasticidade do tipo temporal, pelo que parece ser a melhor opção para trabalho aplicado onde este problema possa estar presente.

Referências Bibliográficas

Ahn, S. C. e Schmidt P. (1995), "Efficient estimation of models for dynamic panel data", *Journal of Econometrics*, 68, pp. 5-27.

Anderson, T. W. e Hsiao, C. (1981), "Estimation of dynamic models with error components", *Journal of the American Statistical Association*, 76, pp. 598-606.

Anderson, T. W. e Hisao C. (1982), "Formulation and estimation of dynamic models using panel data", *Journal of Econometrics*, 18, pp. 578-606.

Andersen, T. G. e Sorensen, B. E. (1996), "GMM estimation of a stochastic volatility model: a Monte Carlo study", *Journal of Business Economic and Statistics,* 14 (3), pp. 328-352.

Arellano, M. (1989), "A note on the Anderson-Hsiao estimator for panel data", *Economic Letters*, 31, pp. 337-341.

Arellano, M. e Bond S. (1991), "Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations", *Review of Economic Studies*, 58, pp. 277-297.

Arellano, M. e Bover, O. (1995), "Another look at the instrumental-variable estimation of error-components models", *Journal of Econometrics*, 68, pp. 29-51.

Balestra, P. e Nerlove, M. (1966), "Pooling cross section and time series data in the estimation of a dynamic mode: The demand of the natural gas", *Econometrica*, 34, pp. 585-612.

Baltagi, B. H. e Levin, H. (1986), "Estimating dynamic demand for cigarettes using panel data: the effects of bootlegging, taxation and advertising reconsidered", *Review of Economics and Statistics*, 68(1), pp. 148-155.

Baltagi, B. H. (2001), *Econometric analysis of panel data*, 2nd edition, Wiley.

Berry, S., Levinsohn, J. e Pakes, A. (1999), "Voluntary export restraints on automobiles: evaluating a strategic trade policy", *American Economic Review*, 89(3), pp. 400-430.

Blundell, R., Bond, S., Devereux, M. e Schiantarelli F. (1992), "Investment and Tobin's Q: evidence from company panel data", *Journal of Econometrics*, 51, pp. 233-257.

Blundell, R. e Bond, S. (1998), "Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models", *Journal of Econometrics*, 87, pp. 115-143.

Blundell, R., Bond, S. e Windmeijer, F. (2000) "Estimation in dynamic panel data models: improving on the performance of the standard GMM estimators", In: Baltagi, B. H. (ed.) *Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels. Elsevier Science.*

Bond, S. e Windmeijer, F. (2002), "Finite sample inference for GMM estimators in linear panel data models", *Cemmap Working-Paper Series CWP04/02, Institute for fiscal studies, London.*

Breush, T. e Pagan, A. (1980), "The Lagrange Multiplier test and its applications to model specification in econometrics", *Review of Economic Studies*, 47, pp. 239-253.

Bun, M. J. G. e Kiviet, J. F. (2005), "The effects of dynamic feedbacks on LS and MM estimator accuracy in panel data models", Forthcoming in *Journal of Econometrics.*

Christiano, L. e Haan N. (1996), "Small sample properties of GMM for business cycle analysis", *Journal of Business and Economic Statistics*, 14, pp. 309-327.

Davidson R., Mackinnon J. (1993), *Estimation and inference in econometrics*, Oxford University Press.

Doornik, J. A., Arellano, M. e Bond, S. (2002), "Panel data estimation using DPD for Ox. mimeo", University of Oxford.

Greene, W. H. (2003), *Econometric analysis*, 5th edition, Prentice-Hall.

Hansen, L. P. (1982), "Large sample properties of generalised method of moments estimators", *Econometrica*, 50(4), pp. 1029-1054.

Hansen, L. P. e Singleton, K. J. (1982), "Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectatives models", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 50(5), pp. 1269-1286.

Hill, M. (1992), *The panel study of income dynamics: a user's guide*, Newbury CA: Sage Publications, Inc.

Holtz-Eakin, D., Newey, W. e Rosen, H. S., (1988), "Estimating vector autoregressions with panel data", *Econometrica*, 56, pp. 1371-1395.

Honda, Y. (1985), "Testing the error components model with non-normal disturbances", *Review of Economic Studies*, 52, pp. 681-690.

Houthakker, H. S., Verleger P. K. e Sheehan, D. P. (1974), "Dynamic demand analyses for gasoline and residential electricity", *American Journal of Agricultural Economics*, 56, pp. 412-418.

Hsiao, C. (1985), "Benefits and limitations of panel data", *Econometric Reviews*, 4(1), pp. 121-174.

Islam, N. (1995), "Growth empirics: a panel data approach", *Quarterly Journal of Economics*, 110, pp. 1127-1170.

Jacquier, E., Polson, N. e Rossi, P. (1994), "Bayesian analysis of stochastic volatility models", *Journal of Business and Economics Statistics*, 12, pp. 371-390.

Johnson, J. e Oksanen, E. (1977) "Estimation of demand for alcoholic beverages in Canada from polled time-series and cross-sections", *Review of Economics and Statistics*, 59, pp. 113-118.

Johnston, J. e Dinardo, J. (2001), *Métodos econométricos*, 4ª edição, McGraw-Hill.

King, M. L. e Wu, P. X. (1997), "Locally optimal one-sided tests for multiparameter hypotheses", *Econometric Reviews*, 33, pp. 523-529.

Kiviet J. F. (2005), "Judging contending estimators by simulation: tournaments in dynamic panel data models", *working paper*.

Kockerlakota, N. R. (1990), "On tests of representative consumer asset pricing models", *Journal of Monetary Economics*, 26, pp. 285-304.

Krause, A., Melvin O., (1997), *The basics of S and S-PLUS*, 2nd edition, Springer.

Mátyás, L. (1999), *Generalized methods of moments estimation*, Cambridge University Press.

Mátyás, L. e Sevestre, P. (1995), *The econometrics of panel data*, A Handbook of the Theory with Applications, 2nd edition, Kluwer Academic Publishers.

Mullahy, J. (1997), "Instrumental-variable estimation of count data models: application to models of cigarette smoking behaviour", *Review of Economics and Statistics*, 79(4), pp. 586-593.

Newey, K. e McFadden, L. (1994), "Large sample estimation and hypothesis testing", *Elsevier Science Publishers*, *4*, pp. 2111-2245.

Newey, K. e West, K. D. (1987b), "Hypothesis testing with efficient method of moments estimation", *International Economic Review*, 28, pp. 777-787.

Peracchi, F. (2002), "The European community household panel", *Empirical Economics*, 27, pp. 63-90.

Ramalho, J. J. (2005), “Feasible bias-corrected OLS, within-groups, and first-differences estimators for typical micro and macro AR(1) panel data model”, *Empirical Economics*, 30, pp. 735-748.

Ramalho, J. J. (2002), *Alternative estimation methods and specification tests for moment condition models*. Ph. D. thesis, Department of Economics, University of Bristol.

Tauchen, G. (1986), “Statistical properties of generalised method of moments estimators of structural parameters obtained from financial market data”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 4(4), pp.397-425.

Van Reenen, J. (1996), “The creation and capture of economic rents: wages and innovation in a panel of UK companies”, *Quarterly Journal of Economics*, 443, pp. 195-226.

Verbeek, M. (2002), *A guide to modern econometrics*, John Wiley.

White, H. (1982), “Instrumental variables regression with independent observations”, *Econometrica*, 50, pp. 483-499.

Windmeijer, F., (2000), “Efficiency comparisons for a system GMM estimator in dynamic panel data models”, In: R. D. H. Heijmans, D. S. G. Pollock and A. Satorra (eds.), Innovations in Multivariate Statistical Analysis, A Fetschrift for Heinz Neudecker. Advanced Studies in Theoretical and Applied Econometrics, 36, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers (IFS working paper W98/1).

Wooldridge, J. M. (2000), *Introductory econometrics: a modern approach*, South-Western College Publishing.

Wooldridge, J. M. (2001), “Applications of Generalized Method of Moments estimation”, *Journal of Economic Perspectives*, 15 (4), pp. 87-100.

Wooldridge, J. M. (2002), *Econometric analysis of cross section and panel data*, Mit Press.

Ziliak, J.P. (1997), "Efficient estimation with panel data when instruments are predetermined: an empirical comparison of moment-condition estimators", *Journal of Business and Economic Statistics*, 15, pp. 419-431.

Anexos

```
mcarlo <- function(nrep,n,TT,delta,miu,dist,type)
{

   OLS <- rep(0,nrep)
   WG <- rep(0,nrep)
   FD <- rep(0,nrep)
   IV1 <- rep(0,nrep)
   IV2 <- rep(0,nrep)

   pgmmDIF1 <- rep(0,nrep)
   pgmmK1 <- rep(0,nrep)
   pgmmSYS1 <- rep(0,nrep)
   pgmmW1 <- rep(0,nrep)
   pgmmBB1 <- rep(0,nrep)
   pgmmWW1 <- rep(0,nrep)
   pgmmWc1 <- rep(0,nrep)

   pgmmDIF <- rep(0,nrep)
   pgmmK <- rep(0,nrep)
   pgmmSYS <- rep(0,nrep)
   pgmmW <- rep(0,nrep)
   pgmmBB <- rep(0,nrep)
   pgmmWW <- rep(0,nrep)
   pgmmWc <- rep(0,nrep)

   var.ppsi <- 1
   var.aalfa <- miu*(1-delta)/(1+delta)

   alfa <- rnorm(n,0,sqrt(var.aalfa))

   for(i in 1:nrep)
   {

      if(TT==5) bb <- 0.6
      if(TT==10) bb <- 0.1


      if(type=="CSHET") var.ppsi <- rep(rchisq(n,1),each=TT)
      if(type=="TSHET") var.ppsi <- rep(seq(from=bb,by=0.2,length=TT),n)


      if(dist=="normal")
      {
         psi <- matrix(rnorm(n*TT,0,sqrt(var.ppsi)),nrow=n)
      }


      if(dist=="tstudent")
      {

         ps<-rt(n*TT,5)
         psi <- matrix(ps/sqrt(5/3),nrow=n)
      }


      if(dist=="chisq")
      {
         ps<-rchisq(n*TT,1)
         psi <- matrix((ps-1)/sqrt(2),nrow=n)
      }


      ybase <- matrix(0,nrow=n,ncol=TT)
```

```
        ybase[,1] <- (1/(1-delta))*alfa+psi[,1]/((1-delta^2)^0.5)

        for(j in 2:TT) ybase[,j] <- delta*ybase[,j-1]+alfa+psi[,j]


###Estimador OLS###

        y0 <- ybase[,-1]
        y0 <- matrix(t(y0),nrow=n*(TT-1),ncol=1)

        x0 <- ybase[,-TT]
        x0 <- matrix(t(x0),nrow=n*(TT-1),ncol=1)

        OLS[i] <- solve(t(x0)%*%x0)%*%t(x0)%*%y0

        xOLS <- x0
        yOLS <- y0


###Estimador WG###

        media.yi <- apply(ybase[,-1],1,mean)
        media.xi <- apply(ybase[,-TT],1,mean)

        y <- ybase[,-1]-media.yi
        x <- ybase[,-TT]-media.xi

        y <- matrix(t(y),nrow=n*(TT-1),ncol=1)
        x <- matrix(t(x),nrow=n*(TT-1),ncol=1)

        WG[i] <- solve(t(x)%*%x)%*%t(x)%*%y

        xWG <- x
        yWG <- y


###Estimador FD###

        y <- ybase[,-(1:2)]-ybase[,-c(1,TT)]
        y <- matrix(t(y),nrow=n*(TT-2),ncol=1)

        x <- ybase[,-c(1,TT)]-ybase[,-((TT-1):TT)]
        x <- matrix(t(x),nrow=n*(TT-2),ncol=1)

        FD[i] <- solve(t(x)%*%x)%*%t(x)%*%y


###IV###

        z <- ybase[,-c(1,(TT-1),TT)]-ybase[,-((TT-2):TT)]
        z <- matrix(t(z),nrow=n*(TT-3),ncol=1)

        y <- ybase[,-(1:3)]-ybase[,-c(1,2,TT)]
        y <- matrix(t(y),nrow=n*(TT-3),ncol=1)

        x <- ybase[,-c(1,2,TT)]-ybase[,-c(1,TT-1,TT)]
        x <- matrix(t(x),nrow=n*(TT-3),ncol=1)
```

```
    y2 <- ybase[,-(1:2)]-ybase[,-c(1,TT)]
    y2 <- matrix(t(y2),nrow=n*(TT-2),ncol=1)

    x2 <- ybase[,-c(1,TT)]-ybase[,-((TT-1):TT)]
    x2 <- matrix(t(x2),nrow=n*(TT-2),ncol=1)

    z1 <- ybase[,-((TT-1):TT)]
    z1 <- matrix(t(z1),nrow=n*(TT-2),ncol=1)


  ###IVdif###


    IV1[i] <-
    solve(t(x)%*%z%*%solve(t(z)%*%z)%*%t(z)%*%x)%*%t(x)%*%z%*%solve(t(z)%*%z
    )%*%t(z)%*%y


  ###IVniv###


    IV2[i] <-
    solve(t(x2)%*%z1%*%solve(t(z1)%*%z1)%*%t(z1)%*%x2)%*%t(x2)%*%z1%*%solve(
    t(z1)%*%z1)%*%t(z1)%*%y2


###GMM###


  ###DIF###


    yd <- ybase[,-(1:2)]-ybase[,-c(1,TT)]
    yd <- matrix(t(yd),nrow=n*(TT-2),ncol=1)

    xd <- ybase[,-c(1,TT)]-ybase[,-((TT-1):TT)]
    xd <- matrix(t(xd),nrow=n*(TT-2),ncol=1)

    nunits1 <- n*(TT-2)

    nmom1 <- 0.5*(TT-1)*(TT-2)

    aa <- 0

    a1 <- seq(1,nunits1-TT+3,TT-2)

    Zd <- matrix(0,nrow=nunits1,ncol=nmom1)

    for(j in 1:(TT-2))
    {
       aa <-aa+1
       Zd[a1+j-1,aa:(aa+j-1)] <- ybase[,1:j]
       aa <- aa+j-1
    }


    ##1° Passo: Não-Eficiente##


    Hab <- matrix(0,nrow=TT-2,ncol=TT-2)
    diag(Hab) <- 2

    if(TT!=3)
    {
       for(j in 1:(TT-3))
       {
          Hab[j,j+1] <- -1
```

```
            Hab[j+1,j] <- -1
        }
    }


    W.inv <- 0

    a <- a1
    int <- TT-3

    for(j in 1:n)
    {

        Zi <- Zd[a[j]:(a[j]+int),]
        W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%Hab%*%Zi

    }

    W <- solve(W.inv)

    pgmmDIF1[i] <-
    as.matrix(solve(t(xd)%*%Zd%*%W%*%t(Zd)%*%xd)%*%(t(xd)%*%Zd%*%W%*%t(Zd)%*
    %yd))
    p1 <- pgmmDIF1[i]


    ##2° Passo: Eficiente##


    W.inv <- 0

    uhat <- yd-xd%*%p1

    for(j in 1:n)
    {
        Zi <- Zd[a[j]:(a[j]+int),]
        uhati <- uhat[a[j]:(a[j]+int),]

        W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%uhati%*%t(uhati)%*%Zi

    }

    W <- solve(W.inv)

    pgmmDIF[i] <-
    solve(t(xd)%*%Zd%*%W%*%t(Zd)%*%xd)%*%(t(xd)%*%Zd%*%W%*%t(Zd)%*%yd)


###DIFbk###


    nmom3 <- 2*(TT-1)-3

    ak <- 1

    a1 <- seq(1,nunits1-TT+3,TT-2)

    Zk <- matrix(0,nrow=nunits1,ncol=nmom3)

    Zk[a1,1] <- ybase[,1]

    for(j in 2:(TT-2))
    {
        ak <- ak+1
        Zk[a1+j-1,ak:(ak+1)] <- ybase[,(j-1):j]
        ak <- ak+1
    }
```

```
##1° Passo##


W.inv <- 0

a <- a1
int <- TT-3

for(j in 1:n)
{

   Zi <- Zk[a[j]:(a[j]+int),]
   W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%Hab%*%Zi

}

W <- solve(W.inv)

pgmmK1[i] <-
as.matrix(solve(t(xd)%*%Zk%*%W%*%t(Zk)%*%xd)%*%(t(xd)%*%Zk%*%W%*%t(Zk)%*
%yd))
p1 <- pgmmK1[i]


##2° Passo##


W.inv <- 0

uhat <- yd-xd%*%p1

for(j in 1:n)
{
   Zi <- Zk[a[j]:(a[j]+int),]
   uhati <- uhat[a[j]:(a[j]+int),]

   W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%uhati%*%t(uhati)%*%Zi

}

W <- solve(W.inv)

pgmmK[i] <-
as.matrix(solve(t(xd)%*%Zk%*%W%*%t(Zk)%*%xd)%*%(t(xd)%*%Zk%*%W%*%t(Zk)%*
%yd))


###SYSgiv###


nunits2 <- 2*n*(TT-2)

nmom2 <- 0.5*(TT+1)*(TT-2)

a2 <- seq(1,nunits2-2*TT+5,2*(TT-2))

ZdZ <- matrix(0,nrow=nunits2,ncol=nmom2)
ydy <- matrix(0,nrow=nunits2,ncol=1)
xdx <- matrix(0,nrow=nunits2,ncol=1)

aa <- 0

for(j in 1:(TT-2))
{
   aa <- aa+1
   ZdZ[a2+j-1,aa:(aa+j-1)] <- ybase[,1:j]
   aa <- aa+j-1
}
```

```
for(j in 1:n)
{
if(TT!=3) ZdZ[(a2[j]+TT-2):(a2[j]+2*(TT-2)-1),(nmom1+1):nmom2] <-
diag(xd[a1[j]:(a1[j]+TT-3),])
else ZdZ[(a2[j]+TT-2):(a2[j]+2*(TT-2)-1),(nmom1+1):nmom2] <-
xd[a1[j]:(a1[j]+TT-3),]

    y <- matrix(t(ybase)[3:TT,],nrow=nunits1,ncol=1)
    x <- matrix(t(ybase)[2:(TT-1),],nrow=nunits1,ncol=1)

    ydy[a2[j]:(a2[j]+(TT-2)-1),] <- yd[a1[j]:(a1[j]+TT-3),]
    ydy[(a2[j]+TT-2):(a2[j]+2*(TT-2)-1),] <- y[a1[j]:(a1[j]+TT-3),]

    xdx[a2[j]:(a2[j]+(TT-2)-1),] <- xd[a1[j]:(a1[j]+TT-3),]
    xdx[(a2[j]+TT-2):(a2[j]+2*(TT-2)-1),] <- x[a1[j]:(a1[j]+TT-3),]

}


##1° Passo##


H <- diag(2*(TT-2))

W.inv <- 0

a <- a2
int <- 2*TT-5

for(j in 1:n)
{
    Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]

    W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%H%*%Zi

}

W <- solve(W.inv)

pgmmBB1[i] <-
as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
(ZdZ)%*%ydy))
p1 <- pgmmBB1[i]


##2° Passo##


W.inv <- 0

uhat <- ydy-xdx%*%p1

for(j in 1:n)
{
    Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]
    uhati <- uhat[a[j]:(a[j]+int),]

    W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%uhati%*%t(uhati)%*%Zi

}

W <- solve(W.inv)

pgmmBB[i] <-
as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
(ZdZ)%*%ydy))
```

```
###SYSdpd###

        ##1° Passo##

        H[1:(TT-2),1:(TT-2)] <- Hab

        W.inv <- 0

        a <- a2
        int <- 2*TT-5

        for(j in 1:n)
        {
           Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]

           W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%H%*%Zi

        }

        W <- solve(W.inv)

        pgmmSYS1[i] <-
        as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
        (ZdZ)%*%ydy))
        p1 <- pgmmSYS1[i]

        ##2° Passo##

        W.inv <- 0

        uhat <- ydy-xdx%*%p1

        for(j in 1:n)
        {
           Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]
           uhati <- uhat[a[j]:(a[j]+int),]

           W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%uhati%*%t(uhati)%*%Zi

        }

        W <- solve(W.inv)

        pgmmSYS[i] <-
        as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
        (ZdZ)%*%ydy))

    ###SYSopt###

        ##1° Passo##

        C <- diag (TT-2)

        if(TT!=3)
        {
           for(j in 1:(TT-3))
           {

              C[j+1,j] <- -1
           }
```

```
    }

    H[1:(TT-2),(TT-1):(2*(TT-2))] <- C
    H[(TT-1):(2*(TT-2)),1:(TT-2)] <- t(C)


    W.inv <- 0

    a <- a2
    int <- 2*TT-5

    for(j in 1:n)
    {
       Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]

       W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%H%*%Zi

    }

    W <- solve(W.inv)

    pgmmW1[i] <-
    as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
    (ZdZ)%*%ydy))
    p1 <- pgmmW1[i]


    ##2° Passo##


    W.inv <- 0

    uhat <- ydy-xdx%*%p1

    for(j in 1:n)
    {
       Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]

       uhati <- uhat[a[j]:(a[j]+int),]

       W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%uhati%*%t(uhati)%*%Zi

    }

    W <- solve(W.inv)

    pgmmW[i] <-
    as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
    (ZdZ)%*%ydy))


###SYSsubopt###


    res0 <- yOLS-xOLS%*%pgmmSYS[i]
    res0Quad <- res0^2
    soma0 <- sum(res0Quad)

    resWG <- yWG-xWG%*%pgmmSYS[i]
    resWGQuad <- resWG^2
    somaWG <- sum(resWGQuad)

    var.psi <- (1/(n*(TT-1)-n-1))*somaWG
    var.erro <- (1/(n*(TT-1)-1))*soma0
    var.alfa <- var.erro-var.psi

    qt.var <- var.alfa/var.psi
    uns <- matrix(1,nrow=(TT-2),ncol=1)
```

```
q.var <- qt.var*uns%*%t(uns)


##1° Passo##


H[(TT-1):(2*(TT-2)),(TT-1):(2*(TT-2))] <- q.var

W.inv <- 0

a <- a2
int <- 2*TT-5
for(j in 1:n)
{
   Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]

   W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%H%*%Zi
}

W <- solve(W.inv)

pgmmWW1[i] <-
as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
(ZdZ)%*%ydy))
p1 <- pgmmWW1[i]


##2° Passo##


W.inv <- 0

uhat <- ydy-xdx%*%p1

for(j in 1:n)
{
   Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]
   uhati <- uhat[a[j]:(a[j]+int),]

   W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%uhati%*%t(uhati)%*%Zi

}

W <- solve(W.inv)

pgmmWW[i] <-
as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
(ZdZ)%*%ydy))


###GMMWc###


 if (type=="HOM") qt.var <- var.aalfa/var.ppsi

 if(type=="CSHET") qt.var <-var.aalfa

 uns <- matrix(1,nrow=(TT-2),ncol=1)
 q.var <- qt.var*uns%*%t(uns)
 ##1° Passo##


 H[(TT-1):(2*(TT-2)),(TT-1):(2*(TT-2))] <- q.var

 W.inv <- 0

 a <- a2
 int <- 2*TT-5
```

```
    for(j in 1:n)
    {
       Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]

       W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%H%*%Zi

    }

    W <- solve(W.inv)
    pgmmWc1[i] <-
    as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
    (ZdZ)%*%ydy))
    p1 <- pgmmWc1[i]


    ##2° Passo##


    W.inv <- 0

    uhat <- ydy-xdx%*%p1

    for(j in 1:n)
    {
       Zi <- ZdZ[a[j]:(a[j]+int),]
       uhati <- uhat[a[j]:(a[j]+int),]

       W.inv <- W.inv+(1/n)*t(Zi)%*%uhati%*%t(uhati)%*%Zi

    }

    W <- solve(W.inv)

    pgmmWc[i] <-
    as.matrix(solve(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t(ZdZ)%*%xdx)%*%(t(xdx)%*%ZdZ%*%W%*%t
    (ZdZ)%*%ydy))


  }


  pgmm <-
  cbind(OLS,WG,FD,IV1,IV2,pgmmDIF,pgmmDIF1,pgmmK,pgmmK1,pgmmSYS,pgmmSYS1,pgmm
  W,pgmmW1,pgmmBB,pgmmBB1,pgmmWW,pgmmWW1,pgmmWc,pgmmWc1)

  namcol <-
  c("OLS","WG","FD","IV1","IV2","pgmmDIF","pgmmDIF1","pgmmK","pgmmK1","pgmmSY
  S","pgmmSYS1","pgmmW","pgmmW1","pgmmBB","pgmmBB1","pgmmWW","pgmmWW1","pgmmW
  c","pgmmWc1")
  dimnames(pgmm) <- list(NULL,namcol)


###Gravar resultados###


     file <- paste(miu,"miu",sep="-")
     file <- paste(file,miu,sep="")
     file <- paste(file,"delta",sep="-")
     file <- paste(file,delta*100,sep="")
     file <- paste(file,"T",sep="-")
     file <- paste(file,TT,sep="")
     file <- paste(file,"n",sep="-")
     file <- paste(file,n,sep="")

     file <- paste(file,"gmm",sep=".")

     write.table(round(pgmm,8),file=file,sep="\t")
```

```
###Estatisticas###

   namrow <- c("mean bias","median bias","st.error","RMSE","MAE","min","max")

   st.pgmm <- apply(pgmm,2,mean)-delta
   st.pgmm <- rbind(st.pgmm,apply(pgmm,2,median)-delta)
   st.pgmm <- rbind(st.pgmm,sqrt(apply(pgmm,2,var)))
   st.pgmm <- rbind(st.pgmm,sqrt(st.pgmm[1,]^2+st.pgmm[3,]^2))
   st.pgmm <- rbind(st.pgmm,apply(abs(pgmm-delta),2,median))
   st.pgmm <- rbind(st.pgmm,apply(pgmm,2,min))
   st.pgmm <- rbind(st.pgmm,apply(pgmm,2,max))
   dimnames(st.pgmm) <- list(namrow,namcol)


###Printing results###


   cat("\n")
   cat("\nNumber of individuals:",n)
   cat("\nNumber of periods:",TT)
   cat("\nDelta:",delta)
   cat("\nMiu:",miu)
   cat("\nDist:",dist)
   cat("\n")


print(st.pgmm)
cat("\n")

}


###RUNS###


set.seed(300)
mcarlo(nrep=5000,n=50,TT=10,delta=0.05,miu=1,dist="normal",type="TSHET")
```