

Distribuição Óptima de Redes de Estações Sísmicas

Bento António Fialho Caeiro Caldeira

Dissertação de mestrado apresentada à Universidade
de Évora para obtenção do grau de Mestre em Física

Distribuição Óptima de Redes de Estações Sísmicas

Bento António Fialho Caeiro Caldeira



Dissertação de mestrado apresentada à Universidade de Évora para obtenção do grau de Mestre em Física

Distribuição Óptima de Redes de Estações Sísmicas

Bento Caldeira

Maio de 1998

Índice

Nota Prévia	5
1 Introdução	7
2 Inversão e Localização de Sismos	15
2.1 Modelos lineares	18
2.2 Modelos não lineares	21
2.3 Propagação das ondas sísmicas	26
2.4 Localização de sismos	33
2.4.1 Localização preliminar	35
2.4.2 Correção da localização	36
3 Optimização	43
3.1 Critérios Gerais	45
3.2 Critérios para sub-conjuntos de parâmetros	50
3.3 Critérios para parâmetros aleatórios	53
4 Planificação redes sísmicas	57
4.1 Detectabilidade de uma estação sísmica	58
4.2 Aplicação do critério de optimização	60
4.3 Algoritmia para a distribuição óptima de redes	64
4.4 Erros associados à geometria da rede.	70
4.4.1 Algoritmia do cálculo dos desvios padrão	73
4.4.2 Provas de funcionamento da rotina DP	75
4.5 Testes ao programa DORES	79
4.5.1 Testes numéricos	83
4.5.2 Testes físicos	86
4.5.3 Conclusão dos testes de DORES	100
5 Estudo de um caso real	101
5.1 Localização geográfica e actividade sísmica da região.	102

5.2	Modelo de velocidades	105
5.3	Resultados	106
5.4	Análise de resultados e conclusões	113
6	Conclusões	117
	APÊNDICES	127
A	Resultados dos testes.	129
B	Lista de variáveis de DORES	131
C	Listagem do Programa DORES	133
D	Programas auxiliares	147

Nota Prévia

Na sequência de uma conversa informal com o Professor Augusto Fitas, numa manhã quente de finais de Junho de 1996, à sombra dos arcos do claustro principal do Colégio do Espírito Santo, em que ele me convidou a participar na instalação de algumas estações sísmicas da campanha COMBO, quando falávamos dos critérios que norteavam a tomada de decisão dos locais de instalação das estações, o assunto começou a interessar-me. Por essa altura estava a terminar a parte curricular do mestrado e procurava um tema para tese.

O meu trabalho vinha a desenvolver-se na área da aplicação das tecnologias da informação ao ensino, em especial ao ensino da física. Continuar por esse caminho ou mudar na direcção que me estava a ser desvendada? Apeteceu-me aceitar o novo desafio. De início tudo era estranho, conteúdo, linguagem, metodologia... Depois, a pouco e pouco, e à custa de alguma insistência e muito apoio, lá se começou a desbravar um pouco do mato que agora dá o seu primeiro pequeno fruto.

Agradeço ao Professor Augusto José dos Santos Fitas, o orientador que supervisionou o trabalho, todo o apoio, estímulo, disponibilidade e paciência que manifestou desde a primeira hora.

Aos colegas Dr. José Borges e Prof. Mourad Bezzeghoud dirijo os meus

agradecimentos por toda a informação e esclarecimentos que me prestaram.

Agradeço também a todos os colegas com quem discuti algumas ideias, e que não refiro particularmente para não cometer a injustiça de esquecer algum.

Por fim agradeço à Universidade de Évora, instituição que me acolhe, e que proporcionou os meios para a realização do trabalho.

Capítulo 1

Introdução

O avanço da sismologia tem sido um processo alternado entre a caracterização das propriedades da fonte sísmica, o aperfeiçoamento dos modelos que descrevem a estrutura da terra e a melhoria das técnicas de recepção, registo e análise do sinal sísmico. Um tema fundamental e comum, como ponto de partida, a muitas áreas da sismologia é o da determinação da localização dos sismos naturais. Actividades como o estudo das propriedades das estruturas geológicas, o cálculo de soluções de planos de falha para mecanismo focal, a determinação de falhas activas, a avaliação do risco sísmico, seriam impossíveis sem um delineamento rigoroso das posições das fontes sísmicas. Actualmente, a localização de hipocentros é processada por meio de algoritmos físico-matemáticos de inversão não linear cuja base de informação, para além do modelo de velocidades, são os tempos de chegada das fases P e S a um conjunto de estações sísmicas formando uma rede em operação contínua. O rigor das soluções obtidas por esses algoritmos depende basicamente de três factores: leitura das fases nos sismogramas (*instrumentação*); descrição do percurso do raio sísmico (*modelo de velocidades*); e distribuição geográfica e número de estações usadas na localização (*rede sísmica*). Se o primeiro factor depende claramente da capacidade técnica para registar conjuntamente o sinal sísmico e o tempo de chegada, aspecto que nas últimas duas décadas tem

vindo a ser solucionado com a introdução sistemática da tecnologia digital (que permite resoluções da ordem dos 10^{-2} s), o segundo factor ainda depende da capacidade de realização de campanhas de sismologia experimental cujos dados só começaram a ser melhor interpretados com a utilização dos modernos e poderosos meios de cálculo automático. Em relação ao terceiro factor, distribuição da rede sísmica, apesar dos avanços noutras áreas da sismologia, continua a pautar-se fundamentalmente por critérios empíricos.

O objectivo geral deste trabalho é estudar o problema da planificação de redes de estações sísmicas no contexto das teorias de optimização e, utilizando essa via, desenvolver um algoritmo de cálculo automático que permita determinar a posição que deverão ocupar cada uma das N estações que constituem a rede. As redes assim desenhadas deverão conduzir a localizações precisas (do epicentro e hipocentro) principalmente em zonas da região sísmica onde há maior actividade. Para isso é indispensável possuir-se, pelo menos, algum conhecimento sobre a actividade sísmica daquelas regiões. Mais concretamente, o algoritmo foi desenvolvido segundo uma generalização do critério de optimização-D de Box e Lucas (1959) apresentada por Kijko (1977) e adaptado à contextualização das redes sísmicas locais indicadas para ambientes de micro-sismicidade. Estas redes começaram a ser instaladas um pouco por todo o mundo partir dos anos 60 com o objectivo de alargar os estudos sismológicos ao nível da micro-sismicidade. São redes densas, constituídas por estações muito sensíveis, que se estendem geralmente em regiões limitadas (em áreas com menos de 100×100 Km²). A vantagem da sua utilização está na grande quantidade de dados obtidos, não detectados por redes mais largas. Como estão perto das fontes sísmicas, como são sensíveis a pequenas magnitudes e, como os sismos de baixa magnitude são os mais frequentes (distribuição de Gutenberg-Richter), quando instaladas em regiões com alguma sismicidade geram grande quantidade de dados que poderão ser utilizados para qualquer fim que requeira conhecimento do sinal sísmico.

Um dos propósitos deste trabalho é também a aplicação do algoritmo para o estudo do desenho de uma rede sísmica para uma zona de Portugal Continental, região de Évora, sobre a qual existe informação da sismicidade instrumental, reveladora de actividade sísmica considerável. Os modelos de velocidade utilizados foram obtidos na sequência das várias campanhas de refração sísmica realizadas a partir da década de 70.

Quando, na fase de planificação de uma rede, se pondera a escolha das posições onde instalar cada estação, é inevitável o confronto com restrições de três tipos: fontes de ruído, barreiras físicas que dificultam a acessibilidade às estações e a geometria relativa entre os possíveis epicentros e a rede. Em relação às duas primeiras, as decisões a tomar são evidentes: não instalar estações nem junto a fontes de ruído nem em locais inacessíveis. Em relação à terceira, a experiência tem mostrado que um epicentro pode ser sempre localizado em boas condições, desde que seja detectado pelo menos por três estações que se distribuam uniformemente em torno dele. Para se conseguirem boas estimativas do hipocentro, para além da cobertura azimutal, é ainda necessário haver uma quarta estação instalada a uma distância do epicentro menor que a profundidade focal. Se a rede fosse destinada à localização de um único evento, ou se a densidade de probabilidade de ocorrência de sismos se distribuísse uniformemente por toda a região sísmica, seria fácil desenhar redes utilizando os critérios acima apresentados – critérios empíricos. Todavia, o problema geralmente não se apresenta de forma tão simplista. É-se confrontado com situações em que nem a sismicidade é uniforme nem se concentra num ponto. Nesses casos pretende-se que as redes conduzam a localizações precisas, especialmente nas sub-regiões em que a sismicidade é maior. Esta exigência reúne em si um conjunto tão extenso de variáveis que não é fácil satisfazê-la através dos critérios empíricos. Isto não significa que através desses critérios não se possam conseguir desenhos satisfatórios. A maioria das redes em operação em todo o mundo foram as-

sim projectadas. Inclusivamente, é frequente o recurso aos critérios empíricos para provar o bom funcionamento dos algoritmos de planificação automática, fundamentados em critérios físico-matemáticos, que entretanto tem vindo a ser apresentados.

A necessidade de melhorar a localização dos sismos tem motivado os sismologistas a estudar e desenvolver meios pelos quais se possam extrair desenhos de redes capazes de assegurar a minimização dos erros de localização. As tentativas mais remotas a esse propósito foram empreendidas no Japão por Satô e Skoko (1965). O método apresentado consistia em distribuir aleatoriamente, utilizando o método de Monte Carlo, cinco estações sísmicas sobre uma região quadrada e calcular os erros de localização associados às redes obtidas, para um foco sísmico situado no centro da região. Esses erros eram calculados com base num modelo de propagação das ondas sísmicas muito simplificado e pouco realista. Através da análise de mais de mil distribuições diferentes retiraram uma série de critérios de qualidade para vários tipos de geometria de rede. Estes mesmos autores, Skoko e Satô (1966), apresentam ainda uma generalização do método para uma distribuição uniforme de focos sísmicos. Essa técnica foi ensaiada no estudo da instalação de uma estação extra na rede sísmica nacional que então operava na Jugoslávia (Skoko et al., 1967).

Peters e Crosson (1972), com o objectivo de avaliar a "qualidade" de uma rede desenvolvem um novo método, que denominam *análise previsionial*, para estimar os erros de localização dos eventos sísmicos. Esta abordagem, entretanto generalizada por outros autores (Lilwall e Francis, 1978; Uhrhammer, 1980; Souriau e Woodhouse, 1985; Lindo e Herraiz, 1995) com o propósito de estudar o potencial de localização de diversas redes sísmicas com diferentes simetrias, embora possa aplicar-se à planificação de redes sísmicas, como sustentam os seus autores, não encerra em si nenhum critério explícito que permita o respectivo "desenho". O que permite é avaliar a variação dos erros

de localização hipocentral associados a qualquer configuração de estações. Isto é, caracteriza os erros associados a qualquer rede, mas não contém nenhum critério que permita comparar duas redes e decidir se uma delas é "melhor" que a outra.

Uma outra maneira de resolver o problema da formalização de critérios para o desenho óptimo de redes sísmicas fundamenta-se nos recentes progressos alcançados pela linha de investigação associada à estatística, conhecida por *planificação óptima de experiências* ou *otimização*. Esta disciplina nasceu da dificuldade em planificar, nas melhores condições, experiências para recolha de dados, em situações que envolvem modelos matemáticos complexos. A sua aplicação é vasta. Além das ciências experimentais, encontra lugar em áreas como a indústria e a finança, onde motivações como produtividade e crescimento económico dependem também de modelos complexos. De uma forma muito genérica, a solução para os problemas de otimização consiste em desenvolver critérios baseados nos modelos matemáticos que descrevem o sistema, e, através deles, obter o programa experimental de recolha de dados que optimize as estimativas dos parâmetros do próprio modelo (John e Drapper, 1975). O primeiro critério de otimização foi apresentado por Smith (1918) para um modelo polinomial de p parâmetros, ordem $(p-1)$ e uma só variável. Consistia em encontrar o valor mínimo da variável para o qual a variância do modelo fosse máxima. Esse critério veio mais tarde a ser denominado, por Kiefer e Wolfowitz (1959), por *critério de otimização-G* para ser distinguido de um outro, que entretanto foi apresentado por Wald (1943), e a que chamaram *critério de otimização-D*. O critério de otimização-D de Wald, também para modelos lineares, consiste, segundo a interpretação geométrica dada pelo seu autor, na "minimização do volume da região de confiança dos parâmetros" obtida pela maximização do determinante de uma matriz (matriz de planificação) retirada do próprio modelo. A equivalência entre os dois critérios (G e D) foi provada, tanto

por via experimental (Hoel, 1958), como por via teórica (Kiefer e Wolfwitz, 1959), através do estabelecimento de um teorema. Um problema ainda por resolver dizia respeito às situações de otimização para modelos não lineares; estes modelos são descritos por formalismos matemáticos diferentes e possuem metodologias de inversão também diferentes. O primeiro passo nesse sentido foi dado por Box e Lucas (1959), que deduziram um critério fundamentado no método de inversão. Esse critério tinha o seu espectro limitado a situações, de cálculo de parâmetros, decorrentes de programas experimentais com um número de ensaios igual ao número de parâmetros. Consistia em minimizar a matriz de covariância dos parâmetros, estimados pelo método de inversão, admitindo distribuição gaussiana dos erros de medida e variância constante. Justificaram a sua escolha através de argumentos geométricos. Pela semelhança com o critério de otimização-D de Hoel, também este ficou conhecido pelo mesmo nome. Este critério foi generalizado por Atkinson e Hunter (1968) para situações experimentais em que podia ser admitido um número de variáveis superior ao número de parâmetros do modelo.

A aplicação destes critérios permite encontrar os valores do conjunto particular de variáveis do modelo para o qual, se fixado no programa experimental, os dados recolhidos permitam estimativas precisas de todos os parâmetros do modelo. Porém, em muitas situações experimentais, a atenção do experimentador está dirigida somente à obtenção de parte do conjunto de parâmetros. Nessas situações as otimizações podem ser encaminhadas via generalização do critério de otimização-D de Hill e Hunter (1974).

Os métodos de otimização descritos na literatura estatística não contemplam situações experimentais não passíveis de repetição, isto é, com características aleatórias tal como o que se passa com o fenómeno sísmico. Para dar resposta a esta lacuna, Kijko (1977) apresenta uma reinterpretção do critério de otimização-D de Box e Lucas aplicada à situação sísmica. Esse critério apresenta-se por meio de um funcional que tem um máximo quando as

condições de localidade da rede são as melhores. Para o valor do funcional concorrem: modelo de velocidades, densidade de probabilidade de ocorrência e distribuição geográfica das estações da rede. O valor do funcional pode ser entendido como uma medida (não normalizada) da "qualidade" da rede. Isto é, em determinada contextualização de rede (número de estações, região onde se estende e modelos), a cada distribuição de estações corresponde um valor para o funcional. É como se cada valor do funcional fosse a impressão digital da prestação de cada distribuição. A ideia de pôr este critério a funcionar é conseguir um algoritmo automático (os cálculos são muitos) que procure a distribuição de estações para a qual o funcional tem um valor máximo. É essa a proposta.

Nos capítulos seguintes (capítulos 2 e 3) são apresentados os temas fundamentais que sustentam teoricamente o algoritmo que é o objectivo principal deste trabalho. No capítulo 2 desenvolve-se o problema da inversão em sismologia e introduz-se, como aplicação, a localização de sismos, dando ênfase às principais fontes de erro. É ainda examinada neste capítulo (secção 2.2) a propagação do raio sísmico no interior da terra. Seguidamente (capítulo 3) expõem-se os critérios gerais de optimização, para modelos lineares e não lineares, em situações onde interessa estimar todos ou parte dos parâmetros, dando particular atenção a contextos de modelos não lineares em que a natureza das grandezas objecto de medição não obedecem a leis deterministas.

No capítulo 4 expõem-se as adaptações a operar ao critério geral apresentado no capítulo anterior de forma a ser possível estruturar o algoritmo de cálculo automático capaz de devolver a posição de cada uma das N estações sísmicas que constituem uma rede local optimizada. Na secção 4.3 apresenta-se o esquema geral do algoritmo proposto através do seu fluxograma. Além deste algoritmo de planificação foi ainda desenvolvido um outro que calcula os erros de localização associados às redes obtidas. Através da comparação da distribuição desses erros com a sismicidade da região considerada podem

tirar-se conclusões quanto à qualidade das soluções. Nas últimas secções deste capítulo (secção 4.6) apresentam-se os resultados do conjunto de testes imposto ao algoritmo com o objectivo de avaliar as suas soluções sob os pontos de vista numérico e físico-geométrico. Foram ensaiadas planificações de redes, para situações simples, em que são conhecidas de antemão, através de critérios empíricos, as melhores soluções.

O capítulo 5 é destinado à apresentação dos resultados do estudo do desenho de uma rede sísmica feito para a região de Évora e no capítulo 6 apresentadas as conclusões gerais do trabalho.

Capítulo 2

Inversão e Localização de Sismos

Um acontecimento sísmico é provocado pelo deflagrar de tensões acumuladas numa determinada região do interior da terra, provocando a ruptura dos seus materiais. Ao ponto de ocorrência dessa ruptura designa-se por foco sísmico, constituindo a sua localização a determinação do hipocentro cuja projecção à superfície da terra se designa epicentro.

De todo o conjunto de parâmetros que caracterizam o sismo, há que destacar como muito importantes a sua localização temporal e espacial. A primeira é dada pelo instante t_0 em que ocorreu o evento e a segunda pelas três coordenadas espaciais do hipocentro, latitude, λ_0 , longitude, ϕ_0 , e profundidade h_0 . Em regiões de sismos próximos, onde a superfície terrestre se pode considerar um plano, substituí-se o sistema de coordenadas (λ, ϕ, h) pelo sistema de coordenadas (x, y, z) . Considerando o sistema de coordenadas geográficas, a posição do hipocentro que genericamente se representa pelo vector θ'_o fica definida se conhecidas as suas 3 componentes, isto é,

$$\theta'_o = \begin{pmatrix} \lambda_o \\ \phi_o \\ h_o \end{pmatrix}.$$

A localização completa do hipocentro obtém-se do vector posição θ'_o por adição da coordenada temporal t_0 , constituindo-se assim um novo vector θ_o

que se pode representar por,

$$\theta_o = \begin{pmatrix} t_o \\ \lambda_o \\ \phi_o \\ h_o \end{pmatrix}.$$

O domínio dos métodos físico-matemáticos que permitem a correcta determinação de hipocentros, constitui uma ferramenta fundamental de toda a sismologia. Conhecendo o modelo que corresponde à distribuição de velocidades das ondas sísmicas no interior da terra, aquilo a que se passará a designar por *modelo de velocidades*, e sendo dados a localização do foco sísmico, podem calcular-se os tempos de chegada do raio sísmico a qualquer estação registadora. Este tipo de problemas é o chamado *problema directo*: admite-se conhecido o interior da terra e posição da fonte, para, em seguida se calcularem os tempos de chegada do raio a cada uma das estações sísmicas. O *problema inverso* consiste em comparar as grandezas anteriormente calculadas pelo método directo (os tempos de chegada calculados) com os dados, ou tempos de chegada identificados no sismograma, de modo a melhor conhecer o modelo, isto é, os parâmetros da estrutura interna da terra e da fonte sísmica.

A localização é um problema inverso: comparam-se os valores teóricos dos tempos de chegada das ondas volúmicas com os valores dos tempos observados no sismograma; é do ajuste, segundo um determinado critério, que se determina o hipocentro. De acordo com Menke (1984), a resolução dos problemas directos e inversos processam-se em conformidade com os seguintes esquemas:

Problema directo:

$$\boxed{\text{parâmetros do modelo} \longrightarrow \text{modelo} \longrightarrow \text{previsão de dados}}$$

Problema inverso:

dados \longrightarrow modelo \longrightarrow estimativas dos parâmetros do modelo

Para Tarantola (1987), o método de estudo de qualquer sistema físico S , quer seja uma galáxia para o astrofísico, a terra para o geofísico ou uma partícula quântica para o físico quântico, desenvolve-se segundo a seguinte sequência:

- i) *Parametrização do sistema*: identificação do menor conjunto de parâmetros cujos valores caracterizam completamente o sistema.
- ii) *Problema directo*: considerando um conjunto particular de parâmetros do modelo, determinar, entre as leis físicas conhecidas, aquela cujos resultados obtidos face ao conjunto de parâmetros considerado, melhor se ajusta aos dados disponíveis.
- iii) *Problema inverso*: estimar o valor dos parâmetros do modelo a partir dos dados obtidos experimentalmente.

Embora as técnicas de inversão tenham como objectivo a determinação dos parâmetros do modelo, em certas situações podem também funcionar como meio de melhorar o próprio modelo existente, ou possibilitar a escolha do modelo mais adequado entre o leque das possíveis opções. Neste capítulo apresentar-se-á o problema de inversão, pelo método dos mínimos quadrados, tanto para modelos lineares como para modelos não lineares. Considerar-se-ão situações em que os dados tem distribuição gaussiana e, como aplicação destes métodos, expor-se-á o problema da localização de sismos. Entre o tratamento do problema da inversão e a localização de eventos sísmicos introduzir-se-ão alguns conceitos sobre propagação das ondas sísmicas no interior da terra.

2.1 Modelos lineares

Considerar o modelo linear de N variáveis x_i e p parâmetros $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)^T$ representado genericamente por,

$$y_i = f(\mathbf{x}_i)\boldsymbol{\theta} \quad (2.1)$$

ou na forma matricial

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta} \quad (2.2)$$

em que \mathbf{y} é o vector dos dados, dimensão $(N \times 1)$, \mathbf{X} a matriz de dimensão $(N \times p)$, em que os elementos de cada linha i são os valores de $f(\mathbf{x}_i)$, \mathbf{x}_i o vector das variáveis associado a determinado ensaio i e $\boldsymbol{\theta}$ o vector dos parâmetros do modelo que se pretende determinar, de dimensão $(p \times 1)$. A obtenção dos parâmetros do modelo através de qualquer método de inversão envolve geralmente duas fases: na primeira calculam-se os valores para o conjunto de parâmetros $\boldsymbol{\theta}^{cal}$ (o índice *cal* refere-se a calculado) e na segunda estima-se a precisão das soluções encontradas que é dada pela matriz de covariância, $C(\boldsymbol{\theta})$.

Na sequência da implementação de qualquer "programa experimental" de recolha de dados, na fase do seu tratamento, verifica-se sempre a existência de divergências entre os valores y_i medidos (dados) e os correspondentes valores calculados por resolução do problema directo, y_i^{cal} . À diferença entre esses valores, mediante determinado conjunto de variáveis i (para cada ensaio), chama-se resíduo e define-se por

$$r_i = y_i - y_i^{cal}. \quad (2.3)$$

O somatório do quadrado dos resíduos para todas as N configurações de variáveis consideradas (de todos os ensaios), define uma função, SQR, que é a "Soma do Quadrado dos Resíduos",

$$(SQR) = \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^{cal})^2. \quad (2.4)$$

A estimativa dos parâmetros θ pelo método dos mínimos quadrados é feita mediante a verificação de um critério de extremo: minimização da função soma do quadrado dos resíduos (SQR). A melhor estimativa dos parâmetros é conseguida quando a soma do quadrado dos resíduos de todas as N configurações de variáveis consideradas tiver o menor valor possível. Isto é, quando houver um bom ajuste entre o conjunto dos valores observados e os calculados.

Atendendo a 2.2, a função (SQR) pode ser representada, na forma matricial, por

$$(SQR) = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\theta)^T(\mathbf{y} - \mathbf{X}\theta). \quad (2.5)$$

O cálculo dos parâmetros do modelo é um problema que se resolve na sequência da minimização da função (SQR). Essa minimização pode obter-se através da condição de extremo:

$$\frac{\partial(SQR)}{\partial\theta_q} = 0. \quad (2.6)$$

Utilizando uma nomenclatura mais adequada à resolução de 2.6, 2.5 vem

$$\begin{aligned} (SQR) &= \sum_{i=1}^N \left[y_i - \sum_{j=1}^p X_{ij}\theta_j \right] \left[y_i - \sum_{k=1}^p X_{ik}\theta_k \right] \\ &= \sum_{i=1}^N y_i y_i - 2 \sum_{j=1}^p \theta_j \sum_{i=1}^N X_{ij} y_i + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_j \theta_k \sum_{i=1}^N X_{ij} X_{ik} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Aplicando a condição de extremo 2.6 a 2.7 e derivando termo a termo obtém-se:

primeiro termo- não contém θ , e portanto a sua derivada é nula,

$$\frac{\partial}{\partial\theta_q} \left[\sum_{i=1}^N y_i y_i \right] = 0;$$

segundo termo- tem derivadas do tipo $\partial\theta_i/\partial\theta_j$ e, como os parâmetros são independentes, estas derivadas tem valor unitário ou nulo quando,

respectivamente, $i = j$ e $i \neq j$, isto é, $\partial\theta_i/\partial\theta_j = \delta_{ij}$, logo,

$$\frac{\partial}{\partial\theta_q} \left[-2 \sum_{j=1}^p \theta_j \sum_{i=1}^N X_{ij} y_i \right] = -2 \sum_{j=1}^p \delta_{jq} \sum_{i=1}^N X_{ij} y_i = -2 \sum_{i=1}^N X_{iq} y_i;$$

terceiro termo-

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\theta_q} \left[\sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \theta_j \theta_k \sum_{i=1}^N X_{ij} X_{ik} \right] &= \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p [\delta_{jq} \theta_k + \theta_j \delta_{kq}] \sum_{i=1}^N X_{ij} X_{ik} \\ &= 2 \sum_{k=1}^p \theta_k \sum_{i=1}^N X_{iq} X_{ik}. \end{aligned}$$

Somando os três termos vem,

$$-2 \sum_{i=1}^N X_{iq} y_i + 2 \sum_{k=1}^p \theta_k \sum_{i=1}^N X_{ij} X_{ik} = 0 \quad (2.8)$$

e apresentando este resultado na forma matricial

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\theta} - \mathbf{X}^T \mathbf{y} = 0, \quad (2.9)$$

ou seja,

$$\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}. \quad (2.10)$$

De acordo com Menke (1984), em situações de modelos lineares como o representado por (2.2), os parâmetros calculados através do método de inversão acima exposto terão uma distribuição caracterizada pela matriz de covariância

$$C(\boldsymbol{\theta}^{cal}) = \left[[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \right] C(\mathbf{y}) \left[[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \right]^T. \quad (2.11)$$

Não havendo correlação entre os dados e sendo constante a sua variância, $\sigma_y^2 = C^{te.}$, a matriz de covariância será dada por $C(\mathbf{y}) = \sigma_y^2 \mathbf{I}$. Nestas circunstâncias, atendendo às propriedades conhecidas das matrizes, 2.11 escreve-se,

$$C(\boldsymbol{\theta}) = \sigma_y^2 [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1}. \quad (2.12)$$

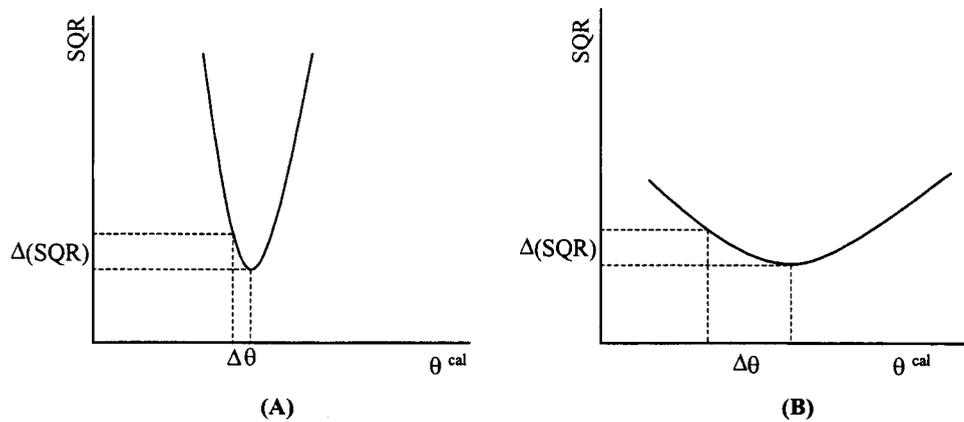


Figura 2.1: Aspectos da função (SQR). Em (A) quando a parábola tem extremo bem pronunciado. Em (B) o extremo pouco pronunciado.

De acordo com 2.4, a função (SQR) pode ser vista como uma parábola no domínio dos parâmetros. Porém, a abertura desta parábola condiciona a exactidão com que os parâmetros podem ser estimados. Se a função (SQR) apresentar um mínimo bastante pronunciado, um pequeno erro na determinação do mínimo da função não terá uma grande repercussão no erro da determinação dos parâmetros θ^{cal} , ver figura 2.1(A). Por outro lado, se o mínimo não for bem pronunciado, mesmo um pequeno erro na determinação do mínimo de (SQR) vai manifestar-se num erro apreciável na determinação dos parâmetros do modelo, ver figura 2.1(B). Para clarificar este problema deve ser feita uma estimativa da inclinação da função (SQR) nas vizinhanças do mínimo. Esta estimativa consegue-se através das segundas derivadas de (SQR).

2.2 Modelos não lineares

Considerar um modelo geral, não linear, com N variáveis representadas pelo vector

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix}$$

e p parâmetros dados pelo vector $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)^T$. Genericamente esse modelo pode ser representado pela função

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p) = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}). \quad (2.13)$$

A determinação dos parâmetros do modelo pelo método dos mínimos quadrados consiste, como se viu na secção anterior, em procurar o valor dos p parâmetros que minimizem a função (SQR)

$$\min(SQR) = \sum_{i=1}^N [y_i - y_i^{cal}]^2. \quad (2.14)$$

Para modelos não lineares a procura dos parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ que minimizam 2.14 é feita por métodos iterativos. Fixada determinada configuração de variáveis \mathbf{x} , o processo é iniciado com um conjunto inicial de parâmetros $\boldsymbol{\theta}^*$. A escolha destes parâmetros iniciais deve ser feita com cuidado, quanto mais próximos estiverem do valor real melhor. Pois, como se verá mais à frente, a diferença entre uma "boa" solução e uma "má" solução pode depender desta opção inicial. Este conjunto de parâmetros é actualizado em cada iteração mediante a actuação de uma pequena perturbação escolhida de forma a minimizar (SQR). A escolha da perturbação em cada iteração passa pela linearização do modelo 2.13, em torno do ponto definido pelos parâmetros. Pelo teorema de Taylor, a expansão de primeira ordem em torno de $\boldsymbol{\theta}_n^{cal}$ vem

$$f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \simeq f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_n^{cal}) + \nabla f [\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_n^{cal}] + \dots, \quad (2.15)$$

em que ∇f é o gradiente de $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$, com as derivadas calculadas no ponto definido pelos parâmetros da iteração n , $\boldsymbol{\theta}_n$. São desprezados os termos de ordem superior à primeira. Assim, definindo

$$X_{ij} = \left. \frac{\partial f(x_i, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \right|_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_n}, \quad (2.16)$$

com $i = 1, 2, \dots, N$ e $j = 1, 2, \dots, p$ em que

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{11} & \cdots & X_{1p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{N1} & \cdots & X_{Np} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

e, assumindo $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{y}$, 2.15 toma a forma

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_n^{cal} + \mathbf{X}\delta\boldsymbol{\theta}_{(n+1)} \quad (2.18)$$

onde $\delta\boldsymbol{\theta}_{(n+1)} = [\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_n^{cal}]$. Considerando o vector resíduo da iteração n dado por $\mathbf{r}_n = [\mathbf{y} - \mathbf{y}_n^{cal}]$, 2.18 vem

$$\mathbf{r}_n = \mathbf{X}\delta\boldsymbol{\theta}_{(n+1)}. \quad (2.19)$$

Os parâmetros das iterações seguintes são então calculados por

$$\boldsymbol{\theta}_{(n+1)} = \boldsymbol{\theta}_n + \delta\boldsymbol{\theta}_{(n+1)}. \quad (2.20)$$

Portanto, de acordo com o exposto, em cada iteração ter-se-ão de estimar os valores da perturbação $\delta\boldsymbol{\theta}_{n+1}$. Esses valores serão encontrados por inversão do modelo linear 2.19 pelo método dos mínimos quadrados para modelos lineares. Assim, aplicando 2.10 a 2.19, vem

$$\delta\boldsymbol{\theta}_{(n+1)} = [\mathbf{X}\mathbf{X}^T]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{r}_n. \quad (2.21)$$

Se a inversão for iniciada com um conjunto preliminar de parâmetros $\boldsymbol{\theta}^*$, a primeira fase do processo consiste em determinar \mathbf{y}^{cal} , por resolução do problema directo aplicado ao modelo 2.13. Depois, a partir do correspondente conjunto de dados \mathbf{y} , obtido experimentalmente, calcular-se-á o vector

r_0 . Conhecido r_0 e calculado $\mathbf{X}|_{\theta=\theta_0}$, por inversão linear de 2.19 calcula-se a perturbação $\delta\theta_1$. O passo seguinte é obter o novo conjunto de parâmetros θ_1 determinado por 2.20. O processo continua por esta ordem até ser atingida a convergência. Considera-se atingida a convergência a partir da iteração em que o valor da função (SQR) for inferior a um limite imposto pelo experimentador, o critério de convergência. Este método iterativo de inversão designa-se por "método dos mínimos quadrados" porque tem como critério a minimização da função "soma do quadrado dos resíduos". Também é conhecido por método de Gauss-Newton.

A linearização do modelo 2.13 nos pontos da vizinhança de θ garante a independência linear de $\frac{\partial f(x_i, \theta)}{\partial \theta_j}$, isto é, de \mathbf{X} . Tal garantia permite considerar uniformidade na distribuição dos erros, uma vez que as derivadas do modelo em ordem a qualquer parâmetro não depende dos valores dos outros parâmetros. Se também se admitir que os erros de medida dos observáveis têm uma distribuição gaussiana de variância constante σ_y^2 , a matriz de covariância dos parâmetros estimados por este método será aproximadamente dada pela covariância de 2.21,

$$C(\theta) = \sigma_y^2 [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \quad (2.22)$$

Para modelos lineares, é relativamente simples estabelecer critérios de convergência e determinar a solução do problema. Contrariamente, para modelos não lineares é frequente existir uma multiplicidade de soluções que verifiquem 2.14. Por isso, a escolha de uma solução é, por vezes, uma decisão difícil. Em relação a esta questão podem ser identificados três aspectos relacionados com dificuldades na obtenção da solução:

- a) se a função (SQR) apresentar apenas um mínimo, como nos casos de modelos lineares, então a solução é única; porém, nos modelos não lineares de dois ou mais parâmetros, geralmente há uma pluralidade

de mínimos locais, podendo a convergência recair sobre qualquer um deles (ver figura.2.2); para estas situações existem técnicas gráficas que permitem levantar a indeterminação.

- b) outra dificuldade identificada neste método iterativo de inversão tem a ver com o facto do modelo de linearização usado ser apenas "sensível" para uma extensão pequena da função (SQR); como a linearização é feita na vizinhança de determinados pontos do domínio dos parâmetros, aproximando o resto da superfície da função (SQR) a uma parábola tangente àquela superfície no ponto θ_n , os parâmetros da iteração seguinte $\theta_{(n+1)}$ encontram-se no mínimo daquela parábola, ver figura 2.2.

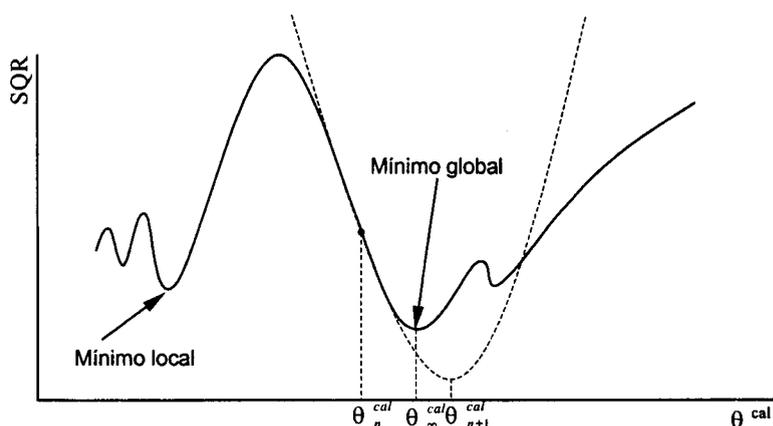


Figura 2.2: O mínimo global da função SQR (curva a cheio) é determinado por várias inversões lineares. Em cada inversão linear é calculado o mínimo da parábola tangente a SQR na vizinhança de θ_n .

- c) por fim, outro factor que pode determinar o sucesso do método é a escolha do conjunto preliminar de parâmetros, θ_0 ; se os parâmetros iniciais não estiverem muito afastados dos valores reais, então, a probabilidade de convergência no mínimo absoluto ou muito perto dele é



grande. Contrariamente, uma escolha inadequada de parâmetros iniciais poderá conduzir a convergência num mínimo local ou mesmo num máximo, pois este também obedece à condição de extremo.

O método iterativo de inversão que acabou de ser exposto, e que costuma ser designado por método de Gauss-Newton, permite resolver um conjunto de problemas envolvendo modelos não lineares entre os quais se inclui a localização de sismos. Quando se lhe dá essa aplicação há que considerar as particularidades do modelo não linear, concebido para explicar a propagação das ondas sísmicas no interior da terra. Desse modelo é extraída toda a informação necessária para resolver o problema, nomeadamente as derivadas 2.16 sobre as quais se edifica todo o processo de cálculo dos parâmetros e da precisão das soluções obtidas.

2.3 Propagação das ondas sísmicas

Quando uma família (P, S...) de ondas sísmicas atravessa uma superfície entre dois meios homogêneos diferentes (superfície de descontinuidade), tem um comportamento semelhante ao dos raios luminosos na passagem entre meios de índices de refração diferentes, isto é, são refractadas de acordo com a lei de Snell. Por aplicação desta lei pode encontrar-se o caminho seguido pelas ondas sísmicas através de uma sucessão de camadas homogêneas, bastando para isso aplicá-la em cada superfície de descontinuidade. Aumentando o número de camadas e reduzindo a sua espessura consegue-se uma aproximação ao meio contínuo.

Considere-se então um conjunto de camadas geológicas homogêneas separadas por superfícies planas e paralelas, como mostra a figura 2.3. i_1 é o ângulo de incidência de uma onda na superfície de separação entre o meio 1 e 2 e j_1 o ângulo de refração na mesma superfície. v_1 e v_2 são as velocidades de propagação dessa onda sísmica, respectivamente, nos meios 1 e 2. De

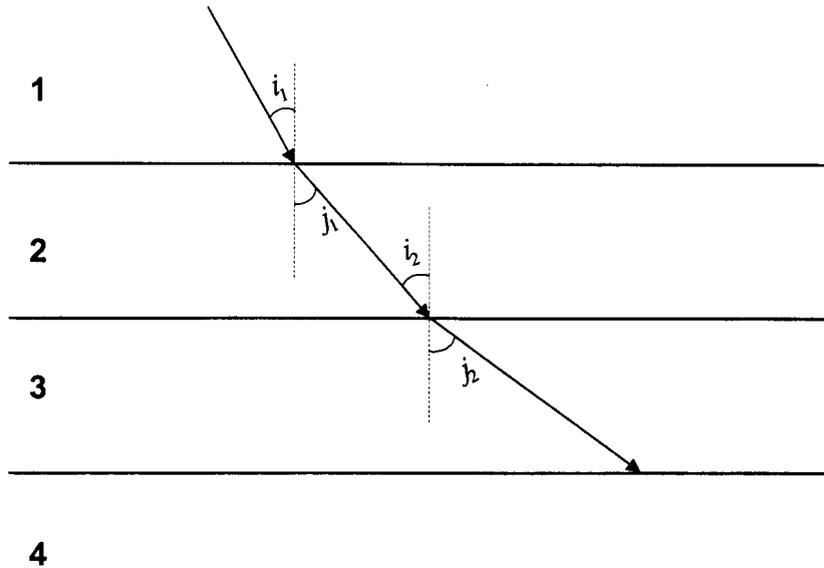


Figura 2.3: Propagação de uma onda sísmica através de um meio de interfaces paralelas

acordo com a lei de Snell,

$$\frac{\text{sen } i_1}{v_1} = \frac{\text{sen } j_1}{v_2}. \quad (2.23)$$

Como as interfaces são paralelas, o ângulo de refração de um meio é igual ao ângulo de incidência no meio seguinte, conforme se pode observar na figura 2.3. Assim, $j_1 = i_2$ pelo que 2.23 toma a forma,

$$\frac{\text{sen } i_1}{v_1} = \frac{\text{sen } i_2}{v_2}. \quad (2.24)$$

Uma importante consequência de 2.24 é que a quantidade $\frac{\text{sen } i}{v}$ é constante em todo o percurso da onda sísmica e por isso um parâmetro conveniente para a sua descrição. A essa quantidade costuma chamar-se *parâmetro p da radiação*.

A lei de Snell pode igualmente ser aplicada a meios com simetrias mais complicadas que a de interfaces paralelas uma vez que a refração é determinada apenas pelas propriedades da vizinhança. Nestes casos, a lei de

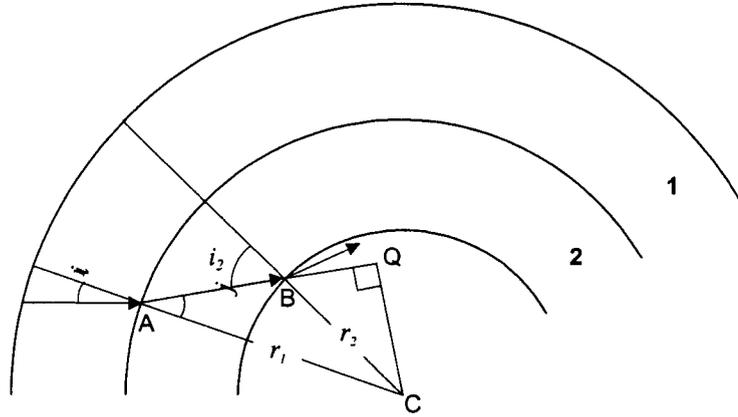


Figura 2.4: Representação da propagação de uma onda sísmica através da fronteira de duas camadas homogêneas de simetria esférica.

Snell aplica-se aos planos tangentes às superfícies de velocidade de onda constante. Considerar um modelo de terra esférico, formado por uma sucessão de camadas homogêneas também esféricas e concêntricas. Quando uma onda sísmica, por exemplo uma onda P, se propaga através desse modelo, ver figura 2.4, é refractada sempre que encontra uma superfície de descontinuidade. Considerando v_1 a velocidade de propagação dessa onda sísmica no meio 1 e v_2 a velocidade no meio 2, da lei de snell vem,

$$\frac{\text{sen } i_1}{v_1} = \frac{\text{sen } j}{v_2}. \quad (2.25)$$

e atendendo a que, ver figura 2.4,

$$\text{sen } j = \frac{\overline{QC}}{\overline{AC}} \quad (2.26)$$

$$\text{sen } i_2 = \frac{\overline{QC}}{\overline{BC}} \quad (2.27)$$

de 2.26 e 2.27 tira-se que,

$$\text{sen } j = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \text{sen } i_2 \quad (2.28)$$

substituindo 2.28 em 2.25 vem,

$$\frac{\text{sen } i_1}{v_1} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \frac{\text{sen } i_2}{v_2}$$

pondo $\overline{AC} = r_1$ e $\overline{BC} = r_2$, vem,

$$\frac{r_1 \text{ sen } i_1}{v_1} = \frac{r_2 \text{ sen } i_2}{v_2} \quad (2.29)$$

Então, para um modelo de terra esférico, como o que foi admitido, a tal quantidade que caracteriza o percurso da onda sísmica por se conservar em toda a sua extensão — o *parâmetro p da radiação* — toma agora a forma,

$$p = \frac{r \text{ sen } i}{v}. \quad (2.30)$$

Sendo p um parâmetro tão importante para a caracterização das ondas sísmicas é indispensável que possa ser calculado de uma forma expedita a partir das ferramentas disponíveis ao sismologista.

Considerar a figura 2.5. Uma onda sísmica de parâmetro p propaga-se durante um intervalo de tempo T entre dois pontos P e P' separados de uma distância angular Δ . Adjacente a ela propaga-se outra da mesma família, com parâmetro $p + dp$ entre Q e Q' , que durante o intervalo de tempo $T + dT$ percorre a distância angular $\Delta + d\Delta$. \overline{PN} é perpendicular à direcção de propagação da onda que se desloca entre Q e Q' , em N ; de acordo com a figura 2.5 tem-se:

$$\text{sen } i_o = \frac{QN}{PQ},$$

mas como $QN = \frac{1}{2}(v \cdot dt)$ e $PQ = \frac{1}{2}d\Delta \cdot r$,

$$\text{sen } i_o = \frac{vdT}{rd\Delta}$$

atendendo a 2.30 vem

$$p = \frac{r \text{ sen } i_o}{v} = \frac{dT}{d\Delta}. \quad (2.31)$$

Desta equação conclui-se que através do conhecimento da variação de T com Δ se pode determinar p , isto é, $p = f(T(\Delta))$. Então, o parâmetro p da

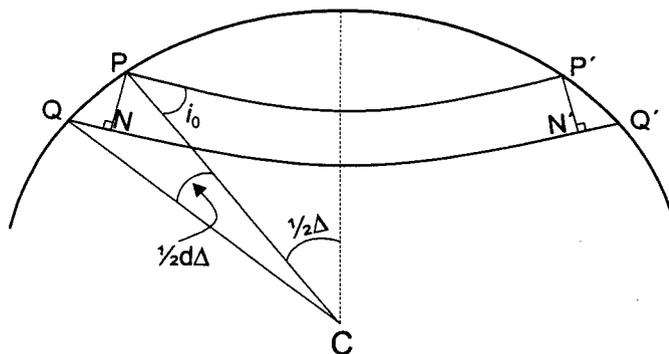


Figura 2.5: Propagação de duas ondas sísmicas muito próximas

radiação poderá ser encontrado, por exemplo, a partir de tabelas ou gráficos de tempo de propagação das ondas sísmicas em função da distância. Outro processo de o determinar é através de métodos numéricos que permitam calcular a derivada $\frac{dT}{d\Delta}$, processo actualmente mais utilizado devido ao desenvolvimento do cálculo automático.

Derivadas do tempo de propagação em relação às coordenadas hipocentrais t_0 , λ_0 , ϕ_0 e h_0 .

Na geometria representada na figura 2.6, H representa o hipocentro e S uma estação; HS o percurso seguido por uma onda sísmica que se propaga entre H e S ; i o ângulo de incidência dessa onda à saída do hipocentro; E representa o epicentro; ES o menor arco sobre a superfície terrestre que une E a S e AZ o ângulo formado entre os planos ECS e $SCNorte$ — azimute de E .

Um pequeno desvio dt_0 na origem dos tempos irá manifestar-se igualmente numa variação de dT no tempo de propagação previsto para as ondas

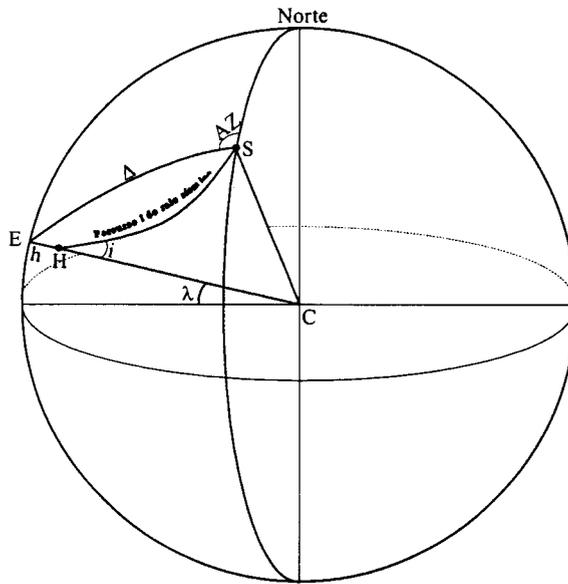


Figura 2.6: Propagação de uma onda sísmica entre o hipocentro H e uma estação S afastada do epicentro de uma distância Δ .

sísmicas, por isso,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 1. \quad (2.32)$$

Introduzindo uma variação $d\lambda_0$ à latitude do hipocentro H, este é desviado de uma distância $r d\lambda$, provocando uma diminuição $dl = r d\lambda \sin AZ \sin i$ no percurso da onda. Assim, o tempo de propagação varia de um valor $dT = -\frac{dl}{v(r)}$, então,

$$\frac{\partial T}{\partial \lambda} = -\frac{r \sin i}{v(r)} \sin AZ$$

atendendo a 2.31 vem

$$\frac{\partial T}{\partial \lambda} = -\frac{\partial T}{\partial \Delta} \sin AZ \quad (2.33)$$

Se for conhecido o parâmetro $p (= \frac{\partial T}{\partial \Delta})$ da radiação e o azimute da estação, pode, por 2.33 calcular-se a contribuição dada por uma pequena variação de latitude $d\lambda$ para a variação do tempo de propagação dT_i^P , .

A variação $d\phi$ na longitude, desloca o hipocentro uma distância $r d\phi$ na direcção perpendicular ao plano ECNorte provocando uma variação no percor-

so da radiação de $dl = rd\phi \cos AZ \sin i$ e portanto um conseqüente aumento do tempo de propagação dado por

$$dT = -\frac{dl}{v(r)} = -\frac{rd\phi \cos AZ \sin i}{v(r)}$$

por 2.31 vem,

$$\frac{\partial T}{\partial \phi} = -\frac{\partial T}{\partial \Delta} \cos AZ \quad (2.34)$$

Um aumento de dh na profundidade do hipocentro provoca uma variação em T_i^P de

$$dT = -\frac{\cos i}{v(r)} dh$$

logo,

$$\frac{\partial T}{\partial h} = -\frac{\cos i}{v(r)}$$

atendendo a 2.30 e à relação fundamental da trigonometria, tira-se

$$\cos i = \frac{\sqrt{r^2 - p^2 v^2}}{r}$$

então,

$$\frac{\partial T}{\partial h} = -\frac{\sqrt{r^2 v^{-2} - p^2}}{r}. \quad (2.35)$$

Calculado o parâmetro p da radiação, que, como se mostrou em 2.31, é equivalente a calcular as derivadas do tempo de propagação em relação à distância que separa o hipocentro das estações, e conhecendo também azimute de cada estação que se obtém através de trigonometria elementar, por 2.33 e 2.34 determinam-se parte das derivadas derivadas que constituem a matriz 2.17, indispensáveis para calcular os parâmetros de localização da fonte. As derivadas que faltam para construir essa matriz são dadas respectivamente por 2.32 e 2.35. Na prática a dificuldade está em obter os valores das derivadas $\frac{\partial T}{\partial \Delta}$ e $\frac{\partial T}{\partial h}$. Para resolver esse problema existem actualmente algumas rotinas de cálculo automático que, utilizando modelos de propagação como o exposto, devolvem as derivadas para qualquer distância considerada e para

qualquer profundidade focal. Uma das rotinas mais utilizadas para esse fim é a rotina TRVDRV do programa de localização HYPO71 que será utilizada neste trabalho.

Na secção seguinte apresentar-se-á a aplicação do método de Gauss-Newton à situação da localização de hipocentros, denominado neste contexto por método de Geiger.

2.4 Localização de sismos

O problema da localização dos focos sísmicos consiste em estimar a posição e o instante em que o sismo ocorreu e determinar a precisão com que essas estimativas foram obtidas. Por outras palavras, consiste em estimar as componentes do vector $\theta = (t_0, \lambda_0, \phi_0, h_0)$ e os erros associados. Essa estimativa constitui um problema típico de inversão não linear que pode ser resolvido pelo método dos mínimos quadrados apresentado na secção 2.2, feitas as devidas adaptações. Assim, há que identificar claramente as várias partes que constituem a informação necessária para que o problema possa ser resolvido: *dados*, *variáveis* e *modelo*. No caso presente, em que se pretendem estimar os parâmetros de localização de sismos, conhecendo os instantes de chegada das ondas sísmicas a um conjunto de estações dispostas sobre a superfície terrestre, as informações necessárias são:

- a) os registos dos instantes de chegada das fases P e S, t_i^P e t_i^S ($i = 1, 2, \dots, N$), às N estações sísmicas envolvidas na localização; esses instantes constituem os dados ou observáveis. Para que o sismo possa ser localizado com sucesso é necessário que seja registado inequivocamente pelo menos por 4 estações, isto é, $m \geq N$, em que m é o número de parâmetros a estimar (os 4 parâmetros hipocentrais) e N o número de estações que fizeram registos do sismo.

- b) a posição exacta das N estações consideradas. A posição de cada estação i fica caracterizada pelo vector $\mathbf{x}_i = (\lambda_i, \phi_i)$, em que λ_i e ϕ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) são as coordenadas geográficas da estação;
- c) o modelo que, no caso corrente e atendendo à não linearidade do problema, consiste num conjunto de procedimentos matemáticos (analíticos e numéricos) através dos quais é possível resolver o problema directo, isto é, a previsão do tempo de propagação das ondas sísmicas entre o foco e qualquer estação sísmica; genericamente este modelo poderá representar-se por

$$T_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}) \quad (2.36)$$

em que T_i é o tempo de propagação das ondas (P ou S) entre o foco localizado em $\boldsymbol{\theta}$ e a estação sísmica situada em \mathbf{x}_i .

A aplicação do modelo 2.36 a cada situação concreta está condicionada por dois factores: "geometria da rede" e "modelo de velocidades". Entende-se por "geometria da rede" a geometria definida pela posição relativa entre o conjunto de estações envolvidas na localização e o foco sísmico e por "modelo de velocidades" a velocidade das ondas sísmicas no interior da terra. O modelo de velocidades habitualmente assumido considera a crosta terrestre constituída por uma sucessão de camadas homogéneas, separadas por superfícies planas e paralelas entre si, em que a velocidade de propagação das ondas é constante em cada camada. A conjugação destes dois factores permite caracterizar o percurso seguido pelas ondas sísmicas entre o foco e a estação, do qual depende o tempo de propagação que se pretende calcular.

Como foi notado na secção 2.2, a estimativa dos parâmetros de modelos não lineares, neste caso os parâmetros hipocentrais t_0 , λ_0 , ϕ_0 e h_0 , pelo método de inversão dos mínimos quadrados requer que seja fixado um conjunto preliminar de parâmetros, $\boldsymbol{\theta}_0$, ainda que pouco preciso. Esse conjunto

de parâmetros é depois corrigido através de aplicações sucessivas de pequenas perturbações $\delta\theta$. É um método iterativo que corrige em cada iteração (n), o valor dos parâmetros considerados na iteração anterior ($n - 1$), por aplicação de pequenas perturbações $\delta\theta_n$ calculadas em cada iteração (n): $\theta_n = \theta_{(n-1)} + \delta\theta_n$. O cálculo da perturbação considerada, $\delta\theta_n$, é feito por inversão do modelo 2.36 linearizado (expansão em série de Taylor de primeira ordem) em torno do ponto definido pelo conjunto de parâmetros encontrados na iteração anterior, em torno de $\theta_{(n-1)}$. Esse processo iterativo continua até ser encontrado um conjunto de parâmetros que conduza a um bom ajuste entre os tempos de propagação observados, T_i , e os correspondentes tempos calculados por resolução do problema directo, T_i^{cal} , isto é, até haver convergência.

2.4.1 Localização preliminar

Na prática, a localização de sismos é feita em duas fases distintas. Na primeira dessas fases é feita uma localização provisória que, embora pouco exacta, tem a função fixar um conjunto inicial de parâmetros θ_0 , indispensável como ponto de partida da segunda fase. Nessa segunda fase, por correcções à localização provisória, será encontrada a localização definitiva do hipocentro, agora de uma forma precisa. Estão descritos na literatura, Bullen (1963), Gubbins (1990), Eaton (sem data), Lee e Stewart (1981), várias técnicas simples de determinar estas localizações preliminares. Todas essas técnicas utilizam o intervalo de tempo entre os instantes de chegada das ondas P e S a cada estação, como base para a localização preliminar. Representando por t_i^S o instante de chegada das ondas S à estação i e por t_i^P o instante da chegada das ondas P a essa estação, o intervalo de tempo será dado por, $T_i^{S-P} = t_i^S - t_i^P$. Um dos métodos utilizado consiste em obter as distâncias aproximadas de cada estação i , Δ_i ao epicentro através da consulta de tabelas de diferenças de tempo de propagação S-P, $(T_i^S - T_i^P)$ em função

da distância. Conhecida a distância de cada estação ao epicentro, por triangulação, determina-se aproximadamente o local do epicentro. Em vez de tabelas, podem utilizar-se gráficos $T(\Delta)$, como o representado na figura 2.7, para se obter a distância de cada estação ao epicentro. Lee e Stewart (1981) apresenta a expressão,

$$\Delta_i = \frac{V_P V_S}{V_P - V_S} T_i^{S-P} \quad (2.37)$$

como meio de obter as distancias epicentrais, Δ_i , a partir do intervalo de tempo, T_i^{S-P} . V_P representa o valor médio (estimado) da velocidade das ondas P, na região considerada, e V_S a velocidade das ondas S. Considerando como valor típico da velocidade das ondas P, 6Km/s, e das ondas S o valor de 3.33Km/s, a distância Δ em quilómetros é cerca de 7.5 vezes o intervalo T_i^{S-P} medido em segundos. Conhecido pelo menos a distância epicentral em três estações, o epicentro situa-se na intercepção das circunferências que tem como centro as estações e raio a respectiva distancia epicentral. A origem dos tempos, t_0 é obtida pela diferença entre o instante de chegada das ondas P a uma das estações, t_i^P e o tempo de propagação dessas ondas do foco à estação, isto é $t_0 = t_i^P - T_i^P$, em que o tempo de propagação das ondas P entre o foco e estação é dado por $T_i^P = \Delta_i/V_P$.

2.4.2 Correção da localização

A localização de sismos por aplicação do método iterativo de Gauss-Newton constitui um método que, embora clássico, ainda hoje é o mais utilizado. É o método usado nos algoritmos dos programas de cálculo automático. Este método, que em geral é denominado por método de Gauss-Newton, é conhecido em sismologia pelo nome de método de Geiger. A formulação do método de Geiger que se irá apresentar é uma adaptação de Lee e Stewart (1981) e Gibowicz e Kijko (1994).

Conhecidos os instantes de chegada t_1, t_2, \dots, t_n das ondas P provenientes

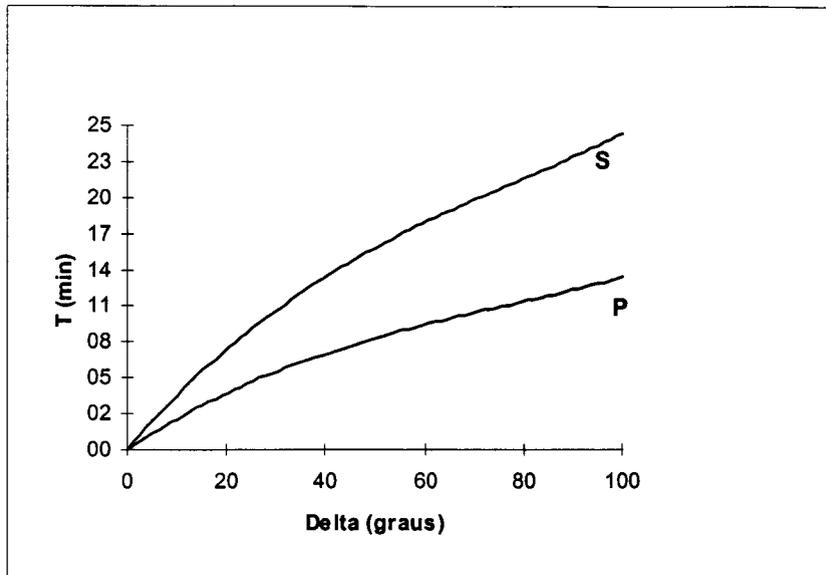


Figura 2.7: gráfico do tempo de propagação das ondas P e S em função da distância ao foco sísmico, para focos situados na superfície terrestre.

de um sismo e registados pelas N estações da rede e uma localização preliminar, a estimativa definitiva dos parâmetros hipocentrais pelo método Geiger, consiste em encontrar sucessivas perturbações $\delta\theta$ dos parâmetros hipocentrais que conduzam à minimização da função,

$$F(\theta) = \sum_{i=1}^N r_i^2. \quad (2.38)$$

r_i representa a diferença entre o instante de chegada das primeiras ondas sísmicas registadas na estação i e o correspondente instante calculado por resolução do problema directo. A essa diferença costuma designar-se por resíduo,

$$r_i = t_i - (t_0 + T_i). \quad (2.39)$$

Como o valor do tempo de propagação T_i entre o hipocentro e a estação i depende, entre outros factores, da posição θ' do epicentro que se considere, uma forma mais informativa de o representar será por $T_i(\theta')$.

Representando as várias grandezas referidas em notação matricial:

tem-se, o vector dos dados, cujas componentes são os instantes de chegada das ondas P registados nas estações,

$$\mathbf{t} = \begin{pmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \end{pmatrix},$$

o vector dos tempos de propagação calculados,

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}') = \begin{pmatrix} T_1(\boldsymbol{\theta}') \\ \vdots \\ T_N(\boldsymbol{\theta}') \end{pmatrix},$$

os novos parâmetros hipocentrais encontrados

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{pmatrix} t_0 \\ \lambda_0 \\ \phi_0 \\ h_0 \end{pmatrix} \text{ e } \boldsymbol{\theta}' = \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \phi_0 \\ h_0 \end{pmatrix}$$

e o vector dos parâmetros hipocentrais preliminares, que vão sendo actualizados em cada nova iteração,

$$\boldsymbol{\theta}^* = \begin{pmatrix} t_0^* \\ \lambda_0^* \\ \phi_0^* \\ h_0^* \end{pmatrix}.$$

À medida que o processo decorre, cada vez que for encontrado novo conjunto de parâmetros hipocentrais, $\boldsymbol{\theta}$, esse novo conjunto passa a ser considerado o conjunto preliminar, $\boldsymbol{\theta}^*$, que ao ser perturbado por $\delta\boldsymbol{\theta}$ dará origem a um novo conjunto de parâmetros. Utilizando esta nomenclatura, as equações 2.38 e 2.39 tomam, respectivamente, a forma,

$$F(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{r}^T \mathbf{r} \quad (2.40)$$

e

$$\mathbf{r} = \mathbf{t} - t_0 \mathbf{I} - \mathbf{T}(\boldsymbol{\theta}') \quad (2.41)$$

em que \mathbb{I} é um vector coluna de dimensão $(N \times 1)$ cujas componentes tem valor unitário.

Da localização preliminar do foco sísmico ficaram determinados, embora com baixa precisão, a localização do hipocentro, o instante de ocorrência do sismo e o conjunto de tempos de propagação das ondas P entre o foco e cada estação sísmica. O método Geiger começa com a determinação da primeira perturbação $\delta\theta = (\delta t_0, \delta\lambda_0, \delta\phi_0, \delta h_0)^T$ que, aplicada ao vector θ^* estimado preliminarmente, conduza o vector dos parâmetros hipocentrais para o novo valor,

$$\theta = \theta^* + \delta\theta \quad (2.42)$$

o qual constitui a uma melhor estimativa. A derminação dessa perturuação envolve a linearização do modelo $T_i(\theta')$ em torno do ponto definido por θ^* e inversão modelo linearizado. Essa linearização é obtida por expansão de $T_i(\theta')$ em série de Taylor de primeira ordem,

$$T_i(\theta') \simeq T_i(\theta^*) + \delta t_0 + \frac{\partial T_i}{\partial \lambda_0} \delta \lambda_0 + \frac{\partial T_i}{\partial \phi} \delta \phi_0 + \frac{\partial T_i}{\partial h} \delta h_0. \quad (2.43)$$

Considerando que $T_i(\theta')$ representa o tempo de propagação medido e $T_i(\theta^*)$ o correspondente tempo calculado, vem,

$$r_i = \delta t_0 + \frac{\partial T_i}{\partial \lambda_0} \delta \lambda_0 + \frac{\partial T_i}{\partial \phi} \delta \phi_0 + \frac{\partial T_i}{\partial h} \delta h_0 \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (2.44)$$

Voltando à notação matricial, o sistema de equações lineares 2.44, toma a forma

$$\mathbf{X}\delta\theta = \mathbf{r} \quad (2.45)$$

que representa um modelo linear com \mathbf{r} a simbolizar o conjunto dos dados, $\delta\theta$ os parâmetros do modelo que se procuram e \mathbf{X} uma matriz dada por

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\partial T_1}{\partial \lambda_0} & \frac{\partial T_1}{\partial \phi_0} & \frac{\partial T_1}{\partial h_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{\partial T_N}{\partial \lambda_0} & \frac{\partial T_N}{\partial \phi_0} & \frac{\partial T_N}{\partial h_0} \end{pmatrix}. \quad (2.46)$$

As derivadas parciais de 2.46 são calculadas no ponto θ^* . Os valores da perturbação $\delta\theta$ são estimados por inversão linear de 2.45, pelo método dos mínimos quadrados descrito na secção 2.1, que, de acordo com 2.10 são dados por,

$$\delta\theta = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{r}. \quad (2.47)$$

Uma vez encontrado o valor de $\delta\theta$ na primeira iteração, por aplicação de 2.42, será encontrado um novo vector de parâmetros hipocentrais que constitui uma melhor estimativa. Esse novo valor passa a ser considerado θ^* . O processo repete-se pela mesma ordem com que começou até ser encontrado, ao fim de alguns ciclos, um conjunto de parâmetros hipocentrais que conduzam a um valor de 2.38 inferior a um limite imposto. Esse valor chama-se critério de convergência. Lee e Stewart (1981) sistematizam a localização de hipocentros pelo método de Geiger através dos seguintes passos:

- (1) Localização preliminar da posição do hipocentro $(\lambda_0^*, \phi_0^*, h_0^*)$ e instante em que o evento ocorreu. (t_0^*) .
- (2) Cálculo do tempo de propagação T_i e as suas derivadas parciais, $\frac{\partial T_i}{\partial \lambda_0}$, $\frac{\partial T_i}{\partial \phi_0}$, $\frac{\partial T_i}{\partial h_0}$ estimadas em $(\lambda_0^*, \phi_0^*, h_0^*)$, para o conjunto de estações da rede.
- (3) Por aplicação de (2.47), determinação das perturbações hipocentrais, δt_0 , $\delta \lambda_0$, $\delta \phi_0$, δh_0 .
- (4) Cálculo dos novos parâmetros hipocentrais por aplicação de (2.42), isto é, $t_0 = t_0^* + \delta t_0$, $\lambda_0 = \lambda_0^* + \delta \lambda_0$, $\phi_0 = \phi_0^* + \delta \phi_0$, $h_0 = h_0^* + \delta h_0$. Os valores dos novos parâmetros hipocentrais passarão a substituir os encontrados preliminarmente.
- (5) Repetição dos passos (2) a (5) enquanto o critério de convergência não for atingido. Quando o critério se verificar, considera-se como localização definitiva a última estimativa que foi transformada em preliminar, isto é, $t_0 = t_0^*$, $\lambda_0 = \lambda_0^*$, $\phi_0 = \phi_0^*$, $h_0 = h_0^*$.

Na localização por este método subsistem algumas dificuldades que condicionam a "qualidade" das soluções. Essas dificuldades relacionam-se com a adequação de a) *modelo de velocidades* e b) *localização preliminar*.

a) *Modelo de velocidades*

O problema directo (cálculo dos tempos de propagação) exige o conhecimento do modelo de velocidades da região. Se esse modelo for pouco preciso, isto é, se não permitir descrever um percurso realista do raio sísmico, os valores dos tempos de propagação calculados vem afectados de erro. Assim sendo, quando nas fases seguintes do processo se procuram as coordenadas do hipocentro que conduzam a um bom ajuste dos tempos de propagação medidos com os calculados, como os tempos calculados não apresentam os valores que deveriam ter, tal ajuste vai acontecer (convergir) para uma posição do hipocentro deslocada da posição real. Para evitar este problema, existem métodos de inversão integrados que ajustam o modelo de velocidades à medida que calculam os parâmetros de localização hipocentral.

b) *Localização preliminar*

Atendendo à não linearidade do modelo 2.36, a função "Soma do Quadrado dos Resíduos", $F(\theta)$, apresenta um conjunto de mínimos locais. Como a linearização é feita na vizinhança de determinados pontos dos parâmetros hipocentrais, é apenas "sensível" apenas a uma pequena extensão da função 2.40, aproximando o resto da superfície dessa função a uma parábola tangente àquela superfície, encontrando-se os parâmetros da iteração seguinte no mínimo dessa parábola. Ora, se a localização preliminar se encontrar muito afastada da posição real do hipocentro, como a

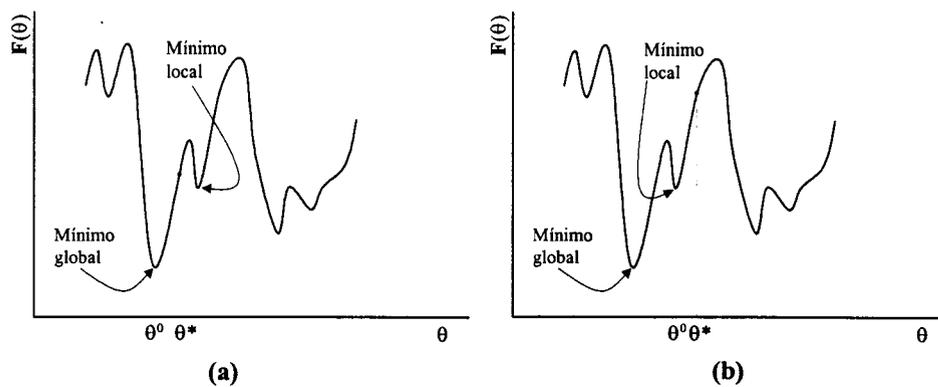


Figura 2.8: Em (a), escolhida a localização preliminar θ^* , o método converge numa localização definitiva θ^0 que corresponde ao mínimo global da função $F(\theta)$. Em (b), escolhida outra localização preliminar assinalada por θ^* , o método vai convergir no mínimo local θ^0 .

função 2.40 é muito "sinuosa", a probabilidade de convergência num mínimo local é grande (ver figura 2.8).

Capítulo 3

Optimização

A qualidade com que um sismo pode ser localizado depende da capacidade de dominar os factores de erro sistemático e aleatório envolvidos no processo que, de acordo com Pavlis (1986) e Peters (1972), se podem identificar por:

- exactidão dos registos de chegada das ondas sísmicas ao conjunto de estações da rede;
- adequação do modelo de velocidades considerado;
- identificação de anomalias regionais que afectam os tempos de propagação;
- eficiência dos métodos de inversão utilizados na localização.

Qualquer destas fontes de erro pode ser corrigida por aperfeiçoamento, quer dos meios de registo, quer dos modelos utilizados, quer, ainda, dos métodos de inversão usados. Contudo, existe outro aspecto, que fora os anteriormente mencionados, também determina a qualidade das localizações: *a forma como está distribuída geograficamente a rede de estações sísmicas*. Se posta a funcionar uma rede de estações montadas sobre uma linha recta, por mais detalhados que sejam os modelos, por mais exactas que sejam as leituras dos tempos de chegada e por mais adequados que sejam os métodos

de inversão, nunca, com essa distribuição de estações, se poderão obter boas localizações. Portanto, dois problemas indissociáveis com que o sismólogo se depara ao pretender desenvolver um programa experimental que vise o estudo da sismicidade de determinada região, são, por um lado, o da determinação do *grau de desempenho* da rede utilizada e, por outro, o desenvolvimento de técnicas de planificação que melhorem esse desempenho. O *grau de desempenho* de uma rede é entendido como sinónimo da exactidão com que essa rede pode localizar os sismos em determinada região Ω_θ , principalmente os que ocorrem nas sub-regiões de Ω_θ de maior sismicidade. Assim, tem um bom *desempenho*, uma rede sísmica que permita localizações mais precisas (com erros associados de valor reduzido) nas sub-regiões de Ω_θ de maior sismicidade. Contrariamente, se essa rede permitir localizações precisas nas sub-regiões de sismicidade reduzida, mas localizações menos precisas onde a sismicidade for maior, então, tal rede apresenta um mau *desempenho*. O alcance do conceito *grau de desempenho* (da rede) integra a ponderação de dois factores: a *probabilidade* e o *erro*. Um bom desempenho terá de conduzir a baixos *erros* (de localização) em zonas de maior *probabilidade* (de ocorrência). Qualquer quantificação desse conceito terá de congrega quantidades dessas duas grandezas.

Neste capítulo, subordinado ao tema: planificação de experiências dirigidas à determinação precisa dos parâmetros do modelo, expõem-se os critérios gerais de optimização para experiências físicas que envolvem modelos matemáticos lineares e não lineares. Em seguida analisa-se o problema da planificação óptima de experiências para situações em que interessa conhecer, com rigor, apenas determinado sub-conjunto de parâmetros do modelo. Até este ponto os métodos de optimização expostos apenas se aplicam a situações experimentais comuns, isto é, possíveis de ser repetidas nas mesmas condições. Na secção 3.3 é apresentada uma generalização dos critérios de optimização expostos para situações experimentais em que a natureza do

fenómeno (que é objecto de medição) tenha existência aleatória, isto é, para situações em que a sua ocorrência não obedeça a uma lei determinista mas onde é possível estabelecer uma distribuição probabilística do mesmo.

3.1 Critérios Gerais

Planificar programas experimentais em ciência para deles extrair a informação mais adequada à caracterização do sistema físico envolvido, é, em numerosas situações, tarefa laboriosa. Tanto mais laboriosa se torna quanto maior for a complexidade dos modelos envolvidos. Problemas como estes surgem em áreas como a indústria e a finança, onde motivações como a produtividade e o crescimento económico dependem também de modelos complexos. Numa tentativa de dar solução a toda esta vasta gama de interesses surgiu, associada à estatística, uma nova linha de investigação que aparece na literatura da especialidade sob o título de "Planificação óptima de experiências" ou "optimização". Segundo John e Drapper (1975), a solução para estes problemas consiste em desenvolver critérios baseados nos modelos, e, através desses critérios obter o programa experimental que optimize as estimativas dos parâmetros que se querem conhecer.

Os primeiros critérios de optimização foram desenvolvidos no princípio do século, para serem utilizados em modelos lineares em relação aos parâmetros. Smith (1918) estabelece um critério de optimização para um modelo polinomial de p parâmetros de ordem $(p-1)$ e de uma variável, que podia assumir valores no domínio $\Omega_x = [-1, 1]$. Considerar que a expressão 2.1,

$$y(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})\boldsymbol{\theta}$$

representa o modelo de Smith, através do qual se pode determinar o conjunto de dados $y(\mathbf{x})$ associados ao conjunto, \mathbf{x} , de valores da variável x . De acordo com 2.10 e 2.12, a estimativa dos parâmetros $\boldsymbol{\theta}$, pelo método dos mínimos

quadrados, e a sua matriz de covariância são dados, respectivamente, por

$$\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (3.1)$$

e por

$$C(\boldsymbol{\theta}) = \sigma_y^2 [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \quad (3.2)$$

em que σ_y^2 é a variância dos dados, admitida constante. A matriz de covariância de 2.1 é dada por

$$C(y(\mathbf{x})) = \mathbf{X}C(\boldsymbol{\theta})\mathbf{X}^T,$$

que atendendo a 3.2 vem

$$C(y(\mathbf{x})) = \sigma_y^2 \mathbf{X} [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T. \quad (3.3)$$

De entre o conjunto de variáveis $\mathbf{x} \in \Omega_x$, a variável x_i que otimiza a determinação dos parâmetros, mediante o critério de Smith (1918), será aquela que obedeça a

$$\min_{[x_i, i=1, 2, \dots, n]} \max_{\mathbf{x} \in \Omega_x} C(y(\mathbf{x})). \quad (3.4)$$

Isto é, de todas as variáveis, a que otimiza a determinação dos parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ do modelo será aquela que tiver menor valor para a máxima variância. Este critério veio mais tarde a ser denominado por critério de otimização–G.

Wald (1943) propôs um novo critério de otimização. Basicamente, esse critério baseia-se na minimização do volume da região de confiança dos parâmetros a determinar, que é equivalente a maximizar o determinante da matriz $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ chamada matriz de planificação. Este critério,

$$\max |\mathbf{X}^T \mathbf{X}|, \quad (3.5)$$

foi posteriormente denominado por critério de otimização–D.

Hoel (1958) calculou os melhores conjuntos de variáveis para modelos polinomiais de ordem $(p - 1)$, utilizando o critério de Smith e o de Wald,

concluindo que ambos conduziam aos mesmos resultados. Esta conclusão sugere a existência de uma equivalência entre os dois critérios e que veio a ser formalizada por Kiefer e Wolfowitz (1959) através do estabelecimento de um teorema.

Os trabalhos de Kiefer e Wolfowitz (1959) deram uma grande contribuição ao desenvolvimento da teoria da otimização. Segundo estes autores, planejar programas experimentais para deles extrair os dados que permitam, com precisão, determinar os parâmetros do modelo, é equivalente a planejar medições de probabilidade de ocorrência do fenómeno, $p(x_i)$, no domínio das variáveis $\Omega_{\mathbf{x}}$. Se, na sequência de qualquer programa experimental em N medições, são feitas n_i observações para o conjunto de variáveis \mathbf{x}_i , e para um outro conjunto \mathbf{x}_j não são feitas quaisquer observações do fenómeno ($n_j = 0$), então, $p(x_i) = \frac{n_i}{N}$ e $p(x_j) = 0$. Para domínios discretos, a probabilidade de registar informação em qualquer conjunto do domínio assume sempre valores múltiplos de $1/N$. São esses valores de probabilidade que definem o programa experimental. Generalizando para domínios contínuos, em que a restrição dos valores de probabilidade assumirem múltiplos de $1/n$ é removida, o programa experimental é caracterizado por

$$\int_{\Omega_{\mathbf{x}}} p(d\mathbf{x}) = 1.$$

Segundo este ponto de vista, a planificação óptima de experiências é definida através da matriz $\mathbf{M} = [m_{ij}(p)]$, cujos elementos são dados por

$$m_{ij}(p) = \int f_i(\mathbf{x}) f_j(\mathbf{x}) p(d\mathbf{x}) \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Esta matriz, conhecida por *matriz informação*, é análoga à matriz de planificação $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$, e da mesma forma, a generalização da covariância 3.3 vem dada por

$$\mathbf{C}(p(\mathbf{x})) = \mathbf{X}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{X}.$$

Através desta interpretação, Kiefer e Wolfowitz redefinem os critérios de otimização-**G** e otimização-**D**:

- a distribuição $p^*(\mathbf{x})$ é ótima segundo o critério de otimização-**G** se e só se

$$\min_{p(\mathbf{x})} \max_{\mathbf{x}} C(p(\mathbf{x})) = \max C(p^*(\mathbf{x})); \quad (3.6)$$

- a distribuição $p^*(\mathbf{x})$ é ótima segundo o critério de otimização-**D**, se e só se

$$\max |\mathbf{M}(p(\mathbf{x}))| = |\mathbf{M}(p^*(\mathbf{x}))|. \quad (3.7)$$

Utilizando estas redefinições dos critérios G e D, estabelecem formalmente a equivalência entre elas pelo teorema:

Teorema: *As condições 3.6 e 3.7 são equivalentes e o conjunto de todas as probabilidades que satisfazem essas condições é convexo.*

As considerações anteriores aplicam-se apenas se os modelos considerados forem lineares, tanto em relação às variáveis como aos parâmetros. Porém, em grande parte das situações que se colocam, os modelos não se encaixam naquela tipologia, isto é, nem são lineares em relação às variáveis nem em relação aos parâmetros. Para este tipo de modelos, as metodologias de otimização são um pouco diferentes das dos modelos lineares, pois, decorrem dos métodos de inversão também eles diferentes dos modelos lineares, tal como se analisou na secção 2.2.

Box e Lucas (1959) estudaram o problema da otimização para situações de modelos não lineares quando o número de ensaios for igual ao número de parâmetros a determinar ($N=p$). O critério que apresentam para encontrar o melhor conjunto de variáveis (critério de otimização) consiste em minimizar

a matriz de covariância dos parâmetros obtidos pelo método de inversão. Nas circunstâncias consideradas na secção 2.2, onde se admite que os erros de medida tem uma distribuição gaussiana e variância σ^2 constante, a matriz de covariância dos parâmetros estimados é dada por 2.22

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}) = \sigma^2[\mathbf{X}^T\mathbf{X}]^{-1},$$

em que \mathbf{X} é a matriz de derivadas parciais 2.17. Assim, a minimização desta matriz é equivalente à minimização do determinante da matriz $\mathbf{D}=[\mathbf{X}^T\mathbf{X}]^{-1}$. No fundo este método é uma generalização do método de optimização- \mathbf{D} já exposto. Esta escolha é justificada através de argumentos geométricos: o determinante da matriz \mathbf{D} é proporcional ao volume do elipsóide p -dimensional que delimita a região de confiança dos parâmetros do modelo, no domínio dos parâmetros (Box e Lucas, 1959). Portanto, a minimização de $|(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}|$ é equivalente à minimização desse volume, ficando assim garantido que qualquer contorno de confiança obtido na estimativa dos parâmetros contém o elipsóide de menor volume, isto é, o elipsóide associado ao mínimo de $|(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}|$.

Nesta perspectiva, a solução do problema de optimização está em encontrar o conjunto de variáveis do modelo, \mathbf{x}^* , tal que o determinante da matriz de planificação, $\mathbf{D}(\mathbf{x}^*)$, associada a este conjunto de variáveis tenha o menor valor de entre todos os determinantes das matrizes associadas a qualquer outro conjunto de variáveis possíveis $\mathbf{x}_i \in \Omega_{\mathbf{x}}$,

$$\min |\mathbf{D}(x_i)| = |\mathbf{D}(x^*)|. \quad (3.8)$$

Atkinson e Hunter (1968), generalizam o método de Box e Lucas para situações em que o número de variáveis pode ser superior ao número de parâmetros do modelo. Apresentam como critério de optimização a maximização do determinante da matriz $[\mathbf{X}^T\mathbf{X}]$, no entanto, os métodos são absolutamente equivalentes, pois, atendendo às propriedades dos determinantes,

$$\min \left| [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \right| = \max \left| [\mathbf{X}^T \mathbf{X}] \right|. \quad (3.9)$$

3.2 Critérios para sub-conjuntos de parâmetros

A planificação de programas experimentais segundo o critério de optimização-D, conduz, dentro das limitações inerentes ao método, à obtenção do conjunto de variáveis, para o qual se torna possível determinar, com igual precisão, todos os parâmetros do modelo. Mas, nem sempre o interesse do investigador está na determinação igualmente precisa de todos os parâmetros. Existem situações dirigidas apenas à determinação de uma parte deles, sendo os restantes parâmetros que o modelo possa ter de interesse secundário. Considere-se o problema geral de um modelo não linear de p parâmetros, $\boldsymbol{\theta} = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$, e n variáveis

$$y = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}). \quad (3.10)$$

Como foi visto na secção 2.2, o método de inversão destes modelos desenvolve-se num processo iterativo que passa, em cada ciclo, pela linearização de 3.10 em torno de determinados valores de $\boldsymbol{\theta}$ e dessa linearização surge a matriz \mathbf{X} dada por:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x_1, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f(x_1, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial f(x_1, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_p} \\ \frac{\partial f(x_2, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f(x_2, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial f(x_2, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f(x_n, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f(x_n, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial f(x_n, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Do conjunto completo dos p parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ consideram-se dois subconjuntos: o subconjunto $\boldsymbol{\theta}_1 = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)^T$ que contém os q parâmetros que se pretendem estimar com maior precisão e o subconjunto $\boldsymbol{\theta}_2 = (\theta_{q+1}, \theta_{q+2}, \dots, \theta_p)^T$

composto pelos restantes $p - q (= r)$ parâmetros, -os de interesse secundário . Então, o conjunto θ , pode ser representado pela partição

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dots \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

e a matriz \mathbf{X} pela partição

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \vdots & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

em que \mathbf{X}_1 e \mathbf{X}_2 são submatrizes da matriz 3.11 de dimensão $(n \times q)$ e $(n \times r)$, associadas, respectivamente, aos subconjuntos de parâmetros θ_1 e θ_2 .

Segundo Hill e Hunter (1974), admitindo que os erros possuem distribuição de Gauss e variância constante, a probabilidade de se estimar o vector de parâmetros θ a partir do conjunto de dados \mathbf{y}^{obs} , é dada pela função densidade de probabilidade:

$$p(\theta) = \frac{|\mathbf{X}^T \mathbf{X}|^{1/2}}{(2\pi)^{p/2} \sigma^p} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\theta - \theta^{cal})^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} (\theta - \theta^{cal}) \right\}. \quad (3.13)$$

De acordo com 3.13, as melhores estimativas de θ serão obtidas quando $p(\theta)$ for maximizada. Para estimativas de θ_1 , deve ser procurada a função densidade de probabilidade adequada à necessidade, $p(\theta_1)$. Esta função é obtida de 3.13 por integração em ordem a θ_2 , ficando

$$p(\theta_1) = \frac{|\mathbf{X}_{11} - \mathbf{X}_{12} \mathbf{X}_{22}^{-1} \mathbf{X}_{21}|^{1/2}}{(2\pi)^{p/2} \sigma^q} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\theta_1 - \theta_1^{cal}) (\mathbf{X}_{11} - \mathbf{X}_{12} \mathbf{X}_{22}^{-1} \mathbf{X}_{21}) (\theta_1 - \theta_1^{cal}) \right\} \quad (3.14)$$

em que \mathbf{X}_{11} , \mathbf{X}_{12} , \mathbf{X}_{21} e \mathbf{X}_{22} são respectivamente matrizes de dimensão, $(q \times q)$, $(q \times r)$, $(r \times q)$ e $(r \times r)$, definidas pela relação

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \vdots & \mathbf{X}_{12} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{X}_{21} & \vdots & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

A maximização de 3.14 é conseguida quando

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\theta}_1 - \boldsymbol{\theta}_1^{cal}) (\mathbf{X}_{11} - \mathbf{X}_{12} \mathbf{X}_{22}^{-1} \mathbf{X}_{21}) (\boldsymbol{\theta}_1 - \boldsymbol{\theta}_1^{cal}) \right\} = 1,$$

portanto,

$$\max_{\boldsymbol{\theta}_1} p(\boldsymbol{\theta}_1) = \frac{|\mathbf{X}_{11} - \mathbf{X}_{12} \mathbf{X}_{22}^{-1} \mathbf{X}_{21}|^{1/2}}{(2\pi)^{p/2} \sigma^q}. \quad (3.16)$$

Desta maneira, o problema da determinação do conjunto de variáveis \mathbf{x} do modelo que proporciona a melhor estimativa do sub conjunto de parâmetros $\boldsymbol{\theta}_1$, é conseguida para o máximo de 3.16. Essa condição é equivalente a maximizar

$$D_{s=} = |\mathbf{X}_{11} - \mathbf{X}_{12} \mathbf{X}_{22}^{-1} \mathbf{X}_{21}|. \quad (3.17)$$

O índice s significa que este critério-D está definido para a determinação precisa de um sub-conjunto de parâmetros e distingue esta variante do método de optimização do caso geral em que interessa estimar, com igual precisão, todos os parâmetros do modelo.

Comparando 3.12 com 3.15, vem

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & : & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & : & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2 \end{bmatrix}$$

ou seja,

$$\mathbf{X}_{11} = \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1; \mathbf{X}_{12} = \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_2; \mathbf{X}_{21} = \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_1 \text{ e } \mathbf{X}_{22} = \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2$$

assim, 3.17 vem

$$D_{s=} = \left| \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_2 (\mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2)^{-1} \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_1 \right| \quad (3.18)$$

Os métodos de optimização descritos na literatura estatística, desenvolvidos tanto para modelos lineares como para modelos não lineares, apenas

contemplam situações experimentais passíveis de serem repetidas. Porém, existem algumas situações experimentais não enquadradas neste cenário. São os casos de fenómenos que ocorrem aleatoriamente, como os sismos, em que várias medições feitas em sistemas identicamente preparados (experiências realizadas em condições exactamente idênticas) conduzem a resultados diferentes. A planificação de um programa experimental para este tipo de situações não pode ser dirigida à determinação de um conjunto particular de parâmetros, pois, não há a garantia que esse tal conjunto de parâmetros θ_i venha a ter existência. Quando muito o que poderá existir é a informação da sua probabilidade de ocorrência $p(\theta_i)$. Nestas condições, planejar programas experimentais enquadrados nas teorias clássicas de optimização requer adaptações.

3.3 Critérios para parâmetros aleatórios

A adaptação mais citada, quando o problema se desenvolve na área da planificação de redes sísmicas, é a apresentada por Kijko (1977). Este autor, introduzindo algumas alterações ao método de optimização-D de Box e Lucas, baseadas numa reinterpretação do próprio método, apresenta um novo processo de resolver o problema da optimização para situações experimentais de fenómenos aleatórios.

Para um modelo não linear, do género do descrito por 2.13, desde que o vector dos parâmetros, θ , tenha carácter aleatório, a matriz, $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$, que também depende de θ , terá seguramente também esse carácter aleatório. De acordo com o critério de optimização-D (Box e Lucas, 1959), a melhor estimativa dos parâmetros ter-se-á quando a matriz de covariância dos parâmetros, dentro das aproximações propostas (erros de medida com distribuição Gaussiana e variância constante), dada aproximadamente por $C(\theta) = \sigma^2 [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1}$, tiver o menor valor possível. A operacionalização deste critério é feita pela

minimização do determinante da matriz $[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1}$ no domínio das variáveis Ω_x , equivalente a maximizar o determinante de $[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]$. Por outro lado, no domínio dos parâmetros, Ω_θ , a minimização de $\text{cov}(\boldsymbol{\theta})$ verifica-se no ponto que corresponde ao valor mais provável do vector $\boldsymbol{\theta}$, $\langle \boldsymbol{\theta} \rangle$. Assim, neste ponto de Ω_θ , o valor do determinante da matriz de planificação assumirá o valor mais provável, $\langle |\mathbf{X}^T \mathbf{X}| \rangle$. Relacionando estas duas condições, Kijko reduz o critério de optimização-D ao cálculo do valor máximo (em Ω_x) de $\langle |\mathbf{X}^T \mathbf{X}| \rangle$ no domínio Ω_θ . Escrevendo o valor médio de $|\mathbf{X}^T \mathbf{X}|$, no domínio de Ω_θ na forma,

$$\langle |\mathbf{X}^T \mathbf{X}| \rangle = \int_{\Omega_\theta} p(\theta) |\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta})| d\theta, \quad (3.19)$$

a melhor estimativa do vector $\boldsymbol{\theta}$, tendo em conta a sua densidade de probabilidade de ocorrência $p(\theta)$ nos diferentes pontos do domínio de Ω_θ , é alcançada quando o conjunto de variáveis \mathbf{x} for tal que

$$\int_{\Omega_\theta} p(\theta) |\mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x})^T \mathbf{X}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x})| d\theta = \max. \quad (3.20)$$

A expressão 3.20 é a generalização do critério de optimização-D, para situações experimentais em que os parâmetros tenham carácter aleatório. Por outro lado, se o modelo for linear em relação aos parâmetros, o valor mais provável (valor médio) do determinante da matriz $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ não depende dos parâmetros e nessa situação, como $\int_{\Omega_\theta} p(\theta) d\theta = 1$, 3.20 é equivalente a 3.9.

Admitindo que não se pretende estimar com igual rigor todos os parâmetros do modelo, interessando apenas conhecer o subconjunto s desses parâmetros e atendendo às considerações formalizadas através de 3.18 (Atkinson e Hunter, 1968), 3.20 pode escrever-se,

$$\int_{\Omega_\theta} p(\boldsymbol{\theta}) D_s(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}) d\boldsymbol{\theta} = \max. \quad (3.21)$$

De acordo com esta interpretação, a planificação óptima de um programa experimental destinado à determinação de qualquer subconjunto s de parâmetros de existência aleatória no domínio Ω_θ , conhecida a densidade de probabilidade de ocorrência, é obtida para o conjunto de variáveis \mathbf{x} que maximize a função 3.21. A aplicação deste método só faz sentido em situações para as quais exista alguma informação sobre o carácter aleatório dos parâmetros, isto é, sobre a distribuição de probabilidade de ocorrência dos referidos parâmetros. Imaginando uma situação de ignorância total em relação a este aspecto, todos os subconjuntos de parâmetros possíveis de combinar nesse domínio são igualmente prováveis pelo que $p(\boldsymbol{\theta}) = \text{constante}$. Neste caso particular, 3.20 conduz ao critério de Box e Lucas dado por 3.9. Por isso pode-se afirmar que o critério de Kijko é uma generalização do de Box e Lucas.

Capítulo 4

Planificação redes sísmicas

Em relação à planificação da distribuição geográfica dos pontos de observação sísmica que assegurem a minimização dos erros de localização nas sub-regiões de maior sismicidade, de determinada zona sísmica, estão descritos alguns métodos para o conseguir, Satô e Skoko (1965), Skoko e Satô (1966), Skoko e Ochi (1967), Kijko (1977), Gibowicz e Kijko (1994), Satake (1985), Souriau e Woodhouse (1985). O método apresentado por de Kijko (1977) é uma referência constante dos trabalhos mais recentes neste âmbito, Ghalib et al. (1985) e Rabinowitz e Steinberg (1990). Seguindo os conceitos desenvolvidos por Kijko, baseados no método de optimização-D de Box e Lucas anteriormente exposto, foi escrito um algoritmo intitulado "Distribuição Optima de Rede de Estações Sísmicas (DORES)". Este programa tem por objectivo determinar a posição que deverão ocupar cada uma das N estações sismográficas que constituem uma rede a operar em determinado domínio denominado Ω_x para que a localização dos abalos sísmicos com origem na região Ω_θ (coincidente ou não com Ω_x) possa ser feita com a máxima precisão, isto é, de forma a que essa rede sísmica possa ter o melhor desempenho. Mais concretamente, pretende-se planificar redes locais, vocacionadas para a localização de sismos de baixa magnitude (inferior a 3), não detectados por outras redes, classificados, Lee e Stewart (1981), por microsismos. Estes sis-

mos assumem uma importante fonte de informação para a caracterização da sismicidade das regiões a estudar. Denunciam actividade sísmica que passa despercebida a redes mais largas como as regionais e mundial, só sensíveis a abalos de maiores magnitudes.

4.1 Detectabilidade de uma estação sísmica

Devido à atenuação da amplitude das ondas sísmicas com a distância, os eventos de menor magnitude não são detectados por estações distantes e não o sendo por um número suficiente de estações não poderão ser localizados. A detectabilidade de uma estação sísmica pode ser caracterizada em termos da distância máxima a que os sismos de cada magnitude podem ser detectados. Essa distância máxima não pode ser estabelecida em definitivo por depender de aspectos particulares que envolvem as condições de propagação/atenuação e de detecção: estrutura local da terra e características das estações. Mas, a análise de um grande número de registos de sismos de várias magnitudes, detectados por estações a distâncias variáveis do foco, permite estabelecer relações empíricas da detectabilidade dos sismos de várias magnitudes com a distância. Para cada magnitude verifica-se haver duas distâncias, d_1 e d_2 , que correspondem respectivamente à distância a partir da qual os sismos começam a deixar de ser detectados e à distância a partir da qual nenhum sismo é detectado. A figura 4.1 representa essas distâncias. As funções $d_1(m)$ e $d_2(m)$ são duas funções polinomiais do segundo grau dadas por, Matias (1992),

$$d_1(m) = -594 + 200m + 27m^2$$

$$d_2(m) = 86 - 120m + 91m^2.$$

A análise da figura 4.1 sugere um modelo simples para a função que caracteriza a probabilidade de um sismo de magnitude m ser detectado por uma

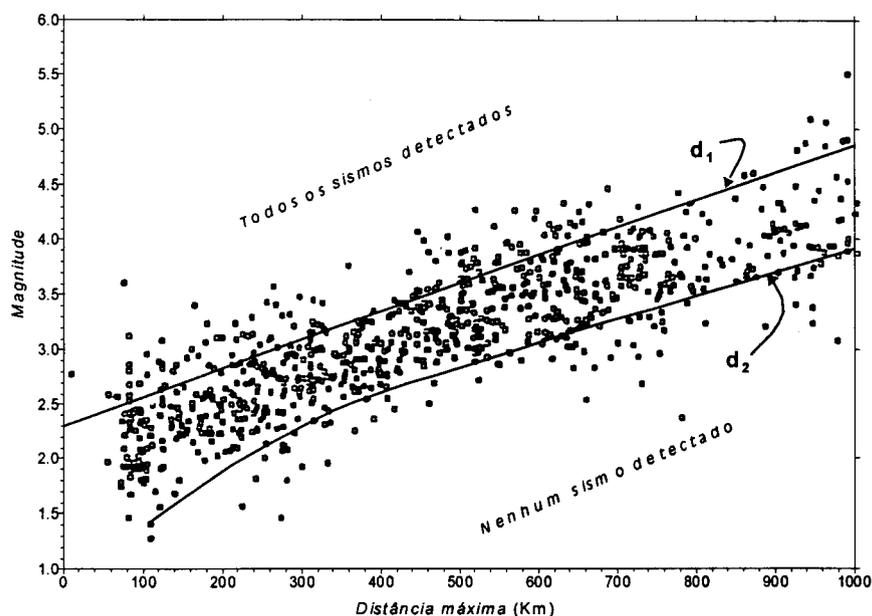


Figura 4.1: Representação das distâncias a que vários sismos de magnitude diferente foram detectados pelas estações e traçado das duas funções d_1 e d_2 .

estação à distância d , $P_D(d, m)$. A figura 4.2 representa graficamente essa função para sismos de magnitude 3. Limitando a aplicação do programa DORES a planificações de redes locais, isto é, a zonas de dimensões tais que as distâncias entre os focos e as estações raramente excedam os 100Km, a probabilidade de ocorrer um evento de baixa magnitude (entre 1.5 e 2.5) sem ser detectado é pequena (ver figura 4.1). Mesmo que um desses tais eventos de baixa magnitude possa não ser detectado por uma ou duas estações, se a rede for constituída por 7 ou 8 estações, o que é habitual, sempre resta um número suficiente de estações que o detectaram e a partir delas ser feita a localização. Respeitada esta condicionante dimensional da rede, fica salvaguardada a primeira condição para que os sismos da região a estudar sejam localizados: serem detectados por um número suficiente de estações. Este aspecto não chega para assegurar uma boa localização em todos os pontos da região ou, pelo menos, dos que ocorram em sub-regiões de maior actividade.

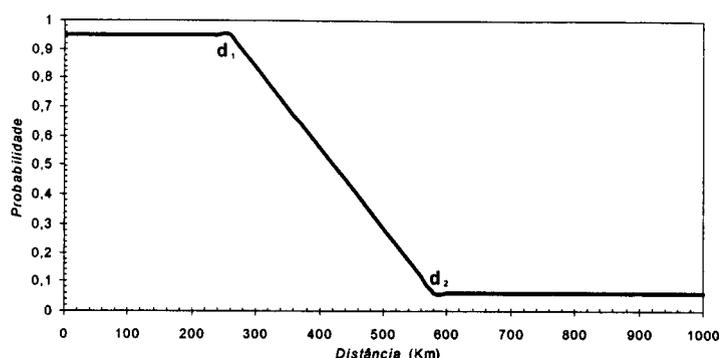


Figura 4.2: Probabilidade de detecção de um sismo de magnitude 3 com a distancia.

Para isso é necessário garantir uma segunda condição: —a de que as estações que detectam os sismos nas sub-regiões de maior actividade formem uma boa cobertura azimutal dos mesmos. A resposta a esta segunda exigência será dada por DORES.

4.2 Aplicação do critério de optimização

Para a planificação da melhor distribuição das N estações sismográficas que constituem a rede, serão considerados dois critérios: critério xy e critério xyz . O critério xy é desenvolvido para planificar a rede de estações que assegure a melhor localização dos epicentros dos sismos que venham a ocorrer na região Ω_θ , isto é, que assegurem a melhor estimativa do vector $\theta' = (x_0, y_0)$. Por outro lado, o critério xyz deverá ser usado para planificar redes que garantam o melhor desempenho na localização dos hipocentros dos sismos que venham a ocorrer na região, isto é, planificar redes que assegurem as melhores estimativas de $\theta = (x_0, y_0, z_0)$.

Admitindo que da região Ω_θ existem algumas informações sobre aspectos ligados à sua sismicidade (registos sísmicos obtidos pela rede nacional ou mesmo sismicidade histórica), a cada ponto i (x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}) dessa região

tri-dimensional Ω_θ pode ser atribuída uma densidade de probabilidade de ocorrência de sismos $p_i(\boldsymbol{\theta}) = p(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})$. Assumindo que a distribuição de probabilidades para toda a região é composta por dois factores independentes, uma distribuição superficial de probabilidades $p_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ e uma distribuição em profundidade $p_2(\mathbf{z}_0)$, $p(\boldsymbol{\theta})$ pode escrever-se

$$p(\boldsymbol{\theta}) = p_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)p_2(\mathbf{z}_0).$$

Admitindo ainda existir na região Ω_θ uma profundidade h para a qual há inequivocamente maior sismicidade, é admissível considerar, para este efeito, que toda a sismicidade da região considerada tem origem à cota h , isto é, $p_2(\mathbf{z}_0)$ pode ser transformada numa função *delta de Dirac*,

$$p_2(\mathbf{z}_0) = \delta(\mathbf{z}_0 - h)$$

e então a densidade de probabilidade de sismos vem,

$$p(\boldsymbol{\theta}) = p_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)\delta(\mathbf{z}_0 - h). \quad (4.1)$$

Esta consideração justifica-se no contexto do problema que se está a resolver: planificar a melhor distribuição de estações sismográficas para regiões pouco conhecidas do ponto de vista sísmico, pois, de outro modo, não fazia sentido tal rede. Na fase de planificação destas redes apenas se dispõe, quanto muito, de um esboço da sismicidade da região delineado pelos registos sísmicos obtidos pela rede nacional e mundial. Com tais redes, devido ao afastamento a que se encontra a generalidade das estações dos focos sísmicos, apenas é possível detectar sismos de magnitudes superiores a dois, os menos frequentes. Por outro lado, os modelos de velocidade usados para localizar esses focos são modelos médios que não permitem localizações precisas, especialmente da profundidade focal. Quando se consultam boletins sísmicos de eventos obtidos por tais redes é frequente não existir informação no respeitante à profundidade do foco. Evidentemente que com tais informações não se podem

construir matrizes de densidade de probabilidade bem definidas em relação à profundidade.

A resolução deste problema consiste, então, em procurar as posições para os pontos de observação sísmica na região Ω_x na qual se pretende estender a rede, para os quais a equação 3.21 apresente o valor máximo. Para que o problema possa ser resolvido por recurso a métodos numéricos, há que proceder a algumas discretizações. A superfície da região Ω_θ será dividida em M células quadradas de lado $\Delta x_0 = \Delta y_0$. A cada uma desses M células com centro em (x_{i0}, y_{i0}) podemos associar um volume de secção quadrada que se estende desde a superfície da terra até à base da crosta. Admite-se que todos os sismos a registar no interior desse volume se encontram situados à profundidade h , o que pressupõe, para cada um desses volumes, $\int_0^{base\ da\ crosta} \delta(z_0 - h) dz_0 = 1$. Nestas condições $p(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})$ reduz-se a $p(x_{i0}, y_{i0})$, designada simplesmente por p_i . Assim, a discretização de 3.21 será dada por,

$$J = \sum_{i=1}^M p_i D_{si}(\mathbf{x}) = \max, \quad (4.2)$$

onde $D_{si}(\mathbf{x})$ é o determinante da matriz de planificação, apresentada segundo a generalização do critério de optimização-D de Atkinson e Hunter (1968), 3.18, calculado para determinado conjunto de pontos de observação \mathbf{x} do domínio Ω_x , em cada uma das M células que formam a grelha que cobre a região Ω_θ .

O modelo que está na base de toda esta optimização pode ser representado por:

$$\mathbf{T}_i = t(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_i) \quad (4.3)$$

em que \mathbf{T}_i representa o vector dos tempos de propagação das ondas sísmicas difundidas de um foco sísmico localizado no ponto i de coordenadas $(t_0, \lambda_0, \phi_0, z_0)$ que chegam em primeiro lugar ao conjunto das estações \mathbf{x} . Para este modelo, os elementos da matriz de planificação 3.11 são dados respecti-

vamente por 2.32, 2.33, 2.34 e 2.35, que na notação de Kijko (1977) tomam a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 X_{j1} &= \frac{\partial t}{\partial t_0} = 1.0 \\
 X_{j2} &= \frac{\partial t}{\partial \lambda_0} = -\frac{\partial t}{\partial \Delta} \cos Az_{ji}, \\
 X_{j3} &= \frac{\partial t}{\partial \phi_0} - \frac{\partial t}{\partial \Delta} \sin Az_{ji}, & \Delta = \Delta_{ji}, \quad z_0=h \\
 X_{j4} &= \frac{\partial t}{\partial z_0},
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

em que ($j = 1, 2, \dots, N$); Δ_{ji} é a distância da estação j à célula i ; h a profundidade considerada para a ocorrência dos sismos e Az_{ji} o azimute da estação j em relação ao centro da célula i considerada. A cada uma das M células que consttuem Ω_θ está-lhe associada a matrix \mathbf{X}_i ($i = 1, \dots, M$) cujos elementos são dados por 4.4,

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{N1} & X_{N2} & X_{N3} & X_{N4} \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Para determinada distribuição de pontos de observação \mathbf{x} , cada um dos M determinantes $D_{si}(\mathbf{x})$ que compõe 4.2 é obtido por aplicação da matriz 4.5 em 3.18, em que \mathbf{X}_1 e \mathbf{X}_2 são as duas partições da referida matriz definidas consoante o critério considerado (xy ou xyz). Admitindo que a optimização se vai fazer de acordo com o critério xy , a sub-matriz assinalada por \mathbf{X}_1 em 3.18 é formada pelas colunas 2 e 3 de 4.5 e a sub-matriz assinalada por \mathbf{X}_2 é formada pelas colunas 1 e 4 de 4.5. Se, pelo contrário, se pretender fazer a planificação segundo o critério xyz a sub-matriz \mathbf{X}_1 será formada pelas colunas 2, 3 e 4 de 4.5 e \mathbf{X}_2 apenas pela coluna 1 de 4.5.

A qualidade da planificação está à partida sujeita a dois conjuntos de informação: *modelo de velocidades* e conhecimento da *sismicidade da região*. Um *modelo de velocidades* inadequado vai diminuir a qualidade da planificação uma vez que um dos suportes em que assenta o algoritmo é no cálculo

das derivadas do tempo de propagação das ondas sísmicas que depende do modelo de velocidades considerado. Em relação à informação sobre a actividade sísmica da região, dela dependerá também o grau de desempenho da rede. De facto, sem um razoável conhecimento prévio dessa actividade a rede planificada não se revelará certamente a mais eficiente. Contudo, se posta a operar uma rede planificada a partir de um conhecimento deficiente de sismicidade, a informação obtida a partir da operacionalidade da própria rede planificada irá enriquecer o seu conhecimento, com o qual se poderão planificar distribuições de rede mais eficazes. Este processo é iterativo enquanto as novas planificações apontem para uma melhoria significativa do desempenho da rede.

4.3 Algoritmia para a distribuição óptima de redes

As derivadas do tempo de propagação das ondas sísmicas em relação à distância epicentral e em relação à profundidade focal, assinaladas nas equações 4.4, respectivamente por $\frac{\partial t}{\partial \Delta}$ e $\frac{\partial t}{\partial z_0}$, são determinadas por utilização da rotina TRVDRV do programa de localização de sismos HIPO71 a qual será apresentada em apêndice. Esta rotina é compatível com um modelo de terra constituído por camadas homogêneas de espessura e velocidade de propagação conhecidas. Para distâncias Δ_{ji} ($j = 1, 2, \dots, N$) entre os N pontos de observação considerados e o centro de cada célula i ($i = 1, 2, \dots, M$) que cobre a superfície da região sísmica Ω_θ , com focos à profundidade z_0 , a rotina calcula os valores das respectivas derivadas $\frac{\partial t}{\partial \Delta}$ e $\frac{\partial t}{\partial z_0}$. Com estas derivadas constroem-se as M matrizes \mathbf{X}_i que por aplicação de 3.18 e pelo conhecimento da densidade de probabilidade p_i para cada célula de Ω_θ permitem, por 4.2, determinar o valor do funcional J para determinado conjunto de pontos de observação \mathbf{x} . As distâncias Δ_{ji} e os azimutes das estações Az_{ji} ,

necessários respectivamente para o cálculo das derivadas e para os elementos das matrizes \mathbf{X}_i (ver 4.4) são calculadas a partir das coordenadas dos N pontos de observação e das coordenadas das M células que fazem a cobertura de Ω_θ .

Desenvolvido o método de cálculo do funcional J para qualquer conjunto de pontos de observação \mathbf{x} , o problema seguinte é procurar o conjunto particular de estações sismográficas, \mathbf{x}^* a estender no interior da região Ω_x , para o qual o valor de J seja máximo, isto é, a distribuição de pontos de observação que maximize 4.2. Resolver este problema através de uma procura sistemática de todas as combinações possíveis está fora de alcance. Por exemplo, planificar a distribuição óptima para uma rede de 7 estações a estender numa região com 150 posições candidatas, eleva o número de combinações diferentes a cerca de 3×10^{11} . Admitindo que um bom computador consegue determinar o valor do funcional J de cada combinação em aproximadamente 0.01s, são necessários cerca de 93 anos de cálculo para encontrar inequivocamente a melhor distribuição, \mathbf{x}^* . Assim, ter-se-á de pensar noutro processo de maximizar 4.2. Decidiu-se resolver o problema recorrendo a um método de Monte Carlo. O algoritmo de optimização desenvolve-se mediante a seguinte sequência:

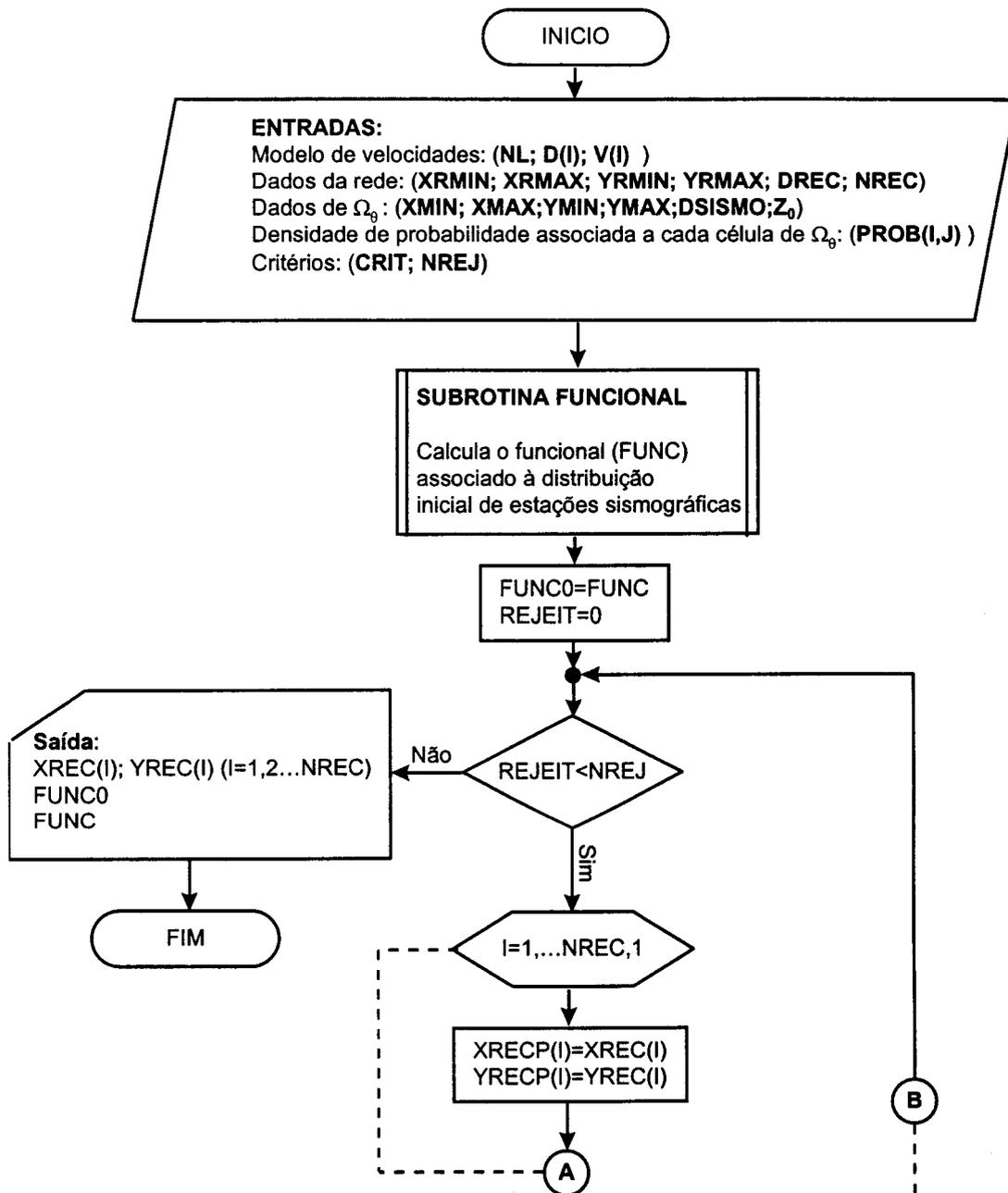
1. partindo de uma distribuição inicial de pontos de observação escolhida preliminarmente, designada por \mathbf{x}^0 , calcular-se-á o funcional associado a essa distribuição, J^0 ;
2. seguidamente sortear-se-á uma nova distribuição de estações de forma a respeitar as restrições: nenhuma estação ultrapassar as fronteiras de Ω_x e não haver estações sobrepostas;
3. a essa distribuição atribui-se o estatuto provisório, \mathbf{x}^p , e será calculado o valor do funcional que lhe corresponde, J^p ;

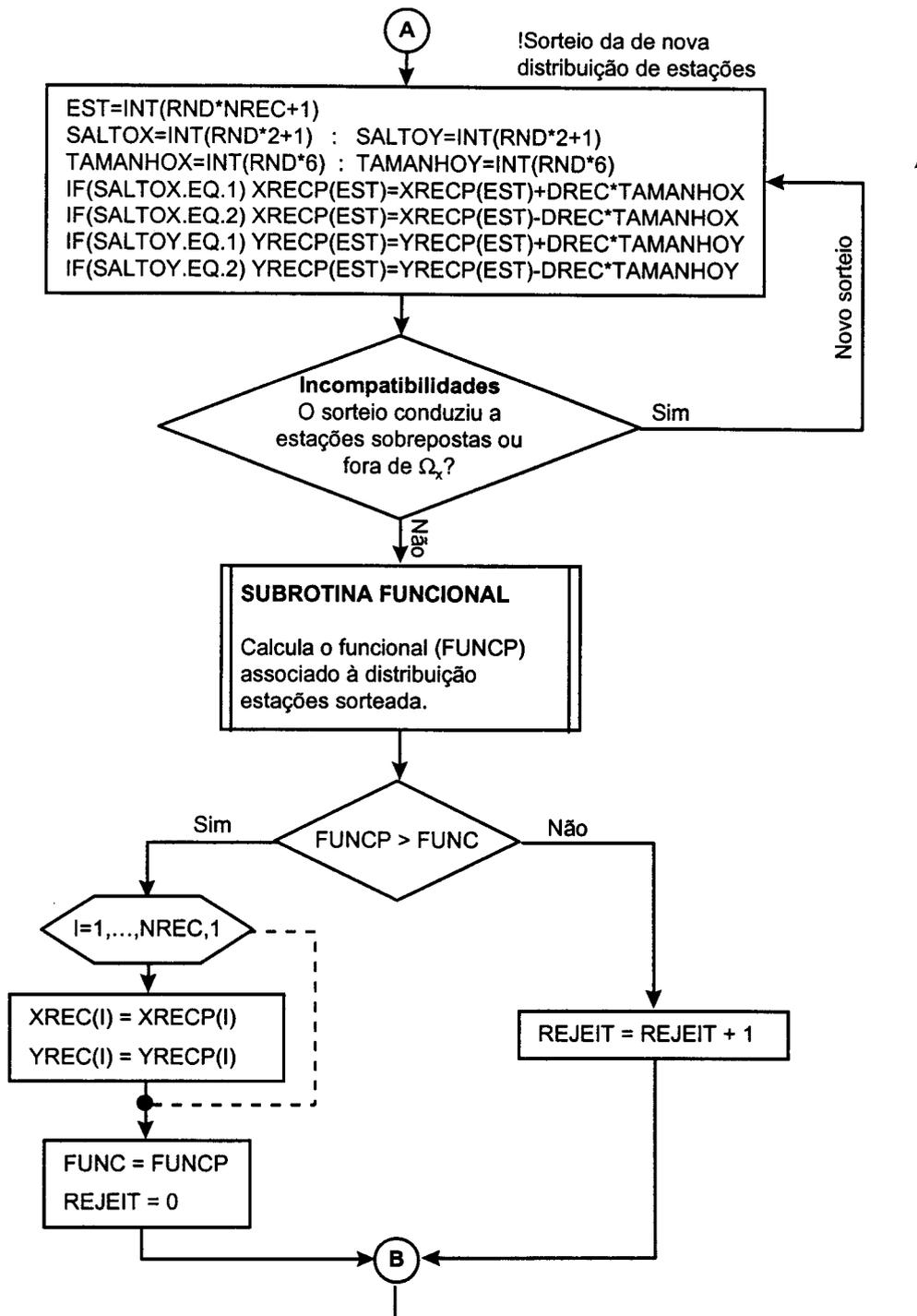
4. se o valor do funcional da distribuição provisória for superior ao valor do funcional da distribuição \mathbf{x}^0 então mudará de estatuto e passará a ser considerada a distribuição aceite e o seu funcional passará a ser o funcional considerado J , partindo-se para um novo sorteio
5. no caso do funcional da configuração provisória, J^p , ser inferior ao funcional J , a distribuição provisória é rejeitada e proceder-se-á ao sorteio de nova configuração provisória;
6. se durante um conjunto de rejeições sucessivas, a determinada altura, for sorteada uma distribuição para a qual o valor do funcional é superior ao maior valor até aí encontrado, o ciclo de rejeições é quebrado, iniciando-se novo ciclo de sorteios. Esse novo ciclo desenvolve-se a partir da última distribuição considerada;
7. o processo repete-se enquanto o número de rejeições sucessivas for inferior a determinado número imposto (critério de convergência). Se ao fim desse número de sorteios sucessivos de distribuições, o valor do funcional a elas associado não aumentar será porque a configuração \mathbf{x}^0 considerada é uma configuração que corresponde a um máximo de J .

Com este método não há a garantia que o processo vá convergir num máximo absoluto. Por isso haverá necessidade de proceder a vários ensaios de forma a, com mais propriedade, se poder confiar no resultado obtido.

Seguidamente é apresentado o fluxograma do algoritmo de optimização acima referido, a listagem completa do programa encontra-se em anexo.

4.3. ALGORITMIA PARA A DISTRIBUIÇÃO ÓPTIMA DE REDES 67

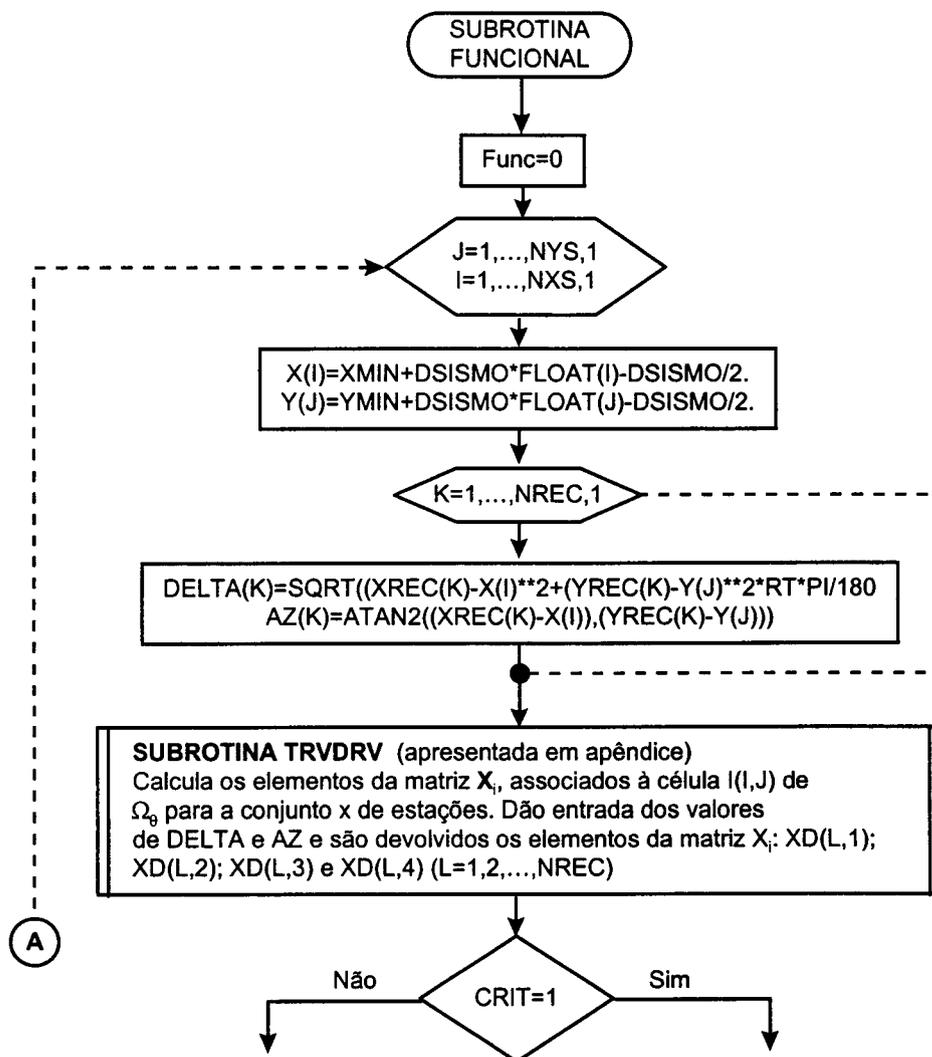


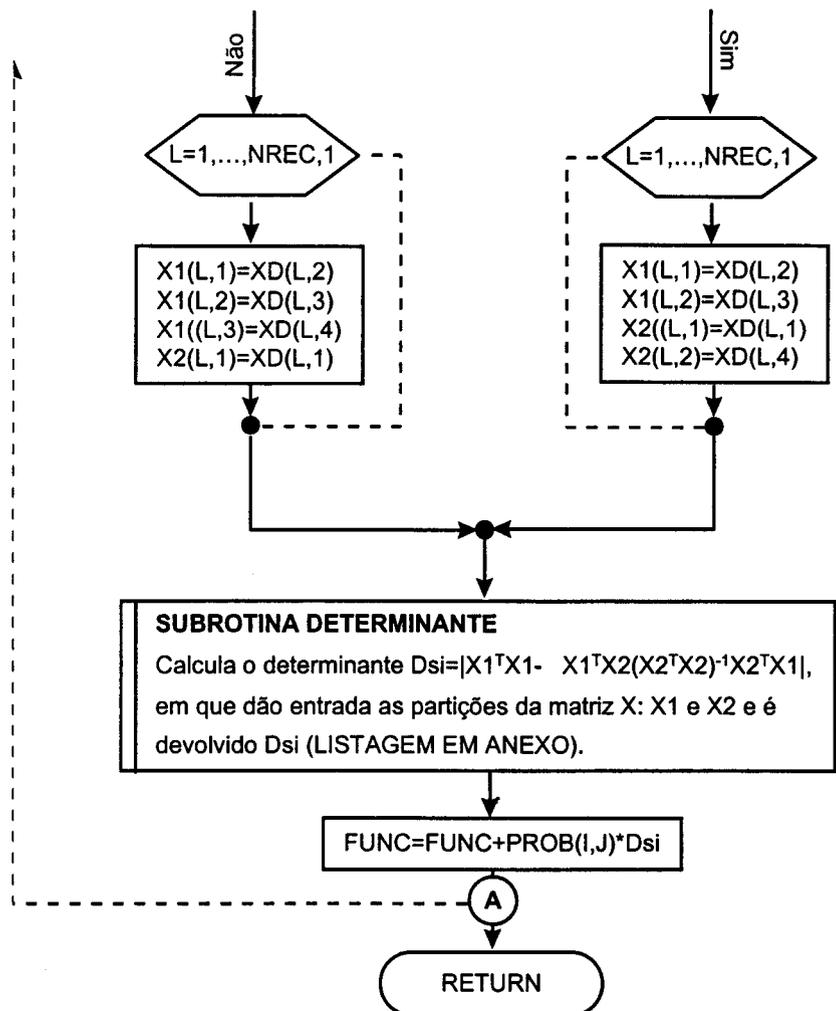


4.3. ALGORITMIA PARA A DISTRIBUIÇÃO ÓPTIMA DE REDES 69

SUBROTINA FUNCIONAL (XREC,YREC,CRIT,FUNC)

Nesta rotina entram as coordenadas das estações sismográficas que formam a rede (XREC, YREC), o critério de otimização (xy ou xyz) e é devolvido o valor do funcional associado à situação (FUNC).





4.4 Erros associados à geometria da rede.

Aplicado DORES a determinada região sísmica Ω_θ (região da qual existe informação sobre a sismicidade e que se conhece o modelo de velocidades), o algoritmo devolve um conjunto de N coordenadas no domínio Ω_x que posicionam as estações da rede. Espera-se que a distribuição de estações assim obtida seja a que, para a situação considerada, conduza às "melhores" localizações de sismos. Isto é, o programa DORES desenha uma rede optimizada.

O algoritmo foi construído para desenhar redes que conduzam a localizações exactas nas sub-regiões de Ω_θ onde são esperados maior número de eventos, enquanto que se admitem localizações um pouco menos exactas nas sub-regiões de menor sismicidade. DORES pode funcionar mediante um de dois critérios: xy ou xyz . O critério xy destina-se a obter redes optimizadas para a localização de epicentros enquanto que a opção xyz é utilizada quando as redes a planificar se destinam à recolha de dados para estimativas precisas da profundidade focal. Contudo, qualquer que seja a opção considerada, a resposta obtida resume-se à indicação das coordenadas de um conjunto de N pontos sobre a superfície Ω_x . Mas será que uma rede sísmica assim planificada assegura aquilo que dela se espera? Para responder a esta pergunta há que desenvolver ferramentas que permitam determinar objectivamente a eficácia da rede. De acordo com Uhrhammer (1980); Lilwall e Francis (1978); Kijko e Sellevoll (1982); Lindo e Herraiz (1995), a maneira de o conseguir consiste em calcular a distribuição espacial dos erros de localização dos hipocentros obtidos por tal rede. O cálculo desses erros é feito para um conjunto de sismos sintéticos distribuídos uniformemente sobre Ω_θ à profundidade z_0 . Para cada um dos sismos sintéticos há que calcular o erro associado à sua localização quando esta for feita a partir dos dados recolhidos pela rede considerada. A cada uma das coordenadas, x_0 , y_0 e z_0 , do sismo existe associado um erro rerepresentado, respectivamente, por σ_{x_0} , σ_{y_0} , σ_{z_0} . Estes erros podem ser agrupados em duas categorias: erro de localização do epicentro (erro epicentral) representado por σ_{xy} e erro associado à determinação da profundidade focal rerepresentado por σ_{z_0} . O erro epicentral define-se por $\sigma_{xy} = \sqrt{\sigma_{x_0}^2 + \sigma_{y_0}^2}$. Os erros referidos são o desvio padrão associado à estimativa de cada um dos parâmetros hipocentrais, quando essa estimativa for feita através do método de inversão apresentado na secção 2.4.

Como foi analisado na secção 2.4, a determinação dos parâmetros hipocentrais θ de um sismo pelo, método de Geiger, envolve geralmente duas fases. A

primeira consiste em calcular o valor mais provável do conjunto de parâmetros θ e a segunda em estimar a exactidão da solução encontrada e que é dada pela matriz de covariância, $C(\theta)$. O cálculo dos parâmetros $\theta = (t_0, x_0, y_0, z_0)$ faz-se iterativamente a partir de um conjunto preliminar de parâmetros, θ^* , que vai sendo sucessivamente melhorado à custa de pequenas perturbações $\delta\theta$ que conduzam à minimização da função

$$(SQR) = \sum_{i=1}^N [t_i - t_i^{cal}]^2, \quad (4.6)$$

em que t_i representa o instante de chegada das ondas P, registado na estação i , e t_i^{cal} o correspondente instante calculado. A determinação de cada uma das perturbações $\delta\theta$ é feita por inversão linear de 2.36 em torno de θ^* . Segundo Menke (1984), para tais situações, os parâmetros calculados tem matriz de covariância dada por

$$C(\theta) = [(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T] C(t) [(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T]^T, \quad (4.7)$$

em que X é a matriz de derivadas parciais representada por 4.5, cujos elementos são dados por 4.4 e $C(t)$ a matriz de covariância dos tempos registados no conjunto de estações da rede.

Uma vez que os sismos considerados são sintéticos não há possibilidade de se obterem os instantes de chegada observados. Poderia pensar-se em substituir esses tempos por tempos calculados por aplicação do modelo 2.36. Porém, se assim fosse, ao resolver o problema inverso, e atendendo a que é assumido determinado modelo de velocidades para a região, utilizado tanto na resolução do problema directo como do inverso, o resíduo de tempo entre os instantes de chegada seria nulo. Portanto, os únicos erros de tempo que é possível ter em conta são os erros de instrumentação. Admitindo que os instrumentos de registo de tempo das várias estações são semelhantes, é razoável considerar que os erros de medida dos instantes de chegada das

ondas P registados pela rede (t) tem distribuição gaussiana com variância constante, $\sigma_t^2 = Cte$. Assim, a matriz $\mathbf{C}(t)$ de 4.7 toma a forma $\mathbf{C}(t) = \sigma_t^2 \mathbf{I}$ e a equação 4.7 depois de simplificada é dada por

$$\mathbf{C}(\theta) = \sigma_t^2 [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1}. \quad (4.8)$$

Recordando que $\theta = (t_0, x_0, y_0, z_0)^T$ e atendendo a que considerada a matriz de covariância de um conjunto de variáveis, o desvio padrão de cada uma dessas variáveis é dado pela raiz quadrada do elemento da diagonal principal referente à variável, vem

$$\begin{aligned} \sigma_{x_0} &= \sqrt{C_{22}(\theta)} \\ \sigma_{y_0} &= \sqrt{C_{33}(\theta)} \\ \sigma_{z_0} &= \sqrt{C_{44}(\theta)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

4.4.1 Algoritmia do cálculo dos desvios padrão

O cálculo da distribuição espacial dos erros de localização (desvios padrão σ_x , σ_y e σ_z) obtidos para determinada geometria de rede é feito através de uma rotina escrita em fortran intitulada "DP" (Desvios Padrão). Essa rotina considera um conjunto de M pontos uniformemente distribuídos na região Ω_θ que se pretende estudar (região de interesse) e à profundidade z_0 . Cada um desses pontos representa um foco sísmico sintético.

A localização de um foco sísmico i ($i = 1, 2, \dots, M$) tem associada uma matriz de covariância que contém a informação da exactidão da localização. Admitindo que as estações que constituem a rede tem equipamentos de registo de tempo iguais e que esses equipamentos conduzem a erros de leitura, σ_t , iguais em todas as estações, a matriz de covariância que permite extrair

os erros dessa localização, atendendo a 4.8, é dada por

$$\mathbf{C}_i(\theta) = \sigma_i^2 [\mathbf{X}_i^T \mathbf{X}_i]^{-1}. \quad (4.10)$$

Assim, o desvio padrão de cada uma das coordenadas espaciais do hipocentro, atendendo a 4.9 será dado por

$$\begin{aligned} \sigma_{ix_0} &= \sqrt{C_{i22}(\theta)} \\ \sigma_{iy_0} &= \sqrt{C_{i33}(\theta)} \\ \sigma_{iz_0} &= \sqrt{C_{i44}(\theta)} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Como interessa considerar duas categorias de erro, o *epicentral* (σ_{ixy}) e em profundidade (σ_{iz}), o erro epicentral será determinado por $\sigma_{ixy} = \sqrt{\sigma_{ix_0}^2 + \sigma_{iy_0}^2}$ e o erro em profundidade focal dado simplesmente por σ_{iz_0} .

O cálculo dos desvios padrão de cada sismo i envolve dois conjuntos de procedimentos principais: determinação da matriz \mathbf{X}_i e inversão dos elementos da diagonal principal da matriz de dimensão (4×4) , $\mathbf{A}_i = [\mathbf{X}_i^T \mathbf{X}_i]$. Os elementos da matriz

$$\mathbf{X}_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial t_1}{\partial t_{i0}} & \frac{\partial t_1}{\partial x_{i0}} & \frac{\partial t_1}{\partial y_{i0}} & \frac{\partial t_1}{\partial z_{i0}} \\ \frac{\partial t_2}{\partial t_{i0}} & \frac{\partial t_2}{\partial x_{i0}} & \frac{\partial t_2}{\partial y_{i0}} & \frac{\partial t_2}{\partial z_{i0}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial t_N}{\partial t_{i0}} & \frac{\partial t_N}{\partial x_{i0}} & \frac{\partial t_N}{\partial y_{i0}} & \frac{\partial t_N}{\partial z_{i0}} \end{pmatrix},$$

como foi visto na secção 4.3, são calculados por 4.4 conhecidas as derivadas $\frac{\partial t_j}{\partial \Delta_i}$ e $\frac{\partial t_j}{\partial z_{i0}}$ ($j = 1, 2, \dots, N$) dadas pela rotina TRVDRV do programa HIPO71. Assim, considerado o sistema cartesiano de coordenadas,

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_j}{\partial t_{i0}} &= 1 \\ \frac{\partial t_j}{\partial x_{i0}} &= -\frac{\partial t_j}{\partial \Delta_i} \sin Az_{ji} \\ \frac{\partial t_j}{\partial y_{i0}} &= -\frac{\partial t_j}{\partial \Delta_i} \cos Az_{ji} \end{aligned}$$

em que $\sin Az_{ij} = \frac{x_{i0}-x_j}{\Delta_{ij}}$ e $\cos Az_{ij} = \frac{y_{i0}-y_j}{\Delta_{ij}}$, sendo x_{i0} e y_{i0} as coordenadas do sismo i e x_j e y_j as coordenadas da estação j . Considerando que $\mathbf{A}_i = \mathbf{X}_i^T \mathbf{X}_i$, de acordo com 4.10,

$$\begin{aligned} C_{i22} &= \sigma_t^2 A_{i22}^{-1} \\ C_{i33} &= \sigma_t^2 A_{i33}^{-1} \\ C_{i44} &= \sigma_t^2 A_{i44}^{-1} \end{aligned} \quad (4.12)$$

em que A_{i22}^{-1} , A_{i33}^{-1} e A_{i44}^{-1} são os três elementos da diagonal principal de \mathbf{A}_i^{-1} necessários à determinação, por 4.11, dos desvios padrão σ_{ix_0} , σ_{iy_0} e σ_{iz_0} . Procedendo da mesma maneira para todos os focos sintéticos ($i = 1, 2, \dots, M$), ficam determinados os erros de localização associados a todos eles.

O algoritmo desenvolve-se segundo fluxograma da figura 4.3:

4.4.2 Provas de funcionamento da rotina DP

Uhrhammer (1980) apresenta um método de analisar em que medida a geometria das pequenas redes sísmicas influencia a sua eficiência. Esse método consistiu em determinar, para determinadas configurações geométricas de rede, a distribuição espacial dos erros de localização (desvios padrão). Apresentou, para uma geometria de rede sísmica de 4 estações, resultados da aplicação do método sob a forma de gráficos de linhas de igual erro. Nomeadamente, apresentou resultados para erros σ_x e σ_z . Lindo e Herraiz (1995) desenvolveram um programa, "HIERR", para determinar a distribuição espacial dos erros de localização associados a qualquer geometria de rede sísmica. A maneira de testarem o funcionamento desse programa foi aplicando-o às redes utilizadas por Uhrhammer e comparando resultados. A semelhança dos resultados obtidos constituiu a prova de funcionamento do programa. Seguindo a mesma metodologia também aqui se aplicou rotina acima apresentada à situação descrita por aqueles dois conjuntos de autores.

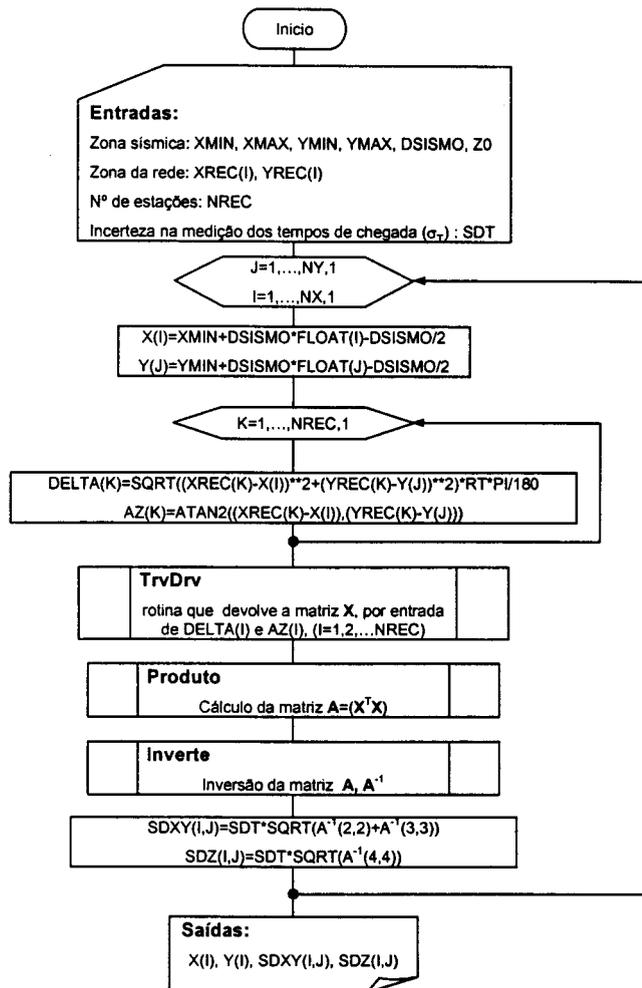


Figura 4.3: Fluxograma da rotina "SD" de cálculo dos erros de localização associados a determinada distribuição de estações.

A rede descrita por Uhrhammer é constituída por quatro estações; três colocadas sobre os vértices de um triângulo equilátero e a quarta no centro desse triângulo. A distância entre esta estação e qualquer uma das que se encontram nos vértices do triângulo é de 10Km, ver figura 4.4. A rede foi destinada a operar no centro de uma região Ω_θ (região de interesse) com uma área de $50 \times 50 \text{Km}^2$. Admitiu-se um modelo de velocidades de uma só camada na qual as ondas P se propagam à velocidade de 5,6Km/s. Considerou o desvio padrão das leituras individuais dos tempos de chegada das fases de 0,05s, igual em todas as estações, e os hipocentros sintéticos situados à profundidade de 10Km.

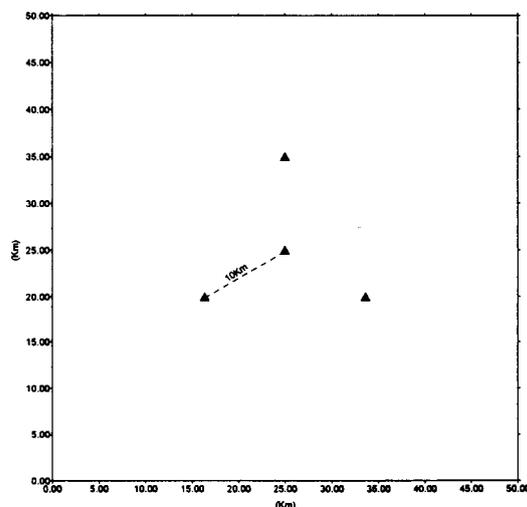


Figura 4.4: Representação da região a estudar e distribuição geométrica da rede triangular considerada.

A figura 4.5 representa, sob a forma de gráficos de isolinhas, os desvios padrões dos parâmetros hipocentrais, σ_x e σ_z , obtidos por Uhrhammer, semelhantes aos obtidos por Lindo e Herraiz. Na figura 4.6 estão representadas as mesmas grandezas obtidas pela aplicação da rotina "DP" à mesma situação considerada por aqueles autores.

A comparação das distribuições de erro obtidas por Uhrhammer com as

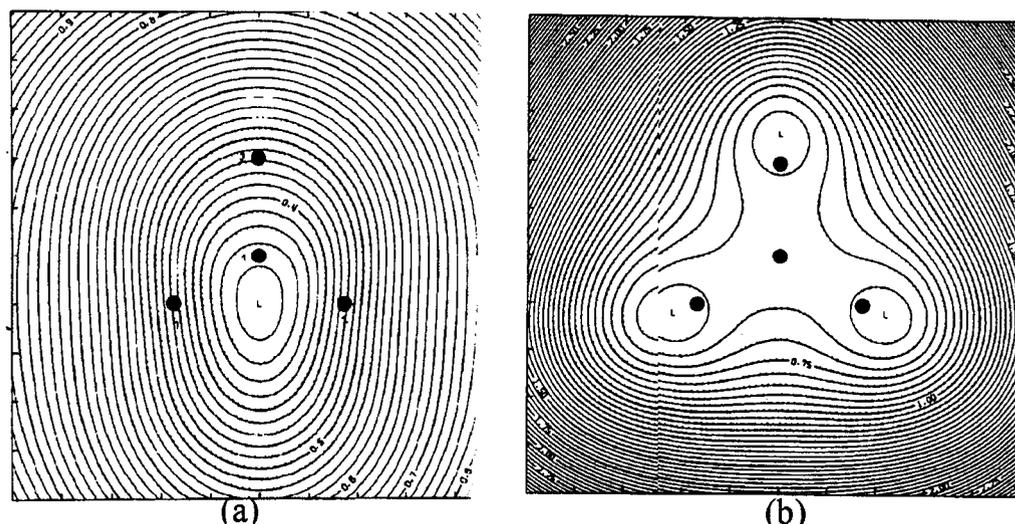


Figura 4.5: Resultados da distribuição de erros obtidos por Uhrhammer (1980) para uma rede triangular. Em (a) distribuição dos erros para x , σ_x ; em (b) distribuição dos erros para z , σ_z .

de "DP", para geometrias de rede idênticas, permite organizar as seguintes observações:

1. a distribuição dos erros de localização epicentral obtidos por Uhrhammer (figura 4.5(a)), revela uma zona compreendida entre a estação colocada no centro do triângulo e as colocadas nos dois catetos inferiores, delimitada por uma linha fechada onde as localizações são mais precisas. À medida que se caminha para regiões periféricas, os erros de localização aumentam, mantendo-se porém a simetria das isolinhas que as delimitam. A distribuição de erros obtida por "DP", figura 4.6(a), apresenta características semelhantes;
2. em relação à distribuição dos erros em profundidade, figuras 4.5(b) e 4.6(b), mais uma vez se confirma a semelhança. Ambas apontam para uma região central de simetria aproximadamente triangular, onde os erros apresentam valores mais baixos. Essa região é envolvida por uma

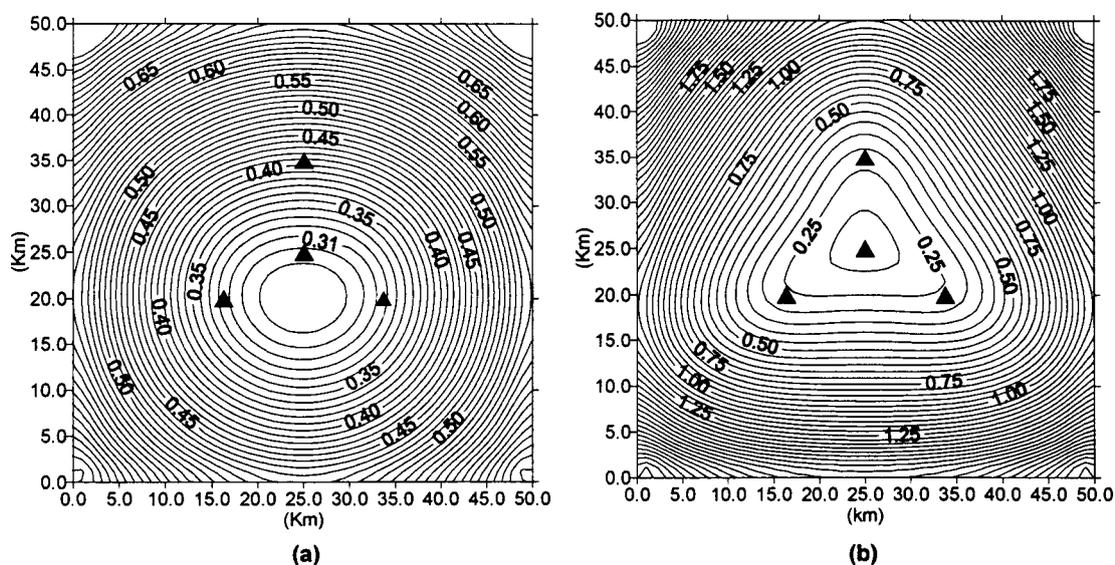


Figura 4.6: Distribuição de erros de localização de sismos obtidas por aplicação de "DP" para uma simetria de rede semelhante à utilizada por Uhrhamer (1980). Em (a) distribuição dos erros de profundidade, σ_z e em (b) erros da coordenada epicentral x_0 , σ_{x_0} .

sucessão de outras regiões, também com simetria triangular, que apresentam erros de localização tanto mais elevados quanto mais periférica for a região.

Em conclusão, a coincidência das distribuições de erro obtidas pelos dois métodos legitima a utilização da rotina "DP".

4.5 Testes ao programa DORES

Feita a tradução do algoritmo de otimização já esquematizado, para uma linguagem de programação, o fortran, escreveu-se o programa DORES (listagem em apêndice). Face a determinado conjunto de dados de entrada que caracterizam fisicamente as regiões sobre as quais a otimização se reporta, e que define as condições mediante as quais a otimização se deverá pro-

cessar, o programa devolve um conjunto de N coordenadas geográficas que representam as N posições que as estações da rede deverão ocupar. Conjuntamente com as posições das estações, o programa devolve também o valor do parâmetro de optimização (funcional J) associado a essa distribuição. Teoricamente a melhor distribuição de estações é a que está associada ao máximo valor de J . Porém, da forma que o programa foi construído, não há segurança que determinada solução obtida seja a que corresponde ao máximo de J . Isto porque a maximização de J é feita por um método que consiste em sortear distribuições de estações e avaliar se o valor de J associado a essas distribuições é maior que o valor mais elevado que já foi conseguido. Se a condição se verificar essa distribuição é temporariamente aceite e procede-se a novo sorteio feito a partir da configuração acabada de aceitar. Se a condição não se verificar a configuração é rejeitada e procede-se a novo sorteio feito a partir da última distribuição de estações considerada. Considera-se que foi atingido o máximo de J quando na sequência de determinado número de sorteios sucessivos, critério de convergência (NREJ), não houver aumento do valor de J . Ora, um ensaio feito por este método pode conduzir (e conduz com alguma frequência) a uma solução que se verifica mais tarde, quando feitos outros ensaios, não ser a melhor. Por esta razão a planificação de redes com este programa deve ser repetida várias vezes até haver alguma segurança que determinado valor de J seja o mais elevado. Quando isso acontecer a distribuição de estações associada ao máximo valor de J obtido será a distribuição que se procura.

No programa DORES fez-se a distinção clara entre os domínios das variáveis e dos parâmetros do modelo, representados respectivamente por Ω_x e Ω_θ . O domínio Ω_x representa a região onde se estendem as estações que doravante se denominará *região da rede*. O domínio Ω_θ que representa a região que se pretende monitorar será chamado *região sísmica*. A separação dessas duas regiões possibilita, em termos práticos, que se possam planificar redes

destinadas a localizar sismos em regiões não coincidentes com a região onde estende a rede. Este pormenor pode ter interesse, por exemplo, quando se pretender planificar uma rede para estudar a sismicidade no mar, por colocação de estações em terra. Os dados de entrada necessários à optimização, que contém a parametrização do programa e que traduzem as propriedades físicas das regiões Ω_θ e Ω_x , foram agrupados em categorias e introduzidos em ficheiros separados para serem manipulados com mais facilidade. Assim, encontram-se associados a "DORES" os seguintes ficheiros de dados:

ZREDE.DAT- Neste ficheiro encontram-se todos os dados que caracterizam a região onde se irá espalhar a rede sísmica: coordenadas do ponto de longitude mínima e máxima (XRMIN e XRMAX); coordenadas dos pontos de latitude mínima e máxima (YRMIN e YRMAX); número de estações que constituem a rede (NREC); dimensão da malha da grelha que cobre a zona da rede cujos nós constituem pontos candidatos a receber uma estação (DREDE) e por fim as coordenadas geográficas da posição inicial de cada uma das estações (XREC(I) e YREC(I) (I=1,2,...NREC)).

ZSISMO.DAT- Neste ficheiro encontram-se todos os dados referentes à localização da região sísmica assim como a profundidade considerada para a ocorrência de sismos: XMIN; XMAX; YMIN; YMAX; DSISMO; Z0.

MOD.DAT- Este ficheiro contém as informações sobre o modelo de velocidades. Na primeira linha contém a informação do número de camadas geológicas considerado (NL) e nas linhas seguintes, organizado em duas colunas, a profundidade da parte superior de cada camada considerada e a sua velocidade: D(L), V(L).

PROB.DAT- Foi escrita uma rotina exterior ao programa

DORES (PROB.EXE) que utilizando a informação sobre a localização dos eventos ocorridos na região sísmica considerada gera um ficheiro (PROB.DAT) com a densidade de probabilidade de ocorrência no centro de cada célula da grelha que cobre toda a região Ω_θ .

CRITERIO.DAT- Contém dois parâmetros: CRIT e REJEIT. O parâmetro CRIT define o método de optimização a seguir. Se CRIT=1 segue o método xy, se CRIT=2 segue o método xyz. Por outro lado, o parâmetro REJEIT traduz o critério de convergência do processo. Quando a partir de um determinado número (REJEIT) de sorteios sucessivos de novas distribuições de rede não for encontrada nenhuma que conduza ao aumento de J, considera-se que a última distribuição para a qual J aumentou é a que corresponde à optimização pretendida. Assim, o parâmetro que determina as condições de paragem do ciclo iterativo é precisamente este, e por isso poderá ser considerado o critério de convergência.

SAIDA.DAT- Após encontrada a distribuição óptima de rede, é gerado um ficheiro com as coordenadas das estações e com os valores do funcional associado à distribuição inicial (J^+) e o valor associado à distribuição óptima (J^0).

O funcionamento de DORES será testado através de dois tipos de ensaios intitulados *testes numéricos* e *testes físicos*. Os testes numéricos têm por objectivo determinar em que medida os valores dos dois conjuntos de grandezas numéricas que é necessário fixar em cada optimização, distribuição inicial de estações (\mathbf{x}^*) e critério de convergência (REJEIT), afectam a qualidade da solução (valor de J). Em relação aos testes físicos, procurou analisar-se, sob o ponto de vista físico, da legitimidade das soluções encontradas por DORES.

Para isso foram ensaiadas planificações de situações típicas já estudadas por outros autores.

4.5.1 Testes numéricos

O primeiro conjunto de testes destina-se a estudar a qualidade da solução obtida através do algoritmo desenvolvido (máximo valor obtido para o funcional J , 4.2) em função dos dois parâmetros do programa que é necessário fixar:

- a) o critério ou valor de convergência para J (NREJ);
- b) as coordenadas iniciais de cada estação sísmica (\mathbf{x}^*).

Relembre-se que de entre duas planificações obtidas nas mesmas condições, aquela que conduzir a um valor mais elevado do funcional J (parâmetro de otimização) será aquela que corresponde à melhor distribuição das estações da rede.

Situação Considerada

Dada uma hipotética região quadrada de 0.9° de lado com uma estrutura compatível com o modelo de velocidades representado na tabela 4.1, pretende-se estender, nessa região, uma rede sísmica composta por 5 estações de forma a localizar nas melhores condições um evento situado prec

isamente no centro da região e à profundidade de 15Km.

Resultados:

Feitas várias planificações para valores diferentes tanto de NREJ como de \mathbf{x}^* , obtiveram-se os resultados:

- a) para variação do critério de convergência (NREJ)

A tabela 4.2 apresenta os valores médios do parâmetro de otimização J obtidos para valores do critério de convergência 50, 100, 150,

Camada	Vel. de propagação das ondas P (Km/s)	Espessura da camada (Km)
1	4.9	4
2	6.8	5
3	7.9	4
4	9.5	9
5	11.4	camadas inferiores

Tabela 4.1: Modelo de velocidades usado

200, 250, 300, 350 e 400. Optou-se por representar, para cada conjunto de 7 ensaios, o valor médio do parâmetro J em função do critério de convergência em vez do valor mais elevado obtido porque, como já era esperado, se observou haver convergências diferentes embora frequentemente repetidas. À medida que se aumentou o valor do critério de convergência também se observou uma certa tendência para que a convergência fosse cair em valores mais elevados de J . A forma encontrada para evidenciar essa tendência foi precisamente calcular para cada conjunto de ensaios o valor médio do parâmetro J . Em apêndice estão representados os resultados completos do conjunto de ensaios efectuados.

NREJ	\bar{J}	NREJ	\bar{J}
50	0.629×10^{-6}	250	0.735×10^{-6}
100	0.678×10^{-6}	300	0.733×10^{-6}
150	0.713×10^{-6}	350	0.733×10^{-6}
200	0.733×10^{-6}	400	0.735×10^{-6}

Tabela 4.2: Médias do máximo valor de J obtidas para vários valores do critério de convergência.

b) para variação das coordenadas iniciais das estações (\mathbf{x}^*)

A tabela 4.3 apresenta, para várias configurações iniciais de estações (\mathbf{x}^*), o valor do parâmetro de optimização que lhe corresponde, representado

por J^* e os valores médios do parâmetro de otimização (\bar{J}) para um conjunto de 7 ensaios. Os resultados completos destes ensaios são apresentados em apêndice.

Configuração inicial ($\mathbf{x}+$)			\bar{J}
Longitude	Latitude	J^*	
0.7	0.9	0.270×10^{-8}	0.736×10^{-6}
0.9	0.9		
0.9	0.8		
0.8	0.8		
0.8	0.7		
0.2	0.2	0.495×10^{-7}	0.727×10^{-6}
0.2	0.4		
0.3	0.9		
0.7	0.9		
0.7	0.4		
0.1	0.9	0.143×10^{-8}	0.736×10^{-6}
0.2	0.9		
0.3	0.9		
0.4	0.9		
0.5	0.9		
0.1	0.2	0.441×10^{-7}	0.733×10^{-6}
0.3	0.2		
0.4	0.5		
0.7	0.3		
0.7	0.8		

Tabela 4.3: Médias do máximo de J obtidas para várias distribuições iniciais de estações. $J+$ representa o parâmetro de otimização associado à distribuição inicial de estações e J o mesmo parâmetro associado à melhor distribuição obtida.

Conclusões dos testes numéricos

Atendendo aos resultados dos testes apresentados nas tabelas 4.2 e 4.3, pode concluir-se:

1. Acima do valor 200 para o critério de convergência parece não haver aumento do parâmetro de convergência, portanto foi estabelecido este

número como um valor aceitável para critério de convergência.

2. Não é evidente que o processo de otimização produza melhores resultados com alguma das configurações iniciais (\mathbf{x}^*) experimentadas, parecendo assim não existirem configurações iniciais privilegiadas, isto é, o processo de otimização poderá ser iniciado com qualquer distribuição inicial de estações sem que isso venha a alterar o resultado final.

4.5.2 Testes físicos

Estão referidas na literatura, Galib et al. (1984), Lee e Stewart (1981), Bulland (1976) Rabinowitz e Steinberg (1990), algumas situações simples para as quais é conhecida a *melhor distribuição de estações*. Entendendo-se por *melhor distribuição de estações* aquela que permitir localizações mais precisas nas sub-regiões de maior actividade sísmica. É frequente encontrarem-se redes que embora funcionem bem na localização de epicentros não permitem boas estimativas da profundidade focal. Nestas situações é possível que baste a deslocação de uma das estações para outro local para todo o contorno de erros mudar completamente. Também não parece haver dúvidas que se se acrescentar mais uma estação a determinada rede sísmica, sem alterar a posição das outras, essa nova rede nunca conduzirá a piores localizações que a anterior.

Questões como estas, que colocam em evidência a posição das estações na rede, serão seguidamente analisadas. Considerou-se um conjunto de situações sísmicas típicas para as quais foram feitas planificações utilizando o programa DORES. A análise das soluções encontradas foi elaborada através de uma metodologia que seguiu duas vias: comparação com os resultados obtidos por outros autores e representações gráficas dos erros de localização epicentral (σ_{xy}) e profundidade (σ_z) associados às redes obtidas. Os erros

foram calculados para um conjunto de sismos uniformemente distribuídos nas regiões sísmicas consideradas, supondo que as localizações desses sismos seriam feitas através das redes planificadas. A representação dos erros foi feita através de linhas de igual erro dispostas sobre os mapas das regiões sísmicas. Esse tipo de grafismo permite representar a eficiência das redes em cada ponto da região sísmica. Se aos contornos de erro se sobrepuser a indicação das sub-regiões de maior actividade sísmica, os gráficos daí resultantes podem ser considerados um meio de representar a eficiência das planificações obtidas. Reúnem os dois conjuntos de informação que permite avaliar a eficiência de uma rede: probabilidade e erro. Informam da qualidade da localização (erro) nas sub-regiões de maior actividade (probabilidade).

Situação 1

Dado um modelo de velocidades e um foco sísmico, determinar a distribuição de estações com a qual esse foco pode ser localizado nas melhores condições, fazendo variar o número de estações.

As redes a estudar estendem-se numa região, Ω_x , quadrada de $0,9^\circ$ de lado, *longitude* = $0.1^\circ - 1^\circ$ e *latitude* = $0.1^\circ - 1^\circ$. No centro da região considera-se um foco sísmico à profundidade de 12Km. A matriz densidade de probabilidade equivalente a esta situação tem apenas um valor não nulo (igual a 1) localizado no ponto ($0.55^\circ, 0.55^\circ, 12Km$). Admitiu-se que a estrutura geológica da crosta nessa região da terra é compatível com o modelo de velocidades representado na tabela,

Camada	Vel. das ondas P(Km/s)	Profundidade da camada (Km)
1	5,0	15
2	6,3	>15

Foi considerado um conjunto de pontos uniformemente distribuídos sobre os nós de uma grelha de malha quadrada de 0.1° de lado que cobre a superfície

de Ω_x , constituindo cada um desses pontos uma posição candidata a receber estações sísmicas. Portanto, ao todo, as estações da rede poderão distribuir-se por $10 \times 10 = 100$ posições candidatas.

Nas figuras 4.7, 4.8 e 4.9 estão representadas soluções obtidas por DORES para redes compostas, respectivamente por 4, 7 e 10 estações. Qualquer das situações representada corresponde à melhor solução de 10 ensaios, isto é, à solução associada ao valor de J mais elevado.

Conclusões da situação 1

Por observação dos resultados obtidos do conjunto de ensaios pode afirmar-se:

1. As soluções obtidas por DORES mediante o critério xy (localização do epicentro) caracteriza-se por coberturas azimutais do epicentro garantidas, pelo menos, por 3 estações. As estações que garantem essa cobertura azimutal não são colocadas todas à mesma distância do epicentro. De acordo com Galib et al. (1984) e Lee e Stewart (1981), as redes que teoricamente melhor localizam um só epicentro devem ter as estações distribuídas em torno do epicentro com um espaçamento angular inferior a 180° . Gibowicz e Kijko e (1994) acrescentam que é vantajoso que as estações se encontrem a distâncias diferentes do epicentro.
2. As planificações obtidas mediante o critério xyz (localização de hipocentros) conduzem, tal como as obtidas segundo o critério xy , a redes que cobrem azimutalmente o epicentro. Observa-se que nestas redes as estações são colocadas a distâncias mais curtas do epicentro que nas planificadas pelo critério xy . Nomeadamente, qualquer que seja o número de estações distribuídas, pelo menos duas delas são colocadas muito perto do epicentro. Lee e Stewart (1981) referem que só são possíveis boas estimativas da profundidade focal com redes que apresentem pelo

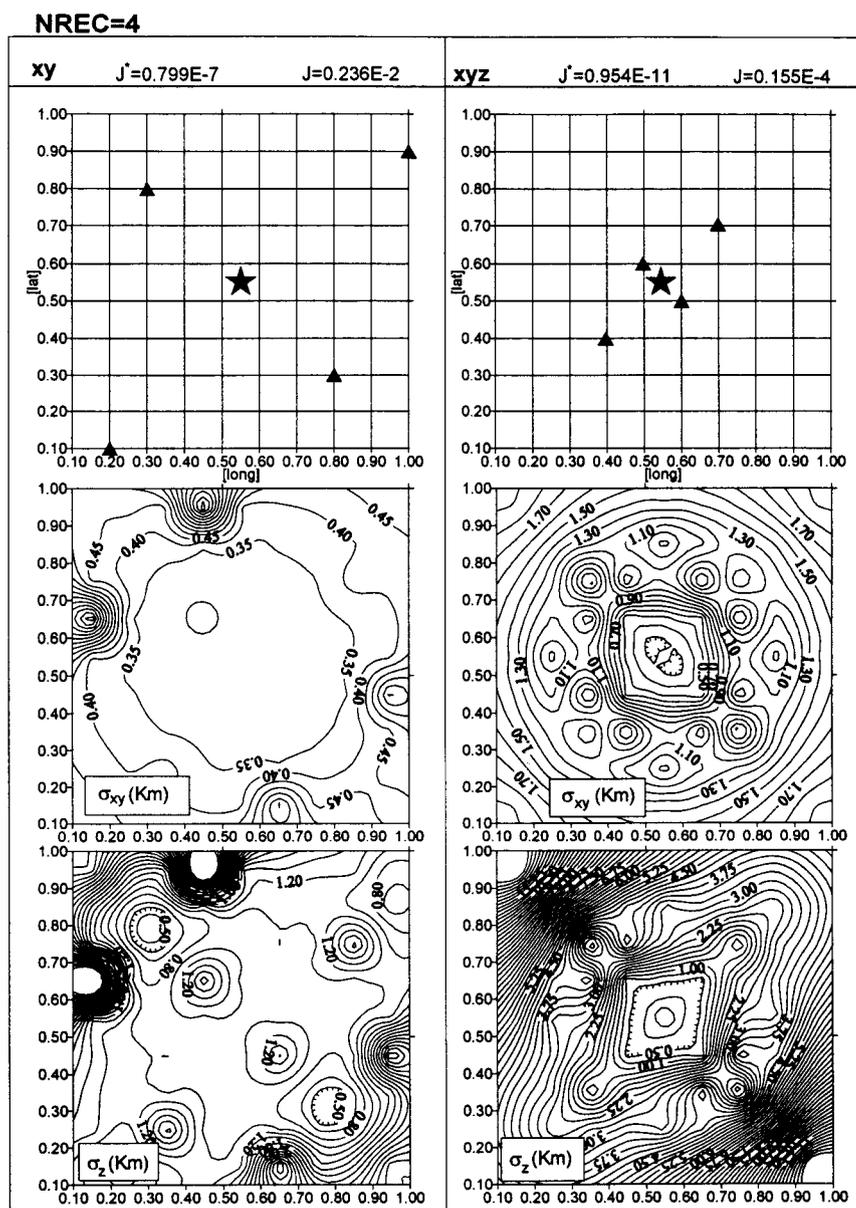


Figura 4.7: Optimizações obtidas por DORES para uma rede de 4 estações. Na coluna esquerda segundo o critério xy e na direita xyz. Nos esquemas superiores \blacktriangle representa a posição de cada estação e \star a posição do epicentro. Nos mapas do meio e de baixo estão representadas, respectivamente, as curvas de erro de localização epicentral e profundidade obtidos pelas redes consideradas.

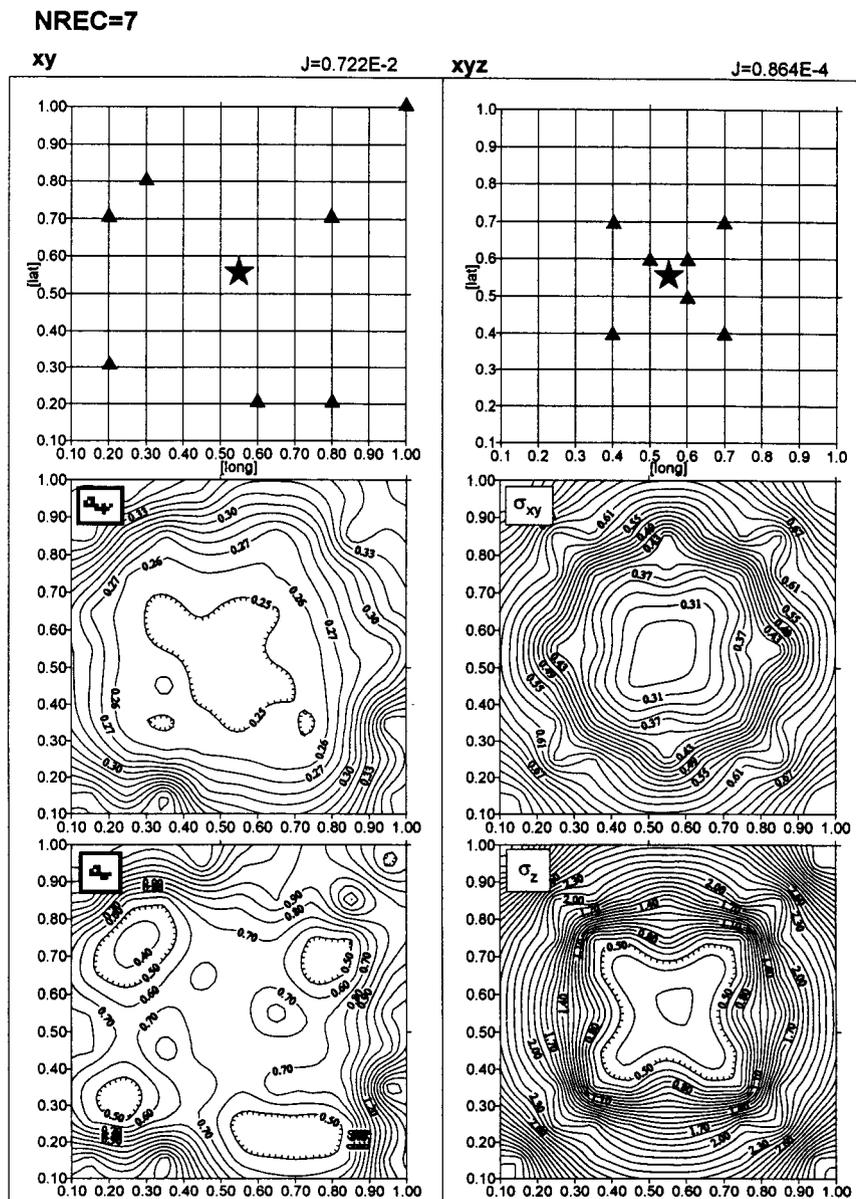


Figura 4.8: Optimizações obtidas por DORES para uma rede de 7 estações, mediante as mesmas condições que as obtidas na situação considerada anteriormente.

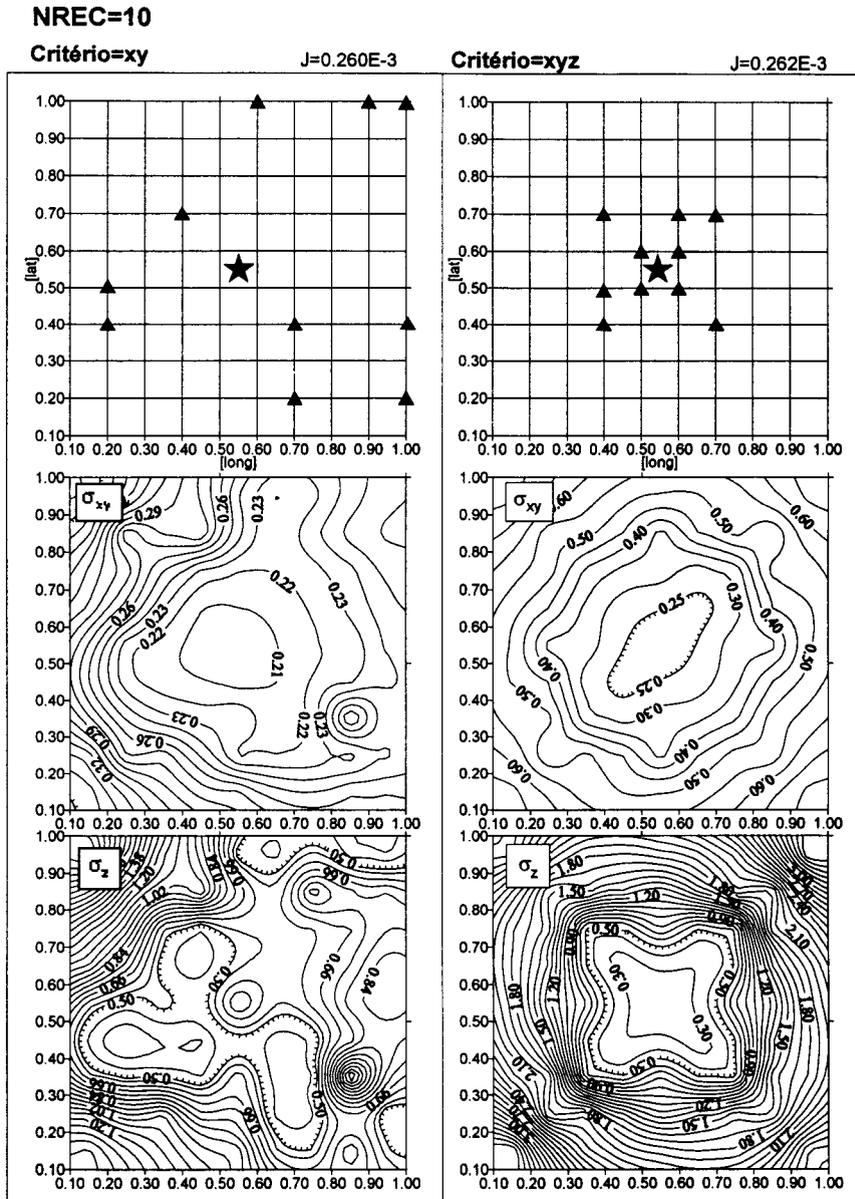
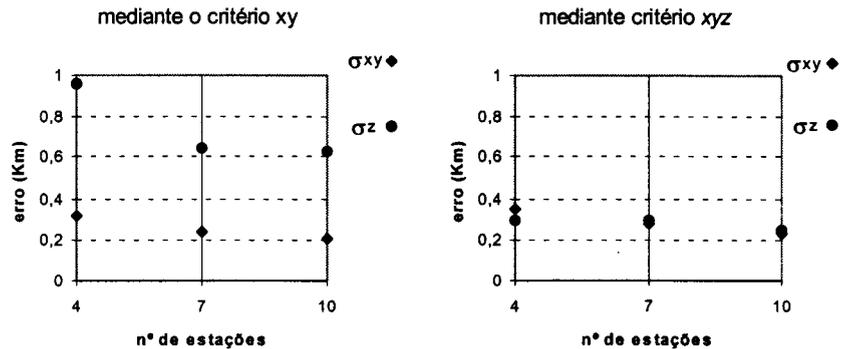


Figura 4.9: Optimizações obtidas por DORES para uma rede de 10 estações, mediante as mesmas condições que as obtidas nas situações anteriormente consideradas.

menos uma estação colocada a uma distância do epicentro menor que a profundidade focal.

3. Os gráficos da figura seguinte representam os erros de localização, epicentral e profundidade, de um sismo situado no centro de Ω_θ à profundidade de 12Km, situação para a qual as redes foram planificadas. O gráfico da esquerda representa os erros de localização de redes obtidas pelo critério xy e o gráfico da direita com as redes obtidas pelo critério xyz



Atendendo a estes gráficos pode concluir-se que, o aumento do número de estações da rede é acompanhado pela melhoria da precisão das localizações na sub-região de maior sismicidade. Esta observação é válida para as redes obtidas pelo critério xy e para as obtidas pelo critério xyz . Porém, no caso tratado, a taxa de ganho em precisão com o aumento do número de estações não se mantém. Quando se aumenta o número de estações de 4 para 7 os erros diminuem significativamente, mas, de 7 para 10 a diminuição não é significativa. A diferença entre os erros de localização obtidos com redes de 7 e 10 estações é muito pequeno. Nesta situação simples, se houvesse necessidade de ponderar a relação custo/benefício certamente que se optaria por não usar redes acima de 7 estações.

4. Outra conclusão que se pode tirar da observação dos gráficos tem a ver com a comparação de desempenhos das redes planificadas mediante um e outro critério. As redes planificadas mediante o critério xy conduzem a localizações mais precisas do epicentro que da profundidade focal (gráfico da esquerda). Por outro lado, as obtidas pelo critério xyz (gráfico da direita) funcionam tão bem para localizar o epicentro como a profundidade. Comparando os erros obtidos de todas as redes planificadas conclui-se que mesmo na localização do epicentro, situação onde as redes planificadas pelo critério xy se revelam mais capazes, as obtidas pelo critério xyz não dão piores estimativas. Portanto, e atendendo a que em termos práticos não é viável instalar na mesma área duas redes, uma para localizar epicentros e outra profundidades focais, a melhor solução na situação analisada, seria a rede de 7 estações planificada mediante o critério xyz (coluna direita da figura 4.8).

Situação 2

Dado um modelo de velocidades, determinar a melhor distribuição de estações que permita localizar um único evento, para profundidades focais diferentes.

Como na situação anterior considera-se que a rede se estende numa região quadrada Ω_x de 0.9° de lado, dividida em células de 0.1° , no centro da qual se situa o epicentro a localizar. O modelo de velocidades considerado é o mesmo da situação anterior. Como se pretendem estudar distribuições ótimas de estações para localizar sismos a várias profundidades focais, fizeram-se todas as planificações mediante o critério xyz .

As figuras 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13 representam soluções obtidas por "DORES" para uma rede de 8 estações planificada para localizar o evento considerado,

Profundidade focal (Km)	erro σ_z (Km)
6	0.18
12	0.25
18	0.26
24	0.23

Tabela 4.4: Representação dos erros de localização da profundidade focal em função da própria profundidade

respectivamente, à profundidade de 6, 12, 18 e 24Km. Cada representação corresponde à melhor solução obtida de um conjunto de 10 ensaios efectuados nas mesmas condições.

Conclusões da situação 2:

1. Qualquer que seja a profundidade considerada, todas as distribuições garantem a cobertura azimutal do epicentro. Pelo menos duas estações são colocadas a uma distância do epicentro menor que a profundidade focal. Estas conclusões estão de acordo com as observações apresentadas por Lee e Stewart (1981) e Gibowicz e Kijko (1994).
2. Como se pode observar da tabela 4.4, os erros hipocentrais, σ_z , para qualquer das redes planificadas equivalem-se. Não é claro que exista alguma relação entre profundidade focal e precisão. Porém, a condição que determina a equivalência desses erros é o afastamento das estações do epicentro. Nos casos em que os sismos ocorrem tendencialmente a baixas profundidades, a condição para que sejam localizados com precisão é que as estações se distribuam azimutalmente e a curta distância da zona do epicentro. Para casos em que a sismicidade aponte para focos mais profundos é conveniente que a cobertura azimutal se faça mais afastada do epicentro.

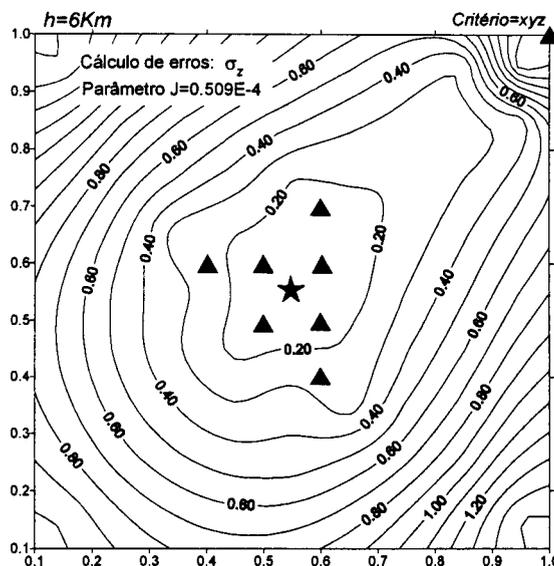


Figura 4.10: Rede de 8 estações (▲) obtida por DORES para localizar um evento assinalado por ★ à profundidade de 6Km e representação dos erros σ_z obtidos por tal rede.

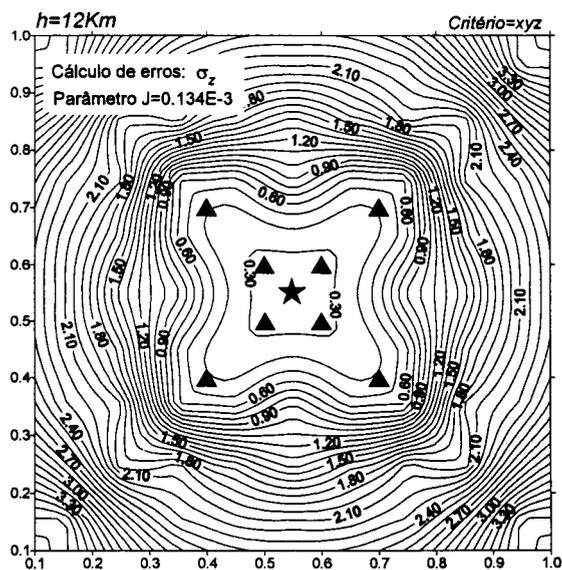


Figura 4.11: Rede obtida nas mesmas condições da figura anterior para localizar o evento à profundidade de 12Km.

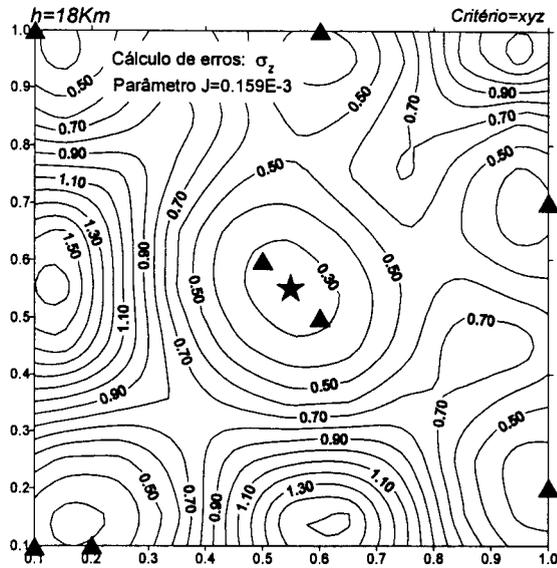


Figura 4.12: Rede obtida nas mesmas condições das figuras anteriores para localizar o evento à profundidade de 18Km.

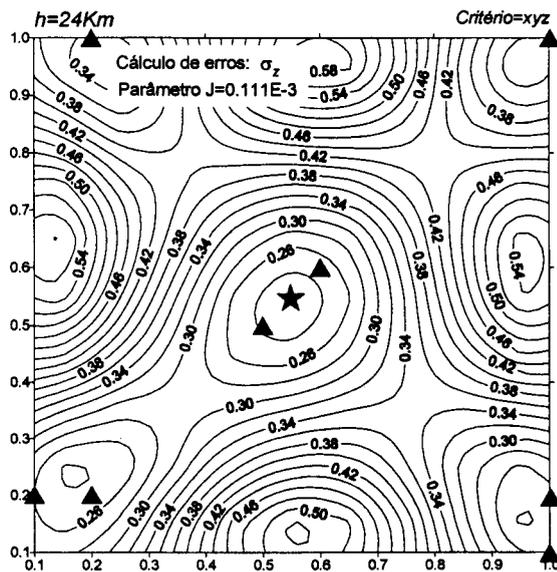


Figura 4.13: Rede obtida nas mesmas condições das figuras anteriores para localizar o evento à profundidade de 24Km.

Situação 3

Localização de um evento numa posição fora da região onde se estende a rede sísmica.

Rabinowitz e Steinberg (1990) apresentam resultados da planificação óptima de redes sísmicas de seis estações para a localização de um único evento, obtidas a partir da aplicação do algoritmo "DETMAX" de Mitchell (1974). Numa das situações descritas consideram que a rede sísmica se estende numa região rectangular de área 30×70 Km coberta por uma malha quadrada de 7×15 células. Cada estação poderá ocupar um nó dessa malha, o que contabiliza 105 posições candidatas. Assumem um conhecimento completo da estrutura da crosta da região, compatível com o modelo de velocidades representado na Tabela 4.5.

Camada	Velocidade das ondas P (Km/s)	Profundidade (Km)
1	4.0	10
2	5.5	20
3	6.5	30
4	8.0	>30Km

Tabela 4.5: Modelo de velocidade propagação das ondas P considerado por Rabinowitz e Steinberg (1990).

Quando consideram o evento situado fora da região da rede, no local assinalado na figura 4.14 à profundidade de 15Km, obtém configurações óptimas com simetria como a representada na figura 4.14.

A aplicação de "DORES" à situação descrita implica que sejam feitas algumas adaptações. As coordenadas cartesianas que descrevem a região da rede terão de ser transformadas para as unidades geográficas usadas por este algoritmo. Assim, e atendendo a que $1^\circ \simeq 111\text{Km}$, a área de Ω_x terá aproximadamente $0.27^\circ \times 0.63^\circ$, nestas coordenadas. Manter-se-á a rede de

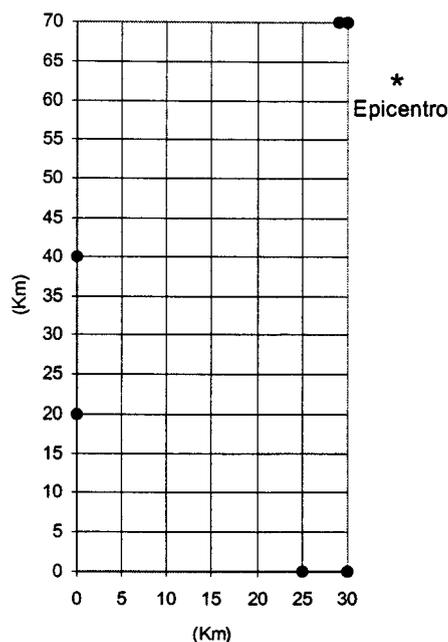


Figura 4.14: Configuração obtida pelo algoritmo "DETMAX"

7×15 células mas para isso é necessário dimensionar a malha para um valor de 0.045° . Em relação à definição da região sísmica bem como à sua caracterização em termos de densidade de probabilidade o problema simplifica-se, pois, apenas há que considerar um ponto de probabilidade não nula (igual a 1), que no caso considerado, para manter a analogia se situa em 0.34° , 0.54° e à profundidade de 15Km. O resultado desta otimização encontra-se representado na figura 4.15.

Conclusões da situação 3:

Conforme pode ser observado da comparação das figuras 4.14 e 4.15, as planificações obtidas tanto pelo algoritmo "DETMAX" como pelo "DORES" conduzem a distribuições de estações muito próximas. A diferença mais significativa está na colocação de um duplete de estações no canto nordeste de Ω_θ quando a planificação é feita pelo algoritmo "DETMAX" o que não se

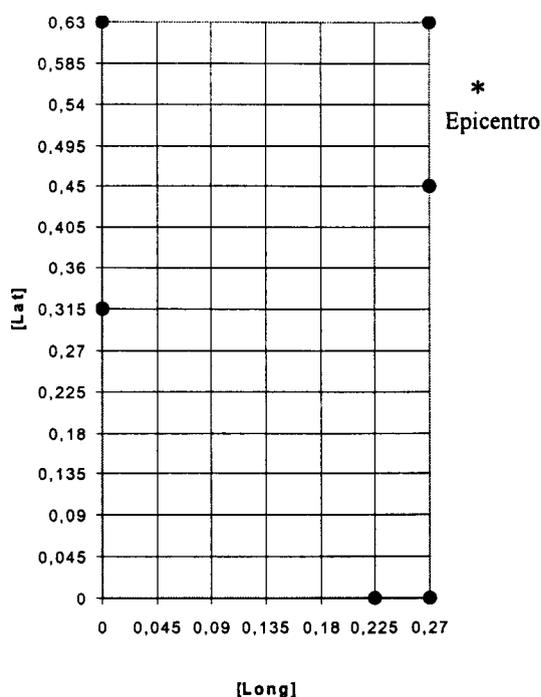


Figura 4.15: Configuração obtida por "DORES" em condições semelhantes às da figura anterior.

pode verificar em planificações dadas por "DORES", pois, uma das restrições na aceitação de qualquer configuração, por este algoritmo, é que não haja sobreposição de estações; considerou-se que não fazia sentido aceitar duas estações no mesmo local.

4.5.3 Conclusão dos testes de DORES

De acordo com vários estudos teóricos, por exemplo, Lee e Stewart (1981), Ghalib et al. (1985) e Buland (1976), a melhor distribuição de estações para situações como a que está a ser considerada (localização de um único evento) é caracterizada por dois factores: distribuição azimutal das estações em relação ao epicentro e distância ao foco sísmico. Em particular, localizações exactas

do epicentro exigem uma distribuição azimutal de estações com espaçamento inferior a 180° , isto é, a cobertura azimutal deverá ser garantida pelo menos por três estações. Localizações em que se pretenda estimar com um mínimo de garantia a localização do hipocentro, exigem, para além da cobertura azimutal, que a distância entre o epicentro e a estação mais próxima seja menor que a profundidade focal.

Analisando os resultados do conjunto de testes efectuados conclui-se que as optimizações obtidas por DORES estão de acordo com as disposições apresentadas por outros autores, tanto em relação à distribuição azimutal como distância ao epicentro.

Capítulo 5

Estudo de um caso real

Até agora o programa DORES foi aplicado a situações que envolviam a localização de um único evento. Para tais situações, definir um bom desenho de rede sísmica é um problema fácil de resolver através dos critérios ditos empíricos. Basta saber que o epicentro de um sismo é localizado em boas condições desde que esteja "cercado" pelo menos por três estações regularmente distribuídas à sua volta e que a profundidade focal pode ser estimada com precisão se, além da cobertura azimutal necessária à localização do epicentro, houver uma quarta estação que não diste do epicentro mais que a profundidade focal.

Em situações reais geralmente o problema não se apresenta de uma forma tão simplista. Perspectivam-se redes para laborar em regiões mais ou menos extensas onde existem zonas com sismicidade diferenciada. Espera-se que dessas redes saiam os registos que possibilitem estimar com precisão as posições dos eventos sísmicos, em especial dos que ocorram nas zonas de maior actividade. Esta exigência envolve um conjunto de variáveis tão extenso que não é provável obterem-se bons desenhos de rede pelos critérios empíricos. Kijko (1977) comparou as melhores planificações de uma rede sísmica obtida por intuição por um grupo de sismologistas Checoslovacos com os desenhos de rede, para a mesma situação, obtidos através de algoritmos

de optimização. A eficiência de ambas as planificações foi classificada numa escala de 0 a 1, em que o valor zero indicava a pior planificação e o valor 1 a melhor. Nessa escala, as planificações obtidas por intuição pelo grupo de sismólogos nunca ultrapassaram a classificação de 0,25.

Neste capítulo, por aplicação do algoritmo DORES, far-se-á o estudo do desenho de uma rede optimizada, destinada a cobrir parte da região Alto Alentejo. Para isso utilizam-se os dados disponíveis sobre a região, tanto a nível da actividade sísmica como do modelo de velocidades.

5.1 Localização geográfica e actividade sísmica da região.

A região considerada situa-se a sul do território continental português, mais concretamente na zona compreendida ente as coordenadas 8.40W, 38.30N e 7.60W, 38.9N. Grosso modo, tal região corresponde ao distrito de Évora, abrangendo os concelhos de Montemor-o-Novo, Arraiolos, Évora, Portel e Viana do Alentejo, ver figuras 5.1 e 5.2

A consulta dos registos sísmicos instrumentais entre 1904 e 1997, cedidos pelo Instituto de Meteorologia — Divisão de Sismologia, e obtidos a partir dos dados provenientes das redes nacional e mundial, permitiu esboçar a distribuição de epicentros representada na figura 5.2.

Também foi feita a distribuição do número de sismos por magnitudes, cuja representação se encontra na figura 5.3. Essa distribuição está de acordo com a lei de Gutenberg-Richter ($\log(N) = a - bm$), que para esta zona é dada pela equação

$$\log(N) = 2.99 - 0.84m, \quad (5.1)$$

em que N é o número de sismos de magnitude m . De 5.1 tira-se para os parâmetros $a=2.99$ e $b=0.84$.

O parâmetro a caracteriza a actividade sísmica da região: —quanto maior

5.1. LOCALIZAÇÃO GEOGRÁFICA E ACTIVIDADE SÍSMICA DA REGIÃO.103

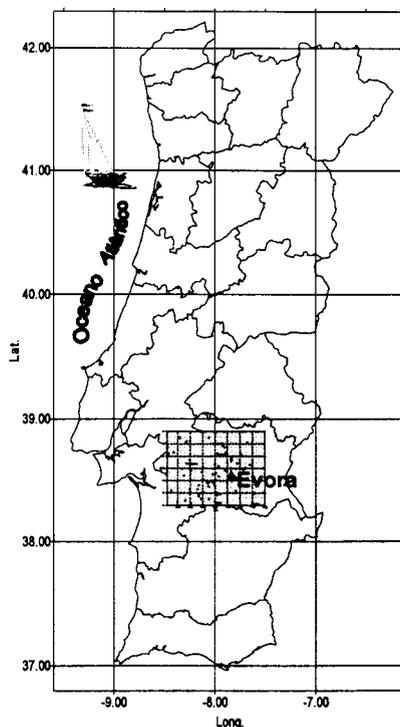


Figura 5.1: Identificação da região considerada.

for este parâmetro maior será a actividade sísmica; o parâmetro **b** serve para traduzir a relação entre a ocorrência de sismos de grande e pequena magnitude: —valores elevados de **b** representam predominância de pequenos sismos. Em geral, os valores de **b** estão compreendidos entre 0.67 e 1, (Lay e Wallace, 1995). Os valores típicos na região Ibero-Magreb são $a=2.99$ e $b=0.66$, (Matias, 1992). De acordo com estas informações, a zona pode ser caracterizada como tendo uma actividade sísmica equivalente à região Ibero-Magreb (valores de **a** iguais) com predominância de microsismicidade (valor de **b** elevado).

Dos 127 eventos catalogados, apenas 16% possuem informação sobre a profundidade focal, donde se calculou uma profundidade média de 15Km. Confrontando estes dados com os publicados por Martins (1990) transpare-

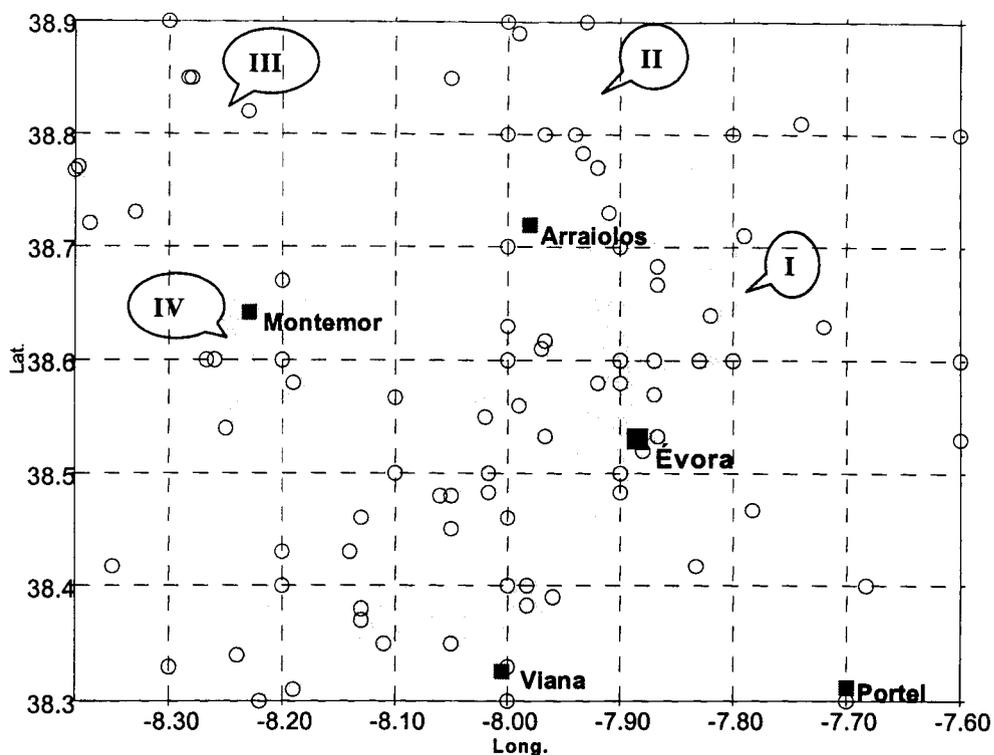


Figura 5.2: Actividade sísmica da região estudada. Os eventos registados estão representados por (o)

cem evidentes divergências, tanto nas localizações epicentrais como na profundidade dos eventos por ambos inventariados. Apesar da inconfiança que os dados possam suscitar, de acordo com eles, (figura 5.2), evidenciam-se 4 sub-regiões em que a actividade sísmica é mais intensa. Uma manifestamente mais extensa orientada na direcção SW-NE com cerca de 70Km (sub-região I) e as outras três, mais pequenas, com cerca de 20-30Km (sub-regiões II, III e IV).

Com a informação disponível sobre a sismicidade da região foi construída a matriz densidade de probabilidade que define para cada célula que cobre a região, o valor relativo da actividade sísmica registado nessa célula. Esta matriz encontra-se no ficheiro chamado PROB.DAT gerado pela roti-

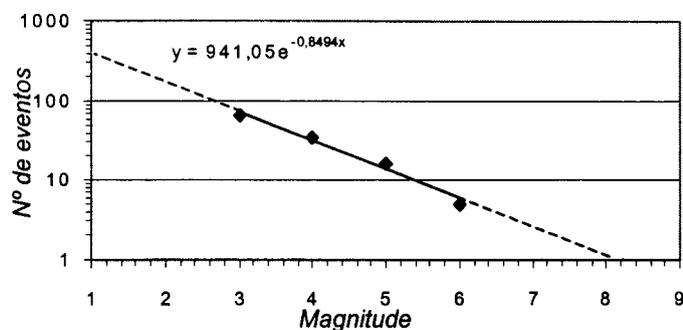


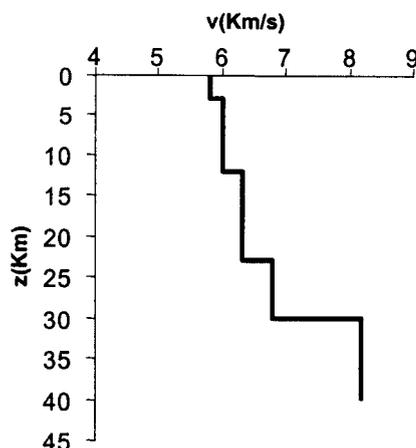
Figura 5.3: Lei de Gutenberg-Richter para a zona considerada.

na PROB.EXE apresentada em anexo. A matriz densidade de probabilidade para a região em causa revela a maior actividade na célula centrada no ponto de coordenadas geográficas $(-7.925, 38.575)$, com 12.5% de toda a actividade sísmica registada na região.

5.2 Modelo de velocidades

Dos modelos de velocidades disponíveis, optou-se pelo modelo apresentado por Matias (1996) que corresponde a um modelo médio obtido do perfil Ossa-

Morena representado na figura.



Modelo de velocidades considerado. Modelo médio Ossa-Morena, Matias (1996).

5.3 Resultados

Considerando as informações conseguidas (modelo de velocidades e densidade de probabilidade) foram planificadas redes com 4, 7 e 10 estações mediante os critérios xy e xyz . Foi usada uma malha de 0.05° o que prefaz um conjunto de $17 \times 17 = 289$ posições candidatas. Para cada situação considerada executaram-se 10 ensaios do programa DORES, sendo seleccionada a solução que correspondia ao valor mais elevado do funcional J . As figuras 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 representam os resultados obtidos para o conjunto de situações considerado. Cada uma dessas figuras é constituída por duas representações, (A) e (B). Na assinalada por (A) são apresentadas conjuntamente a posição das estações, (Δ), a actividade sísmica da região (o) e os erros de localização epicentral, σ_{xy} , representados por isolinhas, associados àquela distribuição de estações. Na representação assinalada por (B) existe a mesma informação que em (A) no que respeita à posição das estações e indicação da posição dos sismos mas as linhas de erro reportam-se à profundidade focal σ_z .

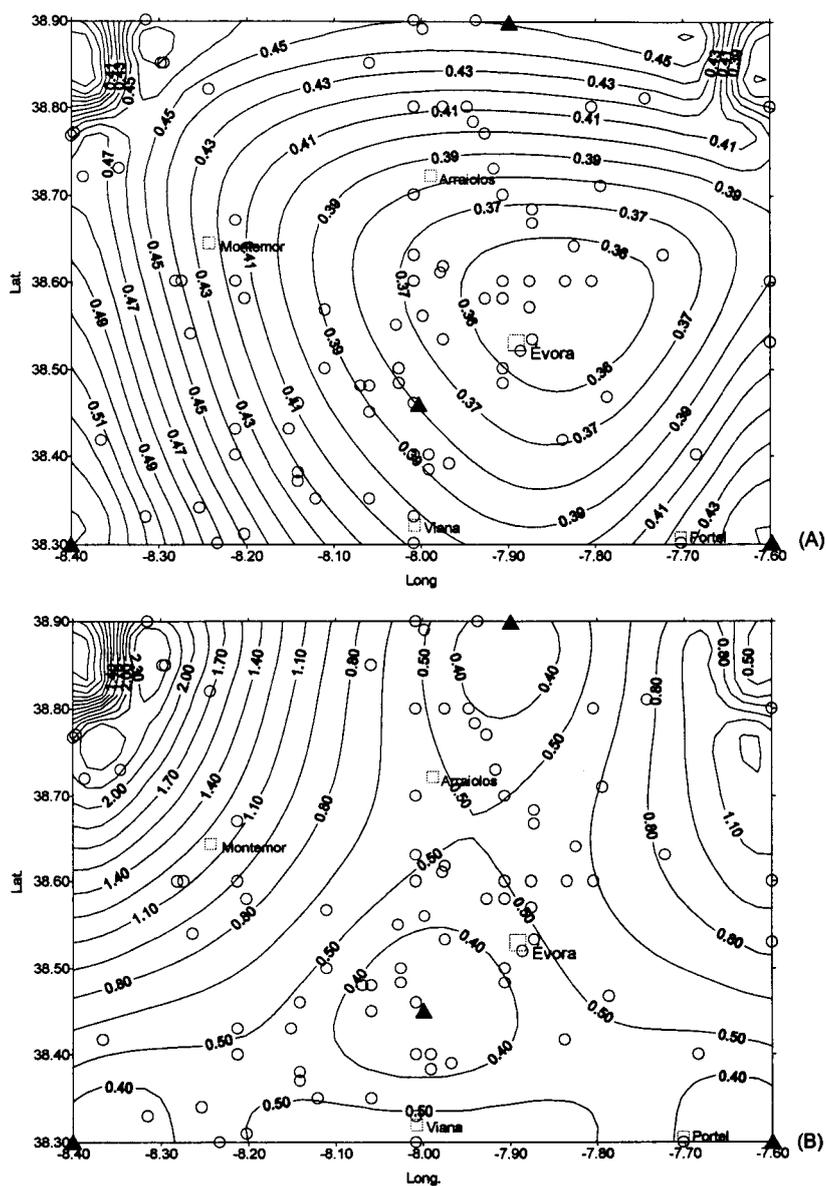


Figura 5.4: Resultados da planificação de uma rede sísmica de 4 estações, mediante o critério xy . O símbolo Δ representa a posição de cada estação sísmica e o símbolo \circ cada um dos epicentros conhecidos. No mapa assinalado por (A) estão representados os erros de localização epicentral, σ_{xy} (Km), associados à rede obtida. No mapa (B) são representados os erros de profundidade, σ_z , associados à rede obtida.

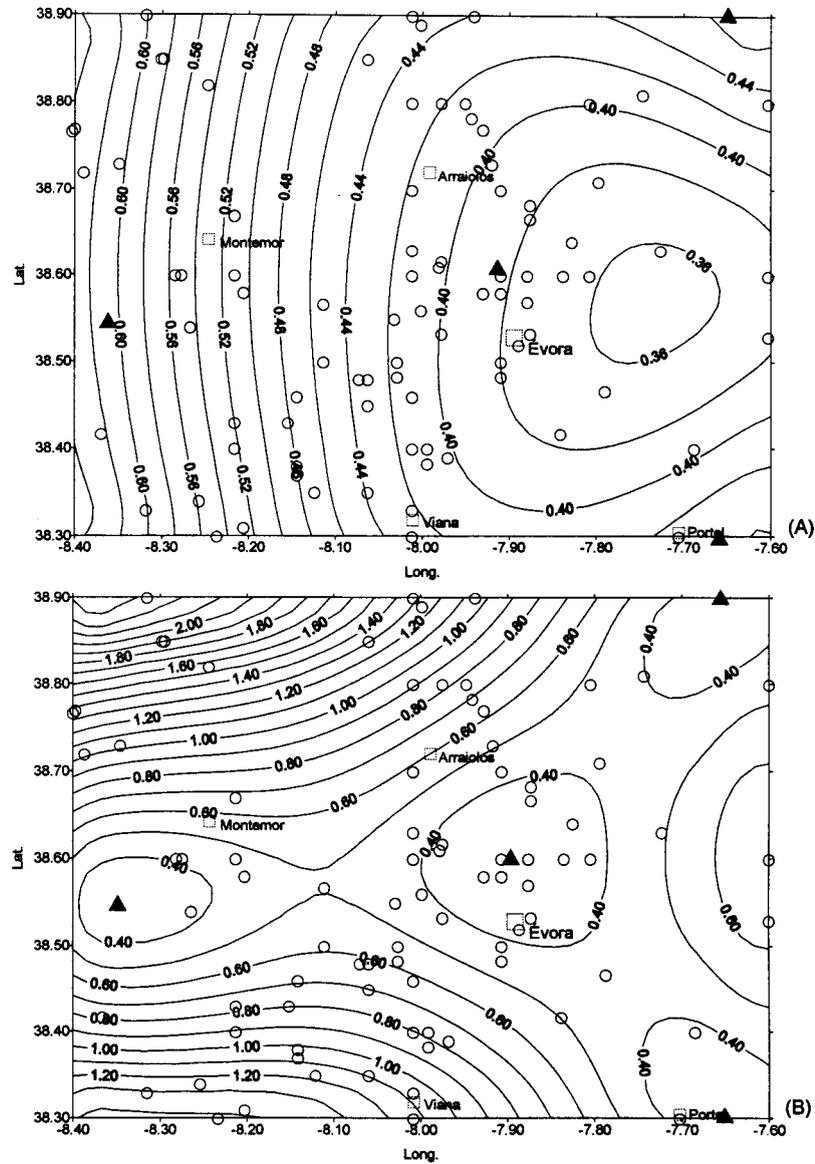


Figura 5.5: Resultados da planificação de uma rede sísmica de 4 estações, mediante o critério xyz . O símbolo Δ representa a posição de cada estação sísmica e o símbolo \bigcirc cada um dos epicentros conhecidos. No mapa assinalado por (A) estão representados os erros de localização epicentral, σ_{xy} (Km), associados à rede obtida. No mapa (B) são representados os erros de profundidade, σ_z , associados à rede obtida.

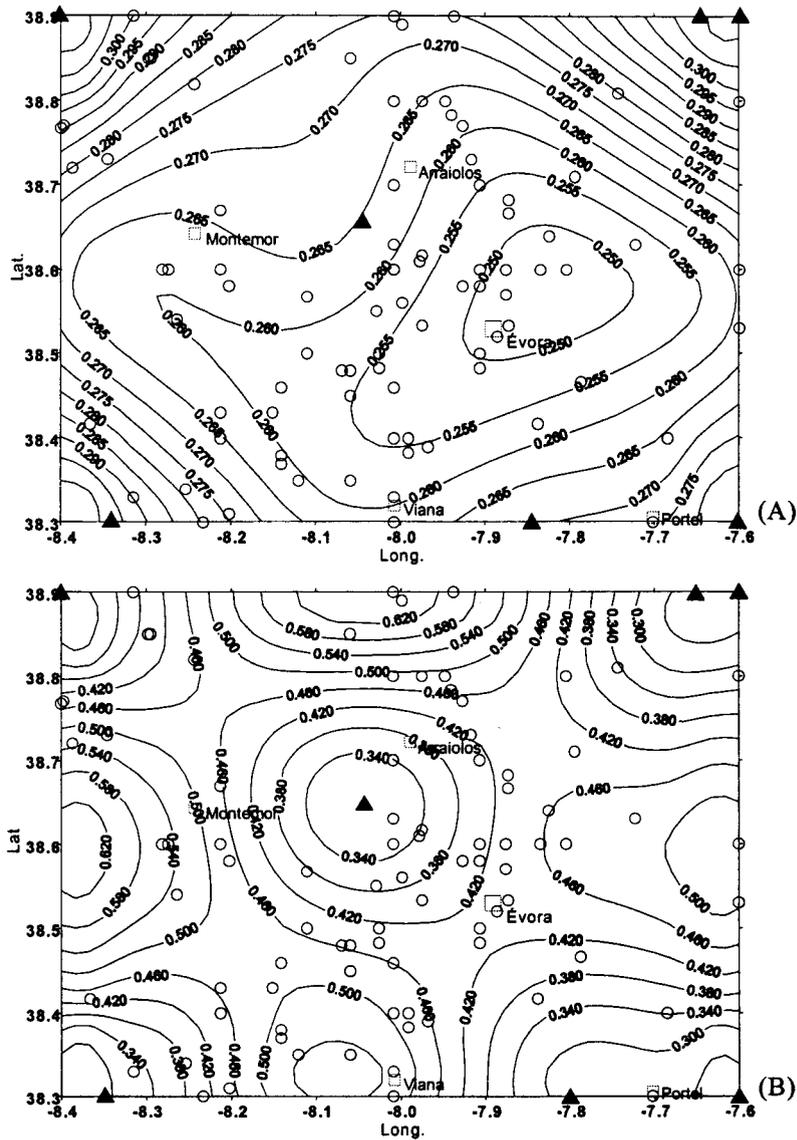


Figura 5.6: Resultados da planificação de uma rede sísmica de 7 estações mediante o critério xy . O símbolo Δ representa a posição de cada estação sísmica e o símbolo \circ cada um dos epicentros conhecidos. No mapa assinalado por (A) estão representados os erros de localização epicentral, σ_{xy} (Km), associados à rede obtida. No mapa (B) são representados os erros de profundidade, σ_z , associados à mesma rede.

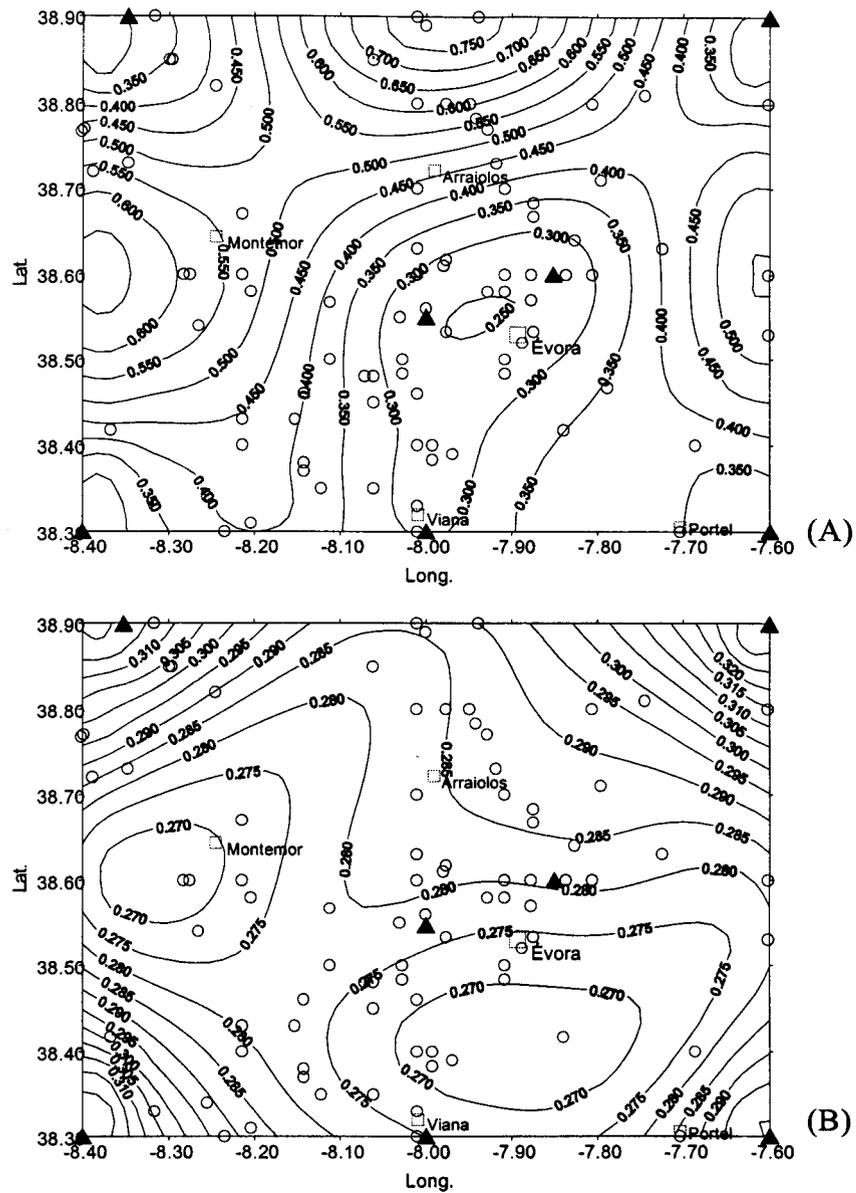


Figura 5.7: Resultados da planificação de uma rede sísmica de 7 estações mediante o critério xyz . O símbolo Δ representa a posição de cada estação sísmica e o símbolo \circ cada um dos epicentros conhecidos. No mapa assinalado por (A) estão representados os erros de localização epicentral, σ_{xy} (Km), associados à rede obtida. No mapa (B) são representados os erros de profundidade, σ_z , associados à mesma rede.

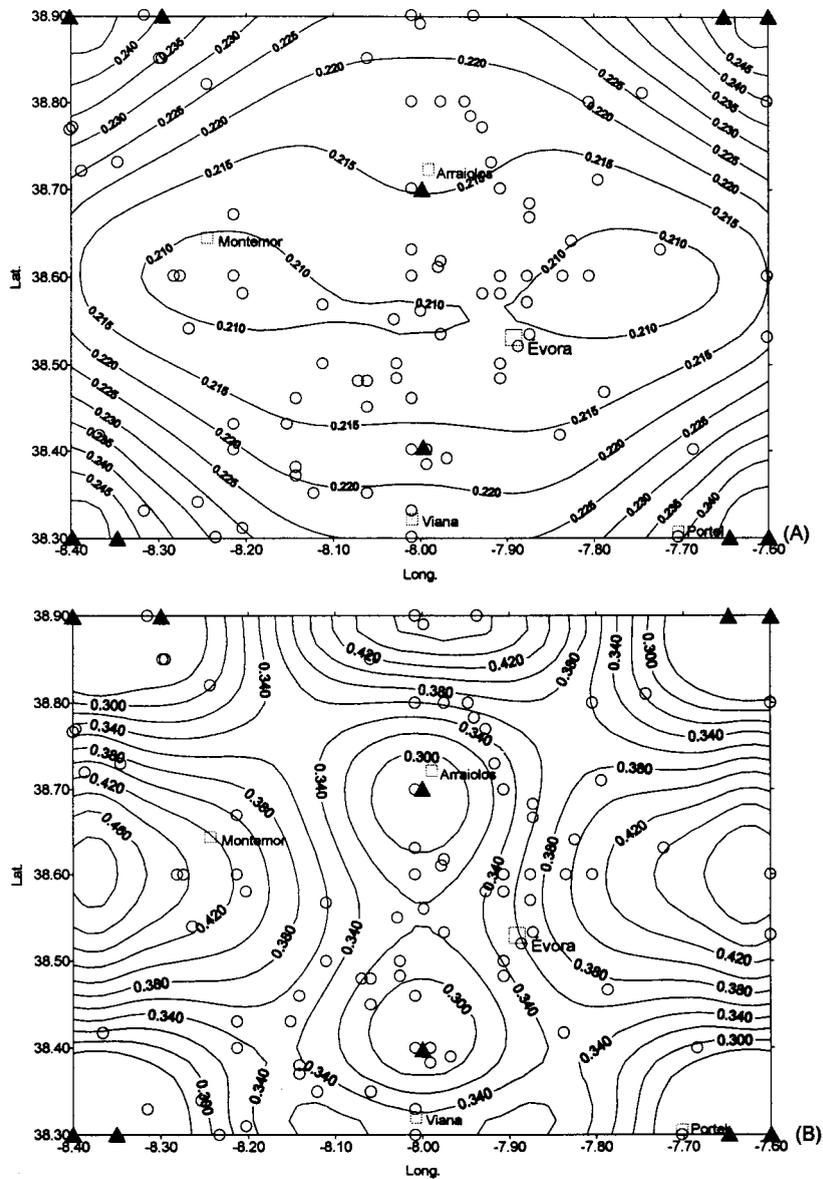


Figura 5.8: Resultados da planificação de uma rede sísmica de 10 estações, mediante o critério xy . O símbolo Δ representa a posição de cada estação sísmica e o símbolo \bigcirc cada um dos epicentros conhecidos. No mapa assinalado por (A) estão representados os erros de localização epicentral, σ_{xy} (Km), associados à rede obtida. No mapa (B) são representados os erros de profundidade, σ_z , associados à rede obtida.

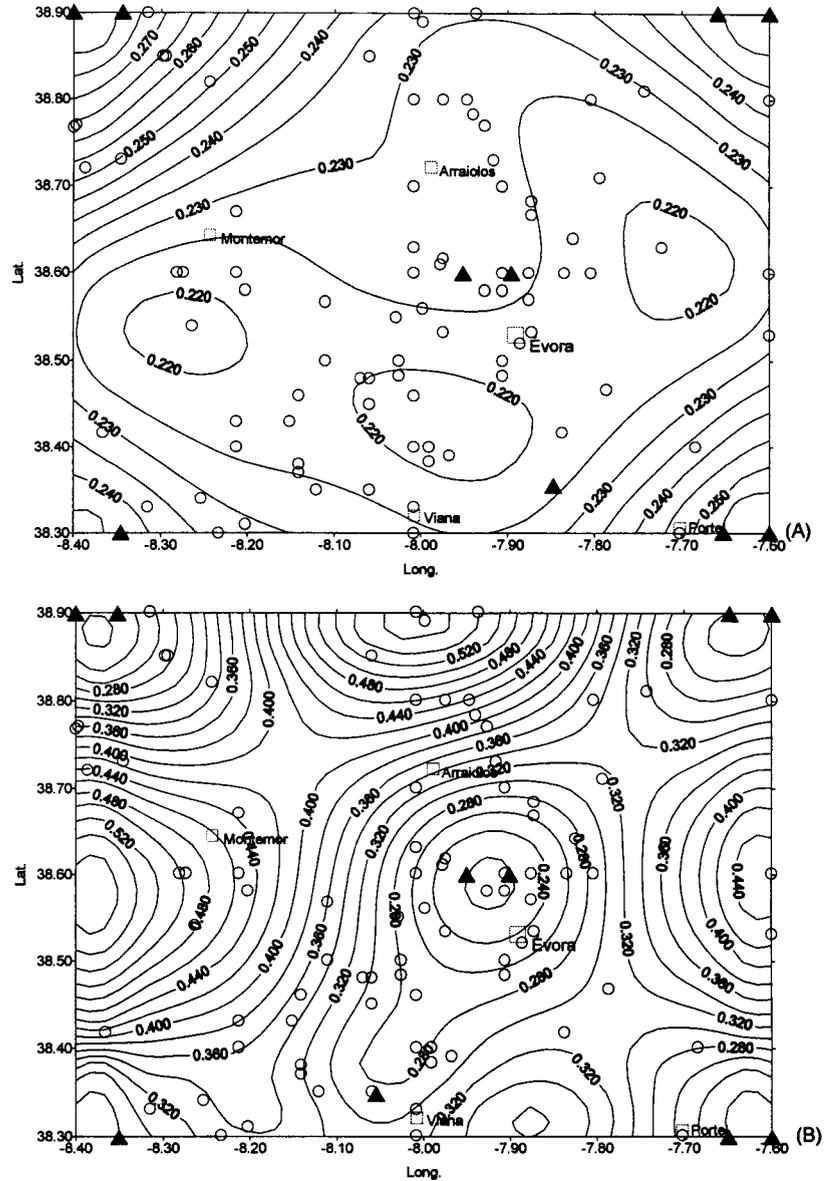


Figura 5.9: Resultados da planificação de uma rede sísmica de 10 estações, mediante o critério xyz . O símbolo Δ representa a posição de cada estação sísmica e o símbolo \circ cada um dos epicentros conhecidos. No mapa assinalado por (A) estão representados os erros de localização epicentral, σ_{xy} (Km), associados à rede obtida. No mapa (B) são representados os erros de profundidade, σ_z , associados à rede obtida.

5.4 Análise de resultados e conclusões

A apreciação da geometria dos vários desenhos de rede obtidos permite organizar o seguinte conjunto de observações:

- a) nas situações ensaiadas, tanto pelo critério xy como pelo xyz , a maior parte das estações (pelo menos 70%) são distribuídas pela periferia da região Ω_x e as restantes no seu interior;
- b) as estações colocadas à periferia distribuem-se através de geometrias bem definidas (quadrados ou triângulos) de forma a garantirem uma boa cobertura azimutal do interior da região;
- c) nos desenhos de rede obtidos mediante o critério xy , as estações colocadas no interior de Ω_x nem sempre se posicionam sobre os locais onde a actividade sísmica é mais intensa;
- d) nos desenhos obtidos pelo critério xyz as estações distribuídas pelo interior de Ω_x tendem a ser colocadas sobre as regiões de maior actividade sísmica;
- e) verifica-se que nas redes obtidas pelo critério xy o número de estações periféricas é cerca de 10% superior ao das redes obtidas pelo critério xyz . O critério xy distribui aproximadamente 80% das estações à periferia de Ω_x enquanto que no critério xyz esse número anda à volta dos 70%;
- f) os desenhos de rede de 7 e 10 estações obtidos pelo mesmo critério são estruturalmente semelhantes. As diferenças registadas manifestam-se pela existencia de alguns dupletos nas redes de 10 estações onde

nas redes de 7 estações existia apenas uma estação. Isto é, nalgumas posições onde nas redes de 7 estações existia uma estação passa, nas redes de 10, a existir uma segunda estação numa posição adjacente.

Por comparação da distribuição da actividade sísmica na região estudada com a distribuição dos erros de localização, associados aos vários desenhos de rede obtidos, constituiu-se um segundo conjunto de observações gerais:

- g) as localizações mais precisas ocorrem especialmente nas sub-regiões de maior actividade sísmica, o que está de acordo com o esperado;
- h) quanto maior for o número de estações da rede tanto mais precisas são as localizações obtidas, em particular nas sub-regiões de maior actividade;
- i) as redes planificadas pelo critério xy conduzem a localizações mais precisas do epicentro que da profundidade focal; por outro lado, nas redes planificadas pelo critério xyz essa distinção não é clara.

Os gráficos da figura 5.10 representam os erros de localização epicentral e profundidade dos eventos situados no ponto onde a actividade sísmica da região é mais intensa, (7.925W, 38.575N), quando localizados por meio das redes planificadas.

A sua análise permite reforçar algumas das observações gerais já apresentadas, nomeadamente as que comparam a precisão das localizações nos vários pontos da região com a sua actividade sísmica, observações g) h) e i).

No conjunto de desenhos de rede obtidos, que reflectem o resultado da aplicação do critério de optimização-D, onde entram dados sobre condições físicas concretas da região estudada, é possível ver respeitados aqueles critérios

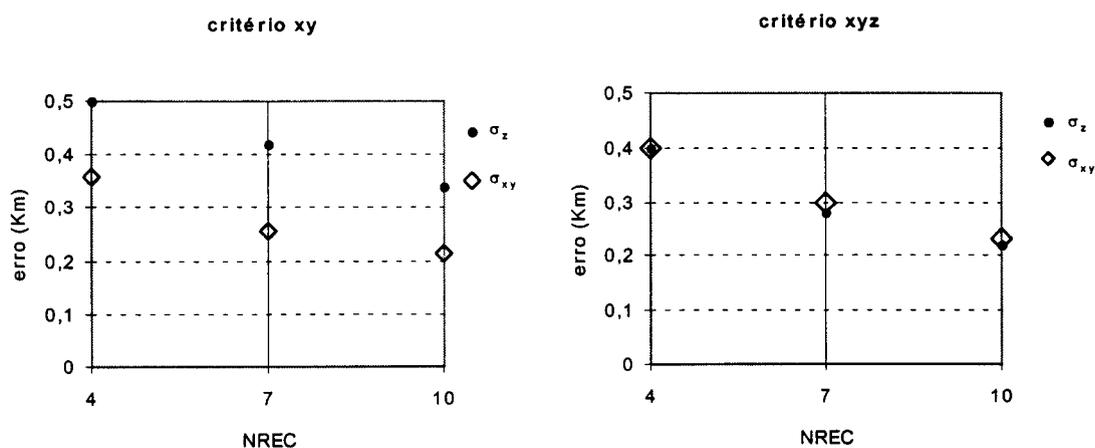


Figura 5.10: Erros de localização calculados para as várias simetrias de rede obtidas para eventos situados na posição $(-7.925, 38.575)$. O gráfico da esquerda reporta-se às otimizações obtidas pelo critério xy e o da direita pelo critério xyz .

gerais que a experiência tem mostrado serem os que permitem localizar melhor os eventos sísmicos, os critérios empíricos. Todas as otimizações se caracterizam por uma boa cobertura azimutal da região e nas proximidades dos locais onde a actividade sísmica é mais intensa lá está uma estação para garantir melhores estimativas da profundidade focal.

Obtido o conjunto de desenhos, há que decidir qual das soluções a eleger. Atendendo a que os factores que presidem a essa escolha são, regra geral, determinados por critérios de rentabilização de recursos, a opção deve recair no desenho que ofereça a menor relação "Custo/benefício" e que os meios materiais e logísticos disponíveis permitam efectivar. Atendendo a essas condições e face às opções apresentadas, a melhor escolha seria a rede de 7 estações obtida pelo critério xyz , representada na figura 5.7. A escolha da rede de 7 estações fundamenta-se por duas ordens de razões: geometria da rede e disponibilidades materiais. A escolha do critério xyz justifica-se por se

verificar que as soluções obtidas por este critério são mais apropriadas para panoramas em que a rede deve permitir boas estimativas tanto da localização superficial como da profundidade focal. Permitirem melhores estimativas das profundidades que o critério xy e em relação à localização dos epicentros darem estimativas tão boas quanto as redes obtidas mediante o critério xy .

Capítulo 6

Conclusões

Se é simples definir boas distribuições de estações para a localização de um só evento, deixa de sê-lo quando estão envolvidas regiões extensas que incorporam zonas com diferente actividade sísmica. Para estas situações é possível obterem-se técnicas que possibilitem otimizar a distribuição de estações no sentido de garantirem a minimização dos erros de localização hipocentral dos eventos que ocorram nas regiões de interesse. Uma forma viável de as obter é por combinação entre os critérios de optimização apresentados pela estatística e os modelos de propagação do raio sísmico desenvolvidos pela sismologia. Foi seguindo a generalização de um desses critérios, o de optimização-D de Box e Lucas (1959), que se desenvolveu o algoritmo automático de distribuição óptima de redes sísmicas apresentado.

O algoritmo pode ser usado para otimizar qualquer rede sísmica local desde que, sobre a região em que se desenvolve a planificação, haja informação sobre: a) o modelo de velocidades e b) a actividade sísmica. Contra a entrada dessas informações ele devolve a posição das N estações que teoricamente garantem a minimização dos erros de localização, em especial nas zonas de maior actividade sísmica. Também é possível desenhar redes destinadas a localizar eventos em regiões não coincidentes com a região onde a rede se estende. Este pormenor pode ter interesse, por exemplo, para distribuir

redes em terra para localizarem sismos no mar.

A análise do conjunto de testes de funcionamento impostos ao algoritmo permite extrair, sob o ponto de vista do seu comportamento numérico, três conclusões:

- a) o tempo de processamento, que não excede os 15 minutos em nenhuma das situações ensaiadas, com um processador Pentium de 230 MHz, depende essencialmente do número de estações a distribuir, dimensão da malha e número de iterações imposto;
- b) a partir de 200 iterações o algoritmo converge aproximadamente nas mesmas soluções, notando-se porém uma ligeira melhoria na qualidade da solução se esse número for aumentado;
- c) as soluções não dependem da distribuição inicial de estações que constituem o ponto de partida para a optimização.

Também, sob o ponto de vista das características físico-geométricas, para situações que envolvem a localização de um único evento, se extraem as 3 seguintes conclusões:

- d) quando se exigem localizações epicentrais precisas, pelo menos 3 das estações são distribuídas regularmente à volta do epicentro;
- e) se também for exigida precisão na localização da profundidade focal, além da cobertura azimutal já verificada para localizações epicentrais, é colocada mais uma estação a uma distancia do epicentro nunca maior que a própria profundidade focal;
- f) o aumento do número de estações da rede conduz sempre a uma melhoria da eficiência da rede. Porém, a partir de determinado valor que deverá ser estimado caso a caso, a melhoria deixa de ser significativa.

Os resultados descritos confirmam numericamente os critérios que a experiência tem demonstrado serem os que melhor permitem localizar os eventos sísmicos. Esta constatação permite avançar a ideia de admitir o algoritmo como um meio com potencialidades para otimizar a distribuição das estações de redes sísmicas.

Da sua aplicação ao estudo do desenho de uma rede com dados reais da região de Évora, conclui-se, após a realização de um conjunto de ensaios que:

1. a opção de rede que reúne a melhor relação "custo/qualidade" é a rede de 7 estações obtida pela opção xyz, representada na figura 5.7.
2. as soluções obtidas conduzem, em geral, a boas localizações dos eventos, em especial dos que ocorrem nas sub-regiões de maior actividade.

Este algoritmo que otimiza a distribuição de estações permitindo melhorar a resposta das redes locais e diminuir os custos, poderá ser generalizado a outras tipologias de rede mais largas. Será necessário incorporar no critério físico-estatístico que determina as soluções (funcional), informação sobre a detectabilidade das estações, grandeza que depende das características técnicas das estações e da atenuação do sinal sísmico com a distância. Para isso, é necessário que o funcional que actualmente pondera as duas grandezas: baixos *erros* de localização nos locais de maior *probabilidade* de ocorrência, passe a congregar três: *detectabilidade* com *erros* reduzidos nos locais de maior *probabilidade* de ocorrência sísmica.

Bibliografia

- [1] AKI, K. E P. G. RICHARDS, *Quantitative Seismology. Theory and Methods*, Freeman, San Francisco 1980.
- [2] ATKINSON, A. C. E W. G. HUNTER (1968), *The design of experiments for parameter estimation*, Technometriks, **10**, 271-289.
- [3] BOLT, B. A. (1970), *Earthquake Location for Small Networks Using the Generalized Inverse Matrix*, Bul. Seism. Soc. Am, **60**, 1823-1828.
- [4] BOLT, BRUCE A., *Earthquakes and Geological Discovery*, Scientific American Library, New York 1993.
- [5] BOX, G. E. P. E H. L. LUCAS (1959), *Design of Experiments in Non-Linear Situations*, Biometrika, **46**, 77-90.
- [6] BULAND, R. (1976), *The Mechanics of Locating Earthquakes*, Bul. Seism. Soc. Am., **66**, 173-187.
- [7] BULLEN , K. E., *An Introduction to the Theory of Seismology*, Cambridge University Press, 1963.
- [8] EATON, J. P. *Hypolayr, a Computer Program for Determining Hypocenters of Local Eartquakes in an Earth Consisting of Uniform Flat Layers over a Half Space*, National Center for Eartquake Research.

- [9] GHALIB, H. A. A., D. RUSSEL, A. KIJKO (1985), *Optimal Design of a Regional Seismological Network for the Arab Countries*, pageoph; **122**, 694-712.
- [10] GIBOWICZ, S. J. E A. KIJKO, *An Introduction to Mining Seismology*, Academic Press, 1994.
- [11] GUBBINS, D., *Seismology and Plate Tectonics*, Cambridge University Press, 1990.
- [12] HILL, J. W. E W. G. HUNTER (1974), *Design of Experiments for Subsets of Parameters*, Technometrics, **16**, 425-434.
- [13] HOEL, P. G. (1958), *Efficiency problems in Polynomial estimation*, Ann. Math. Statistical, **29**, 1134-1145.
- [14] JAMES, D. E., I. S. SACKS, E. LAZO L. E P. APARICIO G. (1969), *On Locating Local Earthquakes Using Small Networks*, Bul. Seism. Soc. Am., **59**, 1201-1212.
- [15] JOHN, R. C. AND N. R. DRAPER (1975), *D-Optimality for Regression Designs: A Review*, Technometrics, **17**, 15-23.
- [16] KIEFER, J. E J. WOLFOWITZ (1959), *Optimum Designs in Regression Problems*, Ann. Math. Statist., **30**, 271-294.
- [17] KIJKO, A. (1977), *An Algorithm for the Optimum Distribution of a Regional Seismic Network*, Pageoph, **115**, 999-1009.
- [18] KIJKO, A. E M. SELLEVOLI (1982), *A Statistical Model for Estimating the Accuracy of Event Location Applied to a Network of Scandinavian Stations*, Pageoph., **120**, 186-196.

- [19] LAY, T. E T. C. WALLANCE, *Modern Global Seismology*, Academic Press, 1995.
- [20] LEE, W. H. K. E S. W. STEWART, *Principles and Applications of Microearthquake Networks*, Academic Press; 1981.
- [21] LILWALL, R. C. E T. J. G. FRANCIS (1978), *Hypocentral resolution of small ocean bottom seismic networks*, J. R. Astr. Soc., **54**, 721-728.
- [22] LINDO, R. E M. HERRAIZ (1995), *Análisis de la eficiencia de una red sísmica local. Aplicación al conocimiento de la sismicidad natural e inducida*, Física de la Tierra, **7**, 281-296.
- [23] LITEHISER, J. J, *Observatory Seismology*, University of California Press, 1989.
- [24] MARTINS, I. E L. A. M. VICTOR, *Contribuição Para o Estudo da Sismicidade de Portugal Continental*, Inst. Geo. Inf. D. Luís, Lisboa 1990.
- [25] MATIAS, L. H. M., *A Sismologia Experimental na Modelação de Estrutura da Crusta em Portugal Continental*, Tese de Doutoramento apresentada à Universidade de Lisboa, Lisboa 1996.
- [26] MATIAS, L. H. M., *Entropia e Sismologia*, Provas de aptidão Científica e Pedagógica, Lisboa 1992.
- [27] MENKE, W., *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, Academic Press, 1984.
- [28] MITCHELL, T. J. (1974), *An Algorithm for the Construction of "D-Optimal" Experimental Designs*, Thecnometrics, **16**, 203-210.

- [29] NORDQUIST, J. M. (1962), *A Special-Purpose Program for Earthquake Location With an Electronic Computer*, *Bul. Seism. Soc. Am.*, **52**, 431-437.
- [30] PAVLIS, G. L. (1986), *Apparaising earthquake hypocenter location errors: a complete, pratical approach for single-event locations*, *Bull. Seism. Soc. Am.* **76**, 1699-1717.
- [31] PETERS, D. C. E R. S. CROSSON (1972), *Application of Prediction analysis to hypocenter determination using a local array*, *Bull. Seism. Soc. Am.* **62**, 775-788.
- [32] RABINOWITZ, N. E D. M. STEINBERG (1990), *Optimal Configuration of Seismographic Network: A Statistical Approach*, *Bull. of Seismological Society of America*, **80**, 187-196.
- [33] SATAKE, K. (1985), *Effects of Station Coverage on Moment Tensor Inversion*, *Bul. Seism. Soc. Am.* **75**, 1657-1667.
- [34] SATO , Y.E D. SKOKO (1965), *Optimum Distribution of Seismic Observation Points. II*, **43**, 451-457.
- [35] SKOKO, D. E Y. SATO (1966), *Optimum Distribution of Seismic Observation Points. III*, **44**, 13-22.
- [36] SKOKO, D., Y. SATO E I. OCHI (1967), *Optimum Distribution of Seismic Observation Points. IV*, **45**, 289-298.
- [37] SMITH, K. (1918), *On the standard deviations of adjusted and interpolated values of an observed polynomial funcion and its constants and the guidance they give towards a proper choice of the distribution of observations*, *Biometrika*, **12**, 1-85.

- [38] SOURIAU, A E J. H. WOODHOUSE (1985), *A Strategy for Deploying a Seismological Network for Global Studies of Earth Structure*, Bul. Seism. Soc. Am., **75**, 1179-1193.
- [39] TARANTOLA, A., *Inverse problem theory*, Elsevier, Amesterdam, 1987.
- [40] UHRHAMMER, R. A. (1980), *Analysis of Seismographic Station Networks*, Bul. Seism. Soc. Am., **70**, 1369-1379.
- [41] WALD, A. (1943) *On the efficient design of statistical investigations*. Ann. Math. Statist. **14**, 134-140.

Parte I
Apêndices

Apêndice A

Resultados dos testes.

Configuração inicial (x+)			Ensaio	J• ($\times 10^{-6}$)
Longitude	Latitude	J+		
0.7 0.9 0.9 0.8 0.8	0.9 0.9 0.8 0.8 0.7	0.270×10^{-8}	1	0.749
			2	0.749
			3	0.720
			4	0.710
			5	0.749
			6	0.729
			7	0.749
0.2 0.2 0.3 0.7 0.7	0.2 0.4 0.9 0.9 0.4	0.495×10^{-7}	1	0.749
			2	0.700
			3	0.729
			4	0.691
			5	0.729
			6	0.749
			7	0.749
0.1 0.2 0.3 0.4 0.5	0.9 0.9 0.9 0.9 0.9	0.143×10^{-8}	1	0.748
			2	0.678
			3	0.749
			4	0.749
			5	0.749
			6	0.729
			7	0.749
0.1 0.3 0.4 0.7 0.7	0.2 0.2 0.5 0.3 0.8	0.441×10^{-7}	1	0.729
			2	0.749
			3	0.700
			4	0.749
			5	0.729
			6	0.749
			7	0.729

Tabela A.1: Variação de J com a distribuição inicial de estações da rede

Critério de conv	Ensaio (n°)	J_{\bullet} ($\times 10^{-6}$)	Critério de conv	Ensaio (n°)	J_{\bullet} ($\times 10^{-6}$)
50	1	0.710	250	1	0.749
	2	0.623		2	0.749
	3	0.615		3	0.729
	4	0.657		4	0.729
	5	0.544		5	0.749
	6	0.544		6	0.729
	7	0.710		7	0.710
100	1	0.724	300	1	0.729
	2	0.747		2	0.729
	3	0.553		3	0.749
	4	0.749		4	0.747
	5	0.612		5	0.729
	6	0.664		6	0.700
	7	0.700		7	0.749
150	1	0.749	350	1	0.749
	2	0.749		2	0.730
	3	0.719		3	0.749
	4	0.709		4	0.729
	5	0.689		5	0.710
	6	0.664		6	0.729
	7	0.710		7	0.730
200	1	0.749	400	1	0.749
	2	0.749		2	0.749
	3	0.720		3	0.749
	4	0.710		4	0.729
	5	0.749		5	0.710
	6	0.700		6	0.710
	7	0.749		7	0.749

Tabela A.2: Variação de J em função do número de rejeições

Apêndice B

Lista de variáveis de DORES

Modelo de velocidades:

NL	Número de camadas geológicas considerado.
V(L)	Velocidade de propagação das ondas sísmicas em cada camada L.
D(L)	Profundidade de cada camada.

Caracterização da região Ω_x :

NREC	Número de estações sismográficas
XRMIN	Longitude mínima que delimita a região Ω_x .
XRMAX	Longitude máxima que delimita a região Ω_x .
YRMIN	Latitude mínima que delimita a região Ω_x .
YRMAX	Latitude máxima que delimita a região Ω_x .
XREC(I)	Coordenada longitude que posiciona cada estação (I=1,...,NREC).
YREC(I)	Coordenada latitude que posiciona cada estação (I=1,...,NREC).
DREC	Dimensão da célula.

Caracterização da região Ω_θ :

XMIN	Longitude mínima que delimita a região Ω_θ .
XMAX	Longitude máxima que delimita a região Ω_θ .
YMIN	Latitude mínima que delimita a região Ω_θ .
YMAX	Latitude máxima que delimita a região Ω_θ .
Z0	Profundidade mais provável a que ocorrem os focos sísmicos.
DSISMO	Dimensão da célula na região Ω_θ .

Outras variáveis:

FUNC	Valor do funcional 4.2 associado a determinada distribuição de estações aceite
FUNC0	Valor do funcional 4.2 associado à distribuição inicial de estações
FUNCP	Valor do funcional 4.2 associado a determinada distribuição de estações antes de ser verificada a aceitação.
REJEIT	Número de distribuições sucessivas rejeitadas a cada momento
NREJ	Número de rejeições sucessivas a partir do qual se considera haver convergência do algoritmo.
XRECP(I)	Coordenada longitude de cada estação imediatamente após um sorteio, antes de ser confirmada a sua aceitação.
YRECP(I)	Coordenada longitude de cada estação imediatamente após um sorteio, antes de ser confirmada a sua aceitação.
SALTOX	Sentido em que a estação sorteada se deve deslocar, na direcção E-W
SALTOY	Sentido em que a estação sorteada se deve deslocar, na direcção N-S
TAMANHOX	Magnitude dos saltos na direcção E-W
TAMANHOY	Magnitude dos saltos na direcção N-S

Variáveis usadas na subrotina Funcional:

DELTA(K)	Distância angular entre os focos e as estações.
AZ(K)	Azimutes de cada foco em relação à estação.
X1(a,b)	Valores dos elementos da sub-matriz X_1 de 3.18
X2(a,b)	Valores dos elementos da sub-matriz X_2 de 3.18
XD(a,b)	Elementos da matrix de X de 4.4
CRIT	Critério considerado $xy=1$; $xyz=2$.
PROB(i,j)	Densidade de probabilidade associada a cada célula de Ω_θ
DS	Determinante 3.18 associado a cada célula de Ω_θ

Apêndice C

Listagem do Programa DORES

program DORES

```
C*****DECLARAAO DE VARIAVEIS*****
  INTEGER*4 NL,NREC, REGEIT, EST, INC, CRIT,NREG
  integer SALTOX, SALTOY, TAMANHOX, TAMANHOY
  integer*2 hi !variavel geradora de numeros aleatorios
  REAL*4 XMIN,XMAX,YMIN,YMAX,DSISMO,Z0      !SISMO
  REAL*4 XRMIN,XRMAX,YRMIN,YRMAX,DREC      !REDE
  REAL*4 XREC(20),YREC(20), XRECP(20), YRECP(20)
  REAL*4 XREC0(20),YREC0(20)
  REAL*4
D(20),V(20),VSQ(20),THK(20),TID(20,20),DID(20,20),DEPTH(20)
  REAL*4 H(20),F(20,20),TIM,DIM
  REAL*4 PROB(200,200),FUNC,FUNCP,FUNC0
  REAL*4 B
  COMMON/MOD/D,V,NL,VSQ,THK,TID,DID
  COMMON/REDE/XRMIN,XRMAX,YRMIN,YRMAX,DREC
  COMMON/SISMO/XMIN,XMAX,YMIN,YMAX,DSISMO
  COMMON/GERAL/NREC,Z0
  COMMON/PROB/PROB
C*****ABERTURA DE FICHEIROS*****
C*****
  OPEN(1,FILE='MOD.DAT',STATUS='OLD')
  OPEN(2,FILE='ZREDE.DAT',STATUS='OLD')
  OPEN(3,FILE='PROB.DAT',STATUS='OLD')
  OPEN(4,FILE='ZSISMO.DAT',STATUS='OLD')
  open(5,file='aleat.dat',status='old')
  OPEN(6,FILE='CRITERIO.DAT',STATUS='OLD')
  open(7,file='saida.dat')
C*****LEITURA DO MODELO DE VELOCIDADES*****
C*****
  READ(1,*)NL
  DO I=1,NL
  READ(1,*)D(I),V(I)
  END DO
C  ****calculo de parfmetros do modelo: TID DID ... *****
C*****RENOMEIA D(L) PARA DEPTH(L) E CALCULA V**2
  DO L=1,NL
```

```

DEPTH(L)=D(L)
VSQ(L)=V(L)**2
END DO
N1=NL-1
C-----CALCULO DA ESPESSURA DE CADA CAMADA, ENTRE L=1 E NL-1
DO L=1,N1
THK(L)=D(L+1)-D(L)
H(L)=THK(L)
END DO
C---- CALCULA TID E DID
DO J=1,NL
DO L=1,NL
F(L,J)=1.
IF (L .GE. J) F(L,J)=2.
END DO
END DO
DO J=1,NL
DO M=1,NL
TID(J,M)=0.
DID(J,M)=0.
END DO
END DO
DO 1 J=1,NL
DO 1 M=J,NL
IF (M .EQ. 1) GO TO 1
M1=M-1
DO L=1,M1
SQT=SQRT(VSQ(M)-VSQ(L))
TIM=THK(L)*SQT/(V(L)*V(M))
DIM=THK(L)*V(L)/SQT
TID(J,M)=TID(J,M)+F(L,J)*TIM
DID(J,M)=DID(J,M)+F(L,J)*DIM
END DO
1 CONTINUE
C*****LEITURA DOS DADOS DA REDE/ESTACOES*****
C*****
READ(2,*)XRMIN,XRMAX,YRMIN,YRMAX,DREC,NREC
DO I=1,NREC
READ(2,*)XREC(I),YREC(I)
XREC0(I)=XREC(I)
YREC0(I)=YREC(I)
END DO
C*****LEITURA DOS DADOS DA ZONA SISMICA*****
READ(4,*)XMIN,XMAX,YMIN,YMAX,DSISMO,Z0
NXS=NIINT((XMAX-XMIN)/DSISMO)!numero de celulas horizontais
NYS=NIINT((YMAX-YMIN)/DSISMO)!numero de celulas verticais
C*****LEITURA DAS PROBABILIDADES*****
C*****
DO J=1,NYS
DO I=1,NXS
READ(3,*)PROB(I,J)
END DO
END DO

```

```

C*****LEITURA DO CRITERIO ESCOLHIDO PARA MAXIMIZACAO*****
      READ(6,*)CRIT,NREG !CRIT=1(xy); CRIT=2(xyz);NREG numero
regeicoes

C***** LEITURA DO INICIADOR DE NUMEROS ALEATORIOS*****
      read(5,*)hi
      close (5)

C***** DETERMINACAO DO DA CONFIGURACAO INICIAL *
      CALL FUNCIONAL(XREC,YREC,CRIT,FUNCO)
      FUNC=FUNCO
      write(*,10)FUNCO
10    FORMAT (E9.3)

      call seed(hi)

C*****SORTEIOS*****
      REGEIT=0
      DO WHILE (REGEIT .LT.NREG)
      DO I=1, NREC
      XRECP(I)=XREC(I)
      YRECP(I)=YREC(I)
      END DO
      CALL RANDOM(B) ! sorteio da estacao a mudar
      EST=INT(B*NREC+1)
      CALL RANDOM(B) ! sorteio do salto X
      SALTOX=INT(B*2+1)
      CALL RANDOM(B) ! SORTEIO DO TAMANHO X
      TAMANHOX=INT(B*6) !ENTRE 0 E 5
      CALL RANDOM(B) !SORTEIO DO SALTO Y
      SALTOY=INT(B*2+1) !ENTRE 1 E 2; 1-CIMA; 2-BAIXO
      CALL RANDOM(B) ! TAMANHO DO SALTO Y(entre 0 e 5)
      TAMANHOY=INT(B*6)
      IF (SALTOX.EQ.1) XRECP(EST)=XRECP(EST)+DREC*real(TAMANHOX)
      IF (SALTOX.EQ.2) XRECP(EST)=XRECP(EST)-DREC*real(TAMANHOX)
      IF (SALTOY.EQ.1) YRECP(EST)=YRECP(EST)+DREC*real(TAMANHOY)
      IF (SALTOY.EQ.2) YRECP(EST)=YRECP(EST)-DREC*real(TAMANHOY)
c_____VE INCOMPATIBILIDADES
      INC=0
      DO I=1, NREC
      IF (ABS(XREC(I)-XRECP(EST)) .LE. DREC/2. .AND. ABS(YREC(I)-
YRECP(EST))
      C.LE.DREC/2.) INC=INC+1
C      IF (XREC(I).EQ.XRECP(EST) .AND. YREC(I).EQ.YRECP(EST)) INC=INC+1
      END DO
      IF (INC.EQ.0. .AND. XRECP(EST).LE.XRMAX .AND. XRECP(EST).GE.XRMIN
*.AND.YRECP(EST).LE.YRMAX .AND. YRECP(EST).GE.YRMIN) then
      CALL FUNCIONAL(XRECP,YRECP,CRIT,FUNCP)
      else
      go to 20
      end if
c_____

```

```
IF (FUNCP.GT.FUNC) THEN
DO I=1,NREC ! coloca coordenadas provisórias em definitivas
XREC(I)=XRECP(I)
YREC(I)=YRECP(I)
END DO
FUNC=FUNCP ! coloca o funcional provisório em definitivo
REGEIT=0
ELSE
REGEIT=REGEIT+1
END IF
20 continue
end do

WRITE(*,50) FUNC, REGEIT
50 FORMAT(E9.3,3X,I4)
write(7,70) XRMIN, XRMAX
WRITE(7,70) YRMIN, YRMAX
WRITE(7,55) NREC, REGEIT
55 FORMAT(I2,3X,I4)
WRITE(7,60) FUNC0, FUNC
60 FORMAT(E9.3,3X,E9.3)
write(7,*) CRIT,DREC
DO I=1,NREC
WRITE(*,70) XREC(I), YREC(I)
WRITE(7,70) XREC(I), YREC(I)
70 FORMAT(F8.3,3X,F8.3)
END DO
DO I=1,NREC
WRITE(7,75) XREC0(I), YREC0(I)
75 FORMAT(F8.3,3X,F8.3)
END DO
hi=int(B*10000/100)
open(5,file='aleat.dat')
write(5,80) hi
80 format(i2)
close(1)
close(2)
close(3)
close(5)
CLOSE(6)
CLOSE(7)
CALL SD(XREC,YREC)
END
```

```

SUBROUTINE FUNCIONAL(XREC,YREC,CRIT,FUNC)
C**ENTRAM AS COORDENADAS DAS ESTACOES X E Y E RETORNA
C**O VALOR DO FUNCIONAL, FUNC
C***** DECLARA OES *****
C*****
INTEGER*4 NREC,CRIT,NXS,NYS
REAL*4 X(200),Y(200),PI,RT
REAL*4 DX(20),DY(20),DELTA(20)
REAL*4 XRMIN,XRMAX,YRMIN,YRMAX,DREC
REAL*4 XMIN,XMAX,YMIN,YMAX,DSISMO,ZO
REAL*4 XREC(20),YREC(20)
REAL*4 XD(20,4),X1(20,4),X2(20,2),T(20)
REAL*4 PROB(200,200)
REAL*4 FUNC,DS

COMMON/REDE/XRMIN,XRMAX,YRMIN,YRMAX,DREC
COMMON/SISMO/XMIN,XMAX,YMIN,YMAX,DSISMO
COMMON/GERAL/NREC,ZO
COMMON/PROB/PROB
PI=3.1416
RT=6371
NXS=NINT((XMAX-XMIN)/DSISMO)!numero de celulas horizontais
NYS=NINT((YMAX-YMIN)/DSISMO)!numero de celulas verticais
C*****CALCULO DAS DISTANCIAS E AZIMUTES E DERIVADAS ... *****
C*****
FUNC=0
DO J=1,NYS
DO I=1,NXS
X(I)=XMIN+DSISMO*FLOAT(I)-DSISMO/2.
Y(J)=YMIN+DSISMO*FLOAT(J)-DSISMO/2.
IF(PROB(I,J).NE.0.)THEN
DO K=1,NREC
DELTA(K)=SQRT((XREC(K)-X(I))**2+(YREC(K)-Y(J))**2)*RT*PI/180
DX(K)=(XREC(K)-X(I))*RT*PI/180
DY(K)=(YREC(K)-Y(J))*RT*PI/180
c AZ(K)=ATAN2((XREC(K)-X(I)),(YREC(K)-Y(J)))
C AZ(K)=3.14-ATAN2((X(I)-XREC(K)),(Y(J)-YREC(K)))
END DO
CALL DERIVA(DELTA,DX,DY,XD,T)
IF(CRIT.EQ.1)THEN
DO L=1,NREC
X1(L,1)=XD(L,2)
X1(L,2)=XD(L,3)
X2(L,1)=XD(L,1)
X2(L,2)=XD(L,4)
END DO
ELSE
DO L=1,NREC
X1(L,1)=XD(L,2)
X1(L,2)=XD(L,3)
X1(L,3)=XD(L,4)
X2(L,1)=XD(L,1)
END DO
END IF

```

```
CALL DET(X1,X2,NREC,CRIT,DS)
FUNC=FUNC+PROB(I,J)*DS
END IF
    END DO
    END DO
RETURN

END
```

```

SUBROUTINE DERIVA(DELTA,DX,DY,XD,T)

C*****DECLARACAO DE VARIAVEIS*****
*****
REAL*4 V(20),D(20),VSQ(20),THK(20)
REAL*4 TID(20,20),DID(20,20)
REAL*4 DELTA(20),T(20),ANIN(20),DX(20),DY(20),XD(20,4)
REAL*4 TINJ(20),DIDJ(20),TR(20)
COMMON/GERAL/NREC,ZO
COMMON/MOD/D,V,NL,VSQ,THK,TID,DID

C***** CALCULOS DAS DERIVADAS PARA O MODELO CONSIDERADO
C*****
C-----INITIALIZATION-----
L=1
DO WHILE( (D(L).LE.ZO).AND.(L.LT.NL) )
L=L+1
END DO
IF(L.EQ.NL) THEN
JL=NL
ELSE
JJ=L
JL=L-1
END IF
3 TKJ=Z0-D(JL)
TKJSQ=TKJ**2+0.000001
IF (JL .EQ. NL) GO TO 5
DO 4 L=JJ,NL
SQT=SQRT(VSQ(L)-VSQ(JL))
TINJ(L)=TID(JL,L)-TKJ*SQT/(V(L)*V(JL))
4 DIDJ(L)=DID(JL,L)-TKJ*V(JL)/SQT
XOVMAX=V(JJ)*V(JL)*(TINJ(JJ)-TID(JL,JL))/(V(JJ)-V(JL))
C--- CALCULO DAS DERIVADAS PARA A CONFIGURACAO DE ESTA AES ---
5 DO 300 I=1,NREC
45 IF (JL .EQ. NL) GO TO 100
50 DO 60 M=JJ,NL
60 TR(M)=TINJ(M)+DELTA(I)/V(M)
TMIN=999.99
DO 70 M=JJ,NL
IF (TR(M) .GT. TMIN) GO TO 70
IF (DIDJ(M) .GT. DELTA(I)) GO TO 70
K=M
TMIN=TR(M)
70 CONTINUE
IF (DELTA(I) .LT. XOVMAX) GO TO 90
C-----TRAVEL TIME & DERIVATIVES FOR REFRACTED WAVE
80 T(I)=TR(K)
DTDD=1.0/V(K)
DTDH=-SQRT(VSQ(K)-VSQ(JL))/(V(K)*V(JL))
ANIN(I)=-V(JL)/V(K)
GO TO 260
C-----CALCULATION FOR DIRECT WAVE -----
--
90 IF (JL .NE. 1) GO TO 100

```

```

ZSQ=Z0**2
SQT=SQRT(ZSQ+DELTA(I)**2)
TDJ1=SQT/V(1)
IF (TDJ1 .GE. TMIN) GO TO 80
C-----TRAVEL TIME & DERIVATIVES FOR DIRECT WAVE IN FIRST LAYER
T(I)=TDJ1
C   WRITE(*,*)V(1),SQT,'V1,SQT'
DTDD=DELTA(I)/(V(1)*SQT)
DTDH=Z0/(V(1)*SQT)
ANIN(I)=DELTA(I)/SQT
GO TO 260
C-----FIND A DIRECT WAVE THAT WILL EMERGE AT THE STATION
100 XBIG=DELTA(I)
XLIT=DELTA(I)*TKJ/Z0
UB=XBIG/SQRT(XBIG**2+TKJSQ)
UL=XLIT/SQRT(XLIT**2+TKJSQ)
UBSQ=UB**2
ULSQ=UL**2
DELBIG=TKJ*UB/SQRT(1.000001-UBSQ)
DELLIT=TKJ*UL/SQRT(1.000001-ULSQ)
J1=JL-1
DO 110 L=1,J1
DELBIG=DELBIG+(THK(L)*UB)/SQRT(VSQ(JL)/VSQ(L)-UBSQ)
110 DELLIT=DELLIT+(THK(L)*UL)/SQRT(VSQ(JL)/VSQ(L)-ULSQ)
DO 170 LL=1,25
IF (DELBIG-DELLIT .LT. 0.02) GO TO 180
XTR=XLIT+(DELTA(I)-DELLIT)*(XBIG-XLIT)/(DELBIG-DELLIT)
U=XTR/SQRT(XTR**2+TKJSQ)
USQ=U**2
DELXTR=TKJ*U/SQRT(1.000001-USQ)
DO 120 L=1,J1
120 DELXTR=DELXTR+(THK(L)*U)/SQRT(VSQ(JL)/VSQ(L)-USQ)
XTEST=DELTA(I)-DELXTR
IF (ABS(XTEST) .LE. 0.02) GO TO 190
IF (XTEST) 140,190,150
140 XBIG=XTR
DELBIG=DELXTR
GO TO 160
150 XLIT=XTR
DELLIT=DELXTR
160 IF (LL .LT. 10) GO TO 170
IF (1.0-U .LT. 0.0002) GO TO 190
170 CONTINUE
180 XTR=0.5*(XBIG+XLIT)
U=XTR/SQRT(XTR**2+TKJSQ)
USQ=U**2
190 IF (1.0-U .GT. 0.0002) GO TO 220
C-----IF U IS TOO NEAR 1, COMPUTE TDIR AS WAVE ALONG THE TOP OF LAYER
JL
TDC=TID(JL,JL)+DELTA(I)/V(JL)
200 IF (JL .EQ. NL) GO TO 210
IF (TDC .GE. TMIN) GO TO 80
210 T(I)=TDC
DTDD=1.0/V(JL)

```

```

DTDH=0.0
ANIN(I)=0.9999999
GO TO 260
C-----TRAVEL TIME & DERIVATIVES FOR DIRECT WAVE BELOW FIRST LAYER
220 TDIR=TKJ/(V(JL)*SQRT(1.0-USQ))
DO 240 L=1,J1
240 TDIR=TDIR+(THK(L)*V(JL))/(VSQ(L)*SQRT(VSQ(JL)/VSQ(L)-USQ))
IF (JL .EQ. NL) GO TO 245
IF (TDIR .GE. TMIN) GO TO 80
245 T(I)=TDIR
SRR=SQRT(1.-USQ)
SRT=SRR**3
ALFA=TKJ/SRT
BETA=TKJ*U/(V(JL)*SRT)
DO 250 L=1,J1
STK=(SQRT(VSQ(JL)/VSQ(L)-USQ))**3
VTK=THK(L)/(VSQ(L)*STK)
ALFA=ALFA+VTK*VSQ(JL)
250 BETA=BETA+VTK*V(JL)*U
DTDD=BETA/ALFA
DTDH=(1.0-V(JL)*U*DTDD)/(V(JL)*SRR)
ANIN(I)=U
C-----SET UP PARTIAL DERIVATIVES FOR REGRESSION ANALYSIS -----
--
C 260      XD(I,2)=DTDD
C      XD(I,4)=DTDH
C      XI4(I)=DTDH

260  XD(I,1)=1
      XD(I,2)=-DTDD*DY(I)/DELTA(I)
      XD(I,3)=-DTDD*DX(I)/DELTA(I)
C    XD(I,2)=-DTDD*COS(AZ(I))
C    XD(I,3)=-DTDD*SIN(AZ(I))
      XD(I,4)=DTDH
300 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DET(x1,x2,NREC,CRIT,D)
C *****ESTA ROTINA CALCULA O DETERMINANTE D= $|X1'X1-X1'X2(X2'X2)-$ 
1X2'X1|*****
C *****TEM COMO ENTRADAS AS MATRIZES X1 E X2, O NÚMERO DE ESTACOES,
C *****O CRIT RIO (CRIT RIO XY=1 E XYZ=2) E RETORNA O VALOR DO
DETERMINANTE***
      real*4 D, x1, x2
      integer*4 CRIT, NREC
      DIMENSION x1(20,20), x2(20,20), d1(20,20),d2(20,20), d3(20,20)
      dimension d5(20,20), d6(20,20), d7(20,20), d4(20,20)
C **** as matrizes di são respectivamente:
C **** d1=x1'x1; d2=x1'x2, d3=x2'x2, d4=x2'x1, d5=d2d3-1 d6=d5d4 e
d7=d1-d6
      if(CRIT.eq.1) then
        ncx1=2
        ncx2=2
      else
        ncx1=3
        ncx2=1
      end if
      call PROD(x1, x1, d1, NREC, ncx1, ncx1)
      call PROD(x1,x2,d2,NREC, ncx1,ncx2)
      call PROD(x2,x2,d3,NREC, ncx2,ncx2)
      call PROD(x2,x1,d4,NREC, ncx2,ncx1)
      if (CRIT.eq.1)then
        call INV(d3)
      else
        d3(1,1)=1./d3(1,1)
      end if

      call PROD2(d2,d3,d5,ncx1,ncx2,ncx2)
      call PROD2(d5,d4,d6,ncx1,ncx1,ncx2)
      do i=1,ncx1
        do j=1,ncx1
          d7(i,j)=d1(i,j)-d6(i,j)
        end do
      end do
c      DO i=1,3
c      do j=1,3
c      write(*,*) d7(i,j)
c      end do
c      end do
      if(CRIT.eq.1) then
        D=d7(1,1)*d7(2,2)-d7(1,2)*d7(2,1)
      else
        D=d7(1,1)*d7(2,2)*d7(3,3)+d7(1,2)*d7(2,3)*d7(3,1)
        * +d7(1,3)*d7(2,1)*d7(3,2)-d7(1,3)*d7(2,2)*d7(3,1)
        * -d7(1,1)*d7(2,3)*d7(3,2)-d7(1,2)*d7(2,1)*d7(3,3)
      end if
      return
      end

```

```

*****
****
      SUBROUTINE PROD(a, b, c, NREC, nca, ncb)
*      *****CALCULA O PRODUTO
a'b*****
*****
      dimension a(20,20), b(20,20), c(20,20)
      c=0
      do i=1,nca
      do j=1,ncb
      do k=1, NREC
      c(i,j)=c(i,j)+a(k,i)*b(k,j)
      end do
      end do
      end do
      return
      end
*****
*****
      subroutine INV(d3)
*****inverte a matriz d3(2*2)*****
*****
      dimension d3(20,20), adj(20,20)
      adj(1,1)=d3(2,2)
      adj(1,2)=-d3(1,2)
      adj(2,1)=-d3(2,1)
      adj(2,2)= d3(1,1)
      D=d3(1,1)*d3(2,2)-d3(1,2)*d3(2,1)
      d3(1,1)=adj(1,1)/D
      d3(1,2)=adj(1,2)/D
      d3(2,1)=adj(2,1)/D
      d3(2,2)=adj(2,2)/D
      return
      end
*****
*****
      SUBROUTINE PROD2(a,b,c,ia,jb,kc)
      dimension a(20,20), b(20,20), c(20,20)
      c=0
      do i=1,ia
      do j=1,jb
      do k=1,kc
      c(i,j)=c(i,j)+a(i,k)*b(k,j)
      end do
      end do
      end do
      return
      end

```

```

SUBROUTINE SD(XREC,YREC)
C****  MATRIZ 3X3
*****
C- ESTA SUBROTINA CALCULA OS PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DESVIO PADRAO
C- DA LOCALIZACAO DOS SISMOS, EM RELACAO AO EPICENTRO E PROFUNDIDADE,
C- OBTIDOS PELA CONFIGURACAO DE REDE CONSIDERADA XREC, YREC.
*****
C- DECLARACAO DE VARIAVEIS

INTEGER*4 NREC, NX, NY
REAL*4 X(100), Y(100)
REAL*4 XREC(20), YREC(20), DX(20),DY(20), DELTA(20), T(20)
REAL*4 DSISMO, XMIN, XMAX, YMIN, YMAX
REAL*4 RT, PI, A11, A22, A33, A21, A31, DETA, DT
REAL*4 XD(20,4), A(4,4)
REAL*4 ASDX(100,100), ASDY(100,100), ASDZ(100,100)
COMMON/SISMO/XMIN,XMAX,YMIN,YMAX,DSISMO
COMMON/GERAL/NREC,Z0

C- ABERTURA DE FICHEIROS ONDE SERAO GUARDADOS OS RESULTADOS:
C- SDXY.DAT-CONTEM AS COORDENADAS DOS EPICENTROS E O DESVIO XY
C- SDZ.DAT - CONTEM AS COORDENADAS XY E O DESVIO Z
OPEN(1, FILE='SDXY.DAT')
OPEN(2, FILE='SDZ.DAT')

C---ATRIBUICAO DE VALORES A CONSTANTES
PI=3.1416
RT=6371
NX=NINT((XMAX-XMIN)/DSISMO)!numero de celulas horizontais
NY=NINT((YMAX-YMIN)/DSISMO)!numero de celulas verticais
DTMAX=0.5 !VALOR MAXIMO QUE PODE TER O RESIDUO DE TEMPO
DTMIN=0.01!VALOR MINIMO DO RESIDUO DE TEMPO

DO J=1,NY
DO I=1,NX
X(I)=XMIN+DSISMO*FLOAT(I)-DSISMO/2.
Y(J)=YMIN+DSISMO*FLOAT(J)-DSISMO/2.
DO K=1,NREC
DELTA(K)=SQRT((XREC(K)-X(I))**2+(YREC(K)-Y(J))**2)*RT*PI/180
DX(K)=(X(I)-XREC(K))*RT*PI/180
DY(K)=(Y(J)-YREC(K))*RT*PI/180
END DO
CALL DERIVA(DELTA,DX,DY,XD,T)
DO L=1,3
DO M=1,3
A(M,L)=0
END DO
END DO
DT=0.05
DO K=1,NREC
c DT=DTMIN+((DTMAX-DTMIN)*T(K)/16)
A(1,1)=A(1,1)+XD(K,3)*XD(K,3)

```

```

A(1,2)=A(1,2)+XD(K,3)*XD(K,2)
A(1,3)=A(1,3)+XD(K,3)*XD(K,4)
A(2,2)=A(2,2)+XD(K,2)*XD(K,2)
A(2,3)=A(2,3)+XD(K,2)*XD(K,4)
A(3,3)=A(3,3)+XD(K,4)*XD(K,4)
  END DO
A(2,1)=A(1,2)
A(3,1)=A(1,3)
A(3,2)=A(2,3)
A11=A(2,2)*A(3,3)-A(2,3)*A(3,2)
A22=A(1,1)*A(3,3)-A(3,1)*A(1,3)
A33=A(1,1)*A(2,2)-A(2,1)*A(1,2)
A21=A(1,3)*A(3,2)-A(1,2)*A(3,3)
A31=A(1,2)*A(2,3)-A(1,3)*A(2,2)
DETA=A(1,1)*A11+A(2,1)*A21+A(3,1)*A31
C IF (ABS(DETA) .LT. 0.000001) DETA=0.000001
ASDX(I,J)=ABS(A11/DETA)
ASDY(I,J)=ABS(A22/DETA)
ASDZ(I,J)=ABS(A33/DETA)
  END DO
END DO
DO J=1,NY
DO I=1,NX
C WRITE(1,*) X(I),Y(J),SQRT(SDX(I,J)**2+SDY(I,J)**2)
C WRITE(2,*) X(I),Y(J),SDZ(I,J)
WRITE(1,*) X(I),Y(J),DT*SQRT(ASDX(I,J)+ASDY(I,J))
C WRITE(1,*) X(I),Y(J),DT*SQRT(ASDY(I,J))
WRITE(2,*) X(I),Y(J),DT*SQRT(ASDZ(I,J))
END DO
END DO
CLOSE(1)
CLOSE(2)
RETURN
END

```


Apêndice D

Programas auxiliares

```

      program probab
c-----p
c---- cria matriz de probabilidade para a regio considerada
c---- caracterizada em zsismo.dat. a localizacao de
c---- cada sismo estao em coordenadas geog. em ficheiro ev0497.dat
c---- Dsismo=0.05

      integer n, c(800), l(800)
      real xmin,xmax,ymin,ymax,dsismo
      real prob(200,200),xp(800),yp(800)

      open(1,file='zsismo.dat',status='old')
      open(2,file='ev0497.dat',status='old')
      open(3,file='prob.dat')
      read(1,*) xmin,xmax,ymin,ymax,dsismo
      nx=nint((xmax-xmin)/dsismo)
      ny=nint((ymax-ymin)/dsismo)

c---- ler as coordenadas de cada evento registado
      do i=1,1000
      read(2,*,err=20)xp(i),yp(i)
      n=i
      end do
20  continue
      do i=1,n
      c(i)=int((xp(i)-xmin)/dsismo)+1
      l(i)=int((yp(i)-ymin)/dsismo)+1
      if(c(i).gt.nx)c(i)=nx
      if(l(i).gt.ny)l(i)=ny
      end do

      do j=1,ny
      do i=1,nx
      prob(i,j)=0
c      prob(i,j)=1./(n+nx*ny) !coloca por defeito este valor
      do k=1,n
      if(c(k).eq.i.and.l(k).eq.j)prob(i,j)=prob(i,j)+1./(n)

```

```
end do
write(3,*)prob(i,j)
end do
end do
close(1)
close(2)
close(3)
c- teste do ficheiro criado
open(1,file='prob.dat',status='old')
p=0
do j=1,ny
do i=1,nx
read(1,*) pro
p=p+pro
end do
end do
close(1)
write(*,*)p
end
```

PROGRAM REDE_DE_ESTACOES

```

c**      Caracterizacao da rede sismografica: zona onde se estende,
malha
c**      Gera ficheiro ZREDE.DAT com as seguntes dados pela ordem
indicada:
c**      na primeira linha - xrmin,xrmax,yrmin,yrmax,drec,nrec
c**      (as coorenedas sao geog, drec malha em graus e nrec o
c**      numero de estacoes). Nas linhas subsequentes ficarao as
posicoes
c**      iniciais de cada estacao da rede [xrec(i),yrec(i)].

C**      CARACTERIZACAO DA ZONA DE ABRANGENCIA DA REDE
C**      XRMIN - longitude inicial (graus)
c**      XRMAX - longitude final
C**      YRMIN - latitude inicial
C**      YRMAX - latitude inicial
C**      DREC - dimensao da malha da rede(graus)
C**      NREC - numero de estacoes

C**      CONFIGURA AO INICIAL DA REDE
C**      XREC(I) - COORDENADA X DA ESTA AO I(longitude)
C**      YREC(I) - COORDENADA Y DA ESTACAO I(latitude)
C*****
      integer nrec
      real*4 xrmin,xrmax,yrmin,yrmax,drec
      real*4 xrec(20), yrec(20)

      open(1,file='zrede.dat',status='unknown')
      write(*,*) 'Programa de entrada de dados da rede'
      write (*,*) 'XRMIN (graus) e XRMAX (graus)  '
      read(*,*)xrmin, xrmax
      write (*,*) 'YRMIN (graus) e YRMAX (graus)  '
      read(*,*)yrmin, yrmax
      write (*,*) 'DIMENSAO DA MALHA (quadrada) em graus'
      read(*,*) drec
      WRITE(*,*) 'NUMERO DE ESTACOES ?  '
      READ (*,*)NREC
      WRITE (1,10) xrmin,xrmax,yrmin,yrmax,drec,nrec
10  format(f6.3,3x,f6.3,3x,f6.3,3x,f6.3,3x,f6.4,3x,I2)
      DO i=1,nrec
      WRITE (*,*) 'COORDENADAS X e Y DA ESTACAO',I
      READ (*,*) xrec(i), yrec(i)
      WRITE (1,20)xrec(i), yrec(i)
20  FORMAT(f6.3,3x,f6.3)
      end do
      CLOSE(1)

      END

```

```
PROGRAM zona_de_sismos
```

```
C*****
*****
C**  PROGRAMA QUE CARACTERIZA O DOMINIO DOS EPICENTROS, O LADO
C**  DA MALHA DA REDE, "DSISMO" E A PROFUNDIDADE MAIS PROVAVEL, Z0
C**
C**  CARACTERIZACAO DA MALHA -PONTOS NOS V RTICES
C**  XMIN - LONGITUDE MINIMA (segundo xx')
C**  XMAX - LONGITUDE MAXIMA
C**  YMIN - LATITUDE MINIMA
C--  YMAX - LATITUDE MAXIMA
C**  DSISMO - LARGURA E COMPRIMENTO DA MALHA
C**  Z0 - PROFUNDIDADE A QUE OCORREM OS SISMOS
C*****
      REAL*4 XMIN,XMAX,YMIN, YMAX
      REAL*4 DSISMO, Z0

      OPEN(1,file='ZSISMO.dat',status= 'unknown')
      write(*,*) 'Programa de entrada de dados da ZONA DE SISMOS'
      write (*,*) 'XMIN (§) e XMAX (§) '
      read(*,*)XMIN,XMAX
      write (*,*) 'YMIN (§) e YMAX (§) '
      read(*,*)YMIN,YMAX
      write (*,*) 'DIMENSAO DA MALHA (quadrada) em GRAUS(1§=112Km) '
      read(*,*) DSISMO
      WRITE (*,*) 'PROFUNDIDADE DOS SISMOS'
      READ (*,*) Z0
      WRITE (1,10) XMIN, XMAX,YMIN,YMAX, DSISMO, Z0
10  format (f7.3,3X,f7.3,3X,F7.3,3X,F7.3,3X,F6.4,3X,F5.2)
      CLOSE(1)
      END
```

```

      program modelo
C*****
***
C** ESTE PROGRAMA SERVE PARA INTRODUIR O MODELO DE VELOCIDADE
C** NUM FICHEIRO CHAMADO 'MOD.DAT'. AS VARI $\mu$ VEIS INTRODUIZIDAS
C** SAO : NA PRIMEIRA LINHA O N $\acute$ MEMERO DE CAMADAS, NAS LINHAS
C** SUBSEQUENTES A PROFUNDIDADE DE CADA CAMADA E RESPECTIVA
VELOCIDADE
C*****
***
      INTEGER*4 NL
      REAL D, V
      DIMENSION D(100),V(100)
      open(1,file='MOD.dat',status='unknown')
      write(*,*) 'Programa de entrada de dados do modelo de
velocidade'
      write (*,*) 'N $\acute$ mero de camadas do modelo ? '
      read(*,10)NL
10  format(I4)
      write (1,*) NL
      do i=1,NL
      write(*,*) 'profundidade e velocidade da camada ',i
      read (*,*) D(i),V(i)
      write (1,100) D(i),V(i)

          end do
100 format(f6.2,3x,f6.2)

      close(1)

      end

```

