# UNIVERSIDADE DE ÉVORA

**ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS**

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO


# PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA EM EDUCAÇÃO PRÉ-ESCOLAR E ENSINO DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO: DESENVOLVER O PENSAMENTO ALGÉBRICO DOS ALUNOS


**Beatriz Maria Galão Bernardo Garcia**

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro



**Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico**

Relatório de Estágio

Évora, 2014

UNIVERSIDADE DE ÉVORA

ESCOLA DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA E EDUCAÇÃO


# PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA EM EDUCAÇÃO PRÉ-ESCOLAR E ENSINO DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO: DESENVOLVER O PENSAMENTO ALGÉBRICO DOS ALUNOS


**Beatriz Maria Galão Bernardo Garcia**

Orientação: Professora Doutora Ana Paula Canavarro


**Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico**

Relatório de Estágio


Évora, 2014

“Um excelente educador não é um ser humano perfeito, mas alguém que tem serenidade para se esvaziar e sensibilidade para aprender.”

(Cury, 2003)

# Agradecimentos

À minha orientadora, Professora Doutora Ana Paula Canavarro, pelas aprendizagens, apoio, orientação e disponibilidade demonstrada no decorrer de todo este processo. Por me fazer reflectir e ponderar sobre todas as decisões que tomei, tendo sempre em vista o alcance de um trabalho melhor.

À minha família, em especial ao meu marido e à minha filha Helena, pela confiança, apoio, compreensão e carinho que me transmitiram em todos os momentos desta minha etapa da vida.

Às minhas colegas, em especial, à minha colega e grande amiga Vera Sezões, que me acompanharam e apoiaram em todos os momentos, bons e menos bons, do meu percurso académico.

Aos meus orientadores de estágio, Professora Doutora Maria da Assunção Folque e Professora Doutora Olga Magalhães por me terem auxiliado a traçar um percurso enriquecedor em experiências e aprendizagens que em muito me serão úteis no futuro.

À Educadora Paula Sampaio e à Professora Irene Rosado pela sábia orientação que me proporcionaram fazendo-me crescer enquanto futura profissional de educação.

**Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Desenvolver o pensamento algébrico dos alunos**

## RESUMO

O presente relatório de estágio refere-se à investigação realizada no contexto da Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, desenvolvida na EB/JI de Canaviais, em 2012/13 e 2013/14, pela aluna Beatriz Maria Galão Bernardo Garcia, tomando como foco específico o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

O trabalho desenvolveu-se ao longo de dois semestres, um semestre em educação pré-escolar e outro em ensino do 1.º Ciclo de escolaridade, tendo como principal objetivo compreender como se processa o desenvolvimento do pensamento algébrico nas crianças e como é que este pode evoluir num contexto de aprendizagem estimulante, em que as crianças/alunos tenham um papel relevante no trabalho com tarefas que apelam à generalização e que são exploradas pelos alunos e discutidas em coletivo na turma, no quadro do ensino exploratório da Matemática.

O relatório inclui uma abordagem teórica acerca do que se entende por pensamento algébrico, particularmente como se pode desenvolver o pensamento algébrico na sala de aula, o que auxiliou na planificação das aulas relativas às tarefas intencionalmente desenvolvidas ao longo do estágio.

Das principais conclusões, sublinho que o desenvolvimento do pensamento algébrico se processa logo a partir dos primeiros anos e ao longo do 1.º ciclo. A realização de tarefas relacionadas com o contexto das crianças/alunos que lhes permitam a utilização de uma variedade de estratégias de resolução, de representação e de generalização são ferramentas fundamentais para o desenvolvimento do seu pensamento algébrico, e simultaneamente permitem a compreensão de conceitos, conteúdos e conexões matemáticas.

A finalizar reforço ainda a importância do papel do educador/professor no desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças, não só na seleção e preparação das atividades adequadas, mas também na implementação de um modelo de ensino exploratório da Matemática.

**Palavras-chave:** Pensamento algébrico, Pré-Escolar, 1.º Ciclo do Ensino Básico, Ensino Exploratório

**Report of Teaching practice in Preschool and Primary school:**
**Developing students' algebraic thinking**

# ABSTRACT

The present report refers to the investigation developed in the context of the Supervised Teaching Practice in Preschool Education and in Primary School, that took place in the EB/ JI de Canaviais, in 2012/13 and 2013/14, by Beatriz Maria Galão Bernardo Garcia, taking as a specific focus the developing student's algebraic thinking.

The work was developed over two semesters, one semester in preschool education and the other semester in primary school, having as main purpose to understand the development of the algebraic thinking in children/students and how it can evolve in a context of stimulate learning, in which the children/students have an important role on the work with tasks that appeal to the generalization and that are explored by students and discus in group in classroom, following a exploratory teaching of mathematics.

The report includes a theoretical approach about the concept of algebraic thinking, particularly how the algebraic thinking can be developed in the classroom. This theory helped on the planning of lessons, namely on the choice of the tasks intentionally developed whit the children/students.

I conclude that the algebraic thinking of the children/students can be developed from the first years and over the 1st cycle. Tasks related with children's contexts that stimulate children/students' use of a diversity of strategies of resolution, of representations and the generalization are important, and simultaneously allow the comprehension of mathematical concepts, procedures and connections.

I also stress the importance of the educator/teacher's role on the developing student's algebraic thinking, not only in the selection of proper activities but also in the implementation of a model of exploratory teaching mathematics.

**Keywords:** Algebraic thinking, Preschool, Primary school, Exploratory teaching.

## ÍNDICE GERAL


AGRADECIMENTOS .......... v

RESUMO .......... vii

ABSTRACT .......... ix

ÍNDICE GERAL .......... xi

ÍNDICE DE FIGURAS .......... xv

ÍNDICE DE TABELAS .......... xvii

ÍNDICE DE SIGLAS .......... xvii

**CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .......... 1**

Motivações para a escolha do tema .......... 1
Objetivo e questões do estudo .......... 2
A pertinência do estudo .......... 3
Organização do estudo .......... 5

**CAPÍTULO 2 – ENQUADRAMENTO TEÓRICO .......... 7**

Em que consiste o pensamento algébrico? .......... 7
As representações .......... 10
Conceito de representação .......... 10
As representações idiossincráticas .......... 12
Modos de representação .......... 13
Desenvolver o pensamento algébrico dos alunos .......... 15
Ensino exploratório .......... 18
Análise das Orientações Curriculares sobre o pensamento algébrico .......... 22
No pré-escolar .......... 23
A nível internacional .......... 23
A nível nacional .......... 23

No 1.º ciclo ... 27
A nível internacional ... 27
A nível nacional ... 28

**CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA ... 31**
Opções metodológicas ... 31
Caracterização do contexto ... 32
Caracterização do espaço/sala ... 35
No pré-escolar ... 36
No 1.º ciclo ... 39
Caracterização dos grupos ... 42
No pré-escolar ... 42
No 1.º ciclo ... 44
Intenções e ações desenvolvidas ... 50
No pré-escolar ... 50
No 1.º ciclo ... 51
Tarefas desenvolvidas ... 53
No pré-escolar ... 53
No 1.º ciclo ... 54
A recolha de dados e a sua análise ... 57

**CAPÍTULO 4 – A EXPERIÊNCIA DE ENSINO ... 59**
No pré-escolar ... 59
Tarefa 1 – Moldura da capa do livro "O Pai e Eu" ... 60
Tarefa 2 – Calendário: Mapa das Presenças ... 63
Tarefa 3 – Capa do livro de "Receitas" ... 66
Tarefa 4 – Blocos Lógicos ... 71
No 1.º ciclo ... 73
Tarefa 1 – Cubos com autocolantes ... 73
Tarefa 2 – Quantos telefonemas? ... 80
Tarefa 3 – Organizar mesas ... 85
Tarefa 4 – Piscinas ... 92
Tarefa 5 – As construções do João ... 100

**CAPÍTULO 5 – Conclusão ........ 109**
Síntese do estudo ........ 109
Conclusões do estudo ........ 111
Como é que as crianças lidam com as regularidades? ........ 111
Pré-Escolar ........ 111
1.º Ciclo ........ 112
Que representações usam as crianças para explorar as tarefas? ........ 113
Pré-Escolar ........ 113
1.º Ciclo ........ 114
Como é que as crianças generalizam e exprimem a generalização nas diversas tarefas ........ 115
Pré-Escolar ........ 115
1.º Ciclo ........ 115
Conclusões finais ........ 116

**Referências bibliográficas ........ 121**

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – A sala com as mesas dispostas em fila ............................................ 39
Figura 2 – A sala com as mesas dispostas em grupos de quatro alunos ............ 39
Figura 3 – Fio que atravessa a sala de um lado ao outro .................................... 41
Figura 4 – Trabalho colocado num fio numa parede da sala .............................. 41
Figura 5 – Capa inicial do livro ......................................................................... 61
Figura 6 – Capa do livro da L.M. (4:7) já pronta ............................................... 62
Figura 7 – O livro da M. (4:7) já pronto ............................................................ 62
Figura 8 – O M. (4:8) a escrever os dias da semana no Mapa das Presenças .... 63
Figura 9 – A L.M. (4:7) a terminar o preenchimento do Mapa das Presenças .. 64
Figura 10 – A L. (4:5) e a M. (4:7) a pintarem os espaços relativos aos fins-de-semana ........................................................................................................ 65
Figura 11 – O Mapa das Presenças pronto ......................................................... 65
Figura 12 – O livro da A.F. (5:3) já pronto ........................................................ 67
Figura 13 – O livro do J. (3:10) .......................................................................... 69
Figura 14 – O livro do R.P. (6:0) ....................................................................... 70
Figura 15 – O livro do D. (5:10) ........................................................................ 70
Figura 16 – O B. (5:4), o R.G. (5:1) e a A.F. (5:3) com as suas sequências ...... 71
Figura 17 – O R.P. (6:0) com a sua sequência ................................................... 71
Figura 18 – Enunciado da tarefa “Cubos com autocolantes” ............................. 73
Figura 19 – Resolução apresentada pelo D. e L. ................................................ 76
Figura 20 – Resolução apresentada pela A.R. e o M. ........................................ 76
Figura 21 – Resolução apresentada pelo G.R. e pelo R. .................................... 77
Figura 22 – Enunciado da tarefa “Quantos telefonemas?” ................................ 79
Figura 23 – Resolução apresentada pelo grupo 1 ............................................... 80
Figura 24 – Resolução apresentada pelo grupo 2 ............................................... 81
Figura 25 – Resolução apresentada pelo grupo 3 ............................................... 82
Figura 26 – Tentativa de chegar à regra apresentada pelo grupo 2 .................... 83
Figura 27 – Enunciado da tarefa “Organizar mesas” ......................................... 85
Figura 28 – Resoluções do grupo 1 ................................................................... 86
Figura 29 – Resoluções do grupo 2 ................................................................... 88
Figura 30 – Resoluções do grupo 3 ................................................................... 89

Figura 31 – Resoluções do grupo 4 .................................................................. 90
Figura 32 – Enunciado da tarefa “Construir piscinas” ...................................... 92
Figura 33 – Resoluções apresentadas pelo grupo 1 ........................................... 94
Figura 34 – Resoluções apresentadas pelo grupo 2 ........................................... 95
Figura 35 – Resoluções apresentadas pelo grupo 3 ........................................... 96
Figura 36 – Resoluções apresentadas pelo grupo 4 ........................................... 97
Figura 37 – Enunciado da tarefa “As construções do João” .............................. 99
Figura 38 – Resoluções apresentadas pelo grupo 1 ........................................... 100
Figura 39 – Resoluções apresentadas pelo grupo 2 ........................................... 102
Figura 40 – Resoluções apresentadas pelo grupo 3 ........................................... 103

# ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Constituição do grupo de pré-escolar .............................................. 43
Tabela 2 – Número de alunos por sexo/idade .................................................. 44
Tabela 3 – Tarefas desenvolvidas no pré-escolar ............................................. 53
Tabela 4 – Tarefas desenvolvidas no 1.º ciclo .................................................. 54
Tabela 5 – Tabela construída em grande grupo ................................................ 83

# ÍNDICE DE SIGLAS

OCEPE – Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar

PES – Prática de Ensino Supervisionada

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

PES em Pré-Escolar – Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar

PES em 1.º Ciclo – Prática de Ensino Supervisionada em 1.º Ciclo

# CAPÍTULO 1

# INTRODUÇÃO

O presente relatório de estágio é resultado da investigação desenvolvida no âmbito das unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar (PES em Pré-Escolar) e Prática de Ensino Supervisionada em 1.º Ciclo (PES em 1.º Ciclo), do curso de Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico da Universidade de Évora. Ambas as PES foram realizadas na EB/JI de Canaviais. A PES em Pré-Escolar foi realizada em cooperação com a educadora cooperante Paula Sampaio, durante o período de 18 de fevereiro a 31 de maio de 2013. A PES em 1.º Ciclo foi efectuada em coadjuvação com a professora cooperante Irene Rosado, durante o período de 16 de setembro a 17 de dezembro de 2013. Realizei o presente relatório de estágio sob a orientação da Professora Doutora Ana Paula Canavarro, focado na área da educação matemática e intitulando-se: Prática de Ensino Supervisionada em Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico: Desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Pretendo que este relatório seja de carácter descritivo, reflexivo e evidencie todo o processo de construção e desenvolvimento da minha profissionalidade, ocorrida durante a prática.

## Motivações para a escolha do tema

No início da PES foi-nos solicitado a escolha de um tema, para aprofundarmos durante a realização da nossa intervenção em pré-escolar e ensino do 1.º ciclo. A temática por mim escolhida foi o desenvolvimento do pensamento algébrico, por ser um conceito novo e podendo este ser introduzido logo a partir dos primeiros anos, através do estudo de sequências e regularidades, padrões geométricos e relações numéricas associadas às propriedades dos números (Ponte et al, 2007). O pensamento algébrico pode ser definido como “algo que se manifesta quando, através de conjeturas e argumentos, se fazem generalizações sobre dados e relações matemáticas” (Kaput, 1999, referido em Cascais, 2012).

Interessa-me precisamente compreender como se processa o desenvolvimento do pensamento algébrico nas crianças e como é que este pode evoluir num contexto de aprendizagem estimulante, em que os alunos tenham um papel relevante no trabalho com tarefas intencionalmente preparadas e discutidas em coletivo. As motivações pessoais que me levaram à escolha deste tema foram diversas. Por um lado, um especial interesse pela área da Matemática, pela importância que a mesma assume no nosso dia-a-dia, ao ser educadora/professora, sou simultaneamente professora de Matemática e é nessa qualidade que devo procurar proporcionar aos alunos experiências matemáticas valiosas que lhes possibilitem desenvolver competências no âmbito do raciocínio, da comunicação e da resolução de problemas, e em especial do pensamento algébrico. Por outro lado, é a resolução de tarefas de natureza problemática, realizadas através do ensino exploratório, a que mais me tem cativado e que tenho procurado estimular e desenvolver no âmbito da minha prática pedagógica, relacionada com esta área do saber.

## Objetivo e questões de estudo

Como já referi anteriormente, este estudo apresenta como principal objetivo investigar como se processa o desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos e como é que este pode evoluir num contexto de aprendizagem estimulante, em que as crianças/alunos tenham um papel relevante no trabalho com tarefas intencionalmente preparadas e discutidas em coletivo.

Desta forma, pretende-se com este estudo responda às seguintes questões:

a) Como é que as crianças lidam com as regularidades?
b) Que representações usam as crianças para explorar as tarefas?
c) Como é que as crianças generalizam e exprimem a generalização nas diversas tarefas?

Procuro responder a estas questões com base no trabalho desenvolvido nos dois contextos da Prática de Ensino Supervisionada, quer com as crianças do pré-escolar, quer com os alunos do 4.º ano de escolaridade, do 1.º ciclo.

## A pertinência do estudo

De acordo com a Lei-Quadro da Educação Pré-Escolar, a qual estabelece como princípio geral que "A educação pré-escolar é a primeira etapa da educação básica no processo de educação ao longo da vida." (Ministério da Educação, 1997, p. 17), pode-se constatar a importância que a educação tem vindo a adquirir na nossa sociedade. Desta forma, pretende-se que a educação pré-escolar fomente nas crianças situações de aprendizagem significativas e diferenciadas, facultando assim, que as crianças aprendam a aprender e transportem os conhecimentos adquiridos ao longo da vida.

Desde muito cedo, as crianças começam a construir noções matemáticas a partir das suas vivências do dia-a-dia. Por isso, "Cabe ao educador partir das situações do quotidiano para apoiar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, intencionalizando momentos de consolidação e sistematização de noções matemáticas." (Ministério da Educação, 1997, p. 73). A construção dessas noções matemáticas deve ter, como ponto de partida, as atividades espontâneas e lúdicas das crianças, que podem ser intencionalmente exploradas de modo a promover o desenvolvimento do raciocínio das crianças/alunos através, por exemplo, da procura da identificação, explicação e utilização de regularidades numéricas ou pictóricas, ou seja, de sequências que se estruturam segundo regras lógicas, aritméticas ou espaciais.

Nos últimos anos, os objetivos traçados para a matemática têm vindo a ser alterados, como forma de acompanharem a evolução e as necessidades da sociedade. Hoje em dia, os indivíduos têm de revelar capacidade de adaptação a novas situações e a novas técnicas e serem capazes de resolver problemas de forma flexível, revelando para isso espírito crítico e criatividade na sua resolução. Até há algum tempo, a matemática centrava-se essencialmente na resolução de exercícios rotineiros, privilegiando cálculos e procedimentos isolados, o que não corresponde às actuais exigências do nosso sistema de ensino, e a uma melhor compreensão do que é "fazer" matemática (NCTM, 1991).

Como já referi, os objetivos para a Matemática têm vindo a adaptar-se de forma a acompanhar as necessidades e evoluções da sociedade atual. De acordo com Ponte et al (2007), o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico define alguns objetivos gerais para a disciplina de Matemática, os quais pretendem clarificar e explicitar o que se espera da aprendizagem dos alunos " valorizando as dimensões dessa aprendizagem relacionadas com a representação, comunicação e raciocínio em Matemática, a resolução de problemas e as conexões matemáticas, e a compreensão e disposição para usar e apreciar a Matemática em contextos diversos." (Ponte et al, 2007, p. 4).

De acordo Vale e Pimentel (2005), no nosso ensino é dada especial importância aos aspetos numéricos e algébricos remetendo alguns alunos, possuidores de maiores capacidades no domínio visual, para situações de insucesso escolar, e impedindo outros, com menores capacidades nesta área, de se desenvolverem harmoniosamente. O ideal seria que o professor promovesse discussões significativas, centradas na resolução de problemas, nas quais os alunos pudessem analisar abordagens de natureza diversa e verificassem a sua equivalência. Este tipo de trabalho contribui para o desenvolvimento da flexibilidade do raciocínio tornando os alunos mais aptos para utilizarem diferentes tipos de estratégias, visuais e analíticas, e decidir quais as que mais se adequam a cada problema.

Nas últimas décadas, os matemáticos, ao procurarem uma definição mais atual para Matemática "chegaram à ideia mais consensual de que a Matemática é a ciência dos padrões." (Vale & Pimentel, 2009, p. 8). De facto, tanto em contexto escolar como no nosso dia-a-dia, deparamo-nos com vários tipos de padrões nas mais variadas formas. Como esclarece Devlin (2002, citado por Vale & Pimentel, 2009, p. 8),

> O que o matemático faz é examinar "padrões" abstractos – padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc. Esses padrões podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Podem surgir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das actividades mais ocultas da mente humana.

O trabalho com padrões possibilita aos alunos uma aprendizagem mais significativa da Matemática, permitindo simultaneamente um maior envolvimento dos alunos na sua aprendizagem e aquisição de novos conhecimentos, melhorando assim as suas capacidades e competências. A exploração de tarefas que envolvem a descoberta de padrões desafiam os alunos a recorrer a capacidades de pensamento de ordem superior, como o raciocínio e a comunicação, podendo assim contribuir para a melhoria do seu desempenho na resolução de problemas (Borralho, Cabrita, Palhares & Vale, 2007).

De acordo com o NCTM (2007) os conceitos algébricos podem evoluir e desenvolver-se logo a partir do pré-escolar, podendo manifestar-se através do trabalho desenvolvido com classificações, padrões e relações, operações com números inteiros e exploração de funções e através de processos graduais. Logo desde cedo, antes da sua entrada para o ensino formal, as crianças podem começar a desenvolver conceitos "relacionados com padrões, funções e álgebra. Aprendem cantigas repetitivas, cânticos ritmados e poemas, baseados na repetição e no crescimento de padrões" (NCTM, 2007, p. 105).

Vale e Pimentel (2011) apelam ao estudo de padrões no ensino básico, com o intuito de "ajudar os alunos a aprender uma matemática significativa e/ou a envolver-se na sua aprendizagem, facultando-lhes um ambiente que se relacione com a sua realidade e experiências." (p. 9). Assim, "O estudo de padrões vai de encontro a este propósito, apoiando a aprendizagem dos estudantes para descobrirem relações, encontrarem conexões, fazerem conjeturas, previsões e também generalizações." (Vale & Pimentel, 2011, p. 9). As mesmas autoras referem ainda que os padrões permitem aos alunos construir uma imagem positiva da Matemática, pois apelam fortemente ao desenvolvimento do sentido estético e criativo, permitem o estabelecimento de conexões entre vários temas, promovem a compreensão das suas capacidades matemáticas, contribuem para o desenvolvimento da capacidade de classificar e ordenar informação e ajudam a compreender a ligação entre a Matemática e o mundo em que vivem (Vale & Pimentel, 2011).

## Organização do estudo

Este relatório encontra-se estruturado em cinco capítulos. No presente capítulo de introdução são mencionadas as motivações pessoais que deram origem a este estudo, o objetivo e as questões do mesmo, assim como a sua pertinência.

No segundo capítulo é feito um enquadramento teórico no qual se explanam e sintetizam ideias fundamentais relativas à importância do estudo da Matemática desde a educação pré-escolar, relativo ao pensamento algébrico e à exploração de padrões e regularidades.

O terceiro capítulo é dedicado aos aspetos metodológicos: começo por falar sobre a pertinência do trabalho de investigação/ação e do educador/professor investigador, depois a caracterização dos grupos, as intenções, ações e o planeamento das atividades desenvolvidas e os procedimentos que adotei para fazer a recolha de dados junto das crianças.

No quarto capítulo é realizada uma descrição da intervenção, onde se encontram algumas das tarefas realizadas no pré-escolar e no 1.º ciclo, do ensino básico. É feita uma descrição e reflexão acerca da forma de resolução apresentada pelos alunos, tendo sempre presente a forma como os alunos pensam.

Por fim, no quinto e último capítulo apresento uma análise de dados relativos às tarefas realizadas e uma reflexão mais transversal sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

# CAPÍTULO 2

# ENQUADRAMENTO TEÓRICO

## Em que consiste o pensamento algébrico?

Durante muitos anos, o ensino da álgebra ocorria somente no 3.º ciclo, sendo marcado principalmente pela manipulação dos símbolos e das expressões algébricas. No entanto, os investigadores aos poucos foram-se afastando da resolução de equações, como atividade principal no ensino da álgebra, passando para abordagens mais ligadas à generalização, sequências numéricas, variáveis e funções (Carraher & Schliemann, 2007).

Muitos investigadores têm-se debruçado sobre este conceito, principalmente ao nível do ensino da Matemática no 1.º e 2.º Ciclos. Destacando-se a associação de pensamento algébrico ao reconhecimento daquilo que é geral numa dada situação matemática e à expressão dessa generalização (Verschaffel, Greer & de Corte, 2007, referido por Canavarro, 2007).

Maria Blanton e James Kaput[1], dois conceituados investigadores neste domínio, definem o pensamento algébrico como o " processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade." (Blanton & Kaput, 2005, citado por Canavarro, 2007, p.87).

Esta definição vai ao encontro da perspetiva de outros autores, como Carolyn Kieran, que reforça a importância da evolução do pensamento algébrico ao salientar que a

[1] Maria Blanton e James Kaput conduziram no NationalCenter for ImprovingStudents LearningandAchievement in MathematicsandScience (NCISLA) um projeto de investigação e desenvolvimento profissional vocacionado para a introdução do pensamento algébrico em salas de aula da escola elementar em Massachusetts (referido por Canavarro, 2007).

> Álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na actividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (e.g. Mason, 2005). Assim, a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas. (Kieran, 2007, citado por Canavarro, 2007, p. 87).

Desta forma, o enfoque do pensamento algébrico consiste na generalização. De acordo com Canavarro (2007),

> A generalização envolve a extensão deliberada do leque de raciocínio ou comunicação para além do caso ou casos considerados, identificando e expondo explicitamente o que é comum entre os casos, ou elevando o raciocínio ou comunicação a um nível onde o foco já não são os casos ou situações em si mesmas, mas antes os padrões, procedimentos, estruturas, e as relações através de e entre eles (que por sua vez se tornam novos objectos de nível superior para o raciocínio ou comunicação).
>
> (Kaput, 1999, citado por Canavarro, 2007, p. 87)

Esta nova ideia de pensamento algébrico vem confrontar a conceção geral que se tinha até então sobre a Álgebra, proveniente da experiência escolar de várias décadas. A Álgebra escolar caracteriza-se de forma idêntica um pouco por todo o lado: simplificar expressões algébricas, resolver equações, aplicar regras para manipular símbolos, com elevado nível de abstração (Canavarro, 2007).

Deste confronto, destacam-se dois aspetos distintos. O primeiro aspeto é que no pensamento algébrico se aceita que a notação algébrica convencional (envolvendo letras, principalmente as últimas do alfabeto) não é o único veículo para exprimir ideias algébricas; a linguagem natural, e outros elementos como diagramas, tabelas, expressões numéricas e gráficos podem também ser utilizados para expressar a generalização [2] (Carraher & Schliemann, 2007; Kieran, 2007; referidos por Canavarro, 2007). O segundo aspeto que diferencia o pensamento algébrico da visão tradicional da álgebra diz respeito à ênfase dos significados e compreensão. De acordo com Canavarro (2007), a álgebra escolar encontrava-

[2] Alguns autores designam estes recursos de pré-algébricos (Canavarro, 2007).

se associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, "tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos ter adquirido um estatuto de primazia *per si*." (Canavarro, 2007, p. 88). Na verdade, o simbolismo reúne um poder insuperável, o que vai possibilitar uma grande flexibilidade na tradução e manipulação de informação e na compactação de ideias que só assim se tornam operacionalizáveis (Smith, 2003, referido por Canavarro, 2007). Devido à utilização dos símbolos[3] e sistemas simbólicos, a álgebra passou a ser conhecida como o estudo ou uso destes sistemas. Mas, no centro do pensamento algébrico encontrem-se os significados, e o uso de símbolos deve ser encarado como um recurso para a representação das ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão (Canavarro, 2007). "Trata-se de olhar através dos símbolos e não de olhar os símbolos." (Kaput, Blanton & Moreno, 2008, referidos por Canavarro, 2007, p. 88).

Assim, o pensamento algébrico está associado à simbolização (representar e analisar situações matemáticas, utilizando símbolos algébricos) mas não se reduz nela ou não fica por ela condicionada. O aluno deve aprender a conhecer, compreender e utilizar os instrumentos simbólicos como forma de representar matematicamente o problema, ao mesmo tempo que aplica procedimentos formais que o conduzem ao resultado e consequente interpretação, e avaliação desse resultado (Vale & Pimentel, 2011).

Para se melhorar o desenvolvimento do pensamento algébrico é fundamental desenvolver o sentido de símbolo. Por isso, é importante que as crianças e os alunos investiguem vários tipos de padrões e relações numéricas. Dai a pertinência de se trabalhar os padrões com as crianças desde cedo e, como tal, Pimentel (2010, p. 103), citando Kieran (2004), define o pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade da seguinte forma:

> O pensamento algébrico nos primeiros anos envolve o desenvolvimento de modos de pensar através de actividades para as quais o simbolismo da álgebra pode ser usado como ferramenta, mas que não são exclusivas da álgebra e que podem ser abordadas sem qualquer uso de simbolismos algébricos, tais como, analisar relações entre quantidades, detectar a estrutura, estudar a mudança, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, provar e predizer.

[3] Os símbolos vieram revolucionar a Álgebra, tanto ao nível epistemológico como ao nível funcional. (Canavarro, 2007).

De acordo com Ramos, Boavida e Oliveira (2011), o pensamento algébrico desenvolve-se e manifesta-se quando os alunos estabelecem generalizações, a partir da observação e da análise de dados numéricos, padrões, regularidades ou relações matemáticas expressando essas generalizações através de vários recursos, como: linguagem natural, diagramas, tabelas, fórmulas ou símbolos matemáticos.

A generalização surge assim como, o elemento chave do pensamento algébrico, encontrando-se presente de forma transversal na aritmética, como domínio para expressar e formalizar generalizações (a aritmética generalizada), nas relações funcionais quando se generalizam os padrões numéricos, na modelação que envolve também generalizar regularidades de situações e fenómenos e na própria generalização que ocorre com objetos abstratos da álgebra (Canavarro, 2007).

De acordo com Duarte (2011), a generalização permite desenvolver o raciocínio, identificando o que é comum e o que varia, possibilitando a passagem para um nível onde a atenção já não se centra sobre os casos específicos em si, mas sobre as relações e padrões encontrados, que se tornam novos objetos algébricos.

Branco (2008) refere que é necessário compreender de que forma se pode promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, nos primeiros anos de escolaridade. Por sua vez Ponte e Velez (2011) partilham a mesma ideia, ao mencionar que no nosso país ainda está por explorar o estudo do papel das representações no currículo, na aprendizagem dos alunos e nas práticas profissionais dos professores deste nível de ensino.

## As representações

Sendo uma componente essencial do pensamento algébrico a generalização, não necessariamente expressa por representações simbólicas, importa aprofundar a temática das representações diversas que os alunos podem usar no desenvolvimento do pensamento algébrico.

### Conceito de representação

No sentido mais lato, podemos definir uma representação como

> uma configuração que pode representar uma outra coisa de alguma forma; dito de outro modo, é uma configuração que poderá, por exemplo, agir em lugar de, ser interpretada como, conectar-se, corresponder a, denotar, retratar, encarnar, codificar, evocar, rotular, ligar, significar, produzir, referir-se, assemelhar, servir como uma metáfora para, substituir, sugerir, ou simbolizar o elemento representado.
>
> (Goldin, 2002, referido por Pinto, 2009, p.27)

Ao nível do desenvolvimento cognitivo podemos definir a representação, ou um sistema de representação, como um conjunto de regras através das quais se pode conservar aquilo que foi experimentado em diferentes situações (Bruner, 1989). Segundo Bruner (1999), a representação está relacionada com "a forma como a criança se liberta dos estímulos presentes e conserva a experiência passada num modelo", com "as regras que regem o armazenamento" e com a forma de "reaver a informação desse modelo" (p. 27).

No que se refere ao domínio da educação matemática, as representações são consideradas ferramentas privilegiadas que permitem organizar, registar e comunicar ideias matemáticas (NCTM, 2007). Para além disso, as representações vão ainda facultar e apelar à compreensão matemática dos alunos. De acordo com o NCTM (2007, p. 75),

> As representações deverão ser tratadas como elementos essenciais no apoio à compreensão, por parte dos alunos, dos conceitos e das relações matemáticas, na comunicação de abordagens, argumentos e conhecimentos matemáticos, para si mesmos e para os outros, na identificação de conexões entre conceitos matemáticos inter-relacionados, e na aplicação da matemática a problemas realistas, através da modelação.

Uma representação matemática nunca se pode compreender ou interpretar de forma isolada. Pois apenas faz sentido quando parte integrante de um sistema mais abrangente e organizado, no qual diferentes representações estão relacionadas (Goldin & Shteingold, 2000, referido em Pinto, 2009).

Os autores Ponte e Serrazina (2000) referem ainda que a representação constitui um dos processos essenciais da matemática. Pelo que a forma como os alunos representam as suas ideias matemáticas se encontra intimamente ligada à forma como a compreendem e a utilizam.

### As representações idiossincráticas

As representações idiossincráticas são construídas pelos alunos com o intuito de resolverem problemas, podendo ajudá-los quer ao nível da compreensão quer ao nível da resolução do problema. Estas representações constituem-se como, uma importante, forma de registo do método de resolução que vai permitir também a sua descrição a outras pessoas. Os professores através destas representações iniciais têm maior facilidade em aceder à forma como o aluno interpretou e raciocinou durante o momento de resolução da tarefa proposta (NCTM, 2007).

As representações da criança são normalmente "representações idiossincráticas, espontâneas e imediatas, mais ou menos diferenciadas social e culturalmente, que têm mais a ver com o conhecimento quotidiano do que com o conhecimento cientifico" (Santos, 1991, p. 21).

As representações espontâneas da criança podem ser analisadas

> (…) enquanto modo pessoal e natural de organização dos dados da percepção relativamente a um problema particular; enquanto apreensão sensível, intuitiva e imediata do objecto pelo sujeito (…); enquanto raciocínios espontâneos que conduzem a uma resposta rápida, não reflectida, considerada como evidente e cujas justificações são relativamente pouco explicitadas.
>
> (Santos, 1991, pp. 21-22)

A criança inicia assim a sua aprendizagem formal com estas representações idiossincráticas. Estas representações são valorizadas por outros autores, que reforçam a ideia de que os alunos deverão ser encorajados a "representar as suas ideias sob formas que, para eles, façam sentido, mesmo que as suas primeiras representações não sejam as convencionais" (NCTM, 2007, p. 75).

Assim, no que se refere às representações idiossincráticas, embora estas possam apresentar pouca precisão e muito pormenor, apoiam a compreensão dos conceitos e relações matemáticas, a comunicação e a aplicação das ideias matemáticas, dentro e fora da Matemática. Para além destas potencialidades, este tipo de representações utilizado pelos alunos constitui uma importante forma de registo dos métodos de resolução ou mesmo da solução de um problema (Ponte & Serrazina, 2000).

### Modos de representação

Os tipos de representações existentes são diversos. Comparativamente a estas representações Jerome S. Bruner, um conceituado investigador neste domínio, afirma que:

> A estrutura de qualquer domínio do conhecimento pode caracterizar-se de três maneiras: por um conjunto de acções apropriadas para alcançar certo resultado (**representação activa**); por um conjunto de imagens ou gráficos sumários que representam um conceito sem o definirem plenamente (**representação icónica**); e por um conjunto de proposições simbólicas ou lógicas extraídas de um sistema simbólico que é regido por regras ou leis para a formação e transformação de proposições (**representação simbólica**) (Bruner, 1999, p. 66).

Os referidos sistemas de representação (a representação ativa, a representação icónica e a representação simbólica) atuam durante o desenvolvimento da inteligência humana e a interação entre os diversos sistemas sendo fundamental para o desenvolvimento de cada pessoa. O desenvolvimento não implica uma sequência de etapas, mas sim um domínio progressivo destas três formas de representação. Cada um destes três sistemas pode ser definido de uma forma breve constatando-se que cada um deles se altera e adquire novas formas devido à sua vinculação com determinados instrumentos (Bruner, 1999):

- **Representações ativas:** através da ação conhecemos muitas coisas, para as quais não encontramos palavras nem imagens, sendo por isso bastante difícil de ensinar de outra forma que não através da própria prática como, por exemplo, ensinar a jogar ténis, a fazer esqui ou andar de bicicleta (Bruner, 1999). Por exemplo, se pretendemos *dar um nó* a primeira coisa a fazer é aprender a ação de *dar um nó*, ao comunicamos que reconhecemos aquele *nó* estamo-nos a referir a um ato que nos é familiar e podemos repetir. Neste caso a representação é expressa através da ação, levando em conta as suas limitações, entre as quais o seu carácter sequencial (Bruner, 1989). Segundo Bruner (1999, p. 28), "A representação activa baseia-se, ao que parece, na aprendizagem de respostas e formas de habituação."

– **Representações icónicas:** recorrendo ao exemplo anterior *dar um nó*, ter a imagem mental do nó, ou a imagem desenhada do nó no papel, não é o mesmo que fazer o nó, mesmo que a imagem mental possa facilitar um esquema que permita organizar de forma sequencial as ações. De acordo com Bruner (1989), a imagem é uma analogia muito estilizada, seletiva e simultânea de uma situação vivida. Bruner (2000) refere ainda que "as imagens não se limitam a captar a particularidade de eventos e objetos; dão origem a classes de eventos, servindo-se de protótipos, fornecendo pontos de referência em relação aos quais se compara exemplos que aspiram a ser membros dessas classes" (p. 202). A representação icónica está dependente da organização visual ou outra organização sensorial e do recurso às imagens de resumo (Bruner, 1999).
– **Representações simbólicas:** a sua principal característica é ser simbólica por natureza, podendo ser representada por palavras ou linguagem (Bruner, 1999). O significado linguístico é principalmente arbitrário e depende do domínio de um código simbólico. Para a realização de uma descrição linguística é imprescindível conhecer não só os referentes das palavras, como as regras para construir e transformar as referidas descrições. Pelo que, estas regras são exclusivas da linguagem, tal como as regras para a construção de imagens ou formação de hábitos o são (Bruner, 1989).

Em suma, as representações podem ser consideradas como importantes ferramentas a partir das quais os alunos organizam, registam e comunicam ideias matemáticas, ajudando à compreensão de conceitos e relações matemáticas. As representações idiossincráticas, as primeiras construídas pelas crianças, são pouco convencionais, muito pessoais, muito próprias, carregadas de significado para quem as cria podendo fornecer ao professor informações pertinentes acerca do raciocínio dos seus autores.

Relativamente às representações icónicas e pela sua importância na resolução de problemas de Matemática ao nível do 1.º ciclo, destacam-se três tipos de elementos icónicos: o desenho, os símbolos não convencionais (representativos do real) e o diagrama (Bruner, 1999).

### Desenvolver o pensamento algébrico dos alunos

Com o propósito de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos, é importante cuidar de escolher e preparar tarefas adequadas em que eles possam identificar regularidades com vista à sua caracterização e generalização.

A iniciação ao pensamento algébrico, nos primeiros anos de escolaridade, deve ser efetuada através do estudo de sequências, regularidades e padrões, assim como o estudo das relações numéricas associadas aos números, operações e suas propriedades. Desta forma estamos a valorizar duas das três vertentes consideradas por Kaput (2008): a álgebra como aritmética generalizada e a álgebra como estudo de funções, relações e (co) variação (Ramos, Boavida & Oliveira, 2011).

A vertente respeitante à álgebra como aritmética generalizada "baseia-se no caráter potencialmente algébrico da aritmética, a ser explorado explicitamente, de forma sistemática e expondo a sua generalidade." (Canavarro, 2007, p. 89). A segunda vertente, designada por pensamento funcional "envolve a generalização através da ideia de função, que pode ser encarada, por exemplo, como a descrição da variação das instâncias numa parte do domínio." (Canavarro, 2007, p. 89). Esta vertente inicia-se, geralmente, através da generalização de padrões, através dos quais se estabelecem conexões entre padrões geométricos e numéricos com o intuito de descrever relações funcionais (Canavarro, 2007). Daí a importância da ideia de padrão, que discutimos de seguida, e que está, no seu significado mais lato, subjacente às tarefas que potenciam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A Matemática é uma área do saber que, para além de outros aspetos, se interessa pelo estudo de padrões, numéricos ou geométricos, sendo designada por Devlin (2002) como a "ciência dos padrões". Segundo este autor, na base da atividade matemática está a análise de padrões, nomeadamente padrões numéricos, de formas, de movimento, entre outros. Estes fazem parte do nosso quotidiano, podendo ser encontrados em papéis de parede, tapetes, disposição do mobiliário na sala de aula, pavimentações das ruas e nas calçadas, etc. (Vale & Pimentel, 2011).

Ao realizarmos uma breve análise dos currículos apercebemo-nos que o estudo dos padrões atravessa todos os programas escolares de Matemática desde o pré-escolar, passando pelo ensino básico, até ao ensino secundário. Mas, apesar da importância dos padrões em relação à matemática e aos diferentes temas que lhe estão associados, só nos últimos anos, enquanto se procurava uma definição mais atual para matemática, é que ganhou particular relevância. Vale e Pimentel (2011), referem que a matemática evidência a existência de vários tipos de padrões como por exemplo: padrões numéricos de formas, padrões de movimento, padrões de comportamentos, entre outros. As autoras referem ainda que os padrões podem ser reais, imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, podendo surgir a partir do espaço que nos rodeia.

No entanto, o conceito de padrão vai mais longe, ao ser utilizado quando falamos de disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons nos quais se detetam regularidades (Borralho, Cabrita, Palhares & Vale, 2007). Com o intuito de reforçar esta ideia vários autores, entre os quais Smith (2003), referem que reconhecemos um padrão nas situações em que vemos ou imaginamos a possibilidade de repetição ou um modo de continuação. Ainda segundo este autor, os elementos de mudança, repetição ou extensão são centrais na ideia de padrão (Smith, 2003, referido por Alvarenga & Vale, 2007).

O tópico do Programa de Matemática (Ponte et al, 2007) Sequências e regularidades, no 1.º ciclo, propõe o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir da exploração de regularidades numéricas em sequências e em tabelas de números. Os alunos identificam a lei de formação de uma dada sequência e, nos primeiros anos, expressam-na na sua linguagem natural. Este trabalho contribui para o desenvolvimento da sua capacidade de generalização. As tarefas envolvendo generalizações, para além de promoverem a capacidade de abstração, visam também desenvolver a capacidade de comunicação e o raciocínio matemático (Ponte, Branco & Matos, 2009).

Os autores Ponte, Branco e Matos (2009), definem quatro tipos de sequências: pictóricas, numéricas, repetitivas e crescentes. Os alunos, ao longo do ensino básico, trabalham essencialmente com sequências pictóricas e numéricas. Ao analisarem uma sequência pictórica identificam regularidades e descrevem características locais e globais das figuras que as compõem, bem como, da sequência numérica que lhe está associada. Assim, trabalhar "com sequências pictóricas e com sequências numéricas finitas ou infinitas (estas últimas chamadas sucessões) envolve a procura de regularidades e o estabelecimento de generalizações." (Ponte, Branco & Matos, 2009, p. 40). As sequências a propor aos alunos na sala de aula podem ser pictóricas (envolvendo figuras) ou numéricas (envolvendo números). Cada figura ou número numa sequência é denominado de "termo". Pode encontrar-se o valor de um termo sem se escreverem todos os termos que o antecedem, através da regra que determina essa sequência.

Numa sequência pictórica, a análise incide na identificação de regularidades e na descrição das características locais e globais das figuras que a compõem e também da sequência numérica que lhe está diretamente associada (Ponte, Branco & Matos, 2009). A exploração de sequências pictóricas e numéricas implica a procura de regularidades, bem como, o estabelecimento de generalizações (Ponte, Branco & Matos, 2009). Os autores Ponte, Branco e Matos (2009) referem que reconhecer regularidades envolve muitos conceitos associados aos termos de uma sequência, designadamente, a cor, a forma, o tamanho, a orientação dos objetos e o número.

Os mesmos autores referem ainda que, nos primeiros anos de escolaridade, é fundamental que os alunos, de forma articulada com o desenvolvimento do sentido de número, produzam sequências numéricas e pictóricas de acordo com uma dada lei de formação e as generalizem usando para isso uma linguagem natural (Ponte, Branco & Matos, 2009).

As sequências repetitivas são consideradas por Ponte, Branco e Matos (2009) como sendo "as mais simples" e as que "podem ser usadas para o trabalho inicial da procura de regularidades e da generalização" (p.47). Neste tipo de sequências existe uma unidade (formada por um ou mais elementos ou termos) identificável que se repete de forma cíclica, indefinidamente. Estas sequências podem ser trabalhadas com as crianças desde muito pequenas, podendo usar-se materiais manipuláveis numa fase inicial e, posteriormente, representações pictóricas. As sequências repetitivas são um meio para a Álgebra e um contexto para a generalização, desde que os alunos compreendam a unidade que se repete. Assim, devem ser proporcionadas aos alunos tarefas que lhes permitam reconhecer esta unidade, descrever, continuar e criar sequências a partir de contextos diversificados e em que sejam estimulados a explicitar e justificar oralmente os seus pensamentos.

As sequências crescentes são constituídas por elementos ou termos, em que cada termo depende do termo anterior e da sua posição na sequência, designada por ordem. Neste tipo de sequências é fundamental ter em atenção o primeiro elemento, tendo em conta que este pode influenciar a compreensão por parte dos alunos da formação da sequência. Estas sequências proporcionam uma grande diversidade de situações com explorações muito ricas e variadas (Vale & Pimentel, 2011).

Numa fase inicial da aprendizagem, a exploração de sequências de repetição e de crescimento faz-se através da utilização de formas, cores, movimento, tato e som. É solicitado às crianças que copiem e continuem essas sequências, identificando a parte que se repete ou que cresce e encontrando elementos em falta (Ponte, Branco & Matos, 2009). Segundo estes autores, esta exploração centra-se apenas no pensamento variável onde a variação ocorre na própria sequência, como por exemplo, qual o elemento que se segue.

Uma sequência repetitiva ou crescente pode ser continuada de diferentes formas (Ponte, Branco & Matos, 2009). Isto é, existem várias possibilidades de continuação de uma sequência e diferentes alunos podem interpretar os termos apresentados de modos alternativos e assim continuá-la de maneiras distintas. Uma vez que cada aluno tem a sua própria maneira de pensar, o que pode naturalmente originar diferentes generalizações para a mesma sequência.

Diante desta situação é essencial promover nos alunos a partilha de raciocínios e a justificação das suas opções. Por outro lado, é importante que os alunos sejam capazes de continuar a sequência em sentido contrário, pois este tipo de tarefas exige o pensamento reversível, o que pode não ser muito fácil (Vale & Pimentel, 2011). Além disso, também é importante trabalhar tarefas requerendo a indicação de um ou mais termos da sequência, em que não sejam dados os termos iniciais (Ponte, Branco & Matos, 2009; Vale & Pimentel, 2009).

## Ensino Exploratório

Tendo em conta que os desenvolvimentos e as aprendizagens dos alunos são largamente influenciadas pelas experiências que vão vivendo e o modo como o professor organiza os momentos de ensino, os papéis que reserva aos alunos e a si mesmo, e a dinâmica que imprime ao ensino (NCTM, 2007), é importante aprofundar a temática do modelo de ensino adequada ao desenvolvimento do ensino exploratório, muito indicada, pela prioridade que dá à construção de significados e sua discussão, ao desenvolvimento de raciocínio matemático e, em particular, do pensamento algébrico.

Durante muitos anos imperou o método tradicional de ensino da Matemática (Canavarro, 2011), em que o professor começa por explicar, à turma novos conceitos, utilizando para o efeito o método expositivo, passando depois ao método demonstrativo, ao exemplificar no quadro um ou mais exercícios, para os alunos verificarem a forma de resolução. Passando os alunos posteriormente à resolução dos exercícios presentes no manual, ou passados pelo professor no quadro (Ponte et al, 2007).

No entanto este tipo de ensino-aprendizagem pode ser modificado, valorizando o papel do aluno na aprendizagem, tornando-se assim uma mais-valia para o desenvolvimento de capacidades transversais dos alunos. Os alunos podem participar de forma muito mais ativa na construção do seu próprio conhecimento, através de tarefas desafiantes propostas pelo professor. Em vez de o professor chegar à sala de aula e "despejar" a matéria, pode antes propor aos alunos uma tarefa, assegurar-se que estes a compreenderam/interpretaram corretamente, propor-lhes que se juntem a pares ou em pequenos grupos, de forma a resolverem a tarefa. Aqui o papel do professor será questionar os alunos, de forma a estes apresentarem diferentes formas de resolução. Depois de todos os grupos terminarem a tarefa, segue-se o momento da apresentação à turma. E, este momento é muito importante pois permite-lhes discutir e argumentar perante a turma e o professor a forma como chegaram à resolução da tarefa (Canavarro, 2011).

Segundo Canavarro (2011, p. 11), "O ensino exploratório da Matemática defende que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva." Este novo tipo de ensino permite ainda aos alunos verem "os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática."

Neste tipo de ensino é fundamental o papel do professor, na escolha da tarefa a apresentar aos alunos, delineando para o efeito os objetivos propostos para a realização da mesma, pois esta não deverá ser uma tarefa desgarrada de propósitos e significados, tendo para o efeito de ser escolhida de forma criteriosa, cuidada e orientada pelas indicações programáticas (Canavarro, 2011).

De acordo com Ponte e Serrazina (2009, p. 3) o NCTM define as seguintes características do ensino exploratório da Matemática:

> apelam à inteligência dos alunos; desenvolvem a compreensão e aptidão matemática; estimulam os alunos a estabelecer conexões para as ideias matemáticas; apelam à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático; promovem a comunicação sobre matemática; mostram a matemática como uma atividade humana permanente; têm em atenção diferentes experiências e predisposições dos alunos; e promovem o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer matemática.

Para além das suas características, as tarefas distinguem-se também pela forma como são apresentadas pelo professor aos alunos, como estes as interpretam/trabalham, como são utilizadas para discussão e qual a sua intencionalidade na aquisição de conhecimentos. De realçar que as tarefas não devem surgir desligadas umas das outras, devendo apresentar uma sequência lógica que dê coerência ao trabalho desenvolvido. Assim o ensino exploratório presta-se bem ao propósito de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos, em particular conseguir estabelecer relações entre regularidades numéricas e geométricas, e, identificar uma forma geral, ou seja chegar à generalização (Ponte & Serrazina, 2009).

Uma aula de ensino exploratório deverá ser estruturada em três ou quatro fases: a primeira é a fase de introdução da tarefa, ou lançamento da tarefa aos alunos pelo professor; a segunda é a realização da tarefa, ou exploração da tarefa pelos alunos; a terceira fase é a fase da discussão da tarefa, em que apresentam as resoluções obtidas aos colegas; e a quarta fase é a sistematização das aprendizagens (Canavarro, 2011).

A primeira fase visa o lançamento da tarefa à turma, para o efeito o professor deverá assegurar-se que a turma interpreta a tarefa corretamente, colocando-lhes questões de forma a verificar como foi assimilada pelos alunos. Depois de constatar que a tarefa foi interpretada corretamente, organiza a turma em pares/grupos, de forma a possibilitar aos alunos a realização da tarefa, gerindo os recursos a utilizar e os tempos que devem dedicar a cada uma das fases.

Na segunda fase o professor deverá apoiar os alunos durante o trabalho autónomo de resolução da tarefa, de modo a obterem diferentes resoluções, para levarem à discussão na turma, garantindo que todos os elementos participam. De salientar que o professor nunca deverá dar uma resposta concreta, pelo contrário sempre que surja uma dúvida deverá questionar os alunos de forma a estruturar e a desenvolver o seu raciocínio.

Após esta fase segue-se a terceira fase, em que os alunos apresentam à turma as suas resoluções. Mas antes de as apresentações surgirem, o professor deverá selecionar as resoluções que considere pertinentes partilhar com a turma, e, que melhor se adequam ao propósito matemático. Devendo depois passar à sua sequenciação, partindo da mais simples para a mais complexa. Posteriormente o professor deverá gerar um debate, com o intuito de gerir as intervenções dos alunos, fomentar o carácter das explicações e argumentações apresentadas aos colegas, pelos vários grupos. O professor nesta fase deverá ter o cuidado de comparar as várias resoluções obtidas, através do debate, e garantir a participação de todos os alunos.

Na última fase, o professor deverá fazer uma síntese dos conceitos tratados, dos procedimentos utilizados e estabelecer conexões. Este último momento é fulcral, para a consolidação de conceitos e aprendizagens realizadas.

Segundo Canavarro (2011, p. 115), "É importante sublinhar que o propósito das discussões não é realizar um desfile de apresentações separadas de diferentes respostas ou estratégias de resolver uma dada tarefa", pois a discussão dos trabalhos tem como principal propósito "relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento coletivo das ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos."

Mas, para a realização deste tipo de aula exploratória antevêem-se algumas dificuldades, nomeadamente ao nível de preparação dos professores, uma vez que "Os professores dos primeiros anos têm uma experiência reduzida com tarefas ricas e transversais que apelem à generalização e sua formalização" (Blanton & Kaput, 2008, citado por Canavarro 2007, p.113)

Uma outra dificuldade está relacionada com as tarefas a utilizar na aula e a sua adequação ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Os habituais manuais escolares não são de todo os mais adequados para este tipo de aula, devido ao tipo de tarefas que apresentam na sua composição. Pois,

> A necessária «algebrização das tarefas» a usar na sala de aula, de modo a promover a generalização em várias vertentes e a sua expressão, requer um trabalho cuidado e continuado por parte do professor. Requer, também, que o professor altere a relação com o seu repositório de materiais para o ensino, de consumidor e aplicador para transformador activo.
>
> (Blanton & Kaput, 2008, citado em Canavarro, 2007, pp.113-114)

Por fim uma outra dificuldade que poderá surgir está relacionada, com a cultura de sala de aula e a sua importância no desenvolvimento do pensamento algébrico. As aulas centradas num método expositivo, seguido de um método demonstrativo, não se adequam de todo a este tipo de ensino. Este tipo de ensino exploratório necessita de um método que permita fazer conjeturas, discussão, confronto de ideias, argumentação, construção e generalizações coletivas. Torna-se impreterível desenvolver este tipo de ensino-aprendizagem nos alunos, mas simultaneamente desenvolver nos professores capacidades adequadas a este tipo de tarefas, mais exigentes e complexas, para os professores. Devendo para o efeito investir-se na formação de professores (Canavarro, 2007).

## Análise das orientações curriculares sobre o pensamento algébrico

Até há algum tempo atrás, o estudo da álgebra não fazia parte do currículo de Matemática do 1.º Ciclo, surgindo só a partir da adolescência, devido ao seu grau de dificuldade e base na abstração e formalização. No entanto, de acordo com os autores Ponte, Branco e Matos (2009, p. 15), existe um movimento desde a década de 1980, que visa "a revalorização da Álgebra no currículo da Matemática escolar (…) valorizando o pensamento algébrico e tornando-o uma orientação transversal do currículo." Converter o pensamento algébrico numa orientação transversal do currículo significa, como sugerem James Kaput e Maria Blanton, citados por Ponte, Branco e Matos (2009, p.15):

> – Promover hábitos de pensamento e de representação em que se procure a generalização, sempre que possível;
>
> – Tratar os números e as operações algebricamente – prestar atenção às relações existentes (e não só aos valores numéricos em si) como objectos formais para o pensamento algébrico;
>
> – Promover o estudo de padrões e regularidades, a partir do 1.º ciclo.

**No pré-escolar**

**A nível internacional**

A nível internacional, o NCTM (National Council of Teachers of Mathematics, 2011)[4], destaca seis princípios que devem orientar as decisões educativas, de forma a proporcionar um programa de Matemática de qualidade, assim deve-se ter em conta a equidade, o currículo, o ensino, a aprendizagem, a avaliação e a tecnologia. O NCTM considera que os dez padrões ou normas para a Matemática escolar descrevem o conhecimento matemático, a compreensão e a competência que os alunos deveriam ter a oportunidade de assimilar desde o jardim-de-infância. Desta forma, os cinco padrões ou normas de conteúdo matemático são: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidade; já os cinco padrões ou normas de processo são a Resolução de Problemas, Raciocínio e Prova, Comunicação, Conexões e Representação.

Relativamente, ao pensamento algébrico no ensino pré-escolar, o NCTM, no padrão ou norma de conteúdo da Álgebra, ressalva que os alunos de pré-escolar têm de entender os padrões, relações e funções, através da classificação de objetos por ordem de tamanho, número, assim como, reconhecer, descrever e continuar padrões; têm ainda de representar e analisar situações matemáticas e estruturas utilizando símbolos algébricos, através da ilustração de princípios gerais e de propriedades das operações, tal como a comutatividade, usando números específicos, e a utilização do concreto, através de representações pictóricas e verbais de forma a desenvolver uma compreensão de elementares e complexas notações simbólicas; devem ainda ser capazes de utilizar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas, pelo reconhecimento de situações que envolvam o modelo de adição e subtração de números inteiros, usando objetos, imagens e símbolos; e por fim, devem ser capazes de analisar a mudança em vários contextos, descrevendo a mudança tanto ao nível quantitativo como qualitativo.

**A nível nacional**

A nível nacional, as Metas de Aprendizagem desejáveis no início do 1.º ciclo (relativas à Educação Pré-Escolar) e as Orientações Curriculares para a Educação Pré-

[4] Adaptado de NCTM (http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=312) – acedido a 24-01-2014.

Escolar (OCEPE) destacam a importância de trabalhar a Matemática, com as crianças, nas diversas situações do dia-a-dia e como estas devem ser aprofundadas, de forma a proporcionar o desenvolvimento de competências e conhecimentos matemáticos. Assim como, o desenvolvimento do pensamento algébrico através da associação entre o número e a representação gráfica da quantidade de um conjunto, de padrões com numéricos, com formas, etc.

As Metas de Aprendizagem desejáveis no início do 1.º ciclo (relativas à Educação Pré-Escolar) dividem-se em 3 domínios (Números e Operações, Geometria e Medida, e Organização e Tratamento de Dados) que por sua vez se dividem em metas finais. Assim, os domínios e as metas finais são:

- Números e Operações
    - A criança classifica objetos, fazendo escolhas e explicitando as suas decisões.
    - A criança conta quantos objetos têm uma dada propriedade, utilizando gravuras, desenhos ou números para mostrar os resultados.
    - A criança enumera e utiliza os nomes dos números em contextos familiares.
    - A criança reconhece os números como identificação do número de objetos de um conjunto.
    - A criança reconhece sem contagem o número de objetos de um conjunto (até 6 objetos), verificando por contagem esse número.
    - A criança utiliza a linguagem “mais” e “menos” para comparar dois números.
    - A criança conta com correção até 10 objetos do dia-a-dia.
    - A criança utiliza os números ordinais em diferentes contextos (até 5).
    - A criança reconhece os números de 1 a 10.
    - A criança utiliza o número 5 como número de referência.
    - A criança estabelece relações numéricas entre números até 10.
    - A criança começa a relacionar a adição com o combinar dois grupos de objetos e a subtração com o retirar uma dada quantidade de objetos de um grupo de objetos.

- A criança resolve problemas simples do dia-a-dia recorrendo à contagem e/ou representando a situação através de desenhos, esquemas simples ou símbolos conhecidos das crianças, expressando e explicando as suas ideias.
- A criança exprime as suas ideias sobre como resolver problemas específicos oralmente ou por desenhos.

- Geometria e Medida
  - A criança identifica semelhanças e diferenças entre objetos e agrupa-os de acordo com diferentes critérios (previamente estabelecidos ou não), justificando as respetivas escolhas.
  - A criança reconhece e explica padrões simples.
  - A criança utiliza objetos familiares e formas comuns para criar e recriar padrões e construir modelos.
  - A criança descreve as posições relativas de objetos utilizando termos como acima de, abaixo de, ao lado de, em frente de, atrás de, e a seguir a.
  - A criança compreende que os nomes das figuras (quadrado, retângulo, circulo e triângulo) se aplicam independentemente da sua posição ou tamanho.
  - A criança descreve objetos do seu meio ambiente utilizando os nomes das figuras geométricas.
  - A criança usa expressões como maior do que, menor do que, mais pesado que, ou mais leve que, para comparar quantidades e grandezas.
  - A criança usa a linguagem do dia-a-dia relacionada com o tempo, ordena temporalmente acontecimentos familiares ou partes de histórias.
  - A criança conhece a rotina diária e semanal da sua sala.
  - A criança compreende que os objetos têm atributos medíveis, como comprimento, volume e massa.
  - A criança identifica algumas transformações de figuras, usando expressões do tipo ampliar, reduzir, rodar, ver ao espelho.

- A criança exprime as suas ideias sobre como resolver problemas específicos oralmente ou por desenhos.

- Organização e Tratamento de Dados
  - A criança evidência os atributos dos objetos utilizando linguagens ou representações adequadas.
  - A criança coloca questões e participa na recolha de dados acerca de si próprio e do seu meio circundante e na sua organização em tabelas ou pictogramas simples.
  - A criança interpreta dados apresentados em tabelas e pictogramas simples, em situações do seu quotidiano.
  - A criança exprime as suas ideias sobre como resolver problemas específicos oralmente ou por desenhos.

Por sua vez, as Orientações Curriculares para a Educação em Pré-Escolar, acreditam que

> As crianças vão espontaneamente construindo noções matemáticas a partir das vivências do dia-a-dia. O papel da matemática na estruturação do pensamento, as suas funções na vida corrente e a sua importância para aprendizagens futuras, determina a atenção que lhe deve ser dada na educação pré-escolar, cujo quotidiano oferece múltiplas possibilidades de aprendizagens matemáticas.
>
> (Ministério da Educação, 1997, p. 73)

Cabe assim ao educador apoiar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, da criança, partindo para isso de situações do seu quotidiano. Nunca esquecendo que é através da "experiência que a criança começa a encontrar princípios lógicos que lhe permitem classificar objetos, coisas e acontecimentos de acordo com uma ou várias propriedades, de forma a poder estabelecer relações entre eles." (Ministério da Educação, 1997, pp.73-74). Esta classificação constitui a base para formar conjuntos, seriar e ordenar, número, encontrar e formar padrões, tempo, espaço, utilização de materiais, medir, pesar e resolução de problemas. Assim sendo, é fundamental

> que o educador proponha situações problemáticas e permita que as crianças encontrem as suas soluções, que as debatam com outra criança, num pequeno grupo, ou mesmo com todo o grupo, apoiando a explicitação do porquê da resposta e estando atento a que todas as crianças tenham oportunidade de participar no processo de reflexão.
>
> (Ministério da Educação, 1997, p.78)

O mesmo documento salienta ainda que o desenvolvimento do pensamento algébrico no pré-escolar é desenvolvido através da realização de tarefas que permitam à criança encontrar e formar padrões. Uma vez que de acordo com as OCEPE deverão ser potenciados momentos e tarefas que facultem à criança "encontrar e estabelecer padrões", através da formação de "sequências que têm regras lógicas subjacentes." (Ministério da Educação, 1997, p. 74). Em que os padrões criados poderão ser de natureza repetitiva como por exemplo os dias da semana, ou de natureza não repetitivas como a sequência dos números naturais (Ministério da Educação, 1997).

### No 1.º Ciclo

#### A nível internacional

De acordo com o NCTM (National Council of Teachers of Mathematics, 2011)[5], espera-se que, no grau 3-5, equivalente ao 1.º ciclo do ensino básico:

Ao nível da compreensão de padrões, os alunos:

- Descrevam, estendam e façam generalizações sobre padrões geométricos e numéricos;
- Representem e analisem os padrões e funções, usando palavras, tabelas e gráficos.

Ao nível da representação e análise de situações matemáticas e estruturas usando símbolos algébricos, os alunos:

- Identifiquem as propriedades, tais como: comutatividade, associatividade, e distributividade e as usem no cálculo com números inteiros;
- Representem a ideia de uma variável como um desconhecido usando uma letra ou um símbolo;

[5] Adaptado de NCTM (http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=312) – acedido a 24-01-2014.

- Expressem relações matemáticas usando equações.

Ao nível do uso de modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas, os alunos:

- Modelem situações-problema com objetos e usem representações, tais como: gráficos, tabelas e equações, a fim de tirar conclusões.

Ao nível da análise de mudanças em vários contextos, os alunos:

- Investiguem a forma como uma mudança numa variável se relaciona a uma mudança numa segunda variável;
- Identifiquem e descrevam situações com taxas constantes ou variáveis de variação e as comparem.

**A nível nacional**

Como já referido anteriormente, a álgebra surge no Programa de Matemática do Ensino Básico como tema a ser abordado deste o 1.º ciclo. Numa perspetiva global, o trabalho ao redor do pensamento algébrico vai ganhando mais carga programática ao longo do 2.º e 3.º ciclo. No entanto, há que entender que o raciocínio algébrico deverá ser estimulado desde os primeiros anos de escolaridade. (Ponte et al, 2007)

Vejamos de seguida a forma como o programa direciona e incentiva esse raciocínio:

No capítulo Temas matemáticos e Capacidades transversais, afirma-se que: “As ideias algébricas aparecem logo no 1.º ciclo no trabalho com sequências, ao estabelecerem-se relações entre números e entre números e operações, e ainda no estudo de propriedades geométricas como a simetria.” (Ponte et al, 2007, p. 7)

No tema Números e Operações, e no que diz respeito ao 1.º ciclo, há referência aos conceitos de padrões, sequências, regularidades, regra e sucessões.

No tema Geometria e Medida, há alusão aos termos de padrões, sequências, frisos e pavimentações.

Por fim, nas orientações metodológicas do tema Organização e Tratamento de Dados, afirmar-se que: “A realização de várias experiências, incluindo o registo apropriado e a sua interpretação, permite aos alunos concluírem que, embora o resultado em cada realização da experiência dependa do acaso, existe uma certa regularidade ao fim de muitas realizações da experiência.” (Ponte et al, 2007, p. 27). O conceito de regularidade é apontado neste tema do programa, de modo a que os alunos caminhem para o desenvolvimento do pensamento algébrico. O que se verifica neste programa nacional de Matemática é que o tema Álgebra só se assume no 2.º ciclo do ensino básico, no entanto verificamos que ao longo do 1.º ciclo a álgebra se impõe como uma forma de pensamento matemático.

As metas de aprendizagem, que advêm do Programa de Matemática do Ensino Básico, também valorizam o pensamento algébrico.

No domínio dos Números e Operações, subdomínio Números Naturais Não Negativos, realçamos a Meta Final 20): Elabora sequências de números segundo uma dada lei de formação e investiga regularidades numéricas.

No domínio da Geometria e Medida, subdomínio Geometria, destacamos a Meta Final 25): Compreende a noção de reflexão. Mais concretamente, nas metas intermédias até ao 4.º ano, os alunos terão de identificar simetrias em diversas figuras, nomeadamente: frisos. Ainda neste subdomínio destacamos a Meta Final 26): Resolve problemas geométricos em contextos diversos. Nomeadamente, na meta intermédia até ao 4.º ano, em que os alunos constroem pavimentações.

No subdomínio medida, consideramos a Meta Final 29): Compreende o que é uma unidade de medida e o processo a medir. Mais especificamente, na meta intermédia até ao 4.º ano: explica e utiliza a fórmula para calcular a área do quadrado e do retângulo.

Por fim, no domínio da Organização e Tratamento de Dados, consideramos, de forma geral, a meta 34) e a meta 26), pois implicam a extração de uma conclusão que envolve o conceito de regularidade.

Como se pode constatar a partir da análise ao Programa de Matemática (Ponte et al, 2007) a Álgebra não surge como um tema individual, existindo por isso associada a outros temas. Embora o tema da Álgebra não se encontre no 1.º ciclo identificado como tal, encontramos referências alusivas ao facto das ideias algébricas surgirem logo no 1.º ciclo, através por exemplo do estabelecimento de relações entre números e entre números e as operações. Explorar situações diversas que estimulem os alunos na pesquisa de regularidades generalizáveis em sequências de formas, desenhos e/ou conjuntos de números contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

# CAPÍTULO 3

# METODOLOGIA

## Opções metodológicas

> Podemos definir a investigação-acção como o estudo de uma situação social de melhorar a qualidade da acção que nela ocorre.
>
> (John Elliott, 1991, citado por Máximo-Esteves, 2008, p. 18)

Nesta definição de investigação-ação, estão implícitas duas linhas de força. A primeira refere-se ao desejo de melhorar a qualidade de algo ocorrido numa determinada situação, a outra é a necessidade de investigar essa situação ocorrida. O que nos conduz ao conceito de desenvolvimento (pessoal e profissional), o qual requer uma compreensão dos ambientes e das ações que se pretendem mudar, mediante a prática de investigação dos mesmos (Máximo-Esteves, 2008). Segundo Máximo-Esteves (2008, p. 18), referindo Altrichter et al (1996), que afirmam que "a investigação-ação tem como finalidade apoiar os professores e os grupos de professores para lidarem com os desafios e problemas da prática e para adotarem as inovações de forma refletida."Através da investigação que efetuam os professores melhoram não só o seu trabalho nas escolas, como também ampliam o seu conhecimento e a sua competência profissional (Máximo-Esteves, 2008).

O trabalho desenvolvido ao longo da Prática de Ensino Supervisionada em Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo teve por base o princípio da formação de educadores/professores investigadores, desenvolvendo assim competências para investigar na, sobre e para uma ação educativa e para um processo de partilha de resultados e procedimentos com a sociedade e sobretudo com os colegas.

Atualmente, os educadores/professores não são simples executores de currículos previamente definidos, mas sim profissionais que se auto-questionam, que tomam decisões em situações reais e interpretam de forma crítica as orientações globais. Pelo que é fundamental que os educadores/professores se vejam como "investigadores da sua acção, como inovadores, como auto-dirigidos, como observadores participantes (…)" ( Alarcão, 2001, p. 2).

Através da observação, da reflexão, das planificações, do recurso a diversos instrumentos, os quais me permitiram investigar considero ter tido o perfil que se pretende num educador/professor, pois de acordo com Alarcão (2001, p. 6), "Todo o professor verdadeiramente merecedor deste nome é, no seu fundo, um investigador e a sua investigação tem intima relação com a sua função de professor".

A investigação-ação leva à aquisição de conhecimentos, contribuindo para o desenvolvimento da profissionalidade do educador/professor conduzindo simultaneamente as instituições, através da reflexão/inovação, a um maior desenvolvimento.

Durante a presente investigação foi mantida uma atitude sistemática de auto-questionamento numa prespetiva de compreensão dos processos e da observação, como forma de atingir a conclusão, assim como, através do questionamento crítico no decorrer da minha intervenção/ação. Este processo teve como principal objetivo a exploração do domínio da matemática no pré-escolar e no 1.º ciclo e o seu contributo na classe etária em estudo. A investigação realizou-se na EB/JI de Canaviais em duas valências, designadamente numa sala de pré-escolar com 22 participantes, com idades compreendidas entre os 3 e os 6 anos de idade, e numa turma de 4.º ano de escolaridade com 20 alunos, com idades compreendidas entre os 9 e os 10 anos de idade.

## Caracterização do Contexto

Ambas as PES em Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo, como já referi, realizaram-se na Escola EB/JI de Canaviais, esta pertence à rede pública e ao Agrupamento nº4 de Escolas de Évora, sendo a escola sede a Escola Conde de Vilalva. A Escola EB/JI de Canaviais situa-se na Rua da Palmeira, freguesia de Canaviais, no concelho e distrito de Évora e dista da sede de concelho 6km. O facto da escola se encontrar afastada, da cidade de Évora, poderá ser um ponto negativo para as crianças e alunos que frequentam esta escola, uma vez que o contacto com o centro histórico e com as ofertas que a mesma oferece é limitado devido à distância. No entanto existem aspetos positivos, como por exemplo o facto de a freguesia ser pequena e pouco movimentada, o que possibilita às crianças e alunos a realização de passeios e o contacto com a natureza. Para além deste aspeto, penso que o espaço semi-rural em que se encontra esta freguesia oferece um leque de oportunidades educativas e de exploração da natureza aos alunos e crianças.

A população desta freguesia é heterogénea do ponto de vista socioeconómico e cultural e a maioria dos residentes desloca-se para Évora diariamente, para os seus locais de trabalho, sendo estes essencialmente na área de serviços, comércio e pequenas empresas. De realçar o facto de a população ter vindo a aumentar nos últimos anos, tendo atualmente cerca de cinco mil habitantes.

Esta freguesia pode dividir-se em duas partes, ou seja, uma parte mais urbana e outra é mais do tipo rural. A freguesia dispõe atualmente de vários serviços, como a Junta de Freguesia, a Casa do Povo, a Associação de Reformados e Pensionistas Idosos de Canaviais (ARPIC), a Associação de Reabilitação de Apoio de Solidariedade Social (ARASS), o Clube Desportivo e Recreativo de Canaviais e a Paróquia.[6] A existência destes serviços pode oferecer às crianças que frequentam a escola experiências e contactos diversos, que podem ir desde projetos de cooperação com os idosos, projetos de caridade, de carácter desportivo, entre outros. A freguesia de Canaviais dispõe ainda de um pequeno património monumental, como é o caso do Convento do Espinheiro e da Capela Garcia de Resende.

A EB/JI foi inaugurada recentemente, a dezassete de setembro de 2012, sendo por isso, um espaço novo e em ótimas condições que poderá proporcionar diversas vivências aos alunos. A Escola EB/JI de Canaviais foi concebida para admitir os níveis de Pré-Escolar e 1.ºCiclo. Sendo uma escola nova e construída de raiz apresenta excelentes condições, possuindo uma área coberta e outra descoberta.

Na área coberta podemos encontrar onze salas sendo que, oito se destinam ao 1.ºCiclo e as restantes (três) ao Pré-Escolar (cada sala de pré-escolar tem incluído um WC). As oito salas destinadas ao 1.ºCiclo encontram-se divididas entre o rés-do-chão e o primeiro andar, sendo que cada duas salas apresentam um espaço comum, ou seja, um espaço denominado de área suja no qual os alunos podem realizar a expressão plástica. Nesse espaço comum existem ainda instalações sanitárias, uma para os alunos e outra para as alunas.

[6] http://www.evora.net/jfcanaviais/NEW/HISTORIAL.htm - acedido em 28 de abril de 2013.

Ainda na área coberta podemos encontrar uma biblioteca que se pretende que venha a servir "toda a população, inclusive fora do horário escolar."[7] Para a utilização da biblioteca foi necessária a criação de um horário, para que todos os alunos tivessem acesso à mesma sem gerar confusão. No rés-do-chão, da área coberta, podemos ainda encontrar uma sala de professores, um gabinete para a coordenação, um gabinete de trabalho para professores e outro para educadores, um gabinete médico, dois espaços polivalentes – um para o 1.º Ciclo e outro para o Pré-Escolar (este com uma casa de banho), quatro arrecadações interiores (uma para equipamento desportivo e três para equipamentos de limpeza), uma cozinha com arrumos e armazém, um refeitório com duas casas de banho, uma casa de banho para deficientes, duas para adultos e ainda outra para alunos ao pé do polivalente, três arrecadações exteriores para equipamento diverso. Na parte coberta temos dois alpendres cobertos (um na zona do pré-escolar e outro na zona do 1.º ciclo).

Relativamente à área descoberta a escola apresenta,

> duas zonas de recreio (uma para Pré-Escolar, outra para 1.ºCiclo), um campo de jogos com quatro tabelas de basquetebol e duas balizas de andebol e duas zonas relvadas em frente às salas do Pré-Escolar e do 1.º Ciclo. (…) Ambas as zonas de recreio possuem instalações lúdicas para desenvolvimento da motricidade.
> (Projeto Educativo de Agrupamento de Escolas nº4 de Évora, 2009/2012, p.13)

As salas dispõem todas de ar condicionado o que permite a regulação da temperatura, caso haja necessidade de o fazer. Para além do ar condicionado, as salas de aula, dispõem de quadros interativos (que a maioria das docentes ainda apresenta alguma dificuldade na sua utilização), ligação à internet, computadores, quadros de ardósia e telefone. Todo o equipamento da escola bem como o mobiliário se encontram em excelentes condições. O espaço polivalente destina-se às atividades de expressão e realização de momentos de convívio comemorativos de datas festivas.

O edifício é limitado por um muro com cerca de dois metros de altura em frente às salas de aula e por uma vedação em rede na parte posterior do muro. A escola tem três entradas distintas: uma entrada independente para o Pré-Escolar, outra para entregar

[7] http://www.cm-evora.pt/pt/conteudos/noticias/Inaugurada%20a%20nova%20Escola%20B%C3%A1sica%20do%201%C2%BA%20Ciclo%20e%20Jardim%20de%20Inf%C3%A2ncia%20dos%20Canaviais.htm – acedido em 23 de Abril de 2013.

mercadorias e a entrada principal que dá para aceder às várias valências. (Projeto Educativo de Agrupamento de Escolas nº4 de Évora, 2009/2012, p. 13)

No que se refere à organização da escola tanto o Jardim de Infância como o 1.º Ciclo dispõem de serviço de refeições, de frisar que os horários são diferentes para cada uma das valências.

A escola oferece ainda horários alargados "com actividades da componente de apoio à família no JI e actividades de enriquecimento curricular no 1.º ciclo." (Projeto Educativo do Agrupamento de Escolas nº4 de Évora, p.13).

De acordo com o que vem expresso no Regulamento Interno (REI) (2009-2012, p. 9) os professores dos diferentes anos/ciclos, por grupos de trabalho, articulam as suas metodologias e práticas de acordo com as suas áreas/disciplinas, mais precisamente os grupos de professores das diversas áreas/disciplinas a quem são atribuídas as mesmas turmas. Estes grupos de professores trabalham em equipa, ou seja, em cooperação desenvolvendo um trabalho colaborativo. O pessoal de ação educativa encontra-se sempre disponível para apoiar os professores e alunos sempre que seja necessário.

**Caracterização do espaço/sala**

A procura de uma educação, de qualidade, tem vindo a tornar-se cada vez mais importante. Sendo fundamental nesse processo a organização do espaço, pois este tem um papel preponderante no desenvolvimento e aprendizagem das crianças, não podendo por isso ser desconsiderada, uma vez que contribui de forma efetiva para uma educação infantil de qualidade.

O espaço educa. O modo como o espaço da sala está organizado reflete ideias, valores, atitudes e a cultura daqueles que nela trabalham. O espaço é vida e um desafio tanto para o educador/professor, como para as crianças. Torna-se fundamental adequar o espaço ao grupo de crianças, com quem se está a trabalhar. Esta organização deve ser flexível e fazer-se de acordo com as necessidades e evolução do grupo, pelo que pode sofrer alterações ao longo do ano letivo.

### No pré-escolar

O educador deve procurar conceber o espaço de forma, a que a criança se sinta segura, confortável, estimulada e feliz. Para que a criança possa criar, imaginar e construir de forma prazerosa. Nunca nos podemos esquecer, que o espaço é da e para a criança, pois uma educação infantil de qualidade é aquela que é capaz de satisfazer as necessidades mais básicas das crianças, permitindo-lhes um desenvolvimento em todas as suas dimensões humanas. Cabe, assim ao educador uma correta utilização desses espaços, oferecendo atividades que proporcionem aprendizagens significativas, mediadas de forma lúdica, respeitando as especificidades infantis. Segundo o Ministério da Educação,

> Os espaços de educação pré-escolar podem ser diversos, mas o tipo de equipamento, os materiais existentes e a forma como estão dispostos condicionam, em grande medida, o que as crianças podem fazer e aprender.
> A organização e a utilização do espaço são expressão das intenções educativas e de dinâmica do grupo, sendo indispensável que o educador se interrogue sobre a função e finalidades educativas dos materiais de modo a planear e fundamentar as razões dessa organização.
>
> (Ministério da Educação, 1997, p.37)

Assim sendo, o espaço deverá favorecer as trocas entre os vários elementos do grupo, a interação social, a exploração e a aprendizagem. A organização do espaço deverá ser feita de forma a possibilitar o trabalho em grande grupo, em pequeno grupo ou de forma individualizada, reservando um espaço próprio para o educador: uma mesa, um armário, uma estante ou qualquer outro.

O espaço deverá incluir múltiplas áreas, de modo a satisfazer as necessidades das crianças, isto é, de jogo simbólico, de representação e de exploração. Pelo que o espaço deverá incluir

> (…) necessariamente áreas para a expressão plástica, com materiais variados de boa qualidade, reciclados ou não reciclados. Contempla a necessidade do jogo simbólico através da recriação dos universos de vida da criança: a casa, o hospital, o café, etc. Apoia o interesse que a criança tem pela leitura e pela escrita, pela consulta de documentação. Assim, inclui igualmente, não apenas

> uma área reservada a livros de histórias, mas também enciclopédias, colecções de livros de arte, atlas, bem como uma área reservada a experimentação como, por exemplo, a escrita.
>
> (Ministério da Educação, 1998, p.147)

Para além, da importância do espaço educativo, também a disposição e acessibilidade dos materiais é muito importante no jardim-de-infância. Estes deverão estar devidamente etiquetados e ao alcance das crianças, para que estas os possam utilizar sempre que for necessário, sem que para isso tenham de o solicitar ao educador. Devendo o material estar "exposto em prateleiras acessíveis, segundo uma determinada ordem que favorece o trabalho autónomo e a iniciativa da criança." (Ministério da Educação, 1998, p.148)

Torna-se também pertinente fazer uma breve abordagem, aos trabalhos efetuados pelas crianças, que deverão ser expostos na sala para que, os pais e familiares possam acompanhar as aprendizagens efetuadas pelas crianças. Permitindo assim à criança chamar a atenção dos pais, para um trabalho que tenha realizado.

Assim, "As paredes proporcionam a ampla organização de painéis de exposição que descrevem o desenvolvimento dos diferentes projetos coexistentes na sala, contemplando o processo e não apenas os produtos." (Ministério da Educação, 1998, p.148)

De forma a enriquecer a sala, após conversar com as crianças e educadora, resolvemos criar a área da escrita, enriqueci a área do faz de conta e a área da expressão plástica. Durante o tempo em que realizei o meu estágio, pude constatar que o facto de o espaço estar organizado por áreas, facilita as aprendizagens. A sala C encontra-se organizada por áreas, sendo estas: a área do faz de conta, a área da garagem e construções (está tudo junto devido à falta de espaço), a área da biblioteca, a área da escrita, a área dos jogos de mesa, a área da expressão plástica e a área polivalente. De frisar que a área das ciências e da matemática, apesar de existir os materiais se encontram numa sala comum ao pré-escolar e ao 1.º ciclo, mas sempre que necessário podíamos ir buscar os materiais para realizar as diversas experiências e atividades.

As crianças conhecem-nas bem, sabem o que podem ou não fazer em cada uma das várias áreas, movimentando-se por elas com bastante à vontade, tranquilidade e segurança. Na minha opinião, o educador ao organizar o espaço educativo da sua sala deve ter como intenção proporcionar segurança e bem-estar ao seu grupo, para que este se sinta feliz e confiante. Na sala em que estagiei modificamos o espaço, de forma a adequá-lo ao grupo.

Pelo que pude entender porque razão se diz que a “organização do espaço deve ser flexível” e sempre que necessário adequar-se ao grupo de crianças, com quem estamos a trabalhar.

O mesmo acontece em relação aos materiais presentes na sala e distribuídos pelas diferentes áreas. Todos eles se encontram acessíveis às crianças, facilitando o seu manuseamento e as suas aprendizagens. Verifiquei que o facto de conhecerem bem os materiais existentes e estes estarem acessíveis, torna as crianças mais autónomas e independentes. Exploram os materiais com muita liberdade, o que para mim é uma mais-valia, no desenvolvimento de diversas competências, como a autonomia, como referi anteriormente. “O conhecimento não provém, nem dos objetos, nem da criança, mas sim das interacções entre a criança e os objetos”. (Jean Piaget, citado por Sanchis & Mahfoud, 2007, p. 166)

Quando cheguei à sala C, esta pareceu-me ser demasiado pequena, para um número tão elevado de crianças (23). Pensei para mim própria, “Como será possível trabalhar, com tantas crianças, num espaço tão pequeno? No entanto, à medida que o estágio ia decorrendo, fui-me apercebendo que uma organização cuidada, pensada e adaptada às necessidades das crianças pode fazer toda a diferença no dia-a-dia e nas rotinas das crianças. A sala C é um local onde se trabalha, se brinca e se aprende de forma harmoniosa e equilibrada. Assim sendo,

> O educador deve preparar um lugar em que todos, e cada um, sintam que podem estar a seu gosto, em que os objetos (...) não sejam mantidos à distância (...) um lugar que realmente permita o movimento, a expressão, o viver com serenidade, inclusivamente, a vida “bastante difícil” dos pequenos alunos da escola infantil.
>
> (Zabalza, 1992, p.281)

O espaço na educação deve ser organizado com vista ao desenvolvimento e à aprendizagem, permitindo a sua exploração e manipulação por parte das crianças. A criança ao explorá-lo, reconstrói e sendo artífice do seu próprio desenvolvimento e saber vai adquirindo habilidades, para utilizar adequadamente os sistemas culturais.

No caso da sala C, penso que a forma como o espaço está atualmente organizado, é promotora de sucesso nas aprendizagens, tendo sido organizado de forma a tornar as crianças autónomas, a desenvolverem a criatividade, a serem livres nas suas escolhas e que, principalmente, se sintam felizes.

Relativamente à sala C, trata-se de um espaço atraente, funcional e bem estruturado, contendo atualmente as diversas áreas bem definidas, de forma a proporcionar ao grupo maior autonomia e mobilidade pelas várias áreas. O que possibilita às crianças a escolha da área para a qual pretendem ir, bem como a negociação com os colegas quando pretendem mudar de área.

Os materiais encontram-se organizados e permitindo o seu acesso fácil, sem que para isso as crianças necessitem da ajuda do adulto.

**No 1.º Ciclo**

A organização do espaço e dos materiais na sala de aula é um aspecto muito importante, uma vez que contribui para o desenvolvimento dos alunos, bem como para o ambiente de aprendizagem. Segundo Niza (2012, p. 362), “ O cenário de trabalho numa sala de aula deverá proporcionar um envolvimento cultural estruturado para facilitar o ambiente de aprendizagem curricular deste ciclo de educação escolar”.

No que se refere ao espaço interior a sala do 4.ºA é uma sala não muito grande. As mesas ocupam o espaço central da sala. As mesas estiveram primeiramente dispostas em filas (Figura 1), mas que não eram filas rígidas podendo haver alterações e, posteriormente deram lugar a uma disposição em grupos de quatro alunos (Figura 2).

**Figura 1** - A sala com as mesas dispostas em fila

**Figura 2** - A sala com as mesas dispostas em grupos de quatro alunos

Em conversa, decidiu-se experimentar modificar a disposição das mesas, de forma a, tentar que as interações fossem positivas para a aprendizagem e que ajudassem ao trabalho colaborativo que se pretendia na sala. A professora cooperante disse-me que no ano anterior, foram testadas diversas disposições dos alunos na sala: em E, clássica/tradicional e este ano tinha optado por colocar os alunos em filas, mas eu poderia modificar a disposição das mesas e colocá-las da forma que melhor se adaptassem aos meus propósitos.

Na sala existe um computador, o qual é utilizado pela professora, mas que também pode ser utilizado pelas crianças, caso seja necessário fazerem alguma pesquisa. O computador encontra-se a um canto da sala, ligado ao quadro interativo e perto da mesa da professora. Existem dois placares, nos quais se vão expondo os trabalhos dos alunos, à medida que vão sendo realizados. Estes trabalhos expostos consistem em projetos realizados, em esquemas e representações/sínteses de determinadas matérias que foram lecionadas, o horário da turma, entre outros.

No espaço da sala podemos encontrar ainda dois armários onde estão guardados diversos materiais de apoio às aulas, assim como de expressão plástica, documentos e arquivos relativamente aos alunos e livros; dois quadros, um interativo e outro de ardósia, que são utilizados sempre que necessário para a realização de tarefas; e, um aquário. Não poderei deixar de mencionar que todos os materiais da escola, assim como da sala estão em excelente estado de conservação. Os manuais dos alunos ficam por baixos das mesas, para evitar o constante levantar para ir buscar e levar livros, evitando assim perdas de tempo inúteis.

No que diz respeito à disposição dos alunos na sala de aula, estes ocupam sempre os mesmos lugares, havendo apenas troca quando se realizam fichas de avaliação ou quando é notório um mau comportamento por algum aluno, alterando assim o seu lugar na sala. Durante a minha intervenção cooperada alterei o lugar de alguns alunos, de forma a colocar alunos com menos dificuldades juntamente com alguns com mais dificuldades, de forma a poder existir entreajuda e cooperação dentro do grupo.

Relativamente aos recursos materiais considero que, bem utilizados e explorados poderão proporcionar às crianças diversas experiências e aprendizagens, principalmente na área curricular de Matemática. Durante a minha intervenção cooperada tive a oportunidade de utilizar materiais como: o MAB, as barras de *Cuisenaire*, fita métrica, geoplanos, elásticos entre outros presentes e disponíveis na sala de aula. No entanto para as tarefas relacionadas com o tema do meu Relatório Final levei sempre todos os materiais necessários, para os alunos as poderem executar, como: *polydrons*; quadrados, triângulos, retângulos, círculos de esponja e de cartolina; garrafas de água de 2l, de 1,5l e de 0,5l; entre outros.

As salas de jardim-de-infância são riquíssimas em materiais pedagógicos e as salas de 1.º ciclo, por norma têm mesas. Poderá estar isto ligado erroneamente com a cultura de que as instituições de Educação Pré-Escolar são para as crianças brincarem e as salas de 1.º ciclo são para os alunos aprenderem?! Este é um aspeto que poderá parecer não ter muita importância, mas que faz toda a diferença, não só nas transições escolares das crianças, mas também porque em 1.º ciclo não há o mesmo tempo que em jardim-de-infância para se construir materiais.

O espaço interior tem bastante luz natural, uma vez que tem duas janelas amplas que dão para o exterior da escola, e duas mais pequenas. Como nas paredes da sala não se podem colocar trabalhos, resolvemos colocar fios (tipo estendal) para colocar alguns trabalhos, como se pode ver nas figuras3 e 4.

**Figura 3** - Fio que atravessa a sala de um lado ao outro

**Figura 4** - Trabalho colocado num outro fio numa parede da sala

Nas comunidades de aprendizagem as paredes da sala também servem para expor trabalhos e para afixar material que se mostre útil, para as aprendizagens dos alunos. Dai termos optado por colocar os fios, uma vez que não é permitido colar trabalhos nas paredes e a sala só possuir dois placares. Penso que é importante afixar os trabalhos dos alunos, para que eles possam observar as suas criações, por ser um elemento estético e, faz com que a diferença da organização do espaço entre jardim-de-infância e 1.º ciclo seja atenuada. Segundo o Ministério da Educação (1997, p. 37),

> A organização e a utilização do espaço são expressão das intenções educativas e da dinâmica do grupo, sendo indispensável que o educador se interrogue sobre a

função e finalidades educativas dos materiais de modo a planear e fundamentar as razões dessa organização.

## Caracterização dos Grupos

> Há diferentes factores que influenciam o modo próprio de funcionamento de um grupo, tais como, as características individuais das crianças que o compõem, o maior ou menor número de crianças de cada sexo, a diversidade de idades das crianças, a dimensão do grupo.
>
> (Ministério da Educação, 1997, p. 35)

Neste ponto ao caracterizar cada grupo estarei a dar particular relevância ao papel do educador/professor conhecer de forma aprofundada os grupos de crianças com os quais trabalha de forma sistemática, uma vez que cada criança tem as suas características próprias. Pelo que foi necessário desenvolver uma intervenção em que tivesse em conta a diferenciação pedagógica, isto é, que conseguisse arranjar estratégias e metodologias de aprendizagem, de modo a dar resposta aos interesses, necessidades e competências de cada criança, pois segundo Niza (2012),

> Diferenciação, quer dizer, no contexto escolar, que os professores terão de selecionar métodos e estratégias de aprendizagem e de ensino dos alunos de maneira mais adequada às necessidades desses alunos – e de cada um deles –, para conseguirem que todos possam progredir satisfatoriamente no currículo (p. 329).

Para além disso, o educador/professor também deverá ter em conta os conhecimentos prévios das crianças, muitos dos quais são de senso-comum, isto é, partir do que elas já sabem (teoria sócio construtivista), pois também é importante que a criança sinta que os seus conhecimentos são valorizados.

### No pré-escolar

O grupo da sala C de pré-escolar, da EB/JI de Canaviais, é constituído por 23 crianças, das quais 12 são do sexo masculino e 11 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 3 e os 6 anos. Desta forma, pode dizer-se que relativamente à idade o grupo é heterogéneo, uma vez que existem crianças em diferentes faixas etárias. Esta distribuição do grupo pode ser observada na seguinte tabela:

**Tabela 1** – Constituição do grupo de pré-escolar

| | 3 anos | 4 anos | 5 anos | 6 anos | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| **Masculino** | 2 | 6 | 3 | 1 | 12 |
| **Feminino** | 3 | 7 | 1 | 0 | 11 |
| **Total** | 5 | 13 | 4 | 1 | 23 |

Das 23 crianças, da sala C, onze mantêm-se no grupo vindo do ano passado, quatro crianças veem de outros colégios e oito crianças encontram-se a frequentar o jardim-de-infância pela primeira vez. De salientar que uma das crianças raramente frequenta o jardim-de-infância, não existindo elementos necessários para a sua avaliação. Pelo que a investigação foi realizada somente com 22 crianças. O grupo é composto por crianças oriundas de extratos socioeconómicos diversificados. É um grupo bastante assíduo faltando na maioria das vezes unicamente por motivos de saúde, mas em relação à pontualidade a maioria não cumpre o horário de entrada.

De forma a caracterizar o grupo da sala de pré-escolar, baseei-me na observação, informações fornecidas pela educadora acerca do grupo e nos registos realizados ao longo do estágio, juntamente com o apoio das Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar (OCEPE). As OCEPE permitiram-me aprofundar vários aspetos relacionados com o desenvolvimento da criança ao longo do tempo, e desta forma, realizar uma caraterização do grupo mais profunda em relação às várias áreas de conteúdo, recorrendo ao apoio do caderno de formação. O desenvolvimento do grupo relativamente às várias áreas de conteúdo, como pude constatar é muito diversificado, o que se deve à heterogeneidade do grupo.

Com base na minha observação e notas de campo, realizadas ao longo do estágio, posso afirmar que relativamente ao domínio da Matemática as crianças mostravam competências na contagem termo a termo, já adquiriram competência ao nível dos princípios lógicos, de seriar, ordenar e de tempo. As crianças mais velhas (5 e 6 anos), possuem um desenvolvimento razoável relativamente ao raciocínio lógico, demonstrando capacidade para encontrar e estabelecer padrões, formando sequências com regras lógicas subjacentes. Como por exemplo, quando as crianças realizaram a prenda para o pai e para a mãe, em que desenharam sequências nas molduras da capa dos respetivos livros (do pai e de receitas para a mãe).

Durante a minha intervenção criei contextos e situações significativas partindo do interesse das crianças, para desenvolver o pensamento algébrico de forma a verificar como é que as crianças organizavam as sequências e descobriam os padrões. Penso que o facto de proporcionar estes momentos foi essencial para as aprendizagens realizadas, pois tive oportunidade de observar/verificar evoluções neste sentido por parte do grupo de crianças.

### No 1º Ciclo

Relativamente à constituição do grupo, a turma do 4º ano junto da qual se desenvolveu a minha PES em 1º Ciclo, na Escola EB/JI de Canaviais, é constituído por vinte alunos com idades compreendidas entre os 9 e os 10 anos. Como já referi a turma é constituída por vinte alunos, nove do sexo masculino e onze do sexo feminino (Tabela 2).

**Tabela 2**: Número de alunos por sexo/idade.

| Sexo / Idade | 9 anos | 10 anos | Total |
|---|---|---|---|
| **Masculino** | 8 | 1 | 9 |
| **Feminino** | 11 | 0 | 11 |
| **Total** | 19 | 1 | 20 |

Após observação da tabela 2 pode aferir-se que é um grupo homogéneo, pois as idades dos alunos situam-se nos 9 anos existindo apenas um aluno com 10 anos, sendo por isso as idades muito semelhantes. A elaboração da tabela foi realizada no final do estágio, uma vez que não tive acesso aos dados dos alunos. Para a poder elaborar no final do estágio questionei os alunos acerca da sua idade. Para além disso, alguns deles fizeram anos durante o tempo em que estive presente na sala de aula.

Dos vinte alunos que constituem a turma, dezanove mantêm-se vindos do ano passado. O G. ingressou a turma no presente ano letivo, vindo do Oratório de S. José, e a sua integração está a ser realizada com sucesso, embora apresente algumas dificuldades de aprendizagem. Segundo a professora cooperante este aluno apresenta alguns problemas, entre os quais disgrafia, discalculia e dislexia, explicou-me também que o aluno ia ser sinalizado para ingressar o ensino especial. Embora não tivesse participado na fase em que o aluno foi sinalizado, com a ajuda de uma professora do Ensino Especial, que vai apoiar outros alunos da EB/JI. Até ao final do estágio, a professora cooperante ainda não tinha obtido resposta acerca do apoio solicitado para o aluno em questão. Relativamente a este aluno, logo nos primeiros dias não se sabia se este ficaria ou não na turma, uma vez que a sua irmã estava a frequentar a Escola do Frei Aleixo e a mãe havia pedido também para ele ir para lá. Com o decorrer do tempo a professora cooperante, em conversa comigo, disse que ele ia ficar pelo menos este ano na turma. Numa reunião de agrupamento a professora tinha falado acerca deste aluno com o coordenador dessa mesma escola (Frei Aleixo), tendo ele respondido que este não poderia ser transferido para lá, pois não havia vagas para o 4.º ano.

Nas duas semanas de observação constatei que o G. lia silabicamente, não era capaz de ler uma palavra sem juntar primeiro as sílabas, para além disso eu não conseguia ler o que ele escrevia, mas a Matemática apresentava um raciocínio rápido. De acordo com o que a professora me havia dito pude constatar que o G. apresentava realmente problemas de disgrafia[8] e da dislexia[9], mas ao nível da discalculia[10] não me pareceu até porque ele era

[8] Disgrafia - Alteração da escrita que a afecta na forma ou no significado, sendo do tipo funcional. Perturbação na componente motora do acto de escrever, provocando compressão e cansaço muscular, que por sua vez são responsáveis por uma caligrafia deficiente, com letras pouco diferenciadas, mal elaboradas e mal proporcionadas. (http://www.appdae.net/disgrafia.html - acedido a 29-09-2013).

[9] Dislexia - É uma perturbação da linguagem que se manifesta na dificuldade de aprendizagem da leitura e da escrita, isto é, na dificuldade de distinção ou memorização de letras ou grupos de letras, e problemas de ordenação, ritmo e estruturação das frases, afectando tanto a leitura como a escrita. A associação entre o grafema, (letra impressa), e o fonema, (som da letra), está comprometida, provocando uma lentidão na leitura oral ou silenciosa e até dificuldades na compreensão. (http://www.appdae.net/dislexia.html - acedido a 29-09-2013).

[10] Discalculia - É uma perturbação que se manifesta na dificuldade de aprendizagem do cálculo. Esta dificuldade pode-se manifestar em vários níveis da aprendizagem. Assim, podemos encontrar dificuldades ao nível da leitura, escrita e compreensão de números ou símbolos, compreensão de conceitos e regras matemáticas, memorização de factos ou conceitos ou no raciocínio abstracto. Podem ainda estar associadas dificuldades em aprender a ver as horas ou lidar com o dinheiro. (http://www.appdae.net/discalculia.html - acedido a 29-09-2013).

rápido a responder a alguma questão que se colocasse e na maioria das vezes o seu raciocínio estava correto. Após a realização das fichas de avaliação diagnóstica este aluno ingressou o "ninho" do Projeto Fénix juntamente com mais quatro colegas a Português, relativamente à Matemática o "ninho" era composto por seis alunos, entre os quais o G., que iniciou assim, um apoio mais individualizado e personalizado a Português e a Matemática.

Após as avaliações intercalares este aluno saiu do Fénix a Matemática juntamente com duas outras colegas, permanecendo no entanto a Português. Na turma existe um outro aluno, o R., este aluno é muito individualista, não gostava de trabalhar em grupo. Sempre que solicitava aos alunos para o fazerem um trabalho de grupo, o grupo em que ele estava integrado gerava sempre confusão, pois o R. não aceitava as ideias dos colegas. Resolvi intervir e falar com o aluno e apercebi-me que existiam alguns problemas fora da escola, e a forma que ele havia encontrado era refugiando-se no seu próprio mundo. Aos poucos foi-se integrando mais no grupo e aceitando as opiniões dos colegas. Nomeadamente nas tarefas realizadas a Matemática, em que umas vezes trabalhavam a pares outras em grupos de quatro elementos. Sempre que os alunos realizam pequenos projetos ele optava sempre por os realizar sozinho, ainda insisti para que ele se juntasse a outros colegas, mas depois de falar com a professora cooperante compreendi que era difícil para ele se poder juntar aos colegas, uma vez que vivia na casa dos avós maternos e longe dos colegas.

Em relação ao grupo, são crianças alegres e carinhosas, possuem gosto em comunicar e em trabalhar. É um grupo de alunos autónomo no que se refere ao espaço sala. Após este tempo de observação/intervenção posso afirmar que estes alunos são na sua maioria, bastante interessados e empenhados pelas atividades letivas, esforçando-se sempre em melhorar. Sempre que surge algum problema na turma procuram resolvê-lo de forma positiva, é bastante visível a entreajuda existente no grupo. Embora, sejam um pouco irrequietos o que considero normal para a sua faixa etária, no entanto sabem cumprir e respeitar as regras presentes na sala.

No decorrer da minha observação/intervenção cooperada fomos identificando algumas das competências dos alunos, nas diversas áreas, tendo como instrumento de avaliação as Metas Curriculares para o Ensino Básico (2012)[11], as quais declaram que "As metas curriculares constituem, pois, a par dos programas disciplinares, os documentos orientadores do ensino e da avaliação, sendo que os segundos enquadram a aprendizagem,

---

[11]http://dge.mec.pt/metascurriculares/?s=directorio&pid=1#metas – acedido a 12-01-2014.

enquanto os primeiros a concretizam.” (Ministério da Educação, 2012, p.1). Estes documentos dizem respeito aos diferentes níveis de escolaridade, apresentando anualização das aquisições pretendidas.

Na área curricular de Matemática e tendo em conta os domínios trabalhados ao longo do primeiro período, sendo estes abrangidos pelas Metas Curriculares, os alunos revelaram uma melhoria significativa ao longo do período. No início do período os alunos realizarão as fichas de avaliação diagnóstica, a partir das quais verifiquei que apresentavam algumas dificuldades nesta área curricular. Nesta altura seis dos alunos com maiores dificuldades passaram a integrar o “ninho” do Fénix. No entanto quando realizaram as avaliações intercalares, três alunos abandonaram o “ninho”, uma vez que obtiveram nota positiva na ficha. Penso que este facto se verificou devido às tarefas de ensino exploratório que passei a introduzir, uma vez por semana, e sempre que os exercícios do manual me permitiam utilizar este tipo de ensino.

No domínio Números e Operações, subdomínio dos números naturais, os alunos: realizam contagens progressivas e regressivas a partir de números dados; comparam números e ordenam-nos em sequências crescentes e decrescentes; leem e representam números, pelo menos até ao milhão; compreendem o sistema de numeração decimal; identificam e dão exemplos de múltiplos e divisores de um número natural; compreendem que os divisores de um número são divisores dos seus múltiplos (e que os múltiplos de um número são múltiplos dos seus divisores); compreendem várias utilizações do número e identificam números em contextos do quotidiano. Ao longo do período os alunos realizaram alguns projetos de curta duração entre eles, “Números no quotidiano”, para a sua elaboração solicitei aos alunos para quando saíssem de casa, ou até mesmo na própria casa, registarem e fotografarem “números” e registassem o local onde estavam escritos. Surgiram vários cartazes sobre o tema e um aluno realizou um pequeno filme, em *Movie Maker*. Relativamente à multiplicação e às tabuadas exploramos em conjunto a tabela da multiplicação começamos por realizar a tabuada do 2, a seguir a do 4 e posteriormente a do 8. Em que os alunos rapidamente se aperceberam que a partir da tabuada do 2 rapidamente chegavam à do 4, pois era o dobro, e a do 8 era também o dobro da do 4. Posteriormente procederam da mesma forma para os restantes números, em que os alunos concluíram que se soubessem as tabuadas do 2, 3 e 5 conseguiam construir todas as outras. Para além disso os alunos exploraram numa outra aula a tabela da multiplicação em que tinham de encontrar as regularidades ai presentes. De forma a ajudar os alunos a memorizar as tabuadas introduzi um jogo, este consistia na utilização de dois baralhos de cartas, em que os alunos retiravam uma carta de cada baralho e tinham de efetuar a multiplicação, se por acaso a multiplicação era fácil demais, voltavam a retirar uma outra carta e multiplicavam sobre o resultado anterior.

No subdomínio operações com números naturais, os alunos: utilizam estratégias de cálculo mental e escrito para as quatro operações usando as suas propriedades; compreendem e realizam algoritmos para as operações de adição e subtração; compreendem, na divisão inteira, o significado do quociente e do resto; compreendem, constroem e memorizam as tabuadas da multiplicação; compreendem e realizam algoritmos para as operações multiplicação e divisão (apenas com divisores de um digito); compreendem os efeitos das operações sobre os números; compreendem e usam a regra para calcular o produto e o quociente de um número por 10, 100 e 1000; resolvem problemas que envolvam as operações em contextos diversos. Os alunos realizavam corretamente as várias operações e os exercícios que lhes eram propostos. De forma a desenvolver o cálculo mental por vezes "fingia" que me enganava a fazer as contas e alguns dos alunos chamavam-me logo a atenção dizendo "*Professora eu acho que se enganou.*".

No subdomínio das Regularidades, como faz parte do meu tema do Relatório Final, este subdomínio foi bastante trabalhado e posso afirmar que os alunos: identificam a relação entre as diferentes variáveis presentes nas várias tarefas; reconhecem uma sequência pictórica crescente; investigam, exploram e reconhecem sequências numéricas; expressam em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas; resolvem problemas que envolvam o raciocínio; exploram tabelas da multiplicação. Com a realização das várias tarefas ao longo do meu estágio os alunos desenvolveram competências ao nível do pensamento algébrico, mais precisamente ao nível das sequências e padrões realizando inclusivamente um projeto sobre "Os padrões no dia-a-dia". Este projeto pode ser consultado no Blogue[12] criado pela turma do 4.ºA da EB/JI de Canaviais.

Em relação ao subdomínio números racionais não negativos, os alunos: resolvem problemas envolvendo números na sua representação decimal; leem e escrevem números na representação decimal (até à milésima) e relacionam diferentes representações dos números racionais não negativos; compreendem que com a multiplicação (divisão) de um número por

[12] Blog da Turma CA4A - http://ostraquinasdoscanaviais2013.blogspot.pt/

0,1, 0,01 e 0,001 se obtém o mesmo resultado do que respetivamente, com a divisão (multiplicação) desse número por 10, 100 e 1000.

No domínio da Geometria, subdomínio das figuras no plano e sólidos geométricos, os alunos: comparam e descrevem propriedades de sólidos geométricos e sabem classificá-los (prisma, cubo, paralelepípedo, pirâmide, esfera, cilindro e cone); investigam várias planificações do cubo e constroem um cubo a partir de uma planificação dada; distinguem círculo de circunferência e relacionam o raio e o diâmetro; representam retas paralelas e perpendiculares; resolvem problemas envolvendo a visualização e a compreensão de relações espaciais. Para trabalhar este subdomínio os alunos resolveram algumas tarefas como: "As planificações do cubo", "Cubos com autocolantes", "As construções do João", "Construir piscinas", entre outras. A partir da realização destas tarefas os alunos encontraram as soluções adequadas e, explicaram aos colegas a forma como pensaram para as resolver. Em vez de ser o professor a chegar à sala de aula e "despejar" os conteúdos, os alunos a partir da resolução de tarefas chegam por si próprios à solução efetuando de forma autónoma aprendizagens pela ação.

Relativamente ao domínio da Medida, subdomínio comprimento, os alunos compreendem a noção de comprimento; realizam medições de grandezas em unidades *SI*, usando instrumentos adequados às situações; comparam e ordenam medidas de diversas grandezas; realizam medições utilizando unidades de medida não convencionais e compreendem a necessidade de subdividir uma unidade em subunidades. Para iniciar o sistema métrico os alunos resolveram um desafio que lhes foi proposto, este consistiu em medirem o corredor, a sala, uma janela e a mesa utilizando medidas não convencionais (palmo, pé, folha $A_4$ e folha A3), que posteriormente converteram para centímetros e metros. Os alunos desempenharam esta tarefa com muito empenho, interiorizaram facilmente as medidas de comprimento e respetivos múltiplos e submúltiplos. Com exceção de alguns alunos que apresentaram mais dificuldade ao nível das reduções, como foi o caso da S., do G. F., da A., da B., da C. O. e da J., de resto todos os outros alunos interiorizaram os conhecimentos adquiridos e os sabem aplicar corretamente.

Por fim no domínio da Organização e Tratamento de Dados, no subdomínio da representação e interpretação de dados e situações aleatórias, os alunos realizaram, alguns exercícios presentes no manual, a partir destas resolução demonstraram que: leem, exploram e interpretam informação contida em pictogramas e gráficos circulares respondendo e formulando novas questões; descrevem tabelas e gráficos, e, respondem e formulam questões relacionadas com a informação apresentada. Gostaria ainda de salientar que apesar de todos os alunos acompanharem o grupo, à exceção de três (que se encontram no Fénix), existem alguns alunos que se destacam dos demais relativamente à Matemática, apresentando um raciocínio lógico-matemático bastante bom, apesar de tentar que o R. percebe-se que não interessava só o resultado, mas que também era importante saber explicar a forma como pensou para chegar ao resultado.

**Intenções e ações desenvolvidas**

De forma a traçar o meu plano de trabalho comecei por conhecer as experiências matemáticas já vivenciadas pelas crianças, quais os conceitos trabalhados pela educadora e as competências desenvolvidas pelas crianças e qual o plano de estudo dos alunos do 4.º ano, com base no programa de Matemática de 2007 que vigorou em 2013/14 para os alunos deste ano de escolaridade.

Este trabalho teve como objetivo a recolha de dados acerca das aprendizagens promovidas/desenvolvidas nas crianças/alunos, recorrendo para o efeito a notas de campo retiradas no decorrer, ou logo após, a realização das atividades de forma a regular as práticas e desenvolver e aperfeiçoar atividades futuras.

Após a análise das informações recolhidas pude retirar conclusões sobre as aprendizagens efetuadas, quer sobre os fatores que as influenciaram quer sobre a forma sobre como seria a minha próxima intervenção, de forma a facultar novas aprendizagens.

**No pré-escolar**

Relativamente ao grupo do pré-escolar verifiquei que este apresenta um bom nível de desenvolvimento, nas várias áreas de conteúdo. No entanto, na área da Matemática constatei que esta estava pouco trabalhada, uma vez que as crianças na sua maioria apresentava dificuldades ao nível da contagem oral, na identificação do dia da semana e na contagem termo a termo. Mas, já tinham adquirido competências ao nível dos princípios lógicos de seriar e de ordenar. As crianças mais velhas (5 e 6 anos) apresentavam um bom raciocínio lógico, constatando-se alguma capacidade para encontrar e estabelecer padrões e formação de sequências com regras lógicas subjacentes. Como por exemplo, na realização da prenda do pai, em que as crianças produziram sequências a partir de um padrão ao seu gosto e as desenharam na moldura da capa do livro. Também na realização da prenda da mãe, as crianças, elaboraram sequências a partir de objetos que colaram na moldura do livro de receitas, criando assim sequências e identificando o padrão existente na moldura.

Durante a PES em pré-escolar procurei criar contextos e situações significativas, partindo sempre dos interesses e necessidades das crianças, com o intuito de observar e desenvolver o pensamento algébrico dessas crianças. O trabalho com as crianças era feito em pequenos grupos, a pares ou individualmente dependendo da atividade e da faixa etária da criança.

**No 1.º Ciclo**

A professora cooperante e a orientadora tinham conhecimento prévio das tarefas, antes de estas serem apresentadas à turma. As tarefas baseiam-se essencialmente na procura de regularidades que levam à generalização da tarefa, sendo estas promotoras do desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. De forma a investigar a forma como os alunos pensam, as tarefas foram adaptadas ao ensino exploratório e ao ano de escolaridade em questão, sem esquecer que esta turma nunca tinha trabalhado de acordo com o ensino exploratório.

Como já referi para a introdução deste tipo de ensino tive necessidade de modificar a sala, de forma a promover o trabalho a pares e em pequenos grupos. Todas as semanas os alunos realizavam uma tarefa relacionada com o pensamento algébrico que os levava a pensar e a questionar-se. De forma a facilitar o raciocínio dos alunos era sempre facultado *material manipulável* que proporcionava a diversificação das representações e assim os auxiliava na visualização espacial dessa tarefa.

Ao selecionar as tarefas tive sempre presente o potencial das mesmas, no sentido de explorar o pensamento algébrico e investigar a forma como os alunos pensam e interpretam as tarefas.

Para proceder à investigação-ação relacionada com o pensamento algébrico, resolvi recorrer ao ensino exploratório, procurando encontrar tarefas que levassem à generalização.

Neste sentido, todas as tarefas contemplavam o estudo de padrões de crescimento, variando: o contexto, o modo de exploração e as generalizações matemáticas.

Relativamente ao tempo previsto para o desenvolvimento das tarefas propostas, mais concretamente o de cada fase da aula, este pode ser alterado, tendo em conta o grupo que temos em presença e o grau de dificuldade da tarefa, já que é essencial a compreensão geral da mesma. Nas primeiras tarefas os alunos revelaram grandes dificuldades não conseguindo chegar à generalização, com o passar do tempo foram desenvolvendo estratégias que lhes permitiu chegar já à generalização.

No que respeita às tarefas propostas, parti sempre das tarefas mais simples para as mais complexas, de forma a desenvolver os conhecimentos, competências, aprendizagens, etc., dos alunos. Para poder ter acesso à forma como os alunos interpretam as várias tarefas, resolvi utilizar alguns instrumentos, tais como: uma máquina fotográfica/filmar, um gravador (que por vezes deixava esquecido de propósito em cima da mesa, onde se encontravam os alunos de forma a poder mais tarde analisar as suas conversas), e os trabalhos por eles realizados. Uma vez que lhes dava uma folha de papel branco $A_3$ na qual eles colocavam as respostas às várias questões da tarefa.

As de aulas de ensino exploratório decorreram em 4 fases, sendo elas: a introdução da tarefa pela professora, em interação com os alunos; a realização da tarefa por parte dos alunos, auxiliada pela professora; a discussão da tarefa pelos alunos, acompanhada pela professora; e a sistematização das aprendizagens matemáticas, conduzida pela professora em colaboração com os alunos.

Neste tipo de ensino os alunos têm um papel preponderante, o que se torna essencial para a sua aprendizagem e aquisição de conhecimentos. De realçar que este tipo de ensino me permitiu investigar junto do grupo de alunos a sua forma de interpretar as várias tarefas, com o auxílio de vários instrumentos já referidos anteriormente, pois para além de me ajudarem a perceber e orientar a minha ação educativa, permitiram-me planificar tarefas cada vez mais desafiantes para os alunos. Espero conseguir enquanto educadora/professora trabalhar no sentido dos alunos realizarem tarefas significativas, estimulantes e desafiantes que os levem a desenvolver o seu pensamento algébrico.

## Tarefas desenvolvidas

Durante as PES em Pré-escolar e 1.º Ciclo, foram desenvolvidas muitas tarefas pertinentes e enriquecedoras, e entre estas ir-se-ão abordar as desenvolvidas com o intuito de colmatar uma das problemáticas demonstradas pelo grupo e que dizem respeito ao âmbito deste relatório.

De frisar que, por questões éticas não é revelada a identidade das crianças/alunos. Desta forma, ao longo do relatório sempre que se faz referência às mesmas utiliza-se uma letra do alfabeto. As fotografias utilizadas ao longo do presente relatório foram devidamente autorizadas, por todos os encarregados de educação, uma vez que lhes enviei uma declaração a pedir autorização para o poder fazer.

### No pré-escolar

No decorrer da intervenção, em pré-escolar, foram realizadas diversas tarefas importantes e estimulantes, e entre estas ir-se-ão abordar as efetuadas com o intento de investigar o tema deste relatório. A minha planificação baseou-se na observação do que as crianças já sabiam, para posteriormente tentar selecionar/criar tarefas de forma que as crianças atingissem os objetivos previamente delineados, relativamente ao pensamento algébrico.

Por fim refletia sobre como tinha decorrido a tarefa, o que as crianças aprendiam/descobriam através de todo o processo, e a forma como adquiriram tais aprendizagens. Assim, a tabela seguinte apresenta as tarefas realizadas e planificadas relativamente ao tema do presente relatório.

**Tabela 3** – Tarefas desenvolvidas no pré-escolar.

| Data/Tarefa | Objetivos |
|---|---|
| 08 / 03 / 2013<br>Moldura do livro "O Pai e Eu" | • Criação e reprodução de padrões de repetição |
| 22 / 04 / 2013<br>Mapa das presenças | • Identificar e reconhecer relações numéricas. |
| 26 / 04 / 2013<br>Capa do livro das Receitas | • Criação e reprodução de padrões de repetição |
| 07 / 05 / 2013<br>Jogo de sequências<br>(blocos lógicos) | • Reconhecer e construir padrões de repetição. |

Para além das tarefas mencionadas na tabela 3, pode-se ainda acrescentar que o domínio da Matemática esteve também presente em outras atividades, uma vez, que são inúmeras as tarefas de outras áreas que de alguma forma contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Como forma de relembrar todo o trabalho desenvolvido serão utilizados alguns dos meios que serviram de suporte à presente investigação, tais como: fotografias, notas de campo, gravações, vídeos e planificações das tarefas.

**No 1.º Ciclo**

Em relação ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, a tabela 4 apresenta algumas das tarefas realizadas junto da turma de 4.º ano. As tarefas foram planificadas de acordo com os conteúdos programáticos e de forma a poder investigar o pensamento algébrico, junto dos alunos. Pois, tal como já referi anteriormente a professora cooperante disponibilizou-me uma aula de matemática, por semana, para trabalhar e investigar junto da turma, o meu tema do relatório de estágio.

A planificação das tarefas ocorreu de acordo com o ensino exploratório da Matemática, o qual contempla as seguintes fases: a introdução da tarefa, o desenvolvimento da tarefa em pequenos grupos, a discussão da tarefa em grande grupo, e a sistematização das aprendizagens matemáticas.

**Tabela 4** – Tarefas desenvolvidas no 1º ciclo.

| Data/Tarefa | Objetivos |
|---|---|
| 04 / 10 / 2013<br>Litros de refrigerante | • Identificar a relação entre as variáveis: número de garrafas e número de litros de refrigerantes;<br>• Reconhecer uma sequência pictórica crescente;<br>• Investigar e reconhecer regularidades numéricas;<br>• Expressar em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas;<br>• Resolver problemas que envolvam o raciocínio. |
| **18 / 10 / 2013**<br>**Cubos com autocolantes[13]** | • **Reconhecer uma sequência pictórica crescente;**<br>• **Identificar as diferentes variáveis: número de cubos, número de autocolantes;**<br>• **Identificar a relação entre as variáveis: o número de autocolantes é o quádruplo do número de cubos mais dois;**<br>• **Expressar em linguagem natural e em linguagem simbólica a generalização das relações encontradas.** |
| 08 / 11 / 2013<br>Padrões da Geometria aos Números | • Reconhecer e explicitar relações;<br>• Reconhecer uma sequência pictórica crescente;<br>• Investigar e reconhecer regularidades numéricas;<br>• Expressar em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas;<br>• Resolver problemas que envolvam o raciocínio. |
| 13 / 11 / 2013<br>O João e as tabuadas | • Investigar e reconhecer regularidades numéricas;<br>• Explorar regularidades numéricas em tabuadas;<br>• Investigar e reconhecer os múltiplos de um número. |
| **15 / 11 / 2013**<br>**Quantos telefonemas?[14]** | • **Reconhecer uma sequência pictórica crescente;**<br>• **Investigar e reconhecer regularidades numéricas;**<br>• **Expressar em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas;**<br>• **Resolver problemas que envolvam o raciocínio.** |
| **20 / 11 / 2013**<br>**Organizar mesas[15]** | • **Investigar e reconhecer regularidades numéricas;**<br>• **Identificar as diferentes variáveis: número de mesas (retângulos laranja), número de cadeiras/amigos (retângulos azuis);**<br>• **Identificar a relação entre as variáveis: número de cadeiras/amigos (retângulos azuis) é o quádruplo do número de mesas mais dois;**<br>• **Reconhecer uma sequência pictórica crescente;**<br>• **Expressar em linguagem natural e simbólica a** |

[13]Tarefa retirada do Projeto P3M – Caso 1: Cubos com autocolantes (1º Ciclo), disponível em: http://p3m.ie.ul.pt/caso1-cubos-com-autocolantes-1-ciclo (acedido em 12 de outubro de 2013).

[14]Tarefa adaptada de Canavarro, P. (2009). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. Quadrante XVI, 2 (2007) 81-118.

[15]Adaptado da tarefa "Mesas" de Vale, I., Pimentel, T., Alvarenga, D. & Fão, A. (2011). (Disponível em: http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/071_Tarefas_Padroes.pdf)

| | |
|---|---|
| | **generalização das relações encontradas;**<br>• **Resolver problemas que envolvam o raciocínio.** |
| 29 / 11 / 2013<br>Cortinas | • Compreender a multiplicação no sentido aditivo;<br>• Aplicar a noção de dobro e de metade;<br>• Usar o sinal x na representação horizontal do cálculo;<br>• Multiplicar utilizando a representação horizontal e recorrendo a estratégias de cálculo mental e escrito;<br>• Deduzir a propriedade comutativa da multiplicação;<br>• Resolver problemas envolvendo multiplicações. |
| **06 / 12 / 2013**<br>**Construir Piscinas**[16] | • **Identificar as diferentes variáveis: número de quadrados azuis e número quadrados amarelos;**<br>• **Identificar a relação entre as variáveis: número de quadrados azuis e número de quadrados amarelos;**<br>• **Reconhecer uma sequência pictórica crescente;**<br>• **Investigar e reconhecer regularidades numéricas;**<br>• **Expressar em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas;**<br>• **Resolver problemas que envolvam o raciocínio.** |
| **13 / 12 / 2013**<br>**As construções do João**[17] | • **Identificar as diferentes variáveis: número de quadrados, número de triângulos e número total de peças;**<br>• **Identificar a relação entre as variáveis: número de quadrados, número de triângulos e número total de peças;**<br>• **Reconhecer uma sequência pictórica crescente;**<br>• **Investigar e reconhecer regularidades numéricas;**<br>• **Expressar em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas;**<br>• **Resolver problemas que envolvam o raciocínio.** |

Das tarefas acima mencionadas, somente as que se encontram destacadas a negrito serão descritas/analisadas neste relatório, no capítulo 4 relativo à descrição e análise da experiência de ensino. Esta opção tem duas razões: por um lado, muito do que aconteceu ao nível do desenvolvimento do pensamento algébrico, que é aqui o foco de análise, repete-se de umas tarefas para as outras. Por outro lado, as tarefas selecionadas ilustram uma boa diversidade de situações de desenvolvimento do pensamento algébrico por parte dos alunos, bem como a sua evolução por parte dos mesmos.

[16]Adaptado da tarefa *"Piscinas e mais piscinas"* – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal. (2010-2011). Disponível em: http://projectos.ese.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/02/Tarefa-Piscinas-2010_2011.pdf

[17]Adaptado da tarefa *"As Construções do João e da Inês"* – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal. (2010-2011). Disponível em: http://projectos.ese.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/02/As-constru%C3%A7%C3%B5es-do-Jo%C3%A3o-e-da-In%C3%AAs.pdf

## A recolha de dados e a sua análise

Neste sentido, no decorrer da minha Prática de Ensino Supervisionada em pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo desenvolvida na EB/JI de Canaviais, realço a importância do *Caderno de Formação*, como instrumento fundamental e regulador da componente de ação educativa, sendo este de Dimensão Profissional. De acordo com Máximo-Esteves (2008, p. 85), "O diário é um instrumento auxiliar imprescindível ao professor-investigador. Permite registar as notas de campo provenientes da observação dos aspetos da sala de aula ou da escola em estudo". As notas de campo que fui retirando e as reflexões realizadas semanalmente, nas quais procurei descrever e refletir sobre diferentes momentos, permitiram-me refletir de forma mais aprofundada sobre a minha ação, ajudando-me a projetar a mesma não só durante o período de intervenção, mas também para o meu futuro profissional.

De salientar a importância de juntar um outro suporte que me ajudou à elaboração do presente relatório, que foi a utilização de uma máquina *fotográfica/filmar*, a qual comecei a utilizar logo no pré-escolar. Para além deste suporte utilizei ainda algumas vezes um *gravador*, pois era impossível parar uma atividade a meio para registar tudo o que considerava importante para a minha aprendizagem. Com a ajuda destes suportes (máquina fotográfica/filmar e o gravador) pude observar e registar as interações entre os alunos no decorrer das aulas, bem como a sua postura e a sua forma de pensar.

Através das filmagens de alguns momentos, nomeadamente na apresentação das tarefas matemáticas e dos vários projetos realizados, consegui assimilar o nível de envolvimento dos alunos no decorrer de algumas das atividades desenvolvidas. De salientar que o uso da máquina fotográfica/filmar e do gravador foi sempre realizado com o consentimento dos alunos (com autorização por escrito dos respetivos encarregados de educação), que rapidamente se habituaram à sua utilização, pois eu expliquei-lhes que necessitava de observar e escutar a forma como eles pensavam e interagiam em grupo, ou a pares.

Os *documentos produzidos* pelos alunos são um outro instrumento de recolha de dados. Assim pretendo analisar esses documentos resultantes do trabalho realizado em sala de aula, no contexto das tarefas propostas para esta investigação. As tarefas apresentadas solicitam aos alunos um trabalho escrito, cuja resolução foi recolhida por mim, para posterior análise. Após as aulas leio e analiso os documentos, com as respetivas resoluções, que me permitem estabelecer uma comparação entre o trabalho escrito e o que foi apresentado na discussão coletiva. Desta forma, os documentos produzidos pelos alunos são utilizados como ilustração do trabalho realizado nas aulas e analisados como parte do trabalho realizado pelos alunos.

De forma a investigar a forma como os alunos se relacionam com as sequências e padrões, introduzi na sala momentos de ensino exploratório. Para tal comecei por modificar a organização da sala, de forma a integrar na turma o trabalho cooperativo entre os alunos.

A recolha de dados e a análise de dados encontram-se intimamente ligados, tendo-se realizado em duas fases. Sendo um processo fundamentalmente descritivo e interpretativo, baseado no problema e nas questões da investigação, a revisão da literatura e os dados obtidos.

Numa primeira fase, ocorrida no início da investigação, fui analisando os dados recolhidos a partir da observação efetuada em sala de aula, assim como, as primeiras representações produzidas pelas crianças tanto em pré-escolar como em 1.º ciclo. A análise de dados efetuada após a realização de cada tarefa foi fulcral, para regular as minhas práticas desenvolvidas com vista a um aperfeiçoamento das propostas seguintes. A partir das várias tarefas realizadas, nos dois contextos, selecionei aquelas em que mais se evidência o desenvolvimento do pensamento algébrico. A análise inicial dos dados recolhidos permitiram-me consolidar ideias e desenvolver tarefas cada vez mais desafiantes para as crianças. Durante a recolha de dados foi sempre realizada uma análise dos mesmos, de uma forma dinâmica.

Depois de recolhida toda a informação, teve lugar a segunda fase da investigação, na qual foi realizada uma análise mais profunda dos dados recolhidos durante a investigação. As informações foram recolhidas através de diferentes instrumentos, anteriormente referidos, as quais foram guardadas e organizadas de forma a poderem ser mais tarde analisadas pormenorizadamente de forma a responder às questões desta investigação.

# CAPÍTULO 4

# A EXPERIÊNCIA DE ENSINO

Durante a Prática de Ensino Supervisionada em Pré-escolar e Ensino do 1.º ciclo do Ensino Básico, foram desenvolvidas muitas tarefas pertinentes e enriquecedoras. E, entre estas ir-se-ão abordar neste capítulo tarefas desenvolvidas com o intuito de observar/analisar e compreender como se processa o desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças/alunos, apresentadas no capítulo 3.

Como anteriormente explicado, a opção por não descrever todas as tarefas que foram programadas deve-se a evitar alguma repetição do tipo de dados apresentados e com isso conseguir também uma economia de espaço. Assim, seguidamente apresento a descrição, ilustrada com a evidência respetiva recolhida ao longo das PES, da realização e exploração das tarefas selecionadas nas quais o desenvolvimento do pensamento algébrico se encontra mais evidente e revela a evolução em análise no relatório.

## No pré-escolar

A minha investigação em Pré-Escolar baseou-se, fundamentalmente, na exploração de padrões de repetição adequados ao nível etário destes alunos mais jovens. Os materiais utilizados para esta investigação foram, entre outros, os blocos lógicos, a prenda alusiva ao dia do Pai (O Pai e Eu), a prenda para o dia da Mãe (Livro de Receitas) e o calendário (Mapa das Presenças).

Como objetivo geral pretendi observar e desenvolver o pensamento algébrico das crianças. Para isso, planifiquei atividades que proporcionassem às crianças a exploração e construção de padrões e sequências. Para o efeito, desenvolvi uma sequência de tarefas, devidamente fundamentadas em bibliografia de referência, tendo sido desenvolvidas de acordo com a tabela 3, anteriormente indicada. Para isso, recorri a materiais que apoiassem o trabalho das crianças, proporcionando representações diversas e que potenciassem as suas aprendizagens.

**Tarefa 1 – Moldura da capa do livro "O Pai e Eu"**

A primeira tarefa proposta às crianças foi a construção de uma moldura no livro que elas realizaram com o intuito de oferecerem ao Pai, no Dia do Pai. É a primeira vez que as crianças contactam com sequências, por isso senti a necessidade de lhes explicar o que é uma sequência e como se pode representar. Quando iniciei o estágio, as crianças já tinham começado a prenda do pai, a educadora mostrou-me o que estavam a fazer e o que ainda faltava terminar. Quando me mostrou a folha que iria servir de capa ao livro, a qual simplesmente iria ser pintada, coloquei a hipótese das crianças desenharem sequências em vez de simplesmente pintarem a barra que iria servir de moldura. A educadora concordou com a minha sugestão e ficou decidido que eu faria com as crianças a capa para o livro.

A educadora concordou com a minha ideia, mas frisou que seria importante explicar primeiro o que era uma sequência às crianças. Assim, com as crianças em grande grupo, em frente ao quadro magnético, expliquei-lhes o que era uma sequência. Para isso comecei por colocar um círculo azul, seguido de outro vermelho, a seguir outro azul e depois outro vermelho. À medida que ia construindo a sequência ia questionando as crianças de forma a averiguar se estas estavam ou não a compreender o que lhes estava a ensinar. Depois da sequência estar completa, passamos à identificação do padrão. As crianças compreenderam que o padrão é o que se repete, neste caso colocavam um círculo azul, seguido de um círculo vermelho, a seguir era outro azul, depois o vermelho, etc.

De repente o R. P. (6:0)[18]exclamou em voz alta:

R.P. (6:0): – *Beatriz eu já sei. O padrão é o que vamos repetir, não é?*
Beatriz: – *Sim. És capaz de dizer aos teus colegas qual é o padrão desta sequência?*
R. P. (6:0): – *Sim, é primeiro um círculo azul e depois em círculo vermelho.*

Depois das crianças construírem várias sequências, no quadro, e eu verificar que estas já conseguiam identificar o padrão e tinham percebido o que era uma sequência e como

[18](6:0) – os algarismos exprimem a idade das crianças (anos : meses).

se construía, distribui folhas pelas várias crianças e pedi-lhes que desenhassem uma sequência ao seu gosto. Após esta breve atividade de introdução passamos para a tarefa propriamente dita.

Para a realização da moldura, da capa do livro, o trabalho foi realizado em pequenos grupos de dois elementos. De forma a poderem ser apoiadas na realização da atividade, assim enquanto duas crianças executavam a sua capa para o livro, as restantes distribuíam-se pelas áreas da sala. A atividade iniciou com a distribuição de uma folha $A_4$ semelhante à da figura 5. Esta folha irá originar a capa do livro que as crianças ofereceram aos pais, no Dia do Pai.

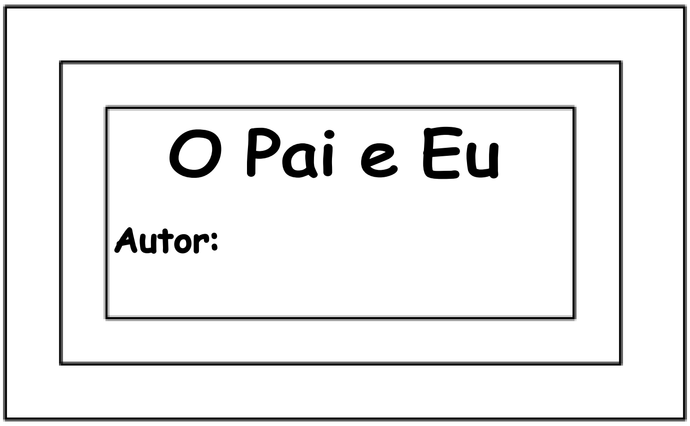



**Figura 5** – Capa inicial do livro.

A M. (4:7) e a L. M. (4:7) quiseram ser as primeiras a iniciar a atividade. Comecei por questionar as duas crianças sobre o que estavam a pensar desenhar.

M. (4:7): – *Olha Beatriz, eu quero fazer flores.*

Beatriz: – *Está bem M. (4:7), mas como estás a pensar fazer? Não te esqueças que tens de fazer uma sequência.*

L. M. (4:7): – *Pois M. (4:7), tens de fazer uma sequência. Eu vou fazer uma sequência de flores cor-de-rosa e azuis. Porque eu gosto muito de cor-de-rosa e o meu pai gosta de azul, por isso vou fazer duas cores.*

Beatriz: – *Está bem L. M. (4:7)! Podes começar a fazer o teu trabalho, uma vez que já decidiste como vais fazer, mas tem cuidado para não te enganares. E tu M. (4:7), já pensaste melhor?*

M. (4:7): – *Sim, eu vou fazer também flores com duas cores.*

Beatriz: – *E já escolheste as cores que vais utilizar?*

M. (4:7): – *Sim, eu vou fazer uma flor cor-de-rosa e depois outra cor-de-laranja, a seguir faço outra cor-de-rosa e depois outra cor-de-laranja, é sempre assim até acabar. Não é?*

Beatriz: – *Sim M. (4:7), é assim.*

As duas crianças iniciaram o seu trabalho, embora por vezes me questionassem sobre o trabalho, se estava a ir ou não bem, pois tinham receio de se enganar. Nas figuras 6 e 7 podemos observar as capas já prontas das duas crianças.


**Figura 6** – Capa do livro da L. M. (4:7) já pronta.


**Figura 7** – O livro da M. (4:7) já pronto.

Esta tarefa permitiu às crianças trabalhar e identificar padrões. Após a conclusão de todos os trabalhos, constatei que até as crianças mais novas de 3 anos conseguiram identificar o padrão que efetuaram na capa do seu livro, sem apresentarem problemas de maior. Inicialmente senti algum receio de que as crianças não conseguissem criar padrões e reproduzi-los no seu trabalho. No entanto com o decorrer da atividade o meu receio foi-se dissipando, pois todas elas criaram padrões lindíssimos.

Após a realização da tarefa podemos constatar que as crianças por vezes se baralhavam um pouco, em relação ao desenho que vinha a seguir, apesar de terem realizado a tarefa. Ao observar por exemplo a sequência elaborada pela M. (4:7), podemos observar que ela começou com uma flor laranja e terminou igualmente com a flor laranja, ou seja ela poderia ter feito uma flor laranja maior em vez de duas. Já a L. M. (4:7), desenhou por duas vezes duas flores azuis seguidas em vez de as alternar com as rosa. Também uma outra criança, o D. (5:10), que resolveu fazer corações e flores a certa altura se baralhou um pouco e esqueceu-se que tinha de alternar os corações com as flores, e desenhou cerca de cinco corações seguidos sem nenhuma flor pelo meio. Mas, de uma maneira geral posso afirmar que esta tarefa permitiu às crianças realizar sequências e justificar as suas construções e posterior identificação do padrão presente nas respetivas sequências.

### Tarefa 2 – Mapa das presenças

Esta tarefa pertencia ao "acolhimento" e era realizada mensalmente pelas crianças. Todos os meses no primeiro dia do mês, as crianças procediam ao preenchimento da tabela. Para a execução desta tarefa encontravam-se dispostos num quadro os dias do mês devidamente ordenados, ou seja, de um a trinta e um e por cima destes as crianças tinham de escrever os respetivos dias da semana como se pode ver na figura 8.

**Figura 8** – O M. (4:8) a escrever os dias da semana no Mapa das Presenças.

O M. (4:8) começou por escrever a inicial do dia da semana correspondente ao dia um. Neste caso o mês começou a um sábado, então o M. (4:8) escreveu um (S) de sábado por cima do dia um e a seguir o (D) de domingo por cima do dia dois, como pertencem ao fim de semana e as crianças ficam em casa estes dias escrevem-se a vermelho. Em relação aos dias úteis para segunda-feira escreveu um (S) e por cima deste escreveu (2ªf), para terça-feira um (T) e por cima (3ªf), e assim sucessivamente até chegar à sexta-feira (S) e (6ªf). Quando terminou de escrever a primeira semana deu a vez a outra criança.

**Figura 9** – A L.M. (4:7) a terminar o preenchimento do Mapa das Presenças.

Depois do Mapa das Presenças estar devidamente preenchido, falamos acerca das regularidades presentes no calendário (Mapa das Presenças), uma vez que este apresenta os dias todos do mês, o que possibilita às crianças efetuar contagens e comparações relativamente às faltas e presenças ocorridas durante o mês. Para além disso permite às crianças saber os dias que ficam em casa e os dias que vão ao Jardim de Infância, por isso resolvi explorar um pouco mais o Mapa questionando as crianças acerca das regularidades presentes no Mapa.

Beatriz: – *Quem me sabe dizer quantos dias ficamos em casa?*

D. (4:8): – *Eu sei ficamos dois dias, sábado e domingo.*

M. (4:7): – *E também nos feriados…*

Beatriz: – *Sim, mas eu estava a referir-me só ao fim-de-semana como respondeu o D. (4:8) e muito bem. E quantos dias vimos ao jardim-de-infância?*

B. (5:4): – *Vimos todos os dias.*

D. (5:10): – *Não nós vimos segunda, terça, quarta, quinta e sexta (foi ele dizendo enquanto contava pelos dedos), por isso são cinco dias.*

Beatriz: – *Muito bem D. (5:10), nós ficamos dois dias em casa – sábado e domingo. E vimos cinco dias ao jardim-de-infância – segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira e sexta-feira.*

Esta tarefa possibilitou trabalhar as regularidades, pois as crianças perceberam que após dois dias em casa iam cinco dias para o jardim-de-infância. As crianças sabem que uma semana tem sete dias, e que dois dias de fim-de-semana mais cinco dias de jardim-de-infância perfazem os sete dias de uma semana. Ao elaborarem o Mapa as crianças apercebem-se facilmente que após os dois dias do fim-de-semana vêm mais cinco de trabalho e quando estão a preencher a tabela vão ajudando os colegas. Depois da tabela devidamente preenchida as crianças pintam os espaços relativos aos fins-de-semana, como se pode ver na figura 10.


**Figura 10** – A L. (4:5) e a M. (4:7) a pintarem os espaços relativos aos fins-de-semana.

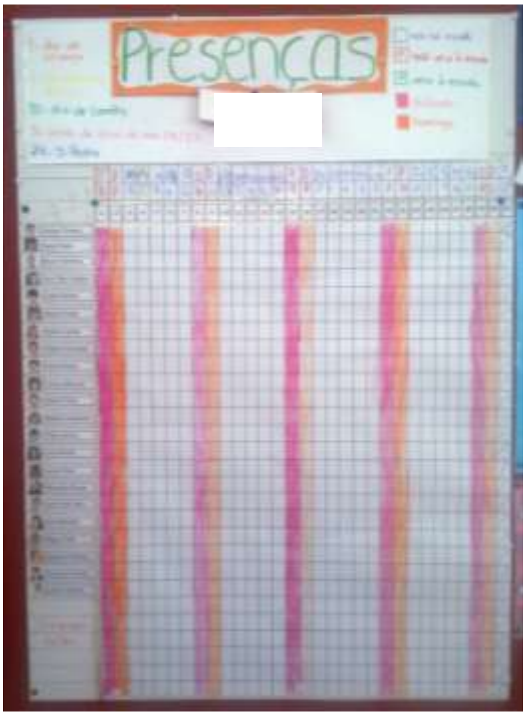



**Figura 11** – O Mapa das Presenças pronto.

Finda a tabela é bastante visível as regularidades aqui existentes, esta tarefa decorreu como o planeado, uma vez que eu optei por modificar e enriquecer o quadro das presenças. Quando iniciei o estágio observei o trabalho que era realizado a partir do mapa de presenças e constatei que para além das crianças marcarem as suas presenças, nada mais era feito. Resolvi então enriquecer este mapa das presenças que passou a permitir-me trabalhar os dias da semana, efetuar contagens (Quantos estamos? Quantos faltam? Quantas semanas tem o mês? Quantos fins-de-semana? etc.) e as regularidades existentes no mesmo.

**Tarefa 3 – Capa do livro de "Receitas"**

A segunda tarefa proposta às crianças foi a realização de uma sequência repetitiva, no livro de receitas. Para a realização desta tarefa as crianças utilizaram corações vermelhos, flores (vermelhas e laranja) e frutos variados. Cada uma das crianças escolheu à sua vontade os objetos para a decoração da sua capa. Para a realização desta tarefa as crianças trabalharam em pequenos grupos, para que os pudesse apoiar nas suas dificuldades.

As crianças começaram por escolher e colocar os objetos em cima do cartão de forma a criar sequências, sem os colar, depois eu questionava-os sobre a forma como estavam colocados. Para puder aferir se tinham realmente uma sequência e como tinham pensado enquanto a elaboravam.

A A. F. (5:3) é uma das meninas mais velhas da sala, no entanto devido à sua timidez apresenta muitas dificuldades nomeadamente ao nível da Matemática. Eu nunca sei se ela não sabe, ou não quer responder. Mas durante a realização das tarefas sobre o pensamento algébrico, ela colaborou sempre e pelo resultado obtido penso que ela compreendeu bem o que é uma sequência, e é capaz de identificar o padrão da sequência que criou. Enquanto estava a criar a sequência para a capa do seu livro, eu fui-a questionando acerca do que estava a fazer:

Beatriz: – *Então A. F. (5:3) já decidiste o que vais colocar na tua capa?*

A.F. (5:3): – *Sim!*

Beatriz: – *E o que vais colocar?*

A.F. (5:3): – *Eu vou colar corações vermelhos e frutos, porque é um livro de receitas.*

Beatriz: – *Muito bem. Podes retirar das caixinhas e colocar em cima da capa, mas não te esqueças que tens de criar uma sequência.*

A.F. (5:3): – *Sim! Eu não me esqueci, vou fazer uma sequência de corações e frutas.*

Beatriz: – *Está bem! Vamos lá a isso.*

A.F. (5:3): – *Olha eu posso colocar uma fruta a cada ponta e depois coloco os corações no meio, não posso Beatriz?*

Beatriz: – *Coloca lá primeiro como estás a pensar e depois vamos ver se fizeste uma sequência ou não, está bem?*

A.F. (5:3): – *Sim! Olha já está!*

Beatriz: – *Muito bem. Agora diz-me lá como pensaste.*

A.F. (5:3): – *Eu acho que tenho uma sequência. Não tenho?*

Beatriz: – *Isso vais tu dizer-me. Por onde começaste a colocar as coisas?*

A.F. (5:3): – *Aqui por cima, primeiro coloquei as bananas, depois o coco, a seguir os morangos e as uvas, mas depois queria também as maçãs e as laranjas então coloquei aqui. A seguir coloquei dois corações no meio das frutas.*

Beatriz: – *E achas que fizeste uma sequência?*

A.F. (5:3): – *Sim! Porque eu tenho uma fruta, dois corações, mais uma fruta e dois corações, mais outra fruta e dois corações, uma fruta e dois corações, outra fruta e dois corações, mais outra fruta e mais dois corações. Assim é uma sequência, não é?*

Beatriz: – *Sim A. F. (5:3) tu criaste uma sequência, mas agora és capaz de me dizer qual é o padrão da tua sequência? O que é que se repete?*

A.F. (5:3): – *Eu sei, é uma fruta e os dois corações.*

Beatriz: – *Sim esse é o teu padrão. Muito bem!*


**Figura 12** – O livro da A.F. (5:3).

A seguir foi a vez do J. (3:10), um dos meninos mais novos da sala decorar a sua capa. O J. (3:10) optou por utilizar três objetos diferentes na decoração da sua capa. Ele escolheu frutas, corações vermelhos e flores laranja. Depois de escolher os que queria utilizar perguntou:

J. (3:10): – *Eu posso ir colando já a minha sequência?*

Beatriz: – *Não J. (3:10), primeiro retiras das caixinhas o que queres utilizar e vais colocando em cima da capa, mas sem colares, de forma a criares uma sequência e só depois de vermos se está bem assim é que vais colar, está bem?*

J. (3:10): – *Está bem Beatriz.*

Passado algum tempo o J. (3:10) voltou a questionar-me:

J. (3:10): – *Olha lá Beatriz, eu quero pôr uma fruta a cada ponta e depois ponho os corações e as flores, pode ser assim?*

Beatriz: – *Podes colocar uma fruta em cada ponta, mas como queres colocar os corações e as flores? Quantos corações queres colocar em cada lado?*

J. (3:10): – *Eu quero dois corações e uma flor cor-de-laranja. Mas não sei como hei-de colocar a flor para fazer uma sequência.*

Beatriz: – *Hum… pensa lá bem! Podes colocar já os corações*.

J. (3:10): – *Está bem, eu ponho aqui dois corações* (ia dizendo o J. (3:10) enquanto colocava os corações entre as frutas), *aqui mais outros dois, aqui dois, aqui mais e mais outro e já está Beatriz.*

Beatriz: – *Muito bem. Agora onde achas que podes colocar as flores? Tu disseste que querias colocar uma em cada um dos lados, não foi?*

J. (3:10): – *Sim.*

Beatriz: – *E quantos lados tem a capa?*

J. (3:10): – *Não sei…*

Beatriz: – *Então diz-me lá onde está um lado.*

J. (3:10): – *Está aqui.*

Beatriz: – *Sim, e outro…*

J. (3:10): – *Pode ser este?*

Beatriz: – *Sim este é outro lado…*

J. (3:10): – *Já sei* (exclamou ele todo contente) *tem quatro lados, olha é este, este, este e mais este não é?*

Beatriz: – *Exatamente, então se tem quatro lados quantas flores vão ser necessárias?*

J. (3:10): – *Tão são quatro flores. Não é? A capa tem quatro lados são quatro flores, não é Beatriz?*

Beatriz: – *Sim senhor! É isso mesmo J. (3:10), tu acertaste.*

J. (3:10): – *Boa, eu já sou grande e sei contar.*

Beatriz: – *Mas agora como vais colocar as quatro flores? Onde é que achas que as vais colocar para poderes obter uma sequência?*

J. (3:10): – *Não sei, mas eu queria colocá-las aqui* (no meio dos dois corações)*, mas não sei se assim tenho uma sequência.*

Beatriz: – *Então coloca-as lá onde estás a dizer e depois vamos ver se ficaste ou não com uma sequência.*

J. (3:10): – *Está bem. Eu ponho uma aqui, outra aqui, outra aqui e outra aqui no meio. Já está! Está bem assim?*

Beatriz: – *Não sei, tu é que me vais dizer se está bem ou não. Vamos lá ver o que colocaste em cima?*

J. (3:10): – *Aqui tenho muitas frutas, depois um coração, depois a flor, a seguir tenho o outro coração e os limões.*

Beatriz: – *Sim e deste lado* (lado direito)?

J. (3:10): – *Tenho os limões, mais um coração, mais uma flor, mais um coração e outra fruta. Olha já sei, depois tenho outro coração, mais outra flor, um coração, uma fruta, um coração, uma flor e as frutas outra vez.*

Beatriz: – *E assim achas que tens uma sequência ou não? Pensa lá bem.*

J. (3:10): – *Se calhar tenho porque está tudo seguido não é? Uma fruta, um coração, uma flor, um coração, outra fruta …*

Beatriz: – *Então achas que tens uma sequência?*

J. (3:10): – *Sim, porque está tudo a seguir…*

Beatriz: – *Sim J. (3:10) realmente tu conseguiste criar uma sequência com três termos, ou seja, com três objetos diferentes. E agora será que és capaz de me dizer qual é o padrão da tua sequência?*

J. (3:10): – *Isso se calhar não sei … espera lá tenho de pensar.*

Beatriz: – *Olha lembraste da sequência que fizemos no quadro? Era uma bola azul, outra vermelha, depois outra azul e a seguir outra vermelha …*

J. (3:10): – *Sim eu lembro-me e o padrão era uma bola azul e uma bola vermelha…*

Beatriz: – *Exatamente, então agora olha lá bem para a tua sequência e pensa lá o que é que tens primeiro que depois se vai repetindo sempre à volta da capa.*

J. (3:10): – *Eu acho que é uma fruta, um coração, uma flor, um coração … não é?*

*Beatriz: – Sim J. (3:10), esse é o teu padrão.*


**Figura 13** – O livro do J. (3:10).

A maioria das crianças optou por escolher só dois termos para a sua sequência, criando assim uma sequência repetitiva do tipo AB, como podemos ver nas figuras 14 e 15.


**Figura 14** – O livro do R.P. (6:00).


**Figura 15** – O livro do D. (5:10).

Ao observarmos o trabalho realizado pelo R.P. (6:00) podemos verificar que este optou por colocar uma fruta, em cada um dos cantos, e uma flor formada a partir da junção de três corações. De frisar que este é a criança mais velha da sala. Ele construiu uma sequência repetitiva formada por dois termos do tipo ABAB…

Relativamente ao trabalho realizado pelo colega D. (5:10), também ele uma das crianças mais velhas da sala posso verificar que ele optou por flores vermelhas alternadas com frutas. Também o D. (5:10) criou uma sequência repetitiva do tipo ABAB. Ao contrário do J. (3:10) que criou uma sequência repetitiva com três termos, criando assim uma sequência do tipo ABCABC…

**Tarefa 4 – Blocos lógicos (Jogo de sequências)**

Comecei por pedir às crianças que formassem uma sequência tendo em conta a forma (triângulo, quadrado, círculo ou retângulo), como podemos ver na Figura 16.

**Figura 16** – O B. (5:4), o R.G. (5:1) e a A. F. (5:3) com as suas sequências.

Nesta figura podemos ver que a A. F. (5:3) fez uma sequência de quadrados e círculos, só pela forma geométrica, assim como, o B. (5:4) que optou pelos triângulos e retângulos, realizando uma sequência também unicamente pela forma, o R.G. (5:1) elaborou a sua sequência também tendo em conta unicamente a forma geométrica das diferentes figuras utilizadas (quadrados e triângulos).

Depois das crianças terem terminado as suas sequências, questionei-as acercas do critério que tinham utilizado, ao que elas responderam que tinham construindo a sequência da seguinte forma:

R. G. (5:1): – *Primeiro meti um triângulo, depois um quadrado, depois um triângulo, outro quadrado, um triângulo, um quadrado até acabar.*

Seguidamente fui ouvir a forma de pensar de todas as crianças que estavam a realizar o jogo, e, quando cheguei perto do R. P. (6:0) reparei que ele tinha utilizado dois critérios: a cor e a forma, como se pode ver na figura 17.

**Figura 17** – O R. P. (6:0) com a sua sequência.

Sem que eu pedisse o R.P. (6:0), resolveu construir a sua sequência tendo em conta o critério cor e ao mesmo tempo o critério forma. Eu pedi para ele me explicar como tinha pensado, para fazer a sua sequência e ele respondeu:

R.P. (6:0): – *Eu meti um quadrado vermelho, depois um triângulo amarelo, depois um quadrado azul, a seguir comecei a repetir meti outro quadrado vermelho, outro triângulo amarelo, outro quadrado azul e foi assim.*

O R.P. (6:0) conseguiu utilizar dois critérios em simultâneo, da sua livre iniciativa e estava corretíssima a sua sequência. Este pequeno jogo, permitiu às crianças conhecerem, compreenderem e utilizarem várias figuras geométricas, neste caso os blocos lógicos, a partir dos quais construíram os seus padrões e posteriormente as suas sequências. Para a introdução da álgebra nos primeiros anos, um dos caminhos possíveis é através de padrões. Apesar de já terem realizados as sequências nos dois trabalhos anteriormente referenciados, não esperava que o R.P. (6:0) realizasse a sua sequência baseada em dois critérios – cor e forma. Penso que este tipo de jogos ajudam a criança de uma forma lúdica a contactar e a adquirir conhecimentos matemáticos, fundamentais para a sua entrada no 1.º ciclo.

## No 1.º Ciclo

Relativamente à minha investigação em 1.º Ciclo esta baseou-se, essencialmente, na exploração de tarefas que permitiam aos alunos: identificar variáveis; reconhecer sequências pictóricas crescentes; investigar e reconhecer regularidades; e expressar através de linguagem natural ou simbólica a sua generalização. Para a realização das tarefas foi introduzido o ensino exploratório na sala de aula, por ser um tipo de ensino que me permite observar e analisar a forma como os alunos interpretam, analisam e resolvem as tarefas propostas, para além de me permitir saber como os alunos pensam.

Neste tipo de ensino os alunos têm um papel preponderante, o que se torna essencial para a sua aprendizagem e aquisição de conhecimentos. De salientar o papel do professor neste tipo de ensino, pois é de extrema importância o seu desempenho e a forma como apresenta e coordena a aula. Caso desconheça a forma de atuar perante este tipo de ensino, pode vir a revelar-se prejudicial tanto para o professor como para os alunos. O professor deverá ter bem definido todos os objetivos, planificar muito bem a tarefa e definir estratégias para a sua realização, de forma a incentivar os alunos a participarem na sua realização.

Para a realização das várias tarefas foram utilizados materiais manipuláveis, pois ajudam os alunos na visualização espacial da tarefa. O principal objetivo foi o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos e observar/investigar de que forma é que este pode evoluir.

### Tarefa 1 – Cubos com autocolantes

A presente tarefa tem como objetivo geral o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, mais precisamente o reconhecimento de uma sequência e das variáveis que nela se encontram implícitas, a identificação da relação entre elas, e a expressão da regra geral da relação entre as variáveis, em linguagem natural e/ou linguagem simbólica.

A aula iniciou com a projeção do enunciado da tarefa “Cubos com autocolantes”, no quadro interativo.

**“Cubos com autocolantes”**

A Joana está a construir um jogo com cubos e autocolantes. Ela une os cubos por uma das faces e forma filas de cubos. Depois cola um autocolante em cada uma das faces. A imagem mostra a construção que a Joana fez com 2 cubos. Nessa construção ela usou 10 autocolantes.

1. Descobre quantos autocolantes a Joana usa numa construção com:
   1.1. Três cubos.
   1.2. Quatro cubos.
   1.3. Dez cubos.
   1.4. Cinquenta e dois cubos.

2. Consegues descobrir qual é a regra que permite saber quantos autocolantes a Joana usa numa construção com um qualquer número de cubos? Explica como pensaste.

**Figura 18** – Enunciado da tarefa “Cubos com autocolantes”.

Solicitei à S. para ler o enunciado e ao G. R. para explicar aos colegas a forma como interpretou o enunciado.

Beatriz: – *Como é que a Joana faz as suas construções? Que materiais utiliza? Como os organiza?*

G.R.: – *A Joana faz uma construção com dois cubos, depois de colar os dois cubos ela cola os autocolantes (smiles) nas faces que se vêm e cola dez autocolantes.*

Beatriz: – *Porque é que a Joana não colou autocolantes no meio?*

G.R.: – *Porque como estão colados não se veem.*

D.: – *Pois professora não faz sentido colocar autocolantes no meio, porque quando se juntam os cubos essas faces ficam escondidas. E o enunciado também diz que ela só utilizou 10 autocolantes e está certo.*

Beatriz: – *Todos concordam com os vossos colegas?*

Todos: – *Sim!*

Beatriz: – *Então vamos lá ver se a construção da Joana está mesmo correta. A. R. não te importas de vir ajudar? Como é que a Joana fez a sua construção?*

A.R.: – *Ela colou os dois cubos …*

Beatriz: – *E depois?*

A.R.: – *Depois colou os autocolantes nas faces que ficam a aparecer.*

Beatriz: – *Podes colar, se faz favor.*

Enquanto a A.R. ia colando os autocolantes eu segurava e ia rodando os cubos, de forma que ela colasse primeiro os autocolantes nas faces e no final os topos. Para ajudar os alunos nas construções seguintes.

(…)

Beatriz: – *Quantos autocolantes colaste?*

A.R.: – *Um, dois, três… dez. Colei dez autocolantes.*

Beatriz: – *Exatamente. Mas a seguir que fez a Joana?*

Todos: – *Fez uma construção com três cubos.*

Beatriz: – *Fez uma construção em que juntou mais um cubo e colou os autocolantes.*

S.: – *Mas se ela juntar a essa construção o autocolante do meio não se vê, pois não?*

Beatriz: – *Pensa lá bem S. se eu juntar outro cubo a estes dois, as faces que se tocam vêem-se?*

S.: – *Não, já percebi, faz de conta que não está lá e contamos só os que se vêem, não e?*

Beatriz: – *Sim, alguém tem mais dúvidas?*

Todos: – *Não!*

Beatriz: – *Então o responsável do dia vai distribuir os enunciados e os materiais necessários e podem começar a trabalhar.*

Posteriormente os alunos começaram a resolver a tarefa, enquanto eles resolviam a tarefa fui circulando pelos vários pares, auxiliando sempre que necessário, mas sem dar respostas concretas, ou seja respondia a uma questão com uma outra que os levava a pensar e a chegar à solução. O objetivo é serem os alunos a resolverem a tarefa, pois caso contrário seria resolvida em grande grupo. Uma vez que um dos objetivos do ensino exploratório é serem os alunos a resolverem a tarefa, procurando estratégias que os conduzam ao resultado final. Para que no momento da apresentação possam surgir diferentes formas de representação.

Para responderem à questão sobre a construção com três e quatro cubos, os alunos recorrem aos cubos manipuláveis e aos autocolantes. Mas enquanto circulava pelos pares verifiquei que alguns alunos estavam com dificuldades na resolução da tarefa, pois apresentavam dificuldade ao nível da visualização espacial. Apresentando dificuldade na contagem das faces dos cubos, como foi o caso da C.R. e da C.O. que não conseguiram resolver a tarefa, quando cheguei perto delas verifiquei que não conseguiam contar corretamente as faces e autocolantes necessários para cada uma das construções, então coloquei algumas questões:

Beatriz: – *Então como está a correr a tarefa, conseguem já responder à primeira questão?*

C.O.: – *Eu não estou a perceber bem, estou confusa. Parecia tão fácil e agora já não percebo nada…*

C.R.: – *Pois eu também não…*

Beatriz: – *Vamos lá ver. Quantos autocolantes utilizou a Joana na primeira construção?*

C.O.: – *Foram 10.*

Beatriz: – *Então se numa construção com dois cubos utilizou 10 autocolantes, se vocês agora juntarem mais um cubo, quantos autocolantes têm de colar? Quantas faces ficam visíveis?*

C.R.: – *Hum… deixa ver … se juntarmos três cubos … ficam* um, dois, três, quatro, *…, doze, treze,* catorze.

C.O.: – *Pois, são catorze autocolantes.*

Beatriz: – *Agora façam o mesmo para a próxima construção, está bem? Só têm de seguir o mesmo raciocínio e acho melhor registarem os valores para não se esquecerem, está bem?*

C.O.: – *Está bem.*

Seguidamente dirigi-me à mesa onde se encontravam a S. e o D.S. e depois de verificar que eles estavam a pensar de forma errada, pois estavam a multiplicar os lados e esqueceram os topos das construções. Tentei que eles verificassem que não estavam a pensar corretamente, mas consegui que eles compreendessem que para um cubo necessitavam de seis autocolantes, para dois necessitavam de dez, para três necessitavam de catorze e para quatro eram necessários dezoito autocolantes. Este grupo optou então por construir uma tabela, o que facilitou a resolução da tarefa.

No final os pares apresentaram as suas conclusões aos colegas e a forma como pensaram. Esta tarefa foi a primeira tarefa que este grupo de alunos realizou através do ensino exploratório, pois estavam habituados a resolver problemas em grande grupo, mas não a pares ou em pequenos grupos. No entanto apesar das dificuldades alguns grupos conseguiram atingir alguns dos objetivos propostos, mas não conseguiram chegar à expressão da regra geral.

**Resoluções apresentadas pelos alunos**

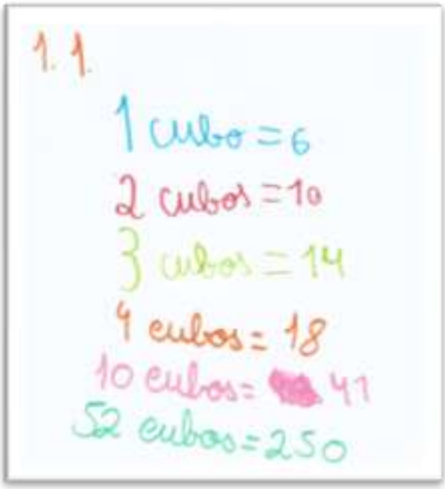



**Figura 19** – Resolução apresentada pelo D. e L.

A figura 19 mostra a resolução do D. e do L. à questão 1. Estes alunos conseguiram obter os resultados corretos para as construções até 4 cubos, mas depois para dez cubos e para 52 não conseguiram chegar ao resultado correto. Os alunos também não conseguiram responder à questão 2, que pedia a regra para saber quantos autocolantes são necessários para uma construção com um número qualquer de cubos.

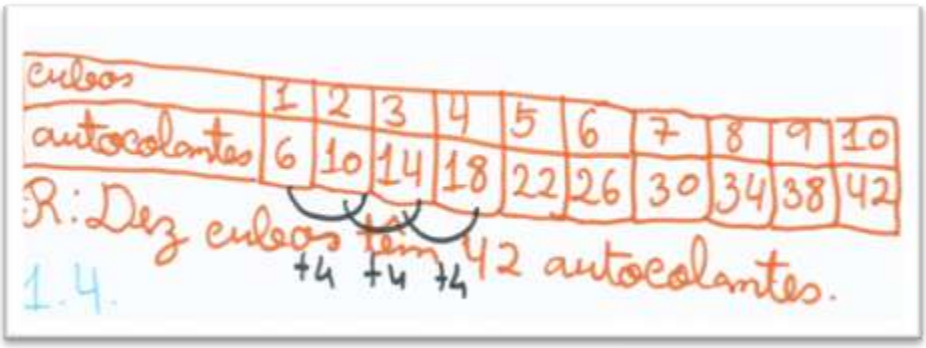



**Figura 20** – Resolução apresentada pela A.R. e o M.

O grupo formado pela A.R. e o M. optaram, e muito bem, por construir uma tabela. Eles começaram por colocar os dados fornecidos pelo enunciado e depois foram fazendo algumas construções, até se aperceberem que de uma construção para a seguinte, bastava acrescentar mais 4 autocolantes.

Beatriz: – *Será que vocês me sabem explicar o que é este (+4) que aqui está por baixo da tabela?*

M.: – *Nós resolvemos fazer uma tabela, porque é mais fácil.*

A.R.: – *Sim, na tabela escrevemos por cima quantos cubos tinha a construção.*

M.: – *Pois e por baixo quantos autocolantes temos de colar em cada construção.*

Beatriz: – *Muito bem, mas ainda não me responderam à minha pergunta.*

M.: – *Então, nós sabemos que um cubo tem 6 faces, por isso se for só um cubo temos de colar 6 autocolantes.*

A.R.: – *Mas se forem dois cubos, as faces que ficam escondidas não se contam e colamos só 10 autocolantes que são as que se vêm.*

M.: – *Pois foi isso. Nós fizemos algumas construções e contamos as faces que ficavam à mostra e colávamos os autocolantes. Depois quando já não tínhamos mais cubos para poder fazer mais construções eu comecei a olhar para a tabela e reparei que era sempre mais quatro autocolantes que tínhamos de colar quando juntávamos mais um cubo.*

A.R.: – *Depois para os 52 cubos não conseguimos fazer.*

M.: – *Pois porque são muitos cubos.*

Beatriz: – *Não faz mal interessa é terem chegado até aqui e terem descoberto que de uma construção para a seguinte basta juntar mais 4 autocolantes.*


**Figura 21** – Resolução apresentada pelo G.R. e pelo R.

Relativamente ao grupo do G.R. e R., estes alunos conseguiram descobrir o número de autocolantes necessários para a construção com os 52 cubos. Começaram pela construção da tabela, descobriram que de uma construção para outra adicionavam mais 4 autocolantes.

Beatriz: – *Expliquem lá como é que vocês pensaram.*

G.R.: – *Nós resolvemos fazer uma tabela…*

R.: – *Não primeiro nós não tínhamos tabela e estava uma grande confusão, depois é que resolvemos fazer a tabela.*

G.R.: – *Pois foi isso. Mas, quando estávamos a fazer a tabela percebemos que era sempre (+4).*

R.: – *Pois quando passávamos de uma construção para a outra … juntávamos mais um cubo, não era? Por isso reparamos que quando juntávamos mais um cubo também colávamos mais 4 autocolantes.*

G.R.: – *Sim por isso se soubermos o número de cubos também sabemos o número de autocolantes, porque é o número de cubos vezes quatro, mais dois autocolantes que estão nas pontas.*

R.: – *Sim foi assim que a gente pensou.*

Este grupo apesar de não conseguir passar para o papel a regra geral para esta tarefa, conseguiu ainda assim por palavras expressar a regra. Foi o único grupo que conseguiu de uma forma geral atingir os objetivos propostos, embora não tenha expressado a regra em linguagem simbólica. Como frisei no início esta foi a primeira tarefa que os alunos realizaram, talvez por esse facto tenham apresentado tantas dificuldades. O último grupo em questão é constituído pelo melhor aluno da turma e por outro também muito bom, talvez por esse facto tenho conseguido chegar à regra.

Em suma esta tarefa permitiu uma articulação e conexão entre os vários conteúdos e as capacidades transversais. Por isso penso que é fundamental para a aprendizagem dos alunos este tipo de ensino. Uma vez que a partir da tarefa que lhes é dada, os alunos procuram encontrar resoluções possíveis para a sua solução.

As produções dos alunos e as conclusões a que chegaram em grande grupo, permitem observar que: identificaram a estrutura matemática da situação em análise; estabeleceram relações numéricas entre as duas variáveis em causa; mas não conseguiram chegar a uma regra para a determinação de qualquer termo da sequência, em linguagem simbólica.

**Tarefa 2 – Quantos telefonemas?**

A tarefa "Quantos telefonemas" apresenta como objetivo geral desenvolver o pensamento algébrico dos alunos, em particular o reconhecimento de uma sequência pictórica crescente, investigar e reconhecer regularidades numéricas, expressar em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas. Para procederem à realização da tarefa os alunos trabalharam em grupos de quatro elementos.

A aula iniciou com a projeção do enunciado da tarefa "Quantos telefonemas?", no quadro interativo.

**Quantos telefonemas?**

1. Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se. Descobre quantas chamadas tiveram que fazer os cinco amigos para se felicitarem entre si…

1.1. E se fossem seis amigos, quantos chamadas fariam?

1.2. E se fossem sete amigos, quantos chamadas fariam?

1.3. Consegues descobrir alguma regra para qualquer número de amigos?

**Figura 22** – Enunciado da tarefa "Quantos telefonemas?".

Solicitei à I. para ler o enunciado e à M.S. para explicar aos colegas a forma como interpretou o enunciado.

Beatriz: – *Depois da leitura do enunciado és capaz de explicar aos teus colegas o que é pedido?*

M.S.: – *Então cinco alunos ganharam um concurso e depois ligaram uns aos outros a dar os parabéns. E queremos saber quantas chamadas é que eles tiveram de fizer.*

Beatriz: – *Mas não nos podemos esquecer que as chamadas não se repetiram, por exemplo se eu te ligar a ti tu não me vais ligar a mim, pois já nos felicitamos.*

M.S.: – *Pois, acho que estou a perceber. Por exemplo posso ser eu, o D., o L., a I. e o R., eu ligo a eles todos, mas eles já não me ligam a mim, não é verdade?*

Beatriz: – *Exatamente, as chamadas não se podem repetir entre os alunos. Percebido?*

Todos: – *Sim!*

Beatriz: – *Podem resolver da forma que quiserem, mas não se esqueçam que no final têm de saber explicar aos colegas a forma como pensaram para chegar aos resultados.*

Após a apresentação oral da tarefa, o responsável do dia distribuiu o enunciado da tarefa a cada aluno e as folhas $A_3$, para depois apresentarem aos colegas no final e começaram a trabalhar. Enquanto os alunos trabalhavam eu andei a circular pelos vários grupos, de forma a verificar e apoiar os alunos, sem nunca dar uma resposta concreta, mas sim lançando questões que os fizessem pensar. Durante cerca de 40 minutos os alunos trabalharam na tarefa, registando numa folha as primeiras ideias e resoluções, posteriormente passaram para a folha $A_3$, as resoluções encontradas para apresentarem à turma no momento da discussão da tarefa.

O grupo 1 recorreu à representação icónica ao fazer o desenho dos amigos que realizaram as chamadas, como se pode observar na figura 23.

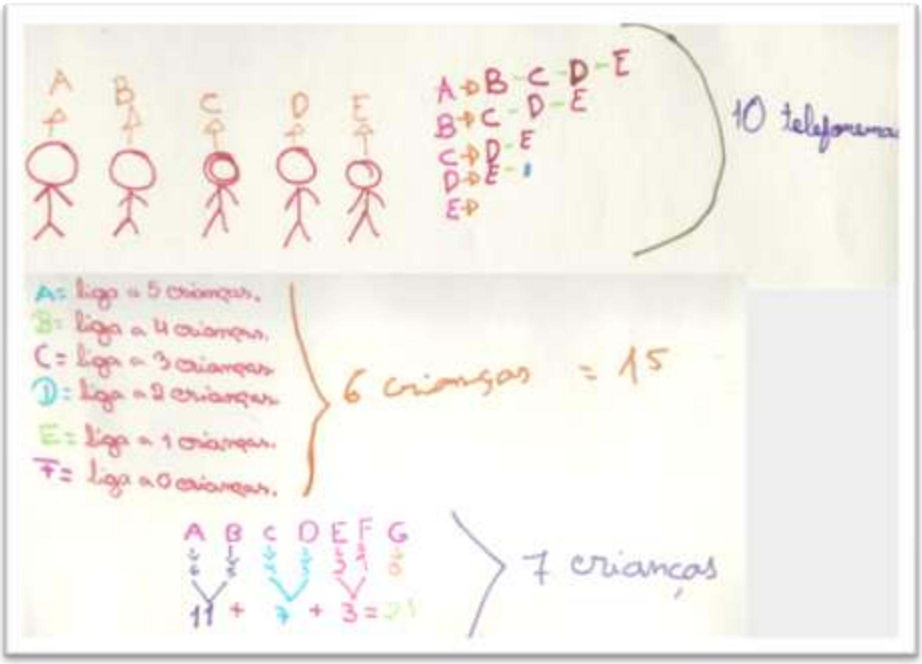



**Figura 23** – Resolução apresentada pelo grupo 1.

No entanto este grupo fez corresponder a cada amigo uma letra, a partir do desenho elaborado os alunos procederam à realização de um pequeno esquema que nos mostra “quem telefonou a quem”, ou seja o amigo A terá telefonado para os amigos B, C, D e E. A seguir, o amigo B telefonou ao C, D e E. Seguidamente o amigo C telefonou ao D e ao E.

Por fim o D telefonou ao E. Finalmente os alunos foram somar as chamadas realizadas entre os vários amigos e chegaram à solução final. O grupo 1 obteve assim um esquema que nos permite a visualização do número de chamadas efetuadas e entre quem foram realizadas.

No momento da apresentação o grupo explicou que:

Grupo 1: – *Para 5 amigos fizemos o desenho deles e demos uma letra a cada um e contamos as chamadas. Depois para os seis amigos utilizámos só as letras porque já tínhamos percebido que era o número de amigos menos um, por isso contamos quantas chamadas tinham de fazer. Quando chegamos aos sete amigos fizemos outro esquema e escrevemos as letras, à mesma, depois escrevemos os algarismos por ordem decrescente, mas começamos sempre no número de amigos menos um, porque ele não podia telefonar para ele mesmo. Decidimos primeiro fazer o desenho para ser mais fácil para nós percebermos, depois já não foi preciso fazer mais desenhos.*

Por sua vez o grupo 2 optou por dar nomes aos amigos, como se pode verificar na figura 24.

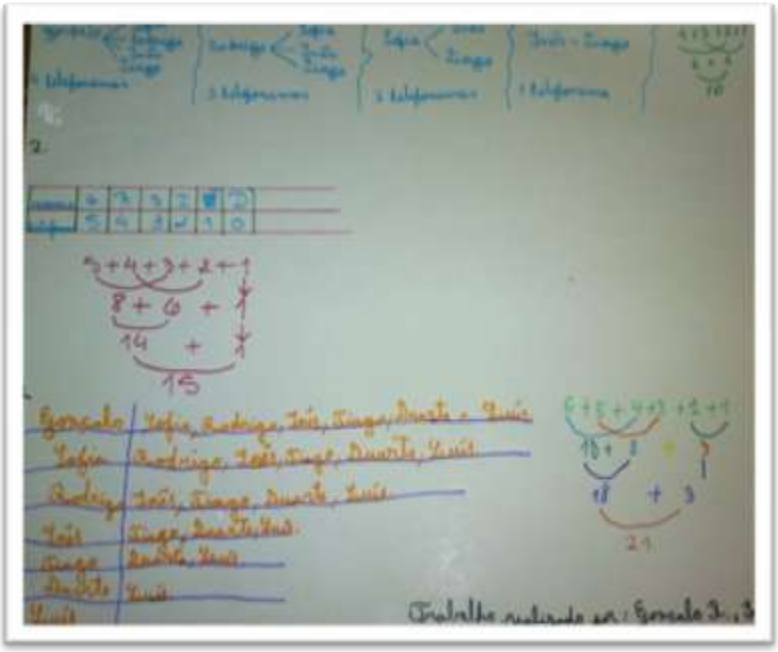


**Figura 24** – Resolução apresentada pelo grupo 2.

Este grupo optou por dar nomes em vez de letras, como aconteceu com o grupo1. Este grupo elaborou um esquema a partir de nomes que deram aos amigos e a partir deste esquema chegaram à solução final. Para além dos nomes, para procederem à contagem das chamadas utilizaram uma representação simbólica.

Grupo 2: – *Pois, nós pensamos em dar nomes, porque assim imaginamos que estávamos a telefonar aos nossos amigos e escrevemos os nomes deles depois resolvemos fazer um esquema. Assim, o Gonçalo telefona à Sofia, ao Rodrigo, à Inês e ao Tiago, depois é a vez de o Rodrigo telefonar à Sofia, à Inês e ao Tiago, mas já não telefona ao Gonçalo porque já tinha falado com ele. A seguir é a vez da Sofia que só já vai telefonar à Inês e ao Tiago, porque já falou com os outros amigos e depois só falta a Inês falar com o Tiago. No final contamos as chamadas todas e vimos que tinham feito 10 chamadas. Depois para vermos se o resultado estava certo fizemos ainda um esquema e foi-nos dar o mesmo resultado. Assim fomos fazer o mesmo para os seis amigos e para quando são sete amigos. Também vimos que se forem cinco amigos começamos a contar as chamadas 5-1= 4, depois se forem seis amigos fazemos 6-1=5 e começamos no número cinco a contar as chamadas. É sempre assim é o número de amigos menos 1.*

Um outro grupo, o grupo 3, resolveu elaborar uma tabela, como se pode constatar através da figura 25.

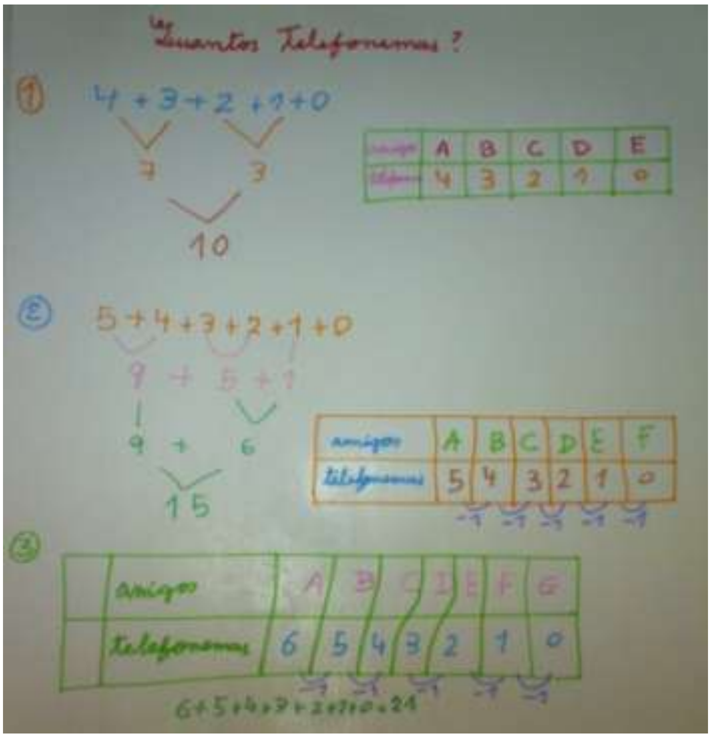



**Figura 25** – Resolução apresentada pelo grupo 3.

Como se pode observar o grupo 3, nas linhas escreveu o número de amigos e o número de telefonemas, a seguir nas colunas fez corresponder uma letra a cada um dos cinco amigos e finalmente o número de chamadas que cada um terá efetuado. Eles começaram pelo 4 e foram colocando os algarismos por ordem decrescente de 4 até chegarem a zero.

Grupo 3 – *Então, nós pensamos primeiro em fazer uma tabela, mas fizemos também as contas neste esquema. Depois fizemos de conta que éramos nós que tínhamos ganho o concurso, mas como somos só 4 resolvemos acrescentar mais um amigo que é o E, a seguir estivemos a ver para quantos tínhamos de telefonar. No início enganamo-nos, porque estávamos a telefonar todos uns aos outros, mas depois vimos que não podia ser porque quando eu telefonava ao B ele já não me podia telefonar porque já tínhamos falado os dois e foi assim que a gente pensou. Quando estávamos a fazer a segunda tabela reparamos que era sempre menos 1.*

Durante o momento das apresentações os alunos foram frisando sempre o (-1), mas o grupo 2 ainda tentou chegar à regra apesar de não a ter conseguido expressar corretamente, como podemos ver na figura 26.

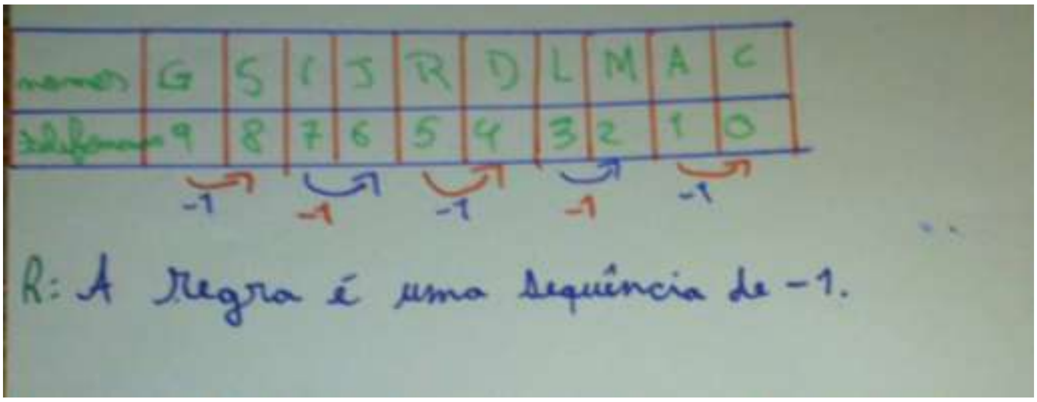



**Figura 26** – Tentativa de chegar à regra apresentada pelo grupo 2.

De acordo com as palavras deste grupo a regra seria a seguinte:

Grupo 2 – *Nós pensamos que a regra é sempre o número de amigos menos 1.*

Na parte da sistematização, resolvi propor aos alunos o preenchimento de uma tabela, com os dados que já tínhamos e acrescentando mais alguns, de forma a chegarmos à regra geral.

**Tabela 5** – Tabela construída em grande grupo.

| Número de amigos | 1 | 2 | 3 | **4** | **5** | **6** | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Números de chamadas | 0 | 1 | 3 | **6** | **10** | **15** | 21 | 28 | 36 | 45 |

Para a construção da tabela começamos por colocar os dados que já tínhamos referentes à questão 1 da tarefa, ou seja, para cinco amigos, para seis e para sete amigos o número de chamadas que tinham de ser realizadas (destacadas a *bold* na tabela 5). Depois fui questionando os alunos que tinham apresentado mais dificuldades, para menos de cinco amigos. Depois em grande grupo fomos construindo a tabela, ao fim de algum tempo a tabela estava completa.

Seguidamente fui incentivando os alunos a descobrir a regra, partindo da solução encontrada pelo grupo 2, os alunos exprimiram a regra geral da seguinte forma:

*A regra para descobrir o número de chamadas feitas por um número qualquer de amigos, é só somar todos os números começando no número um até ao número de amigos menos um.*

Ao fazer uma análise desta tarefa, podemos verificar que em relação ao episódio anterior, os alunos revelaram menos dificuldades e apresentaram resultados já mais próximos da generalização. As representações utilizadas também já divergiram um pouco em relação ao anterior surgindo representações ativas, simbólicas e icónicas, representadas através do desenho, das tabelas e dos esquemas numéricos.

As produções dos alunos e as conclusões a que chegaram em grande grupo, permitem observar que: identificaram a estrutura matemática da situação em análise; estabeleceram relações numéricas entre as duas variáveis em causa; e, generalizaram uma regra para a determinação de qualquer termo da sequência, em linguagem natural, justificando-a.

**Tarefa 3 – Organizar mesas**

A terceira tarefa analisada denomina-se "Organizar mesas" apresenta como objetivos: identificar as variáveis: número de mesas (retângulos laranja), número de cadeiras/amigos (retângulos azuis); identificar a relação entre as variáveis: número de cadeiras/amigos (retângulos azuis) é o quádruplo do número de mesas mais dois; reconhecer uma sequência pictórica crescente; investigar e reconhecer regularidades numéricas; expressar em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas. Para procederem à realização da tarefa os alunos trabalharam em grupos de quatro elementos.

A aula iniciou como habitualmente com a projeção do enunciado da tarefa "Organizar mesas", no quadro interativo.

**Organizar Mesas**

O Manuel e o seu pai estão a organizar as mesas, para a sua festa de aniversário. Começaram por juntar as mesas, colocando-as lado a lado. As mesas são retangulares e em cada um dos lados podem ficar duas pessoas sentadas, à exceção de cada um dos topos, onde apenas pode ficar uma pessoa, como se pode ver na figura 1.

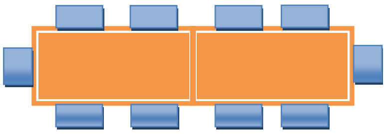


Figura 1

Ao juntar duas mesas, o Manuel verificou que podia sentar 10 dos seus amigos. Se juntasse três mesas conseguiria sentar 14 amigos.

1. Quantos amigos consegue o Manuel sentar se juntar 4 mesas?
2. Quantas mesas deve juntar o Manuel para conseguir sentar 30 amigos?
3. Quantos amigos se podem sentar em 50 mesas juntas?
4. Tendo presente esta organização das mesas, achas que será possível sentar 100 amigos sem deixar nenhum lugar vazio? Porquê?
5. Como farias para calcular o número de amigos que se podem sentar num determinado número de mesas?

**Figura 27** – Enunciado da tarefa "Organizar mesas".

Hoje foi a vez da J. ler o enunciado em voz alta para a turma. Depois o D. explicou aos colegas como tinha interpretado a tarefa:

D.: – *O Manuel mais o pai estão a organizar umas mesas e resolveram juntá-las. As mesas são retangulares e numa mesa podem ficar sentadas duas pessoas de cada lado, mas às pontas só pode ficar uma.*

Beatriz: – *Sim, olhem bem para a figura 1. Quantas mesas estão representadas?*

D.: – *São duas mesas com oito cadeiras de lado e mais uma a cada ponta, ou seja mais duas cadeiras.*

Para que os alunos percebessem bem a tarefa, o D. utilizou 2 retângulos amarelos para representar as mesas e depois colocou à volta das mesas 10 retângulos azuis que simbolizavam as 10 cadeiras.

Beatriz: – *Não se esqueçam das cadeiras das pontas quando estiverem a responder às questões. Perceberam bem ou ainda têm alguma dúvida?*

Todos: – *Não!*

Beatriz: – *Já sabem que podem fazer como quiserem, através de esquemas, de desenhos, de tabela, etc., mas não se esqueçam que no final têm de saber explicar aos colegas a forma como pensaram para chegar aos resultados.*

Após a apresentação oral da tarefa, o responsável do dia distribuiu o enunciado da tarefa a cada aluno, as folhas $A_3$, 4 retângulos amarelos e 18 retângulos azuis. Para a realização desta tarefa os alunos utilizaram materiais manipuláveis, mais uma vez, para os auxiliar na visualização. Enquanto os alunos trabalhavam eu andei a circular pelos vários grupos, de forma a verificar e apoiar os alunos, sem nunca dar uma resposta concreta, mas sim lançando questões que os fizessem pensar. Durante cerca de 40 minutos os alunos trabalharam na tarefa, registando numa folha as primeiras ideias e resoluções, posteriormente passaram para a folha $A_3$, as resoluções encontradas para apresentarem à turma no momento da discussão da tarefa.

A discussão deve centrar-se não só na expressão da regra, mas também na forma como os alunos chegaram à regra, ou seja, como chegaram à generalização total. Enquanto os colegas apresentam, todos podem comentar, colocar questões e até mesmo estabelecer comparações entre as resoluções apresentadas.

O grupo 1 recorreu ao desenho, a esquemas e a tabelas para resolver a tarefa, como podemos verificar na figura 28.

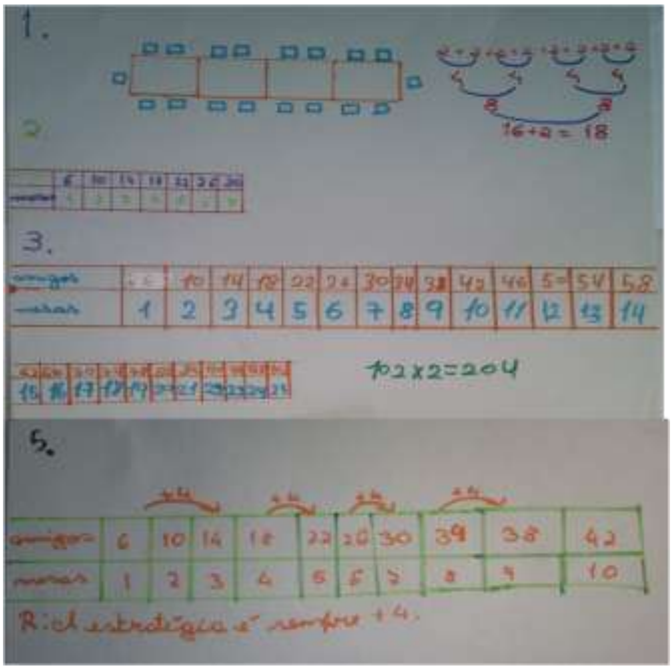



**Figura 28** – Resoluções do grupo 1.

O grupo 1 para responder à primeira questão recorreu ao desenho e representou as quatro mesas e as respetivas cadeiras à volta das mesas. Para efetuar a contagem recorreu a um esquema que lhes permitiu chegar ao resultado correto. No entanto para responder às questões 2 e 3 optou por construir tabelas. Quando questionei o grupo acerca das estratégias que tinham utilizado para completar as tabelas, responderam:

Grupo 1: – *Nós utilizámos os retângulos amarelos e os quadrados azuis para começarmos a tabela. Depois escrevemos que para uma mesa são necessárias 6 cadeiras, para duas mesas precisamos de 10 cadeiras, …, para quatro mesas são precisas 18 cadeiras. Como não tínhamos mais retângulos amarelos resolvemos observar a tabela e reparamos que 6+4=10, que 10+4=14 e que 14+4=18, então fomos contando sempre mais 4 e completamos a tabela toda.*

As respostas às questões 3 e 4 os alunos optaram por dar oralmente.

Beatriz – *E quantos amigos é que vocês acham que podem sentar em 50 mesas iguais a estas?*

Grupo 1 – *Nós na tabela fizemos até 25 mesas e vimos que se podiam sentar 102 amigos, então 25 é metade de 50, por isso fomos multiplicar os 102 amigos por dois e deu 204. Assim achamos que em 50 mesas sentam-se 204 amigos.*

Beatriz – *E acham que está certo o vosso resultado?*

Grupo 1 – *Sim.*

Beatriz – *E conseguiram responder à questão 5? A que pede para vocês descobrirem uma forma de calcular o número de amigos que podem sentar num determinado número de mesas?*

Grupo 1 – *Sim, nós descobrimos que temos sempre de somar mais quatro ao número anterior.*

Beatriz – *Está bem, depois dos vossos colegas apresentarem já voltamos a falar.*

A seguir foi a vez do grupo 2 apresentar as suas conclusões.

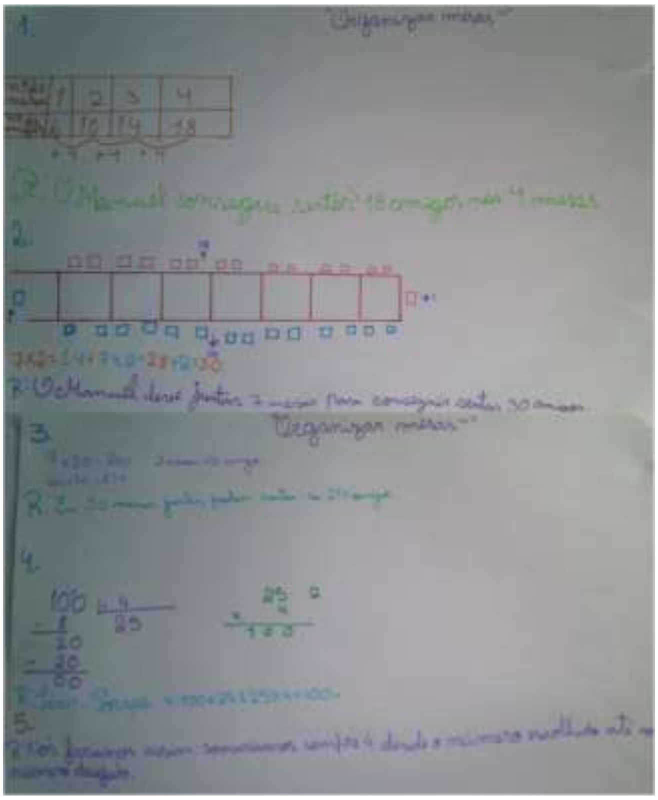


**Figura 29** – Resoluções do grupo 2.

O grupo dois para calcular o número de amigos que se sentariam em quatro mesas recorreu aos materiais fornecidos (retângulos amarelos e azuis) e construiu uma tabela, mas para responder à segunda questão foi desenhando mesas e cadeiras até conseguir sentar os 30 amigos. Depois recorreu à simbologia e efetuou os seus cálculos para provar que a sua construção (desenho) estava correta. No entanto para responder à terceira questão baralhou-se um pouco começou muito bem ao multiplicar 4x50=200, mas a seguir baralhou-se e em vez de somar +2 somou +10 e obteve um resultado errado. Quando confrontados com esta observação os alunos responderam:

Grupo 2 – *Pois foi nós enganámo-nos professora era +2, não era +10.*

O mesmo se passou na quarta questão, em que foram dividir os 100 amigos por quatro, mas esqueceram-se dos topos das mesas, ou seja do +2. Depois na explicitação da regra não foram capazes de explicar aos colegas o que tinham escrito na folha.

Posteriormente foi a vez do grupo 3 apresentar as suas conclusões.

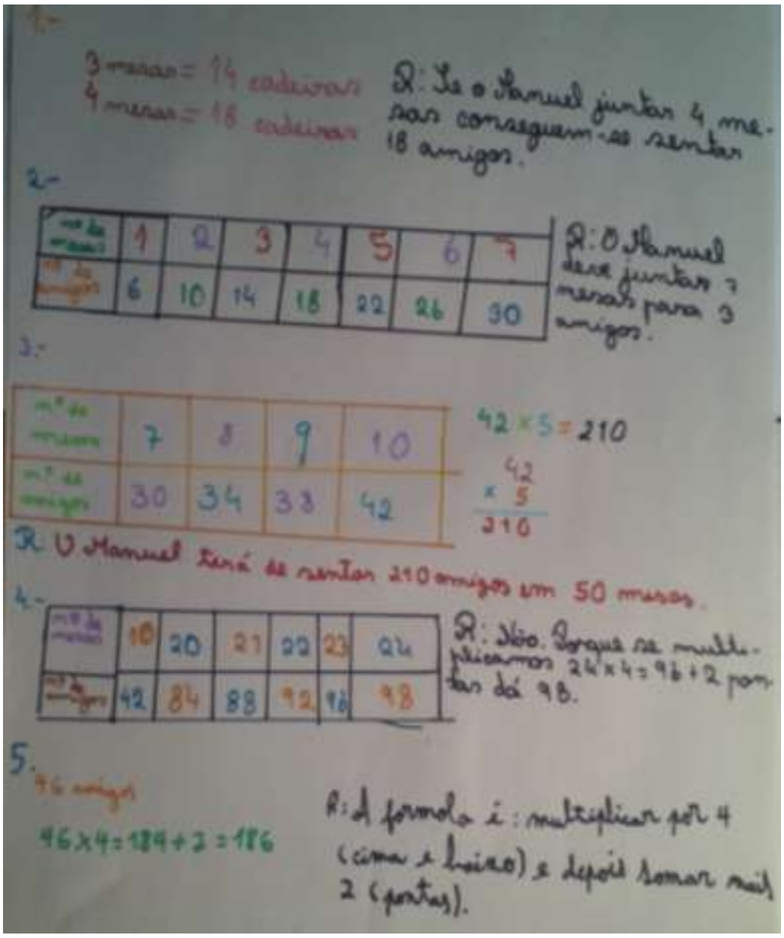



**Figura 30** – Resoluções do grupo 3.

O grupo 3, tal como os anteriores conseguiu resolver corretamente as questões 1 e 2, mas voltou a baralhar-se, como os colegas na questão 3:

Grupo 3: – *Nós fomos fazer uma tabela e depois vimos que 10 mesas davam para 42 amigos, então fomos multiplicar o 42 por 5, porque 10x5=50, por isso se em 10 mesas cabiam 42 amigos em 42x5 íamos ter os amigos que cabiam nas 50 mesas.*

Este grupo também se esqueceu que ao juntar as mesas, não poderiam sentar ninguém nos topos das mesas. Relativamente à questão 4 a tabela está errada pois quando chegaram às 10 mesas começaram a multiplicar por dois, no entanto o seu raciocínio está correto. Quanto à explicitação da regra o grupo deu um exemplo que está corretíssimo e embora um pouco incompleta conseguiram de alguma forma chegar à regra geral através da linguagem natural.

Por fim foi a vez do quarto grupo apresentar as suas conclusões à turma, este grupo foi o último porque tem a sua regra um pouco mais explicita do que o anterior.

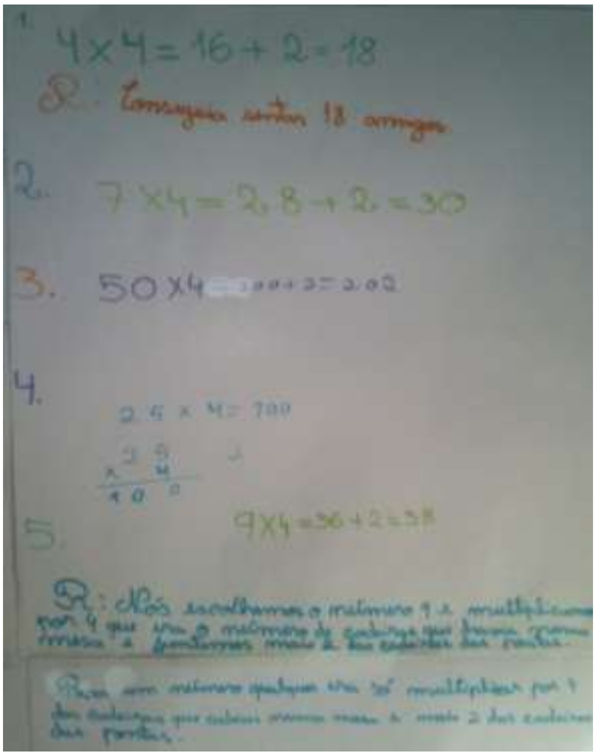



**Figura 31** – Resoluções do grupo 4.

Este grupo recorreu ao algoritmo para responder às várias questões da tarefa, em relação ao questão 4, também não conseguiu acertar, pois tal como os colegas esqueceram os topos das mesas. No entanto este grupo também conseguiu chegar à regra geral através de linguagem natural. De acordo com este grupo:

> *Nós escolhemos um número ao acaso que foi o 9, depois fomos multiplicar por 4 (que eram as cadeiras dos lados) e depois juntamos +2 que são as cadeiras que ficam nas pontas. Ai chegamos à conclusão que a regra é um número qualquer de mesas (que a gente queira), multiplicamos por 4 e depois juntamos +2 e ficamos a saber quantos amigos podemos sentar nessas mesas.*

Findas as apresentações, em grande grupo fomos resolver as questões 3 e 4 para que os alunos compreendessem como as poderiam ter resolvido. No final chegamos também à fórmula da generalização – mx4+2, em que o m simbolizava o número de mesas.

Esta tarefa possibilitou uma grande diversidade de resoluções, pois surgiram representações icónicas, ativas e simbólicas. Penso que o papel do professor foi fundamental, pois durante o tempo em que circulava pelos grupos tentei que os alunos encontrassem diferentes estratégias para a apresentação das suas soluções, mas sem nunca resolver a tarefa nem sugerir nenhuma estratégia em particular. Durante o decorrer da aula fui sempre apoiando os alunos quando me era solicitado.

Nesta fase a discussão deve centrar-se na expressão da regra e na forma como descobriram essa regra, os alunos podem apresentar todos a mesma forma de representação, e nesse caso, o professor deve suscitar, através de questões, outras formas. Por exemplo: “Como podemos representar aquilo que referiu este grupo de outra forma?”.

Os trabalhos são selecionados e ordenados de modo a que, a sua apresentação permita aos alunos visualizarem e constatarem as diferentes formas de resolução existentes que demonstrem as diversas possibilidades de se chegar à relação e à regra. O facto de o professor disponibilizar a todos os grupos folhas $A_3$ brancas e retângulos de cartolina laranja e azuis, permitiu uma maior liberdade de resoluções, ou seja, não condicionando de qualquer forma as mesmas.

Analisando mais pormenorizadamente esta tarefa, podemos aferir que em relação ao episódio anterior, os alunos revelaram uma evolução e apresentando já algumas formas de generalização, embora somente em linguagem natural. As representações utilizadas também já divergiram mais em relação à tarefa anterior surgindo representações ativas, icónicas e simbólicas, representadas através do desenho, das tabelas, dos esquemas numéricos e da linguagem natural.

As produções dos alunos e as conclusões a que chegaram em grande grupo, permitem observar que: identificaram a estrutura matemática da situação em análise; estabeleceram relações numéricas entre as duas variáveis em causa; e, generalizaram uma regra para a determinação de qualquer termo da sequência, em linguagem natural, justificando-a. Depois em grande grupo conseguiram ainda chegar à regra geral através da linguagem simbólica.

### Tarefa 4 – Construir Piscinas

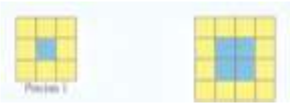
A próxima tarefa a ser analisada intitula-se “Construir Piscinas”, esta apresenta como objetivos: identificar as diferentes variáveis: número de quadrados azuis e número de quadrados amarelos; identificar a relação entre as variáveis: número de quadrados azuis e número de quadrados amarelos; reconhecer uma sequência pictórica crescente; investigar e reconhecer regularidades numéricas; e, expressar em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas. Com a realização desta tarefa pretende-se que os alunos descubram as relações entre as dimensões de uma piscina quadrangular e o número de azulejos utilizados para cada uma das construções.

Para procederem à realização da tarefa os alunos trabalharam em grupos de quatro elementos. A aula iniciou como habitualmente com a projeção do enunciado da tarefa "Construir Piscinas", no quadro interativo.

**Construir Piscinas**

O pai do João é construtor de piscinas quadradas. O que despertou sempre muita curiosidade no João, porque não percebia como é que o seu pai conseguia construir todas as piscinas quadradas, com a parte central também quadrada.

De forma a perceber como as piscinas são construídas, o João decide reproduzir as construções efetuadas pelo pai usando quadradinhos azuis, para representar a parte central – a água –, e amarelos, que representam o bordo da piscina. A figura mostra as duas primeiras construções, das piscinas, que o João fez.



1. De quantos quadradinhos azuis e amarelos precisou o João para cada uma das piscinas?
2. Descobre quantos quadradinhos azuis e amarelos precisará o João para construir a:
    2.1. Quarta piscina.
    2.2. Sétima piscina.
3. O João poderá construir uma piscina com:
    3.1. Sessenta e seis quadradinhos azuis a representar a água? Porquê?
    3.2. Cem quadradinhos azuis? Porquê?
4. Em que piscina o João utilizou, aproximadamente, o mesmo número de quadradinhos azuis e quadrinhos amarelos?
5. Consegues descobrir qual é a(s) regra(s) que permite(m) saber quantos quadradinhos azuis e amarelos o João precisa para construir uma piscina qualquer? Explica como pensaste?

**Figura 32** – Enunciado da tarefa "Construir Piscinas".

Continuamente solicita ao R. para ler o enunciado e ao M. para interpretar a tarefa. A seguir o M. explica aos colegas o enunciado da tarefa.

M.: – *O pai do João constrói piscinas quadradas, mas o João não percebia como é que o seu pai conseguia construir as piscinas quadradas e o centro das piscinas também quadrado. Então para perceber como é que o pai fazia ele resolveu construir também piscinas quadradas, mas utilizou quadradinhos azuis para a água e quadradinhos amarelos para fazer o bordo da piscina.*

Beatriz: – *Reparem bem nas figuras 1 e 2. M. não te importas de construíres tu as mesmas piscinas com estes quadrados azuis e amarelos?*

Com a ajuda dos quadrados amarelos e azuis que lhe são facultados o M. exemplifica aos colegas como é que o João construiu as duas primeiras piscinas.

M.: – *Eu acho que o João na primeira piscina colocou um quadrado azul no meio e depois colocou os amarelos à volta do azul. Na segunda teve de colocar 4 azuis, para poder obter um quadrado e depois colocou na mesma os amarelos à volta dos azuis.*

Beatriz: – *Sim, olhem bem para a figura 1. Quantos quadrados azuis temos?*

Todos: – *Um.*

Beatriz: – *E amarelos?*

Todos: – *Oito.*

Beatriz: – *Agora na segunda piscina, ou figura. Quantos azuis temos?*

Todos: – *Quatro.*

Beatriz: – *E amarelos?*

Todos: – *Doze.*

Beatriz: – *Vamos lá repetir, M.S. não te importas de repetir quantos quadrados temos em cada piscina?*

M.S.: – *Na piscina 1 temos um azul e oito amarelos, na piscina 2 temos quatro azuis e doze amarelos.*

Beatriz: – *Agora vou dar-vos quadradinhos azuis e amarelos para vocês puderem construir mais piscinas e resolverem a tarefa.*

Finda a apresentação oral da tarefa, o responsável do dia distribuiu o enunciado da tarefa a cada aluno, as folhas $A_3$ e vários quadradinhos de cartolina azuis e amarelos. Para a realização desta tarefa os alunos utilizaram novamente materiais manipuláveis, para os ajudar a visualizar mentalmente as construções seguintes e posteriormente chegarem à regra geral. Enquanto os alunos trabalhavam eu andei a circular pelos vários grupos, de forma a verificar e apoiar os alunos, sem nunca dar uma resposta concreta, mas sim lançando questões que os fizessem pensar. Durante cerca de 40 minutos os alunos trabalharam na tarefa, registando numa folha as primeiras ideias e resoluções, posteriormente passaram para a folha $A_3$, as resoluções encontradas para apresentarem à turma no momento da discussão da tarefa.

A discussão deve centrar-se não só na expressão da regra, mas também na forma como os alunos chegaram à regra, ou seja, como chegaram à generalização total. Enquanto os colegas apresentam, todos podem comentar, colocar questões e até mesmo estabelecer comparações entre as resoluções apresentadas.

O primeiro grupo a apresentar utilizou o desenho e a linguagem natural para responder às várias questões propostas. Este grupo embora tenha tentado não conseguiu chegar à generalização da tarefa, como podemos observar na figura 33.

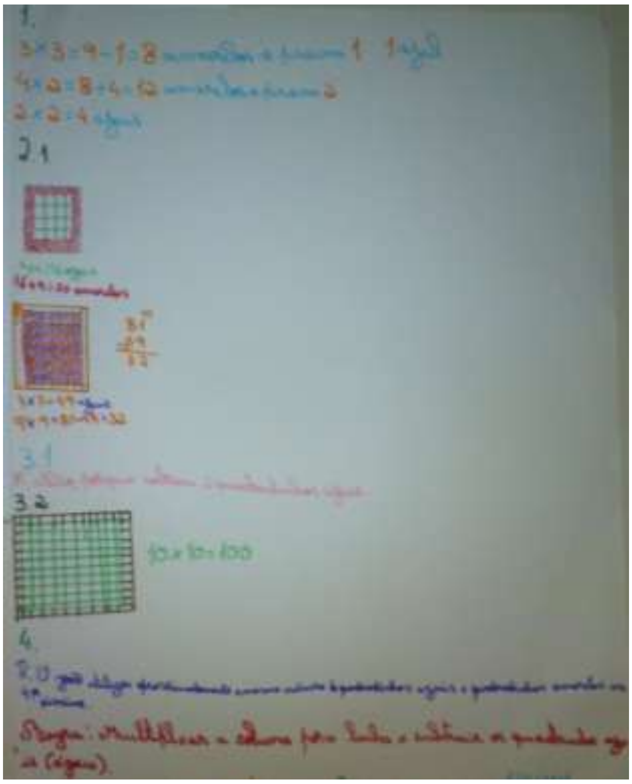


**Figura 33** – Resoluções apresentadas pelo grupo 1.

Este grupo utilizou o algoritmo para responder à primeira questão, a seguir optou por desenhar as várias piscinas que eram solicitadas na tarefa. Como forma de calcular o número de quadrados azuis e amarelos para as referidas piscinas recorreu novamente ao algoritmo. Para a questão 3.1. escreveu a resposta e depois oralmente reforçou e explicou como tinham pensado.

> *Nós fizemos uma conta que foi 8x8=64, mas não chegava a 66, então fizemos 9x9=81 e já passava de 66, por isso dissemos que não pode ser. Porque se forem 66 quadradinhos sobram dois de 64.*

E para a questão seguinte, o grupo desenhou a piscina com os 100 quadradinhos azuis, realizou o algoritmo (10x10=100), mas não deu uma resposta. Resolvi questioná-los acerca da forma como tinham pensado e a que conclusões tinham chegado.

> *Nós construímos a piscina com os 100 quadradinhos azuis e vimos que dava para construir, depois contamos os quadradinhos da coluna e multiplicamos pelos da linha, por isso é que escrevemos aqui 10x10=100. E ficamos a saber que se podia construir.*

No entanto, quando chegaram à questão 4, como não desenharam todas as piscinas, nem elaboraram uma tabela erraram a resposta, uma vez que a resposta correta é a piscina 5. Quanto à regra embora tenham tentado, não conseguiram chegar à generalização da tarefa.

Seguidamente foi a vez do grupo 2 apresentar as suas conclusões.

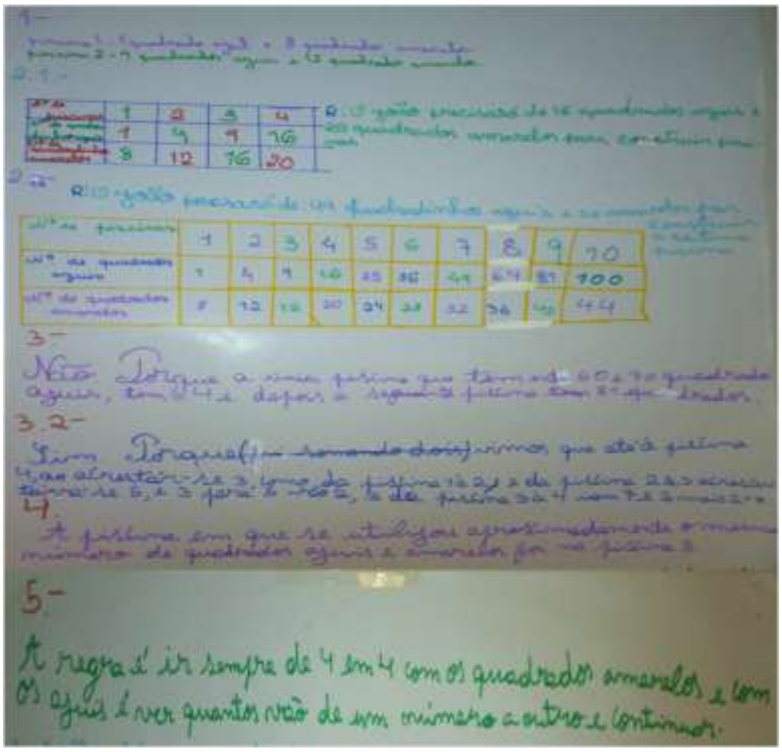



**Figura 34** – Resoluções apresentadas pelo grupo 2.

O grupo dois a partir das figuras presentes no enunciado da tarefa contou o número de quadrados azuis e amarelos necessários para cada uma das construções e escreveu a contagem efetuada. Seguidamente resolveu construir uma tabela a partir da qual respondeu às questões seguintes, mas apesar de conseguir descobrir que era possível construir uma piscina com 100 quadradinhos azuis, não conseguiu expressar a forma como pensou.

Também este grupo tentou chegar à regra, embora de uma forma muito confusa como o próprio grupo confessou.

> *Nós reparamos que o número de quadradinhos amarelos é acrescentar sempre mais 4 ao valor da construção anterior, mas depois para os azuis foi mais complicado e não conseguimos perceber.*

Depois foi a vez do grupo 3 apresentar as suas conclusões.

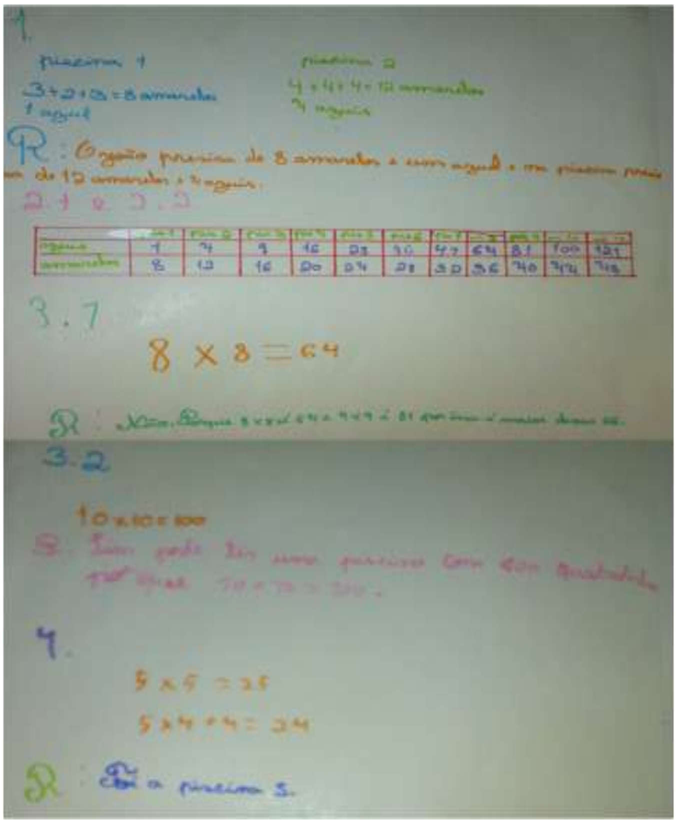



**Figura 35** – Resoluções apresentadas pelo grupo 3.

O grupo 3, ao contrário dos anteriores conseguiu resolver e acertar todas as questões, embora nem tivesse tentado descobrir a regra.

Este grupo apresentou os seus resultados através da linguagem natural e para a questão 2 resolveram construir uma tabela que lhes permitiu responder corretamente às questões seguintes. Quando questionados acerca da regra responderam que:

*Professora, nós estávamos a tentar descobrir a regra, mas esta tarefa é mais complicada do que a das mesas e cadeiras. Nós ainda conseguimos perceber que os quadrados azuis é sempre o mesmo número da construção da piscina a multiplicar por ele próprio, por exemplo a piscina 6 – 6x6=36 – mas depois não conseguimos descobrir para os quadrados amarelos.*

Após esta constatação os outros grupos começaram a verificar que eles tinham razão e não se tinham apercebido desse facto, mas eu expliquei que eles estavam já perto da regra, mas ainda faltava mais qualquer coisa que não tinha sido descoberta. Finalmente chegou a vez do grupo 4 apresentar as suas conclusões, como podemos visualizar na figura 36.

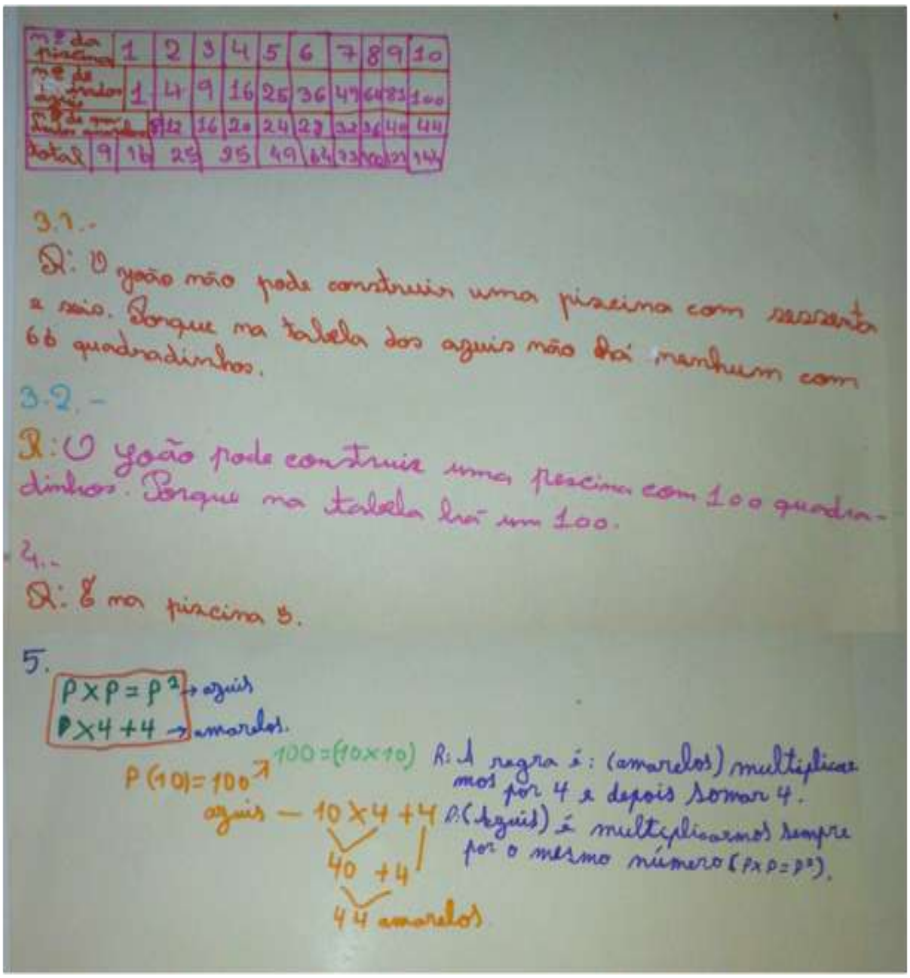



**Figura 36** – Resoluções apresentadas pelo grupo 4.

Este grupo começou pela construção de um tabela que os ajudou a responder às questões presentes na tarefa. Este grupo foi o único que conseguiu chegar quase à regra. Segundo o grupo:

Grupo 4: – *Nós descobrimos que para calcular o número de quadrados azuis só temos de saber o número da piscina e multiplicamos por ele próprio. Se representarmos o número da piscina por "P" fica "PxP=$P^2$", por exemplo 10x10=100 e ficamos a saber o número de quadrados azuis.*

Beatriz: – *E para os quadrados amarelos como é que pensaram?*

Grupo 4: – *A seguir descobrimos na tabela que os quadrados amarelos é sempre +4, então fomos experimentar a fazer "Px4+4" e deu o número de quadrados amarelos.*

Beatriz: – *E acham que dá certo para uma construção de piscina qualquer?*

Grupo 4: – *Sim, porque nós experimentamos a fazer para a piscina 10 e fica assim: 10x4+4=40+4=44 e este é o resultado que está na tabela, por isso pensamos que a regra é esta.*

Esta tarefa foi um mais difícil para os alunos e levaram um pouco mais de tempo a resolver, mas apesar disso surgiram algumas resoluções diferentes entre si, pois surgiram representações icónicas, ativas e simbólicas. Nesta fase, a discussão centrou-se mais na expressão da regra e na forma como descobriram essa regra, os alunos podem apresentar todos a mesma forma de representação, e nesse caso, o professor deve suscitar, através de questões, outras formas. Por exemplo: " Como podemos representar aquilo que referiu este grupo de outra forma?".

No momento da sistematização da tarefa foi explorada a regra geral para os quadrados azuis, $n^2$,mas também a regra para os quadrados amarelos, 4 x n + 4, e a questão da constante + 4.

Os trabalhos foram selecionados e organizados, de forma a serem apresentados e verificadas as resoluções que mostrem as diferentes formas de chegar à relação e à regra. O facto de o professor disponibilizar a todos os grupos folhas $A_3$ brancas e os quadradinhos azuis e amarelos de cartolina ajuda os alunos na visualização mental das construções seguintes.

Ao fazer uma análise mais profunda da tarefa, podemos aferir que em relação às tarefas anteriores, os alunos revelaram uma evolução e apresentando já algumas formas de generalização, em linguagem natural e em linguagem simbólica. Quanto às representações utilizadas estas não divergiram muito, talvez devido ao nível de dificuldade recorrendo os alunos exclusivamente a tabelas e à linguagem natural e simbólica.

As produções dos alunos e as conclusões a que chegaram em grande grupo, permitem observar que: identificaram a estrutura matemática da situação em análise; estabeleceram relações numéricas entre as duas variáveis em causa; e, generalizaram uma regra para a determinação de qualquer termo da sequência, em linguagem natural e em linguagem simbólica.

**As construções do João**

A última tarefa a ser analisada intitula-se “As construções do João”, esta apresenta como objetivos: identificar as diferentes variáveis: número de quadrados, número de triângulos e número total de peças; identificar a relação entre as variáveis: número de quadrados, número de triângulos e número total de peças; reconhecer uma sequência pictórica crescente; investigar e reconhecer regularidades numéricas; e, expressar em linguagem natural e simbólica a generalização das relações encontradas. Esta tarefa tem como principal objetivo que os alunos descubram as relações existentes entre o número da construção, o número de triângulos e o número de quadrados necessário para uma determinada construção.

Esta tarefa apresenta um grau de dificuldade superior às antecedentes, uma vez que contém mais variáveis que as anteriores, pelo que ao falar com a professora cooperante achamos melhor fazer grupos de cinco elementos cada. Relativamente à generalização esta também apresenta um grau mais elevado de dificuldade, pois são necessárias várias formulas para chegarmos à regra geral, uma para calcular o número de triângulos, outra para calcular o número de quadrados e outra para calcularmos o número total de peças de uma construção.

Na figura 37 encontra-se o enunciado da tarefa “As construções do João”.

**As construções do João**

O João começou a fazer construções utilizando triângulos e quadrados. Às tantas, decidiu seguir sempre a mesma regra e construiu as seguintes figuras:

1. Desenha a construção seguinte.
2. De quantos quadrados e triângulos necessita o João para a 5ª construção? Qual o número total de peças utilizadas na construção?
3. Quantos triângulos precisa o João para a construção com doze quadrados? Qual o número total de peças utilizadas na construção?
4. Quantos quadrados precisa o João para a construção com onze triângulos? Qual o número total de peças utilizadas na construção?
5. Poderá o João fazer uma construção com:
    5.1. Sete quadrados? Porquê?
    5.2. Cinquenta quadrados? Porquê?
6. Se soubermos o número de triângulos de uma construção, como poderemos descobrir o número de quadrados dessa construção sem a construir? E se soubermos o número de quadrados, como poderemos descobrir o número de triângulos?
7. Se souberes o número da construção, consegues dizer quantos triângulos tem? E quantos quadrados? E quantas peças no total?

**Figura 37** – Enunciado da tarefa "As construções do João".

A aula iniciou-se com a apresentação e leitura do enunciado da tarefa, desta vez foi a vez de o D.S. ler o enunciado aos colegas e o L. interpretar a tarefa. Segundo este aluno,

> *O João estava a brincar com figuras geométricas (triângulos e quadrados) e começou a fazer construções. Na primeira construção colocou dois quadrados e por cima um triângulo, a seguir fez outra construção com 4 quadrados e colocou dois triângulos em cima. Eu acho que ele estava a construir uma espécie de casas com 1.º andar e os triângulos eram os telhados.*

Após a análise oral da tarefa, durante a qual são exploradas no quadro as construções apresentadas pelo João. Para isso a professora solicita a colaboração da A.R. para a ajudar na demonstração, na qual são utilizados materiais manipuláveis (quadrados verdes e triângulos laranja) de modo a facilitar aos alunos uma visualização das construções. A seguir os alunos formam grupos de cinco elementos cada, o responsável do dia distribui pelos colegas o enunciado da tarefa, os quadrados e os triângulos de cartolina, de forma a facilitar o pensamento dos mesmos, as folhas $A_3$ e os marcadores.

Durante cerca de 40 minutos os alunos trabalharam na tarefa, registando numa folha as primeiras ideias e resoluções, posteriormente passaram para a folha $A_3$, as resoluções encontradas para apresentarem à turma no momento da discussão da tarefa. Entretanto eu andei a circular pelos vários grupos, de forma a verificar e apoiar os alunos, sem nunca dar uma resposta concreta, mas sim lançando questões que os fizessem pensar.

No momento da discussão esta centrou-se essencialmente não só na expressão da regra, mas na forma como alguns grupos tentaram chegar à generalização. Durante a apresentação das conclusões obtidas pelos vários grupos os colegas podiam comentar e colocar questões a partir das comparações que estabeleciam com algumas tarefas já realizadas.

A apresentação da tarefa teve início com o grupo1, este grupo recorreu à construção de uma tabela, a qual lhe permitiu responder à maioria das questões. Este grupo apresentou-nos já um esboço para uma possível generalização, embora muito rudimentar ainda.

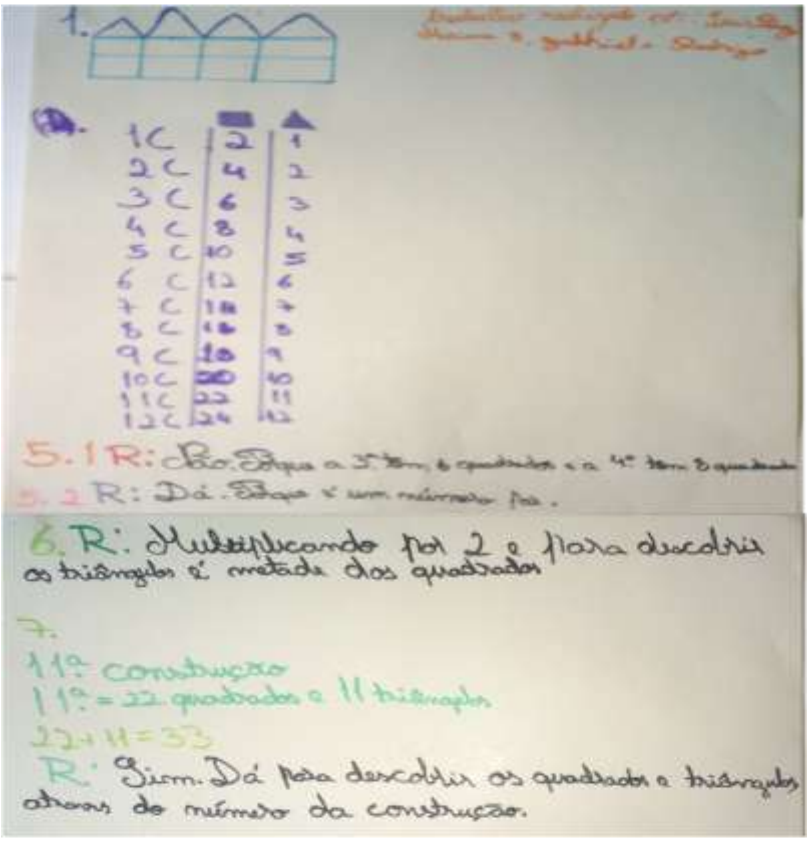



**Figura 38** – Resoluções apresentadas pelo grupo 1.

Este grupo desenhou a construção seguinte e explicou aos colegas como tinha pensado.

Grupo 1: – *Nós vimos que o João tinha colocado dois quadrados em cima um do outro e depois tinha colocado em cima um triângulo, na seguinte ele acrescentou mais dois quadrados, ficou com quatro, e mais 1 triângulo e passou a ter 2 triângulos. A seguir colocou mais 2 quadrados e mais 1 triângulo e passou a ter 6 quadrados e 3 triângulos, por isso nós para a construção seguinte pensamos que são 8 quadrados (mais 2 do que nesta) e 4 triângulos (mais 1 do que nesta última).*

Beatriz: – *Vocês concordam com os vossos colegas? Todos utilizaram o mesmo número de quadrados e triângulos que eles?*

Todos: – *Sim.*

Beatriz: – *Muito bem, então quantos quadrados acrescentam de uma construção para a seguinte?*

M.S.: – *Acrescentamos mais dois quadrados.*

Beatriz: – *E quantos triângulos?*

D.: – *Mais um.*

Beatriz: – *E vocês são capazes de estabelecer já uma relação entre o número da construção com o número de triângulos e quadrados que utilizam para essa construção?*

Os alunos ficaram pensativos, mas nenhum foi capaz de responder à minha questão. Seguidamente para responderem às questões seguintes construíram uma tabela que lhes possibilitou uma melhor perceção do número de triângulos e de quadrados que teriam de utilizar para cada uma das construções. Conseguiram chegar à conclusão que o número de quadrados tem de ser sempre um número par, pelo que nunca poderiam fazer uma construção com 7 quadrados, mas podiam fazer com 50. Concluíram também que se soubermos o número de triângulos para sabermos o número de quadrados, basta multiplicar esse número por dois e se soubermos o número de quadrados dividimos por dois e ficamos a saber quantos triângulos são.

Este grupo conseguiu chegar próximo da regra geral, pois conseguiu através de linguagem natural chegar a uma regra que lhe permite saber o número de triângulos e de quadrados utilizados numa construção, mas não conseguiu estabelecer uma relação entre o número da construção e o número de triângulos ou quadrados utilizados.

Seguidamente foi a vez do grupo 2 apresentar as suas conclusões à turma, como se pode ver na figura 39.

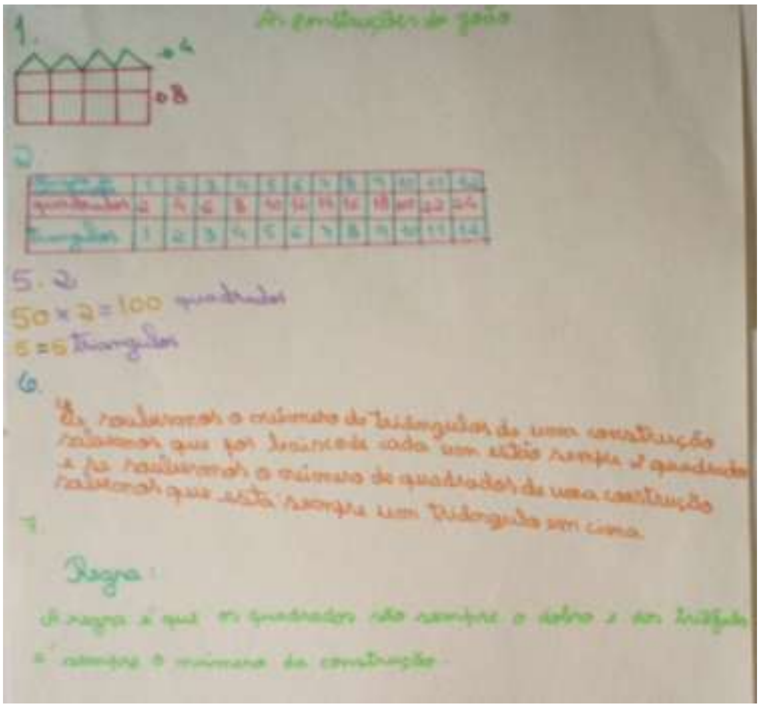


**Figura 39** – Resoluções apresentadas pelo grupo 2.

O grupo2 resolveu começar pela construção de uma tabela, a partir da qual conseguiu obter respostas para as questões formuladas na tarefa. Este grupo utilizou uma tabela para responder às questões de 2 a 5. Quando os questionei acerca da questão 2, eles responderam:

Grupo 2 – *Nós começamos por fazer primeiro as construções com os materiais que a professora deu, mas depois quando começamos a ler as questões todas, achamos melhor construir uma tabela e ir registando logo os resultados para ser mais fácil. Mas depois quando estávamos a escrever os resultados começamos a ver que o número da construção era o número dos triângulos e os quadrados eram o dobro. Também concluímos que o número de quadrados é sempre um número par, porque são sempre mais 2 quadrados. Por isso não podemos fazer uma construção com 7 quadrados, mas podemos fazer com 50 porque é um número par.*

Beatriz – *E em relação à regra que escreveram no final, podem nos explicar melhor como pensaram?*

Grupo 2 – *A regra que nós descobrimos é que os quadrados são sempre o dobro dos triângulos, e o número dos triângulos é sempre igual ao número da construção.*

Após a apresentação do grupo 2 e depois de ouvirmos como eles pensaram, podemos verificar que também estiveram próximos da regra geral. De uma forma geral o grupo não apresentou muitas dificuldades ao nível da visualização mental das construções, uma vez que facilmente descobriu como a partir do número da construção poderia calcular tanto o número de triângulos como o número de quadrados necessário para essa construção.

Por fim foi a vez do terceiro grupo apresentar as suas conclusões, como podemos visualizar na figura 40.

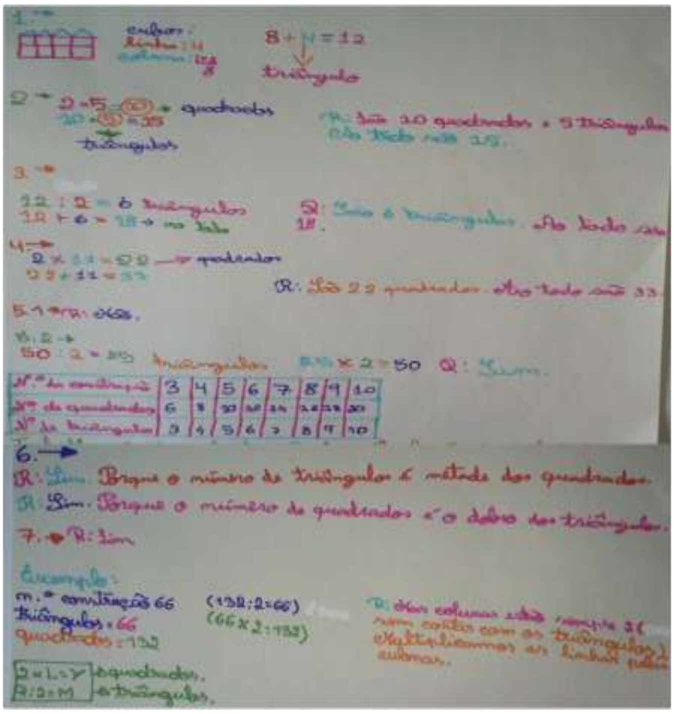


**Figura 40** – Resoluções apresentadas pelo grupo 3.

O grupo 3 também não apresentou grandes dificuldades em resolver a tarefa. Este grupo foi elaborando as várias construções que eram pedidas na tarefa, utilizando para o efeito os vários quadrados e triângulos de cartolina que lhes foram facultados para responderem às questões.

Beatriz – *Podem explicar aos vossos colegas como pensaram para responder às questões 3 e 4?*

Grupo 2 – *Nós utilizamos os materiais que a professora nos forneceu e fomos contando, quantos quadrados e quantos triângulos eram precisos para as construções e no fim somamos as peças todas.*

Beatriz – *Sim, e para a questão 4? Como pensaram?*

Grupo 2 – *Então nós vimos que o número de quadrados era sempre o dobro do número de triângulos, por isso se tivermos 11 triângulos temos de colocar 11x2=22 quadrados. Depois fomos somar 22+11=33 e ficamos a saber o total de peças necessárias.*

Beatriz – *Está aqui uma coisa no vosso trabalho que me faz confusão. Não percebo para que serviu a tabela, está no final da folha depois das respostas já feitas. Porque é que fizeram a tabela?*

Grupo 2 – *A tabela foi para responder à questão 5, mas fizemos no fim porque estava numa folha de rascunho.*

Também este grupo recorreu à construção de uma tabela e estiveram perto da generalização, utilizando uma linguagem simbólica para representar o número de quadrados e o número de triângulos. Quando os questionei acerca da última questão e dos símbolos que tinham utilizado o grupo respondeu:

Grupo 2 – *Nós pensamos que por exemplo se tivermos a construção número 66, para sabermos o número de triângulos é fácil, porque é o mesmo número da construção e para saber o número dos quadrados só temos de multiplicar por 2 e ficamos a saber que são 132 quadrados. Mas como nas outras tarefas nós dávamos letras às coisas, nós resolvemos utilizar também letras para a fórmula da regra e ficou – 2xL=Y (o L é o número de triângulos e o Y é o número de quadrados), depois escrevemos outra fórmula para calcular o número de triângulos – Q:2=M (o Q é o número de quadrados e o M é o número de triângulos).*

Beatriz – *Realmente o que vocês descobriram está certo, mas se vocês na primeira fórmula (2xL=Y) dizem que o L representa o número de triângulos e o Y o número de quadrados, na fórmula de baixo têm de utilizar as mesmas letras uma vez que a tarefa é a mesma, senão não se percebe. Estão a perceber o que eu estou a dizer?*

Grupo 2 – *Sim, temos de definir uma letra para representar cada uma das peças e depois temos de utilizar sempre a mesma letra para a mesma peça, não é professora?*

Beatriz – *Exatamente, é isso mesmo. Perceberam todos como é que os vossos colegas pensaram?*

Todos – *Sim!*

Este grupo já esteve bastante próximo da generalização da tarefa, unicamente se baralhou no momento de dar letras às peças utilizadas nas construções.

No decorrer da sistematização da tarefa foi ser explorada a regra geral para os triângulos: n; para os quadrados: 2 x n; e, para o número total de peça: 3 x n, penso que é fundamental que nesta fase os alunos compreendam a generalização da tarefa, a relação entre os quadrados e os triângulos, e entre os triângulos e o número total de peças. Mas também é importante que saibam explicar como encontraram essas regras.

No final e em grande grupo os alunos chegaram às seguintes conclusões:

- Linguagem natural:
  - O número de triângulos é:
    - → Igual ao número da construção.
      ou
    - → Metade do número de quadrados.
      ou
    - → Igual ao número total de peças menos o número de quadrados.
  - O número de quadrados é:
    - → O número da construção a multiplicar por dois.
      ou
    - → O dobro do número de triângulos.
      ou
    - → Igual ao número total de peças menos o número de triângulos.
  - O número total de peças é:
    - → O triplo do número da construção.
      ou
    - → O triplo do número de triângulos.
      ou
    - → O número de triângulos mais o número de quadrados.
- Linguagem simbólica:
  - O número de triângulos é:
    - → $T = n$
      ou
    - → $T = Q:2$
      ou
    - → $T = P - Q$
  - O número de quadrados é:
    - → $Q = 2 \times n$
      ou
    - → $Q = 2 \times T$
      ou
    - → $Q = P - T$
  - O número total de peças é:
    - → $P = 3 \times n$
      ou
    - → $P = 3 \times T$
      ou
    - → $P = T + Q$

**<u>Nota</u>:**

**n** = Número da construção
**T**= Número de triângulos
**Q**= Número de quadrados
**P**= Número total de peças

Analisando mais pormenorizadamente a tarefa, podemos concluir que em relação às tarefas anteriores, os alunos foram evoluindo tarefa após tarefa, revelando já capacidades de generalização que não se verificaram na primeira tarefa, em que tiveram bastante dificuldade ao nível da visualização mental das construções dos cubos com autocolantes. Os alunos já conseguiram expressar a regra em linguagem natural e simbólica. Quanto às representações utilizadas estas não divergiram muito, talvez devido ao nível de dificuldade recorrendo os alunos exclusivamente a tabelas, à linguagem escrita e à linguagem simbólica.

As produções dos alunos e as conclusões a que chegaram em grande grupo, permitem aferir que: identificaram a estrutura matemática da situação em análise; estabeleceram relações numéricas entre as duas variáveis em causa; e, generalizaram uma regra para a determinação de qualquer termo da sequência, em linguagem natural e em linguagem simbólica.

# CAPÍTULO 5

# CONCLUSÃO

Neste capítulo faço uma sistematização do estudo e uma discussão das principais ideias, dando particular evidência às regularidades, representações e estratégias utilizadas pelos alunos para exprimirem as generalizações, e ainda as dificuldades apresentadas durante o desenvolvimento das várias tarefas. Assim, procuro responder às questões orientadoras da investigação. Na parte final, apresento as conclusões acerca da presente investigação e do seu significado para mim enquanto futura educadora/professora.

## Síntese do estudo

A recente importância dada ao ensino da álgebra, logo a partir dos primeiros anos é evidente no atual Programa de Matemática do Ensino Básico, através da exploração de sequências e regularidades, padrões geométricos e relações numéricas associadas às propriedades dos números, sendo abordada no tópico "Regularidades e Sequências" no 1.ºciclo do ensino básico (Ponte et al, 2007). Estas explorações são fundamentais para a compreensão dos números e operações, assim como ao início do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Através desta investigação tenho como finalidade contribuir para conhecer formas de promover o sucesso dos alunos na aprendizagem da Álgebra. Procuro compreender como se desenvolve o pensamento algébrico das crianças/alunos, desde o pré-escolar até ao 1.º ciclo, através da exploração de tarefas diversas que potenciam o pensamento algébrico dos alunos. Particularmente, procuro dar resposta às seguintes questões:

a) Como é que as crianças lidam com as regularidades?

b) Que representações usam as crianças para explorar as tarefas?
c) Como é que as crianças generalizam e exprimem a generalização nas diversas tarefas?

No enquadramento teórico da presente investigação inicia-se com uma clarificação sobre o conceito de pensamento algébrico e são abordados aspetos relacionados com a forma como se desenvolve o pensamento algébrico nos primeiros anos, nomeadamente a partir da exploração de sequências e regularidades, recorrendo no quadro do modelo de ensino exploratório da Matemática, balizado pelas orientações curriculares atuais.

A investigação realizada teve como pressuposto a investigação-ação tomando como foco a própria prática organizada em função de uma experiência de ensino intencionalmente preparada em cada um dos contextos da prática. A recolha de dados decorreu de dois semestres, nos anos letivos de 2012-2013 e 2013-2014, sendo os participantes as crianças do pré-escolar com idades compreendidas entre os 3 e os 6 anos de idade, e os alunos de uma turma de 4.º ano de escolaridade com idades compreendidas entre os 9 e os 10 anos de idade.

Para proceder à investigação recorri aos seguintes instrumentos: observação direta; diário de bordo; documentos produzidos pelos alunos, fotografias; e, registos áudio e vídeo. Para análise dos dados recolhidos baseie-me: nas sequências elaboradas pelas crianças; na identificação e criação de padrões; nas representações matemáticas elaboradas pelos alunos; nas estratégias de raciocínio apresentadas e nas dificuldades apresentadas pelos alunos no decorrer das várias tarefas.

A experiência de ensino que serve de base à presente investigação, realizada em dois contextos distintos (pré-escolar e 1.º ciclo), contém um numeroso conjunto de tarefas que me permitem analisar a forma como se desenvolve o pensamento algébrico das crianças/alunos, tendo dado uma especial atenção à elaboração das tarefas e ao seu encadeamento. O contexto dos grupos foi também um aspeto relevante e tido em conta na sua planificação. O trabalho nesta investigação é constituído por duas etapas, a primeira, em que seleciono e adapto as tarefas e a segunda, onde procedo à sua experimentação com os grupos participantes.

Em termos de descrição e análise neste relatório, escolhi quatro tarefas em pré-escolar e cinco em 1.º ciclo, todas elas envolvendo a procura de regularidades, sequências repetitivas e crescentes e a identificação de regras de formação. No contexto de pré-escolar, as tarefas foram desenvolvidas em pequeno grupo ou até mesmo a pares, enquanto no 1.ºciclo foram realizadas em pequeno grupo através do ensino exploratório, através do qual os alunos interagem socialmente a partir do trabalho desenvolvido utilizando diferentes representações matemáticas e estratégias de generalização.

De seguida apresento as principais conclusões que é possível extrair deste estudo, procurando responder a cada uma das questões formuladas para a sua orientação.

## Conclusões do estudo

### Como é que as crianças lidam com as regularidades?

Pré-Escolar

Ao desenvolver-se as tarefas propostas e descritas neste relatório, no pré-escolar, pretendia que as crianças construíssem e identificassem padrões de repetição. Portanto, através destas tarefas as crianças tiveram oportunidade de explorar e identificar regularidades.

Como já referido anteriormente foi a primeira vez que estas crianças exploraram padrões e sequências, o que talvez se tenha tornado uma mais-valia para a presente investigação, uma vez que foi algo novo que lhes suscitou interesse e curiosidade. Apesar das crianças mais novas apresentarem mais dificuldades ao nível da identificação das regularidades presentes nas várias sequências criadas, conseguiram atingir os objetivos propostos e criaram inclusivamente sequências muito ricas. Como aliás se pode visualizar nas várias figuras 6, 7, 11-17 que ilustram as tarefas desenvolvidas pelos alunos.

No decorrer da investigação, e à medida que as crianças iam desenvolvendo as tarefas, foram revelando cada vez menos dificuldades na sua execução. Na tarefa 3 – Capa do livro de "Receitas" – as crianças criaram diferentes sequências e ao compararem-se os trabalhos desenvolvidos, pode verificar-se que o trabalho desenvolvido pelo R.P. (6:0), criança mais velha da sala, apresenta uma sequência repetitiva do tipo ABAB, enquanto uma das crianças mais novas, o J. (3:10), construiu uma sequência do tipo ABCABC. Como se pode constatar através desta tarefa a idade não é um obstáculo à aprendizagem, mas sim uma mais-valia para o educador, pois permiti-lhe delinear e planificar tarefas mais desafiantes para as crianças que as levam a pensar e encontrar novas estratégias para a sua resolução.

1.º Ciclo

Relativamente ao 1.º ciclo na resolução da primeira tarefa – Cubos com autocolantes – os alunos apresentaram muitas dificuldades em encontrar as regularidades presentes na mesma. Só na parte da sistematização, em grande grupo, é que os alunos conseguiram chegar à identificação das regularidades presentes na tarefa, embora os tenha ajudado, pois nunca tinham realizado tarefas deste tipo.

Na tarefa – Quantos telefonemas? – as dificuldades apresentadas aquando da resolução da primeira foram esbatendo-se, uma vez que alguns dos grupos já conseguiram identificar as regularidades presentes. A identificação dessas regularidades tornou-se mais fácil devido à utilização de tabelas, que segundo os alunos foram baseadas nas elaboradas na tarefa anterior.

Em relação à tarefa – Organizar mesas – os alunos apresentaram menos dificuldades e já identificaram as regularidades presentes. Talvez por esta ser um pouco semelhante à primeira tarefa realizada, alguns alunos já conseguiram identificar as regularidades da tarefa, optando novamente pela utilização de tabelas por lhes proporcionar uma melhor visualização dos resultados e posterior identificação das regularidades ai presentes.

Posteriormente quando chegaram à tarefa – Construir Piscinas – os alunos não revelaram dificuldades ao nível da identificação das regularidades.

Por fim, a última tarefa desenvolvida pela turma denominava-se – As construções do João – e nesta os alunos identificaram as regularidades existentes, apesar de terem apresentado algumas dificuldades na resolução da tarefa e na identificação das regularidades. Isto deveu-se talvez ao facto desta tarefa apresentar um grau de dificuldade superior às anteriores.

**Que representações usam as crianças para explorar as tarefas?**

Pré-Escolar

No que diz respeito ao tipo de representações utilizadas pelas crianças de pré-escolar, no âmbito da resolução das tarefas propostas verifica-se que foram utilizadas os três tipos de representações: ativas, icónicas e simbólicas. No entanto estas representações não foram utilizadas nem da mesma forma nem com a mesma função, estas estiveram dependentes do tipo de tarefa apresentada.

As representações icónicas e simbólicas subdividem-se em algumas subcategorias. Analiso agora os elementos mais utilizados na realização das várias tarefas.

O elemento icónico predominante nas representações das crianças do pré-escolar foi sem dúvida os desenhos elaborados na capa do livro, para a prenda do pai. Os desenhos estavam repletos de pormenores o que nos indica que o seu raciocínio matemático se encontra ainda muito ligado ao concreto e ao real. Pois as crianças desenharam essencialmente elementos tal como se encontram na realidade, como se pode ver nas figuras 6 e 7.

Em relação às representações simbólicas as crianças recorreram a estas para a elaboração do calendário no mapa de presenças. No decorrer desta tarefa as crianças mais novos apresentaram alguma dificuldade na contagem dos dias da semana, no entanto esta dificuldade com o decorrer do tempo foi-se esbatendo. As crianças começaram a identificar os dias da semana através dos símbolos presentes no mapa, como se pode ver na figura 11, em que as crianças para cada dia utilizavam uma letra (a primeira letra do dia da semana correspondente) e um número variando de acordo com o dia (2ª f – segunda-feira; 3ª f – terça-feira, etc.)

Para a realização da tarefa 3 – Capa do livro de "Receitas" – as crianças utilizaram representações ativas, pois foi através da colagem de objetos manipuláveis (frutas, corações e flores) que elas a elaboraram. As crianças mais velhas não apresentaram qualquer tipo de dificuldade na realização da tarefa, em contrapartida as mais novas necessitavam da ajuda do adulto para a realização da mesma.

Por fim para a tarefa 4 – blocos lógicos – para a qual foram utilizadas representações ativas através da manipulação e exploração dos blocos lógicos em que as crianças construíram e identificaram os seus padrões.

1.º Ciclo

Ao nível do 1.º ciclo devido à grande diversidade de tarefas apresentadas surgiram enumeras representações, entre as quais se destacam as ativas, as simbólicas e algumas icónicas. Como se trata de uma turma de 4.º ano, opto por tarefas em que os alunos podem manusear materiais manipuláveis. Desta forma, os alunos exploraram as várias tarefas e recorrem a vários tipos de representação para uma mesma tarefa.

As representações ativas estão presentes em todas as tarefas, quando eles recorrem aos materiais manipuláveis para construir as tabelas para responderem às questões que lhes são solicitadas.

Muitas das vezes os alunos constroem uma tabela, a partir da qual respondem oralmente com eficácia às questões presentes no enunciado.

Outras representações icónicas estão também presentes em algumas tarefas e foram utilizadas pelos alunos com o intuito de os ajudar nas construções seguintes, em que não conseguiam fazer essas construções através do uso dos materiais manipuláveis como aconteceu por exemplo na tarefa das piscinas em que um dos grupos construiu a piscina com os 100 quadrados azuis (figura 33). Alguns grupos também recorreram ao desenho para os auxiliar na construção das tabelas. Relativamente à tarefa dos telefonemas um dos grupos também recorreu ao desenho para interpretar e posteriormente resolver a tarefa, uma vez que optou por desenhar os cinco amigos e depois fez corresponder uma letra (figura 23) a cada um dos amigos e assim conseguiu responder adequadamente às questões do enunciado.

No campo das representações simbólicas, os grupos recorreram de uma maneira geral aos algarismos e números, assim como algumas letras e a palavra escrita estiveram bem patentes na maioria das representações construídas. Os algarismos e os números foram essencialmente para representar as soluções da tarefa e para representar ou confirmar passos intermédios no decorrer do processo de resolução. A palavra escrita surge em algumas das representações apresentadas, em algumas sob a forma de inicial maiúscula representativa de uma determinada palavra ou elemento.

A linguagem natural está presente em todas as tarefas tanto na forma oral como na escrita, sendo através dela que a maioria dos grupos desenvolve a comunicação e o raciocínio matemático. É também a partir da linguagem natural que os alunos apresentam ou deixam transparecer eventuais dúvidas e dificuldades na interpretação e realização das tarefas. No momento da apresentação os grupos recorrerem maioritariamente à linguagem natural para expressar a forma como pensaram e as suas ideias acerca das sequências e regularidades encontradas. Recorrem ainda à linguagem natural escrita, quando não conseguem passar da expressão oral para a expressão algébrica, de forma a expressar a regularidade presente em cada sequência e/ou respetiva regra de formação.

**Como é que as crianças generalizam e exprimem a generalização nas diversas tarefas?**

Pré-Escolar

Nas tarefas propostas as crianças identificaram com relativa facilidade a unidade que se repete ciclicamente, bem como a regularidade presente. Desta forma as crianças ao identificarem o padrão da sequência criada estão a generalizar a sua sequência, pois descobrem e identificam a regra aí presente.

1.º Ciclo

Em relação ao 1.º ciclo, inicialmente os alunos apresentaram alguma dificuldade em generalizar as tarefas, mas aos poucos essa dificuldade foi-se dissipando. Começaram por explicitar a regra em linguagem natural e no final alguns dos grupos conseguiram chegar à regra através da linguagem simbólica, apesar de se ter baralhado um pouco na utilização dos símbolos.

Para a tarefa – Cubos com autocolantes – só um dos grupos conseguiu descobrir a regra e expressá-la através da linguagem natural. Esta foi a primeira tarefa explorada unicamente pelos alunos, talvez por esse facto os alunos terem revelado alguma dificuldade em chegar à generalização. No entanto o último grupo a apresentar conseguiu descortinar a regra geral que possibilita a determinação de qualquer termo da sequência, em linguagem natural. Só em grande grupo é que os alunos conseguiram chegar à generalização através da utilização de uma linguagem simbólica.

Para a tarefa – Quantos telefonemas? – os vários grupos exploraram a tarefa na tentativa de desvendar a regra para um número qualquer de amigos, mas mais uma vez só um dos grupos conseguiu através de linguagem natural chegar à regra geral. Posteriormente em grande grupo foi construída uma tabela que os ajudou a chegar à generalização através da linguagem simbólica.

Na tarefa – Organizar mesas – houve dois grupos que conseguiram já chegar à regra através da linguagem natural. Aos poucos os alunos começaram a revelar uma evolução significativa de uma tarefa para a seguinte e nesta isso tornou-se bastante visível ao chegarem dois grupos à generalização da tarefa, embora só através da linguagem natural. Mas não nos podemos esquecer que esta turma nunca tinha realizado tarefas semelhantes nem trabalhado através do ensino exploratório. Depois em grande grupo conseguiram ainda chegar à regra geral através da linguagem simbólica.

Relativamente à tarefa – Construir Piscinas – os alunos revelaram grandes progressos ao conseguirem expressar a regra através da linguagem simbólica. Apesar de ter sido só apenas um dos grupos a fazê-lo foi um aspeto bastante significativo e importante para os alunos. Foram dois os grupos a descobrirem a generalização, um através da linguagem natural e outro através da natural e da simbólica.

Por fim a tarefa – As construções do João – também foi muito bem aceite pelos alunos que se mostraram bastante empenhados em atingir os objetivos propostos. Como esta tarefa era um pouco mais difícil os alunos organizaram-se em grupos de cinco elementos. Todos eles conseguiram descobrir a regra geral, que permite a generalização da tarefa, dois conseguiram apenas expressar a regra em linguagem natural, enquanto o terceiro grupo conseguiu expressar a regra através da linguagem natural e simbólica.

## Conclusões finais

A concretização desta investigação contribuiu de um modo significativo para o meu desenvolvimento pessoal e profissional. No que se refere ao meu desenvolvimento pessoal destaco a relação que estabeleci com as crianças/alunos, educadoras, professoras e restante pessoal docente e não docente da instituição em que desenvolvi a minha investigação. Com as crianças/alunos gerou-se uma amizade e uma cumplicidade muito especial que se refletiu no ambiente gerado em sala de aula e na forma como decorreram todas as atividades desenvolvidas. Para além disso, tal como acontece em relação a outros trabalhos, em alguns momentos surgiram por vezes dificuldades relacionadas com a gestão das várias atividades a desenvolver mas que foram prontamente resolvidas.

A execução da investigação contribuiu para o desenvolvimento da minha capacidade de resolução de situações inesperadas e da minha organização pessoal, em particular nos momentos que exigiam maior concentração e rigor no cumprimento das atividades previstas.

Realço a importância do período de observação, apesar de curto, que me possibilitou conhecer e ambientar ao espaço, assim como aos diferentes profissionais de educação, ao conhecimento do grupo de crianças/alunos, ao estabelecimento de relações positivas com os grupos e como forma de preparação para a minha intervenção.

De frisar a importância da investigação-ação, realizada no decorrer das minhas PES. De acordo com Máximo-Esteves (2008, p. 20), citando James McKernan (1998),

> (…) é um processo reflexivo que caracteriza uma investigação numa determinada área problemática cuja prática se deseja aperfeiçoar ou aumentar a sua compreensão pessoal. Esta investigação é conduzida pelo prático – primeiro, para definir claramente o problema; segundo, para especificar um plano de acção -, incluindo a testagem de hipóteses pela aplicação da acção ao problema. A avaliação é efectuada para verificar e demonstrar a eficácia da acção realizada.

A investigação foi algo que me preocupou desde o início, pois é algo em que não me sinto muito segura, talvez por não termos nenhuma disciplina de investigação. A investigação-ação na sala de pré-escolar foi algo que se tornou possível devido à cooperação da educadora cooperante que se mostrou desde o início disponível na partilha de conhecimentos acerca do grupo. Como tenho vindo a referir, o grupo de crianças do pré-escolar não trabalhava muito a área da Matemática na sala, pelo que senti algumas dificuldades no inicio da minha intervenção. Mas, aos poucos essas dificuldades foram se dissipando dando lugar a uma vontade de cada vez maior de colmatar esse problema planificando atividades que fossem de encontro a essa situação.

Quando cheguei à sala as crianças já haviam iniciado a prenda do pai, aproveitei então essa atividade para introduzir o meu tema. Com o consentimento da educadora comecei a desenvolver o pensamento algébrico das crianças através de atividades que envolviam a criação de sequências e a identificação de padrões. Como já referi as crianças não tinham tido contacto com sequências nem padrões e comecei por fazer um pequeno jogo a partir do qual eles identificavam o padrão criado e continuavam a sequência. Assim, só tive oportunidade de explorar os padrões repetitivos com as crianças pois optei por ensinar só um tipo de padrão sob o risco de eles ficarem sem perceber nenhum, assim pelo menos conseguiram evoluir favoravelmente e no final já identificavam e criavam facilmente padrões e sequências. Penso que o facto de ter optado só por um tipo de padrão se mostrou uma mais-valia para o grupo, uma vez que eles interiorizaram as regras para a criação de padrões repetitivos.

Após terminada a investigação em pré-escolar e fazendo uma breve reflexão acerca das aprendizagens efetuadas pelas crianças posso afirmar que elas exploram, constroem e identificam sequências e padrões repetitivos facilmente. Identificam facilmente as regularidades presentes nas várias sequências, utilizam representações icónicas e simbólicas e identificam facilmente a regra geral. De uma forma geral posso afirmar que estas crianças desenvolveram e muito o seu pensamento algébrico através do trabalho realizado em sala de aula, através das várias atividades que lhes foram proporcionadas.

Relativamente ao 1.º ciclo, a investigação-ação na sala do 4.º ano, do 1.ºciclo do ensino básico desenvolveu-se em cooperação com a professora coadjuvante que se mostrou desde o início disponível na partilha de conhecimentos acerca do grupo. Junto deste grupo de alunos optei pela exploração de tarefas através do ensino exploratório as quais me permitiram investigar, a forma como os alunos interpretam, resolvem e discutem em coletivo as conclusões a que chegaram. Penso que se tornou uma mais-valia este tipo de ensino nesta turma, pois por ser algo novo foi recebido de forma entusiástica pelo grupo que aderiu de imediato às tarefas propostas. Inicialmente o grupo apresentou algumas dificuldades na realização das tarefas, como se pode verificar no capítulo 4, em que estão descritas algumas das tarefas realizadas pela turma. No início os alunos apresentavam dificuldades ao nível das representações, pois tendiam a recorrer ao algoritmo e à linguagem natural para responder às questões, tal como faziam no dia-a-dia na sala de aula. Com o passar do tempo foram surgindo outro tipo de representações como as icónicas e as simbólicas. Também o facto de utilizarem materiais manipuláveis na exploração das várias tarefas lhes facilitou a visualização mental e espacial das construções seguintes. Relativamente à identificação das regularidades presentes nas várias sequências trabalhadas, os alunos identificavam-nas facilmente, através da elaboração de tabelas que lhes permitia visualizar os resultados mais facilmente, e assim identificarem as regularidades existentes em cada uma das tarefas exploradas.

Quanto à forma como os alunos identificavam as generalizações, inicialmente nas primeiras tarefas apresentaram muitas dificuldades e por vezes nem conseguiam chegar à regra, mas com o passar do tempo começaram a interligar as várias tarefas e começaram a expressar a generalização em linguagem natural. Embora nas últimas tarefas já alguns grupos tivessem exprimido a generalização através da linguagem simbólica.

Fazendo agora uma comparação entre os dois contextos investigados, posso concluir que apesar de diferentes, devido às diferentes faixas etárias, as crianças evoluíram e desenvolveram o seu pensamento algébrico através das várias tarefas que lhes foram propostas, evidenciando-se a sua evolução através da superação das dificuldades inicialmente encontradas.

Cabe ao educador/professor contribuir para o desenvolvimento das capacidades matemáticas das crianças/alunos através das suas práticas. Encontrar estratégias que permitam às crianças o desenvolvimento do pensamento algébrico, ou seja pensar genericamente, compreender regularidades e explicitar essa regularidade através de expressões matemáticas, estabelecer relações entre grandezas variáveis. Assim, podemos afirmar que a utilização de atividades que envolvam o estudo de padrões e regularidades são um dos caminhos a seguir no desenvolvimento do pensamento algébrico. Os padrões facultam às crianças e alunos a perceção da "verdadeira" noção de variável, que a maioria considera um número desconhecido (Star, Herbel-Eisenmann & Smith, 2000, referido por Borralho & Barbosa, 2009).

Em suma, a exploração de padrões contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico, permite o estabelecimento de conexões matemáticas, desenvolve a comunicação matemática através da utilização de uma linguagem (escrita e oral) não ambígua e adequada à situação e melhora a imagem da Matemática (Borralho & Barbosa, 2009).

## Referências bibliográficas


Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação? *Cadernos de Formação de Professores, 1*, 21-30.

Alvarenga, D., & Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão: Um contributo para desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante, XV(1),* 27-55.

Borralho, A., & Barbosa, E. (2011). *Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico.* XIII CIAEM – IACME. Consultado em dezembro de 2013, em http://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/1405/1/BadajozSiem.pdf

Borralho, A., & Barbosa, E. (2009). Exploração de padrões e pensamento algébrico. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática* (pp. 59 – 68). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Borralho, A., Cabrita, I., Palhares, P., & Vale, I. (2007). Os padrões no ensino e aprendizagem da Álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, I. Fonseca, L. Santos & A. P. Canavarro (Orgs), *Números e Álgebra* (pp. 193-211). Lisboa: SEM – SPCE.

Branco, N. (2008). *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico* (Tese de Mestrado). Lisboa: Faculdade de Ciências – Departamento de Educação.

Bruner, J. (2000). *A cultura da educação.* Lisboa: Edições 70.

Bruner, J. (1999). *Para uma Teoria da Educação.* Lisboa: Relógio D' Água.

Bruner, J. (1989). El desarrollo de los processos de representacion. In J. L. Linaza (Ed.). *Acción, pensamiento y language* (pp. 119-128). Madrid: Alianza Editorial.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática, 115*,11-17.

Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante, XVI (2),* 81-118.

Carraher, D., & Schliemann, A. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 669-705). Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing.

Cascais, C. (2012). *Promover o Pensamento Algébrico nos primeiros anos de escolaridade: Um trabalho colaborativo entre professores* (Tese de Mestrado). Lisboa: Universidade de Lisboa – Instituto de Educação.

Duarte, J. (2011). *Tecnologias e Pensamento Algébrico: um estudo sobre o conhecimento profissional dos professores de Matemática* (Tese de Doutoramento). Lisboa: Universidade de Lisboa – Instituto de Educação.

Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Acção.* Porto: Porto Editora.

Ministério da Educação (2012). *Metas Curriculares para o Ensino Básico.* Lisboa: Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Consultado em janeiro de 2014, em: http://dge.mec.pt/metascurriculares/?s=directorio&pid=1#metas.

Ministério da Educação (2010). *Metas de Aprendizagem para a Educação Pré-Escolar – Matemática*. Lisboa: Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Consultado em junho de 2013, em http://www.metasdeaprendizagem.min-edu.pt/educacao-pre-escolar/metas-de-aprendizagem/metas/?area=7&level=1.

Ministério da Educação (1998). *Qualidade e Projecto na Educação Pré-escolar.* Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: Editorial Ministério da Educação.

Niza, S. (2012). *Escritos sobre Educação.* Lisboa: Tinta-da-china.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.* Lisboa: APM.

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar.* Lisboa: APM e IIE.

Pimentel, M. T. (2010). *O conhecimento matemático e didáctico, com incidência no pensamento algébrico, de professores do primeiro ciclo do ensino básico: Que relações com um programa de formação contínua?* (Tese de Doutoramento). Braga: Universidade do Minho – Instituto de Estudos da Criança.

Pinto, M. E. (2009). *O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: Um estudo no 1.º ano de escolaridade* (Tese de Mestrado). Évora: Universidade de Évora.

Ponte *et al*. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2009). O Novo Programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança. *Educação e Matemática, 105,* 2-6.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico.* Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC.

Ponte, J. P., & Velez, I. (2011). Representações em tarefas algébricas no 1.º ciclo. *Educação e Matemática, 113,* 11-16.

Ramos, T., Boavida, A. & Oliveira, H. (2011). *Pensamento Algébrico no 2.º ano de escolaridade: Generalização de sequências.* XXII SIEM. Consultado em dezembro de 2013, em http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7078/1/Ramos_Boavida_%26_Oliveira_SIEM2011.pdf

Sanchis, I. P., & Mahfoud, M. (2007). Interação e construção: O sujeito e o conhecimento no construtivismo de Piaget. *Ciências & Cognição, 12,* 165-177.

Santos, M. E. (1991). *Mudança Conceptual na Sala de Aula: Um desafio pedagógico.* Lisboa: Livros Horizonte.

Vale, I., & Pimentel, T. (Coord.) (2011). *Padrões em Matemática: Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico.* Lisboa: Texto.

Vale, I., & Pimentel, T. (Coord.) (2009). *Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática – propostas curriculares para o ensino básico.* Edição: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Vale, I., & Pimentel, T. (2005). Padrões: Um tema transversal do currículo. *Educação e Matemática*, *85*, 14-20.

Zabalza, M. A. (1992). *Didáctica da Educação Infantil.* Colecção Horizonte da Didáctica. Edições ASA.