



Publicação Didática no âmbito da disciplina de

ANÁLISE DE CARTEIRAS

Mestrado em Gestão de Empresas/UNIFAL

Área de Especialização em Finanças Empresariais

ISABEL VIEIRA

Universidade de Évora / UNIFAL – Maceió (Brasil)

Dezembro – 2003

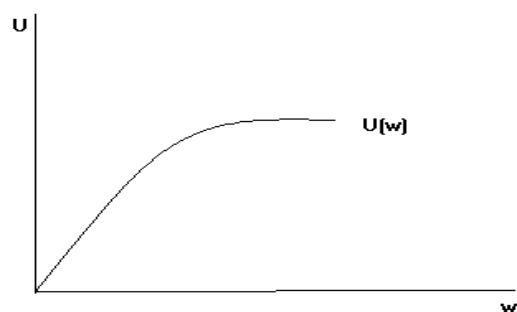
Rendimento e Risco

É muito raro encontrar um investidor que aplique toda a sua liquidez num único tipo de activo. A razão para que tal aconteça é que os investidores são normalmente avessos ao risco.

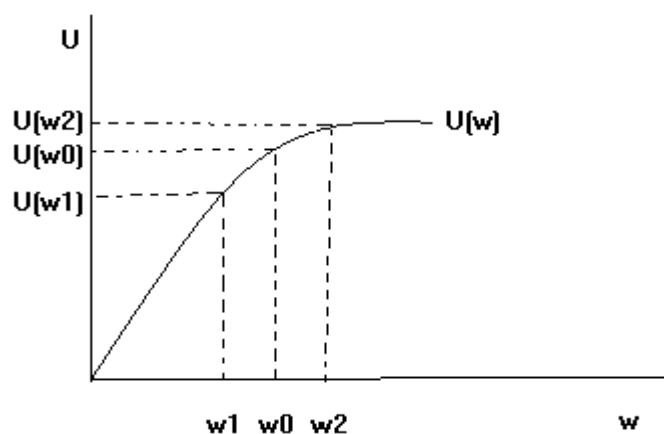
Há três tipos de perfil face ao risco:

- **Aversão ao risco:** um investidor avesso ao risco é aquele que, quando tem que escolher entre dois investimentos com o mesmo rendimento esperado, escolhe aquele que é menos arriscado.
- **Neutralidade face ao risco:** um investidor neutro em relação ao risco não tem em consideração o risco quando toma decisões em termos de investimento. Dados dois investimentos com o mesmo rendimento esperado mas riscos diferentes, ele é indiferente entre eles.
- **Gosto pelo risco:** um investidor amante do risco é aquele que gosta de correr riscos. Dados dois investimentos que oferecem o mesmo rendimento esperado mas riscos diferentes ele vai escolher aquele que tiver o risco mais elevado. Isto porque há hipóteses de vir a ter um rendimento mais elevado, ainda que também existam hipóteses de receber um rendimento desastroso.

A razão pela qual a maioria dos investidores é avessa ao risco é o facto de a utilidade marginal da riqueza ser habitualmente decrescente. Este fenómeno está associado a funções de utilidade que são côncavas em relação à riqueza.



Neste exemplo, a utilidade da riqueza aumenta com a própria riqueza. Isto é, à medida que a riqueza aumenta, também aumenta a utilidade, ou a satisfação que se retira dessa riqueza. No entanto, esse aumento de satisfação acontece a uma taxa decrescente relativamente aos acréscimos de riqueza. Este facto tem uma consequência muito importante: para qualquer nível de riqueza, uma perda provoca maior quebra de utilidade, do que um ganho da mesma dimensão provoca um acréscimo de utilidade.



(Ver também os casos de neutralidade e de aversão face ao risco)

Até aqui discutimos a aversão ao risco em termos da utilidade da riqueza e da utilidade esperada da riqueza. No entanto, nem a utilidade, nem a utilidade esperada são conceitos objectivamente mensuráveis. É impossível comparar directa e objectivamente a utilidade de um investidor com a utilidade de outro. É assim necessário encontrar outra maneira de avaliar a escolha, ou a relação de troca, entre rendimento e risco. Uma forma possível é através da Expansão de Taylor da função de utilidade esperada.

Não utilizamos uma função de utilidade definida em termos da riqueza investida numa carteira, mas antes definimos a função em termos do rendimento de uma carteira com risco. Isto é, em função do valor da riqueza da carteira no fim do período de investimento menos o seu valor no início.

Segue-se a expansão de Taylor de segunda ordem da função do rendimento em torno do rendimento esperado:

$$E[U(r_p)] \equiv \bar{u} = E \left[U(\bar{r}_p) + U'(\bar{r}_p)(r_p - \bar{r}_p) + \frac{1}{2} U''(\bar{r}_p)(r_p - \bar{r}_p)^2 \right] =$$

$$U(\bar{r}_p) + U'(\bar{r}_p) E(r_p - \bar{r}_p) + \frac{1}{2} U''(\bar{r}_p) E(r_p - \bar{r}_p)^2 = U(\bar{r}_p) + \frac{1}{2} U''(\bar{r}_p) \sigma^2$$

Esta expressão mostra que podemos desenvolver uma aproximação da utilidade esperada que depende do rendimento esperado da carteira e da variância da mesma: $\bar{U} = \bar{U}(\bar{r}_p, \sigma^2)$. Este resultado é muito útil, uma vez que o rendimento esperado e a variância são mais fáceis de medir do que a utilidade esperada. Além disto, a variância corresponde ao risco da carteira.

Curvas de indiferença associadas a esta função de utilidade:

Ao longo da mesma curva de indiferença, por definição, a utilidade é constante. Assim: $d\bar{U} = 0$, ou seja, o diferencial total tem que ser nulo.

$$d\bar{U} = U'(\bar{r}_p) d\bar{r}_p + \frac{1}{2} U''(\bar{r}_p) \sigma_p^2 d\bar{r}_p + \frac{1}{2} U'''(\bar{r}_p) d\sigma_p^2 = 0$$

Assumindo que $U'''(\bar{r}_p) \approx 0$ e rearranjando a expressão vem:

$$d\bar{U} = d\bar{r}_p + \frac{1}{2} \frac{U''(\bar{r}_p)}{U'(\bar{r}_p)} d\sigma_p^2, \text{ onde } \frac{1}{2} \frac{U''(\bar{r}_p)}{U'(\bar{r}_p)} = -R_A, \text{ e } -R_A \text{ é o coeficiente de aversão}$$

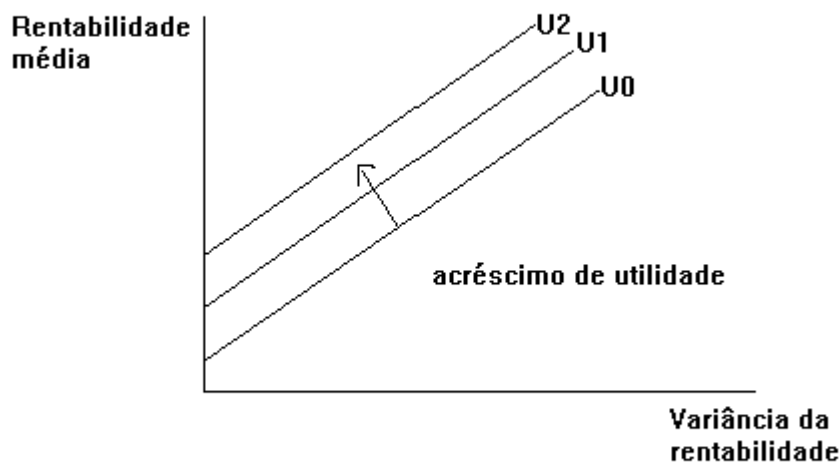
ao risco.

Podemos também definir R_T como o coeficiente de tolerância ao risco: $R_T = \frac{1}{R_A}$.

$d\bar{U} = d\bar{r}_p - R_A d\sigma_p^2 = 0$. Integrando vem, $\bar{U} = \bar{r}_p - R_A \sigma_p^2 \Leftrightarrow \bar{r}_p = \bar{U} + R_A \sigma_p^2$ ou $\bar{r}_p = \bar{U} + \frac{1}{R_T} \sigma_p^2$. Esta expressão representa 'curvas' de indiferença com interseção

vertical em \bar{U} e declive igual R_A ou $\frac{1}{R_T}$. A cada nível de \bar{U} corresponde uma curva

de indiferença diferente.



Uma vez que a utilidade marginal é positiva ($U' > 0$) e decrescente ($U'' < 0$), R_A é positivo. O tamanho de R_A é determinado pelo tamanho de U'' . Quando a função de

utilidade é muito côncava (grande aversão ao risco), U'' vai ser muito grande em termos absolutos e R_A vai ser muito alto (implica curvas de indiferença muito inclinadas). Quanto menor for a aversão ao risco, menor será R_A .

As curvas de indiferença medem a relação de troca entre rendimento e risco que permite ao investidor atingir o mesmo nível de satisfação. Se R_A é muito elevado – há grande aversão ao risco – é necessário um grande acréscimo no rendimento esperado para compensar uma unidade adicional de risco.

Podemos pensar nos investidores como consumidores de risco e rendimento, e nas suas carteiras como produtoras de rendimento e risco.

O rendimento de uma carteira de activos é a média ponderada do rendimento dos activos individuais que a constituem: $r_p = \sum_{i=1}^N \theta_i r_i$. Em termos de rendimento esperado

vem: $\bar{r}_p = \sum_{i=1}^N \theta_i \bar{r}_i$, onde $\bar{r}_p = E(r_p)$ e $\bar{r}_i = E(r_i)$.

O risco da carteira é:

$$\sigma_p^2 = E(r_p - \bar{r}_p)^2 = E\left[\sum_{i=1}^N \theta_i (r_i - \bar{r}_i)\right]^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \theta_i \theta_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \theta_i \theta_j \sigma \sigma_j \rho_{ij}$$

O desvio padrão da carteira (σ_p), que é uma medida alternativa do risco da carteira, e que é simplesmente a raiz quadrada da variância, tem a vantagem de ser medido nas mesmas unidades que o rendimento esperado.

Exemplo:

Uma carteira contém dois activos - X_1 e X_2 - nas seguintes proporções: $\theta_1 = 0.4$ e $\theta_2 = 1 - 0.4 = 0.6$. Os dois activos geram os seguintes valores: $\bar{r}_1 = 0.20$ (20%) e $\bar{r}_2 = 0.16$ (16%); $\sigma_1 = 0.75$ (75%) e $\sigma_2 = 0.50$ (50%); $\rho_{12} = -0.6$ (-60%). Com esta informação podemos calcular o rendimento esperado e o risco da carteira:

$$\begin{aligned}\bar{r}_p &= \theta_1 \bar{r}_1 + \theta_2 \bar{r}_2 = 0.4 * 0.2 + 0.6 * 0.16 = 0.176 (17.6\%) \\ \sigma_p^2 &= \theta_1^2 \sigma_1^2 + \theta_2^2 \sigma_2^2 + 2\theta_1 \theta_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} = \\ &= 0.4^2 * 0.75^2 + 0.6^2 * 0.5^2 + 2 * 0.4 * 0.6 * 0.75 * 0.5 * (-0.6) = \\ &= 0.072 \\ \sigma_p &= 0.2683 (26.83\%) \end{aligned}$$

Como se pode ver neste exemplo, o rendimento e o risco da carteira dependem de dois tipos de factores:

- o rendimento e risco dos activos que constituem a carteira
- e
- as proporções dos activos na carteira.

O investidor não tem controlo sobre os primeiros, mas tem sobre os segundos. Estes dependem do grau de aversão ao risco.

O rendimento e o risco dos activos individuais influenciam o grau de diversificação disponível.

Diversificar é o processo de combinar activos numa carteira, com o objectivo de reduzir o risco total sem comprometer o rendimento da carteira.

No exemplo acima o rendimento esperado da carteira era de 17.6% e o risco (medido pelo desvio padrão) era 26.83%. Se os rendimentos tiverem uma distribuição normal,

isso significa que há uma probabilidade de 95% de o rendimento que vai ser obtido se situar entre dois desvios padrão do rendimento esperado. O exemplo mostra claramente que a diversificação ajuda a diminuir o risco da carteira: risco de 26.83% para a carteira, mas de 75% e 50% para cada um dos títulos que a constituem.

O rendimento esperado, se bem que não tão alto como o de X_1 é superior ao de X_2 . A explicação está na correlação entre activos.

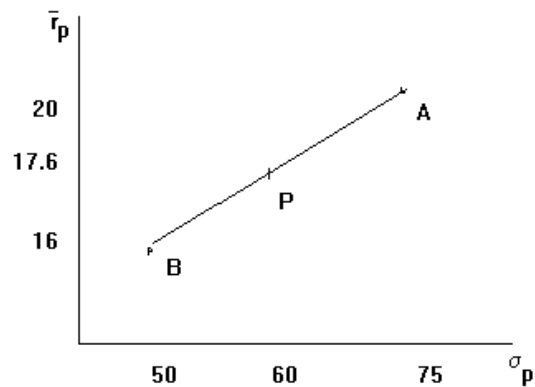
A correlação varia entre -1 e 1 $\left(\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \right)$. -1 e 1 são valores extremos: correlação negativa e positiva perfeitas. 0 é a ausência de correlação.

Correlação Positiva Perfeita:

Consideremos o exemplo acima, mas com $\rho = 1$. Isto significa que os dois rendimentos evoluem sempre da mesma maneira. $\bar{r}_p = 0.176$ permanece igual, mas a variância muda: $\sigma_p^2 = \theta_1^2 \sigma_1^2 + \theta_2^2 \sigma_2^2 + 2\theta_1 \theta_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} = (\theta_1 \sigma_1 + \theta_2 \sigma_2)^2$,
 $\sigma_p = \theta_1 \sigma_1 + \theta_2 \sigma_2 = 0.4 * 0.75 + 0.6 * 0.5 = 0.6$ (era 0.2683).

Quando $\rho_{12} = 1$ o rendimento esperado e o risco da carteira estão linearmente relacionados.

No gráfico abaixo representamos o conjunto de possíveis carteiras para os diferentes valores de θ_1 e θ_2 .



Em A: $\theta_1 = 1$; em B: $\theta_2 = 1$ e em P: $\theta_1 = 0.4$.

Quando $\rho_{12} = 1$ o conjunto é linear e não há vantagens provenientes da diversificação. Não é possível diminuir o risco sem diminuir também o rendimento.

Correlação Negativa Perfeita:

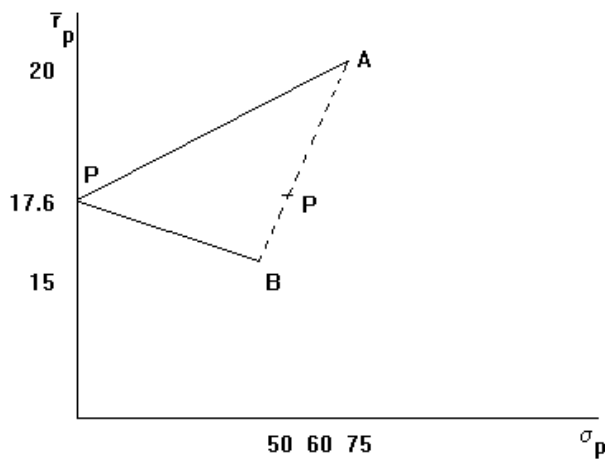
Quando $\rho_{12} = -1$ os dois rendimentos evoluem sempre em direcções opostas. O rendimento da carteira é o mesmo, mas o risco agora é:

$$\sigma_p^2 = \theta_1^2 \sigma_1^2 + \theta_2^2 \sigma_2^2 - 2\theta_1 \theta_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} = (\theta_1 \sigma_1 - \theta_2 \sigma_2)^2$$

$$\sigma_p = \theta_1 \sigma_1 - \theta_2 \sigma_2 = 0.4 * 0.75 - 0.6 * 0.5 = 0$$

A carteira sem risco obtém-se quando $\rho_{12} = -1$ e $\theta_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$ e $\theta_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2}$.

Outras carteiras, para outros valores de θ_1 e θ_2 com $\rho_{12} = -1$ são:



Em A: $\theta_1 = 1$; em B: $\theta_2 = 1$ e em P: $\theta_1 = 0.4$.

Carteiras com θ_1 entre 1 e 0.4 estão em PA. Carteiras com $\theta_1 < 0.4$ estão em PB.

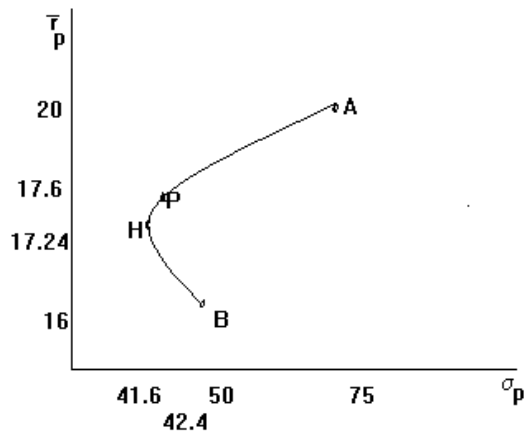
Ao caminhar de B para P diminui o risco e aumenta a rentabilidade esperada. A carteira P domina todas em PB.

Ao caminhar de A para P diminui o risco e diminui a rentabilidade esperada. No entanto, a taxa à qual o risco diminui neste caso é mais alta quando $\rho_{12} = -1$ do que quando $\rho_{12} = 1$ (AP é menos inclinada que AB). Comparando P com \hat{P} vemos claramente os benefícios da diversificação quando os activos são negativamente correlacionados.

Correlação Nula:

$\rho_{12} = -1$ é um caso extremo e por isso pouco provável na realidade. No entanto, há benefícios que podem ser obtidos através da diversificação das carteiras quando os activos estão negativamente correlacionados (mesmo que não perfeitamente), e mesmo quando não há relação entre eles. Neste caso $\sigma_p^2 = \theta_1^2 \sigma_1^2 + \theta_2^2 \sigma_2^2$ e

$\sigma_p = \sqrt{\theta_1^2 \sigma_1^2 + \theta_2^2 \sigma_2^2}$. No nosso exemplo $\sigma_p = 0.424$, que é maior do que o valor inicial, mas maior do que os riscos de cada activo a título individual.



Em P $\theta_1 = 0.4$ e $\theta_2 = 0.6$. P não é a carteira com desvio padrão mínimo. Esta é H e

encontra-se diferenciando σ_p em ordem a θ_1 e igualando a zero. Vem $\theta_1 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$

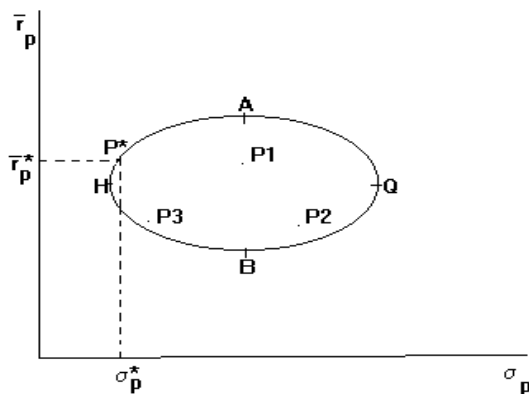
$$\text{e } \theta_2 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}.$$

Até agora vimos o caso de carteiras com apenas dois activos, mas os benefícios da diversificação podem ser aumentados se aumentarmos o número de activos com rendimentos não correlacionados. A análise que foi feita até aqui pode ser repetida para N activos. No entanto só nos vão interessar algumas zonas dos conjuntos possíveis. Só os pontos cujo desvio padrão é mínimo, para o mesmo nível de rendimento e, de entre estes, só aqueles que não contêm carteiras ineficientes, isto é, dominadas. A este conjunto chama-se **Conjunto Eficiente**.

Modelos de Avaliação de Activos Financeiros

A análise que foi feita para dois activos pode ser repetida para N. Os benefícios da diversificação podem ser aumentados se aumentarmos o número de activos da carteira, desde que eles não sejam positivamente correlacionados.

Vamos desenvolver uma análise onde são considerados todos os activos existentes numa dada economia – N activos. Estamos interessados na constituição de carteiras que contenham uma parte ou a totalidade desses activos. Uma carteira pode conter 1, 2, ... até N activos. Pode também ter o mesmo número e até o mesmo tipo de activos que outra carteira, mas esta pode ser constituída com pesos diferentes. O conjunto de todas as carteiras que é possível construir numa determinada economia é o **Conjunto das Oportunidades de Investimento**.



Este é o conjunto das oportunidades de investimento numa situação em que as expectativas são homogéneas – todos têm as mesmas expectativas relativamente ao rendimento e ao risco dos diferentes activos. O conjunto tem uma forma convexa porque é constituído por carteiras que contêm activos não perfeitamente correlacionados. Nem todas as carteiras que pertencem a este conjunto têm interesse do ponto de vista analítico. Por exemplo, as **carteiras dominadas** ou ineficientes (carteiras que, para o mesmo rendimento esperado têm mais risco) não têm interesse. Uma **carteira dominante** tem menor risco para o mesmo rendimento esperado.

Todas as carteiras no interior do conjunto das oportunidades de investimento são dominadas pela fronteira que fica do lado esquerdo: AHB.

A **fronteira eficiente**, ou **conjunto eficiente** é a parte de AHB que não contém carteiras ineficientes. Todas as carteiras entre HB são ineficientes porque são dominadas pelas carteiras situadas ao longo de AH.

AH → Conjunto Eficiente ou Fronteira Eficiente

Uma forma de calcular o conjunto eficiente utiliza técnicas de programação quadrática e é conhecida como:

* Modelo de Markowitz

Vamos supor que pretendíamos encontrar a carteira P* que está situada no conjunto eficiente. Esta é a carteira que tem o risco mais baixo de entre todas as que têm este rendimento esperado. O nosso objectivo é encontrar as proporções θ_i que minimizam o desvio padrão da carteira com a rentabilidade \bar{r}_p .

A função objectivo é o risco → queremos minimizar o risco.

As restrições são duas:

- rentabilidade igual a \bar{r}_p
- $\sum_{i=1}^N \theta_i = 1$

Minimizar $\sigma_p = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \theta_i \theta_j \sigma_{ij} \right)}$ em ordem a θ_i , sujeito a:

$$\sum_{i=1}^N \theta_i \bar{r}_i = \bar{r}_p^*$$

e

$$\sum_{i=1}^N \theta_i = 1$$

A solução deste problema dá-nos as proporções θ_i da carteira P^* . Se alterarmos o rendimento esperado \bar{r}_p^* encontramos todas as diferentes carteiras que pertencem ao conjunto eficiente.

Um dos problemas do método de Markowitz é o número enorme de coeficientes que é necessário para calcular o desvio padrão (ou risco da carteira). Por exemplo, se considerarmos um cenário de 500 activos numa dada economia, precisamos de 125000 ($500^2/2$) covariâncias para calcular o risco da carteira. Um modelo mais simples foi formulado por Sharpe (1963) e será analisado mais à frente – é o modelo CAPM.

Até aqui calculámos o conjunto eficiente considerando que as carteiras são constituídas apenas por activos com risco. Vamos agora ver o que acontece quando existe também um activo sem risco que pode ser emprestado ou tomado de empréstimo → podemos investir no activo ou pedi-lo emprestado a uma dada taxa de juro fixa (conhecida e sem risco).

Inicialmente vamos considerar que existem apenas um activo com risco (X_1) e um activo sem risco (X_f).

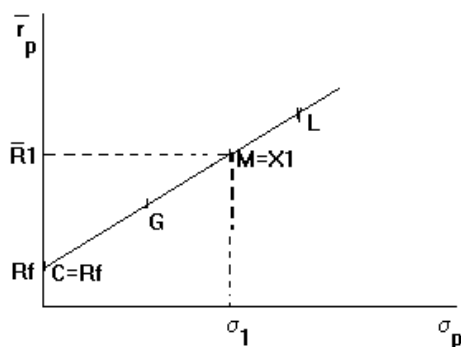
O rendimento esperado de uma carteira constituída apenas por estes dois activos é:

$$(1) \bar{r}_p = \theta_1 \bar{r}_1 + \theta_2 r_f, \text{ onde } r_f \text{ é a taxa de rendimento do activo sem risco, e } \theta_2 = 1 - \theta_1.$$

O desvio padrão da carteira é:

$$(2) \sigma_p = \theta_1 \sigma_1, \text{ porque } \sigma_f = 0.$$

(1) e (2) fazem com que o conjunto das oportunidades de investimento seja linear.
 (Demonstrar)



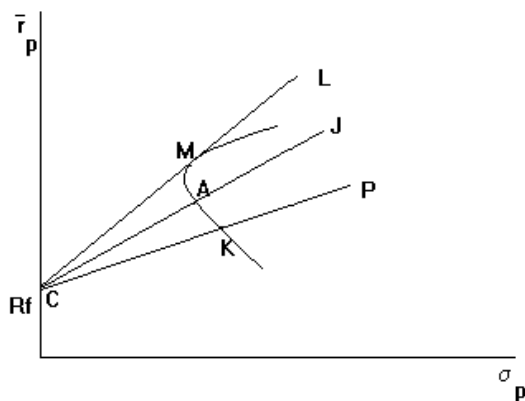
Em C \rightarrow o investidor constitui toda a sua carteira apenas com o activo sem risco. O rendimento é R_f e o risco é nulo.

Em M \rightarrow o investidor investe tudo em X1. Tem rendimento \bar{R}_1 e risco σ_1 .

Em G \rightarrow parte é investida no activo com risco ($0 < \theta_1 < 1$) e o resto é investido no activo sem risco (é emprestado à taxa sem risco).

Em L \rightarrow o investidor investe mais do que a sua riqueza no activo com risco. Consegue fazê-lo porque pede emprestado à taxa sem risco para investir no activo com risco. O investidor utilizou a alavancagem para aumentar, quer o rendimento, quer o risco.

Juntamos agora o activo sem risco com todos os activos com risco de uma economia:



Por exemplo, quando o activo sem risco é combinado com a carteira com risco K, o conjunto das oportunidades de investimento resultante é CKP.

Se o juntarmos com a carteira A, o conjunto das oportunidades de investimento resultante é CAJ.

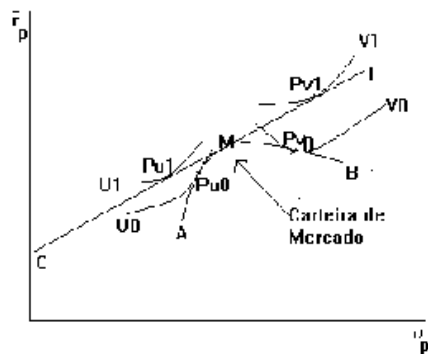
CAJ domina CKP porque todas as carteiras em CAJ têm rendimento esperado mais alto que em CKP, para o mesmo desvio padrão.

O conjunto das oportunidades de investimento que não é dominado por nenhum outro é o que resulta da combinação do activo sem risco com a carteira M → CML (**Capital Market Line** ou **recta do mercado de capitais**).

As carteiras que se situam ao longo da recta do mercado de capitais são constituídas emprestando e pedindo emprestado à taxa de rendimento sem risco. O declive da recta do mercado de capitais mostra a relação de troca entre rendimento e risco.

Até aqui discutimos o risco e o rendimento do ponto de vista do consumo. Segundo esta perspectiva o declive das curvas de indiferença diz-nos a taxa à qual o investidor deseja trocar risco por rendimento. Discutimos também risco e rendimento do ponto de vista da produção. Neste caso o declive da recta do mercado de capitais diz-nos a taxa

à qual o investidor é capaz de trocar risco por rendimento no mercado. Podemos agora juntar as duas perspectivas:



A figura mostra o conjunto eficiente de carteiras com risco: AMB , e a recta do mercado de capitais: CML .

Mostra também curvas de indiferença de dois consumidores avessos ao risco: Investidor 1: $\rightarrow U_0$ e U_1 ; Investidor 2: $\rightarrow V_0$ e V_1 .

O investidor 1 é mais avesso ao risco do que o investidor 2. Tem curvas de indiferença mais inclinadas \Rightarrow precisa de maior aumento de rendimento esperado para o compensar de um dado aumento do risco.

Sem ter a possibilidade de emprestar e pedir emprestado, o investidor 1 iria maximizar a sua utilidade ao seleccionar a carteira P_{u0} , dada pelo ponto de tangência entre as curvas de indiferença do investidor 1 e o conjunto das possibilidades de investimento. Da mesma forma, nestas condições, o consumidor 2 iria escolher a carteira P_{v0} .

A possibilidade de emprestar e pedir emprestado permite melhorar a utilidade dos investidores. Agora o conjunto eficiente é a recta do mercado de capitais (porque esta domina todas as carteiras do anterior conjunto, à excepção da carteira M). O investidor 1 aumenta a sua utilidade de U_0 para U_1 , ao escolher a carteira Pu_1 em vez da carteira Pu_0 . O investidor 2 aumenta a sua utilidade de V_0 para V_1 , ao escolher a carteira Pv_1 em vez de Pv_0 .

Sejam quais forem as preferências do investidor face ao risco, desde que exista homogeneidade de expectativas relativamente ao rendimento e ao risco, todos os investidores vão deter a carteira M em conjunto com um crédito ou um empréstimo à taxa de juro sem risco. Esta carteira M tem um significado importante em termos de análise de carteiras: é conhecida como a carteira de mercado de activos com risco.

Carteira de Mercado → carteira que contem todos os activos que existem na economia, com peso igual aos respectivos valores de mercado.

O activo i tem o seguinte peso na carteira de mercado:

$$\theta_i = \frac{\text{valor de mercado do activo } i}{\text{valor de mercado de todos os activos da economia}}$$

O equilíbrio de mercado requer duas condições:

- que a taxa de juro sem risco seja tal que o montante de fundos emprestado seja igual ao montante de fundos tomados de empréstimo;
- que todos os investidores detenham a carteira de mercado, uma vez que esta é a única carteira para a qual todos os activos com risco estão simultaneamente em equilíbrio.

Desde que tenhamos dados sobre a carteira de mercado e a taxa de juro sem risco, podemos calcular o **preço de equilíbrio do risco**, ou o **preço de mercado do risco**:

$\frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m}$, onde \bar{r}_m é a rentabilidade esperada da carteira de mercado, r_f é a taxa de juro sem risco, e σ_m é o desvio padrão (ou o risco) da carteira de mercado.

A equação da recta do mercado de capitais é: $\bar{r}_p = r_f + \left(\frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} \right) \sigma_p$, onde \bar{r}_p e σ_p são o rendimento esperado e o risco de uma carteira situada sobre a recta de mercado de capitais. A derivada do rendimento em ordem ao risco é o preço do risco: $\frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m}$, e é também a taxa marginal de transformação entre risco e rendimento.

Desde que as expectativas sejam homogêneas todos os investidores estarão de acordo quanto ao preço de mercado do risco. Isto é, a taxa de rendimento exigida a uma carteira com risco σ_p é \bar{r}_p . Para cada investidor a carteira óptima será formada por uma combinação da carteira de mercado e do activo sem risco. A proporção exacta depende do grau de aversão ao risco. Para um grau de aversão elevado haverá uma quantidade positiva de activo sem risco. Para um grau de aversão baixo haverá uma quantidade negativa de activo sem risco. Mas para todos os investidores a carteira óptima é determinada pelo ponto onde a curva de indiferença é tangente à recta do mercado de capitais. Neste ponto de tangência o declive da curva de indiferença, que mede a taxa marginal de substituição entre risco e rendimento, é igual ao declive da recta do mercado de capitais, que mede a taxa marginal de transformação de risco em rendimento.

Em equilíbrio, as carteiras eficientes que se encontram ao longo da recta do mercado de capitais (isto é, combinações da carteira de mercado e do activo sem risco) têm o seu preço estabelecido de acordo com $\bar{r}_p = r_f + \left(\frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} \right) \sigma_p$ e o seu risco determinado por: $\sigma_p = \theta_m \sigma_m$.

A questão que se coloca agora é: como são valorizadas as carteiras ineficientes? Ainda que nenhum investidor racional e avesso ao risco queira essas carteiras, elas têm que ter um preço. De que forma é que o preço de uma carteira ineficiente depende do desvio padrão do rendimento da carteira? Para responder a estas

questões temos que analisar o risco total da carteira, de forma detalhada, e decompô-lo nas suas partes constituintes.

Associámos o risco de uma carteira ao seu desvio padrão e vimos como é que a diversificação pode reduzir o desvio padrão de uma carteira de activos, por comparação com os activos considerados isoladamente, desde que estes não tenham correlação positiva. Vimos também que, mesmo quando uma carteira contém um conjunto diversificado de activos, é possível que uma carteira ainda mais diversificada domine a primeira, por ter um desvio padrão menor para um mesmo rendimento esperado. A carteira mais diversificada de todas é a carteira de mercado e esta domina todas as outras. Assim, vamos começar por decompor o risco total em duas partes: **risco diversificável** e **risco não diversificável**. Por muito diversificada que uma carteira esteja, há sempre um nível de risco que não pode ser anulado. Uma parte do risco é diversificável e outra não é. Quando aumentamos o número de activos numa carteira vemos que normalmente o desvio padrão diminui, mas a uma taxa decrescente. Quanto mais diversificadas estão as carteiras, mais correlacionadas estão com o mercado. O risco não diversificável está directamente ligado ao risco sistemático da economia. Este risco não diversificável é também conhecido como risco de mercado. Uma vez que o andamento da bolsa é uma boa proxy da conjuntura económica – ela costuma anunciar altos e baixos.

O modelo de mercado de Sharpe define uma relação linear entre o rendimento de um título e o rendimento do mercado, e pode ser usado para decompor o risco total em risco diversificável e não diversificável.

$$r_{i,t} = \gamma_i + \beta_i r_{m,t} + \varepsilon_{i,t},$$

onde: $r_{i,t}$ é o rendimento total do activo i no ano t (ganho de capital mais juros); $r_{m,t}$ é o rendimento total do mercado no ano t ; $\varepsilon_{i,t}$ é o erro independente e aleatório, e γ_i e β_i são os coeficientes de intersecção e de declive.

Esta equação é muitas vezes designada como linha característica do activo i . Tem todas as características de uma equação de regressão:

- Tem uma componente sistemática $\rightarrow \gamma_i + \beta_i r_{m,t}$, e isto diz que o rendimento do activo i é sistematicamente explicado pelo andamento do mercado;
- Tem uma componente não sistemática, também referida como idiossincrática ou específica $\rightarrow \varepsilon_{i,t}$. É a componente do rendimento do activo que não é explicada pelo mercado.

Esta componente não sistemática do risco, ou seja, o erro da equação característica, tem as seguintes propriedades: média nula, variância constante, covariância nula (ou correlação nula) com o rendimento do mercado e com a componente não sistemática do rendimento de qualquer outro título.

Como a recta ou linha característica do activo i é uma equação de regressão, sabemos como calcular os coeficientes de intersecção e de declive:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(r_{i,t}, r_{m,t})}{\text{var}(r_{m,t})} = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2} \quad \text{e} \quad \gamma_i = \bar{r}_i - \beta_i \bar{r}_m.$$

Temos então a seguinte decomposição do risco total:

Risco total = risco não diversificável + risco diversificável

ou

Risco total = risco de mercado + risco específico.

É bom que a maioria do risco total de um título seja diversificável, porque o risco diversificável pode ser quase totalmente eliminado mediante diversificação relativamente barata.

O resultado de combinar um grande número de títulos numa carteira diversificada é que as componentes aleatórias dos seus rendimentos anulam-se entre si. Isto deixa

apenas o risco não diversificável como medida importante do risco com a qual o investidor tem que se preocupar.

Quando uma carteira é eficiente, isto é, quando está correctamente diversificada, a medida apropriada do risco é o desvio padrão ou a variância do seu rendimento, isto é, é o risco total. Neste caso o risco total é igual ao risco não diversificável. Por construção, uma carteira eficiente não tem risco específico. No entanto, a medida do risco total não é apropriada para carteiras ineficientes ou para activos individuais (que são um exemplo de carteira ineficiente). Carteiras ineficientes não estão correctamente diversificadas. Uma vez que a diversificação é uma forma barata de reduzir o risco total, apenas a componente do risco total que não pode ser diversificada é apropriada para avaliar carteiras não diversificadas ou ineficientes. O risco das carteiras ineficientes e dos activos individuais depende apenas do risco não diversificável que lhes é inerente.

Até aqui analisámos carteiras e activos, eficientes e ineficientes. Todas as carteiras eficientes estão situadas ao longo da **recta do mercado de capitais** e, assim, são todas perfeitamente correlacionadas com a **carteira de mercado**, que é a carteira mais diversificada que é possível conceber. As carteiras eficientes não contêm pois risco diversificável. Ao longo da recta do mercado de capitais o risco total é igual ao risco não diversificável.

Todas as carteiras ineficientes contêm, por definição, algum risco diversificável. Em equilíbrio a componente diversificável do risco das carteiras ineficientes não é avaliada – não tem preço – porque esse risco pode ser diversificado a um custo relativamente baixo. Ninguém quer pagar um risco que pode ser eliminado a baixo custo.

A análise que fizemos até aqui e que consiste em determinar o preço ou o rendimento de equilíbrio de uma carteira, pode ser usada para activos individuais. É esta análise que vai ser feita a seguir.

*** Modelo CAPM**

CAPM = Capital Asset Pricing Model – desenvolvido por Sharpe (1963) e Lintner (1965). É um modelo válido para todos os tipos de activos, incluindo activos e obrigações.

É um modelo de equilíbrio que se baseia explicitamente na maximização da utilidade dos investidores e num determinado conjunto de oportunidades de investimento. Os preços de equilíbrio são determinados de forma a que ficam em harmonia a procura e a oferta de activos.

Existem h investidores: $h= 1, 2, \dots, H$, i activos com risco: $i=1,2,\dots,N$, sendo a dívida sem risco o activo $N+1$.

$$\begin{bmatrix} w_{11} & \dots & w_{1h} & \dots & w_{1H} \\ w_{21} & \dots & w_{2h} & \dots & w_{2H} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{i1} & \dots & w_{ih} & \dots & w_{iH} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{N1} & \dots & w_{Nh} & \dots & w_{NH} \\ -w_{N+1,1} & \dots & -w_{N+1,h} & \dots & -w_{N+1,H} \end{bmatrix}$$

Em coluna representam-se os H investidores e em linha os N e $N+1$ títulos.

A soma das linhas é: $\sum_{h=1}^H w_{ih} = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_i + \dots + \theta_N + 0 \rightarrow$ restrição de equilíbrio de mercado para títulos individuais: θ_i é a proporção do título i no total do mercado.

A soma das colunas é: $\sum_{i=1}^{N+1} w_{ih} = \varphi_1 + \dots + \varphi_h + \dots + \varphi_H \rightarrow$ restrição orçamental dos investidores: φ_h é a proporção da riqueza do investidor h no total da riqueza.

$$\sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{N+1} w_{ih} = 1$$

w_{ih} é a proporção do mercado que é investido pela pessoa h no activo i .

$w_{N+1,h}$ é a proporção do total do mercado que é tomada pela pessoa h de empréstimo na dívida sem risco.

A soma total de dívida sem risco para o total dos investidores tem que ser zero.

Dedução do modelo:

Supor que cada investidor individual, h , tem a seguinte função de utilidade:

$$(1) \quad \bar{u}_h = \bar{u}_h(\bar{r}_{ph}, \sigma_{ph}^2),$$

onde $\bar{r}_{ph} = \left(\frac{1}{\phi_h}\right) \left(\sum_{i=1}^N w_{ih} \bar{r}_i - w_{n+1,h} r_f\right)$ é o rendimento esperado relativo à carteira h

e:

$$(2) \quad \sigma_{ph}^2 = \left(\frac{1}{\phi_h}\right)^2 \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ih} w_{jh} \sigma_{ij}\right)$$

é a variância do rendimento da carteira h .

A restrição orçamental do investidor é:

$$(3) \quad \left(\frac{1}{\varphi_h} \right) \left(\sum_{i=1}^N w_{ih} - w_{N+1,h} \right) = 1.$$

O objectivo do investidor h é maximizar a utilidade, sujeita à restrição orçamental. As condições de primeira ordem para um máximo são (onde λ_h é o multiplicador de Lagrange do investidor h):

(4)

$$\frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \bar{r}_{ph}} \frac{\partial \bar{r}_{ph}}{\partial w_{ih}} + \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \sigma_{ph}^2} \frac{\partial \sigma_{ph}^2}{\partial w_{ih}} + \lambda_h \left(\frac{1}{\varphi_h} \right) = \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \bar{r}_{ph}} \left(\frac{1}{\varphi_h} \right) \bar{r}_i + \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \sigma_{ph}^2} \left[2 \left(\frac{1}{\varphi_h} \right)^2 \sum_{j=1}^N w_{ij} \sigma_{ij} \right] + \lambda_h \left(\frac{1}{\varphi_h} \right) = 0,$$

$$i = 1, \dots, N,$$

e:

$$(5) \quad \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \bar{r}_{ph}} \frac{\partial \bar{r}_{ph}}{\partial w_{N+1,h}} + \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \sigma_{ph}^2} \frac{\partial \sigma_{ph}^2}{\partial w_{N+1,h}} - \lambda_h \left(\frac{1}{\varphi_h} \right) = \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \bar{r}_{ph}} \left[- \left(\frac{1}{\varphi_h} \right) r_f \right] - \lambda_h \left(\frac{1}{\varphi_h} \right) = 0.$$

Se substituirmos (5) em (4) podemos eliminar λ_h :

$$(6) \quad \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \bar{r}_{ph}} (\bar{r}_i - r_f) + \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \sigma_{ph}^2} \left[2 \left(\frac{1}{\varphi_h} \right)^2 \sum_{j=1}^N w_{ij} \sigma_{ij} \right] = 0, \quad i = 1, \dots, N.$$

A equação (6) é uma relação de equilíbrio que tem que se verificar para todos os investidores, $h=1, \dots, H$, e para todos os títulos, $i=1, \dots, N$.

Uma vez que (6) se verifica para todos os títulos, também se verifica para pares de títulos. Para os títulos i e k temos:

$$(7) \quad \frac{\frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \bar{r}_{ph}} (\bar{r}_i - r_f) - \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \sigma_{ph}^2} \left[2 \left(\frac{1}{\phi_h} \right)^2 \sum_{j=1}^N w_{jh} \sigma_{ij} \right]}{\frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \bar{r}_{ph}} (\bar{r}_k - r_f) - \frac{\partial \bar{u}_h}{\partial \sigma_{ph}^2} \left[2 \left(\frac{1}{\phi_h} \right)^2 \sum_{j=1}^N w_{jh} \sigma_{kj} \right]}, \text{ que pode ser simplificado para:}$$

$$(8) \quad \frac{\bar{r}_i - r_f}{\sum_{j=1}^N w_{ij} \sigma_{ij}} = \frac{\bar{r}_k - r_f}{\sum_{j=1}^N w_{ij} \sigma_{kj}}.$$

Quando há equilíbrio de mercado, tem que se verificar a seguinte relação para todos os títulos:

$$(9) \quad \sum_{h=1}^H w_{jh} = \theta_j, \quad j = 1, \dots, N.$$

Somando a expressão (8) para todos os investidores $h=1, \dots, N$, e aplicando (9) dá:

$$(10) \quad \frac{\bar{r}_i - r_f}{\sum_{j=1}^N \theta_j \sigma_{ij}} = \frac{\bar{r}_k - r_f}{\sum_{j=1}^N \theta_j \sigma_{kj}} = \pi, \text{ onde } \pi \text{ é um rácio comum a todos os títulos.}$$

Multiplicando o numerador e o denominador de (10) por θ_k e somando para todos os títulos $k=1, \dots, N$, dá:

$$(11) \quad \frac{\sum_{k=1}^N (\bar{r}_k \theta_k - r_f \theta_k)}{\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \theta_k \theta_j \sigma_{kj}} = \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m^2} = \pi,$$

onde \bar{r}_m é o rendimento esperado da carteira de mercado e σ_m^2 é a variância do rendimento da carteira de mercado.

A equação (11) indica que, se somarmos para todos os investidores e para todos os títulos, e impusermos as condições de equilíbrio de mercado, acabamos, tal como seria de esperar, com a carteira de mercado. Substituindo (11) em (10) e rearranjando temos o CAPM:

$$(12) \quad \bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m},$$

ou

$$(13) \quad \bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f)\beta_i,$$

onde $\sigma_{im} = \sum_{j=1}^N \theta_j \sigma_{ij}$ é a covariância do rendimento do título i em relação ao

rendimento do mercado, e $\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$ é o beta do título i .

As equações (12) e (13) podem ser escritas do seguinte modo:

*Rendimento esperado do activo i = Preço do tempo + (Preço do risco * Quantidade de risco)*

Uma diferença entre as duas formalizações é que a primeira expressa o risco em unidades do risco total, enquanto que a segunda utiliza o preço absoluto do risco.

Outra diferença é que as medias de risco diferem ligeiramente: a primeira equação usa a covariância entre o activo i e o mercado, relativamente ao risco total do mercado, sendo este medido pelo desvio padrão do mercado. A segunda equação usa a covariância entre o activo i e o

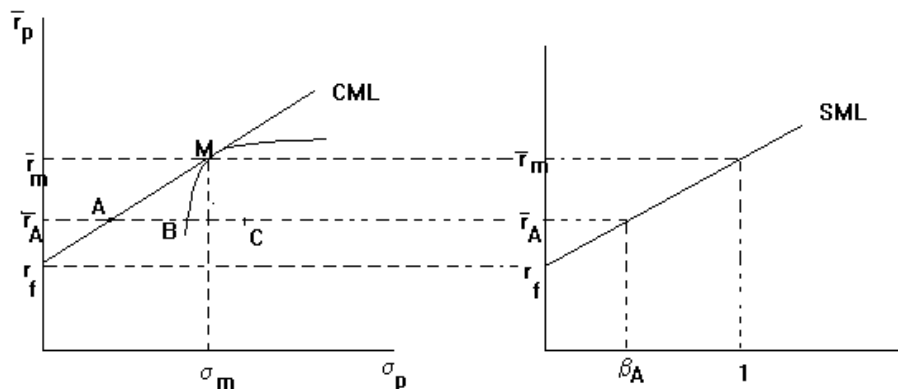
mercado, relativamente ao risco total do mercado, sendo este medido pela variância do mercado. Esta última medida é conhecida como o β do activo, porque é definido exactamente como os β s das equações de regressão.

O β da carteira é pura e simplesmente a média ponderada dos β s dos activos da carteira:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N \theta_i \beta_i .$$

O importante é que ambas as medidas definem a quantidade de risco da mesma maneira: como o montante de risco sistemático, não diversificável ou de mercado. Em equilíbrio é este o único risco que conta. Os investidores não são compensados pelo risco que pode ser fácil e pouco dispendiosamente anulado. Em equilíbrio é apenas o risco de mercado que é avaliado.

Isto pode ser visto de uma forma mais evidente se compararmos a recta do mercado de capitais (recta que mostra a relação entre rendimento esperado e risco total) com a recta de mercado do activo (tem o rendimento esperado em função do risco de mercado, ou do β).



Em equilíbrio todos os títulos têm um preço tal que faz com que eles estejam na linha característica, ou SML. Em equilíbrio todas as carteiras eficientes têm um valor (preço ou rendimento) que faz com que elas estejam na recta do mercado de capitais, ou CML.

As carteiras ineficientes não vão estar na CML, mas vão ter um preço de equilíbrio que reflecte apenas o risco não diversificável que contêm. Exemplo: as carteiras A, B e C têm igual rendimento esperado e riscos totais diferentes. Como têm a mesma rentabilidade esperada, em equilíbrio têm que ter o mesmo nível de risco não diversificável (β_A).

O facto de as três carteiras terem riscos diferentes é irrelevante para a determinação dos seus rendimentos ou preços de equilíbrio. O risco total contém uma componente diversificável que não é avaliada em equilíbrio.

O β da carteira de mercado é igual a 1. Podemos então comparar os activos, a título individual, com o β de mercado:

- Se um activo tem um $\beta > 1$, diz-se que é um activo agressivo. O seu preço é mais volátil que o mercado – sobe mais que o mercado numa fase bull e desce mais numa fase bear. Os activos agressivos têm mais risco

não diversificável que o mercado. Têm uma taxa de rentabilidade mais elevada.

- Se um activo tem um $b < 1$, diz-se que é um activo defensivo. O seu preço é menos volátil que o mercado – sobe menos numa fase bull e desce menos numa fase bear. Têm menos risco não diversificável que o mercado e por isso requerem menos rendimento.

* Modelo de Avaliação por Arbitragem (ou modelo de arbitragem – APM ou APT)

Ross (1976) – em alternativa ao CAPM

Em mercados concorrenciais, as práticas de arbitragem de activos financeiros fazem com que prevaleça a lei do preço único → os activos com a mesma rentabilidade esperada terão o mesmo risco.

Hipóteses do modelo (referência é o CAPM):

- Não é necessário formular suposições relativas à distribuição de probabilidade dos rendimentos dos activos, nem às funções de utilidade dos investidores;
- Não é necessário admitir que a carteira de mercado desempenha um papel particular, nem exigir a sua eficiência;
- A rentabilidade de um activo financeiro é função de diversos factores. A teoria não fornece qualquer indicação quanto à definição destes factores explicativos. Este problema de identificação pertence ao âmbito das análises empíricas (inflação, produção industrial, desejo de risco, taxa de juro).

Assim, a rentabilidade de um activo financeiro é função da sua rentabilidade esperada e da sua sensibilidade a diversos outros variáveis.

$$r_i = \bar{r}_i + \sum_{K=1}^m \beta_{ik} f_k + \varepsilon_i$$

onde:

\bar{r}_i é a rentabilidade esperada do activo i;

β_{ik} é a sensibilidade do activo i ao factor k;

f_k é o valor do factor K;

ε_i é a variável aleatória que representa o risco específico e que é independente de todos os outros factores.

Princípios do modelo: em equilíbrio, qualquer carteira composta por activos financeiros, que não envolva risco, nem utilize riqueza, deve ter uma rentabilidade esperada nula.

As carteiras com estas características são **carteiras de arbitragem**.

Carteiras de arbitragem são formadas vendendo certos activos com o objectivo de comprar outros – o que permite não utilizar riqueza. Para que não contenham risco, é preciso que estejam bem diversificadas e que os β s se anulem.

Formalmente, as condições necessárias à obtenção de uma carteira de arbitragem são:

1) $\sum_{i=1}^n w_i = 0 \rightarrow$ ausência de utilização de riqueza;

2) n é grande \rightarrow para permitir a eliminação do risco específico;

3) $\sum_{i=1}^n w_i \beta_{ik} = 0 \rightarrow$ para cada factor k , a soma ponderada das componentes do risco sistemático de um título é igual a zero.

\Downarrow

Rentabilidade de uma carteira de arbitragem:

$$r_p = \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i + \sum_{i=1}^n w_i \beta_{i1} f_1 + \dots + \sum_{i=1}^n w_i \beta_{ik} f_k + \dots + \sum_{i=1}^n w_i \beta_{im} f_m$$

com $k=1, \dots, m$. n tem que ser suficientemente grande para eliminar o termo erro.

Como $\sum_{i=1}^n w_i \beta_{ik} = 0 \Rightarrow r_p = \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i = 0 \rightarrow$ em equilíbrio a rentabilidade de uma carteira de arbitragem é nula.

O vector das rentabilidades esperadas deve ser uma combinação linear do vector constante e dos vectores dos coeficientes: deve existir um conjunto de coeficientes λ_k

tal que: $\bar{r}_i = \lambda_0 + \sum_{k=1}^n \lambda_k \beta_{ik}$.

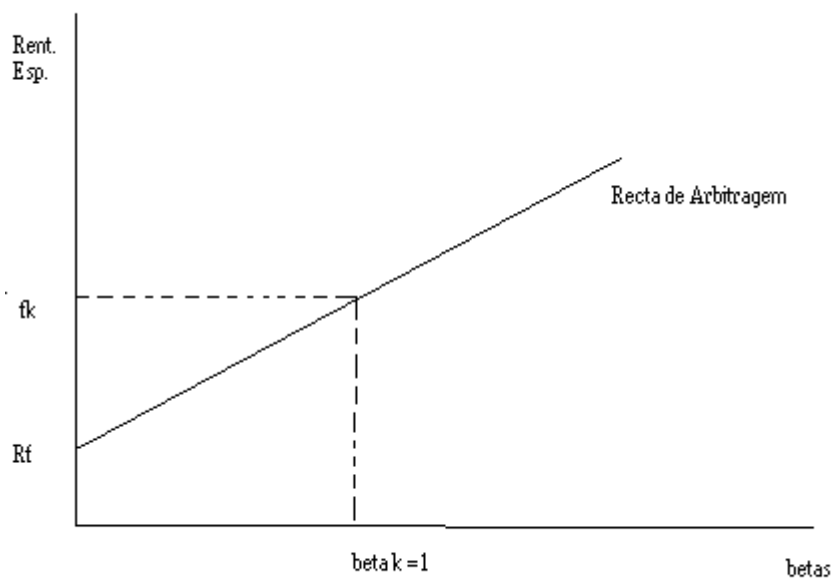
Quando existe um activo sem risco, de rentabilidade r_f , β_{ok} é igual a zero e λ_0 é

igual a r_f . Daqui se deduz que: $\bar{r}_i - r_m = \sum_{k=1}^n \lambda_k \beta_{ik}$.

Se existe um único factor k , o modelo de arbitragem é igual ao CAPM. Com efeito, em equilíbrio, os activos devem situar-se todos numa única recta – recta de arbitragem – e λ_k pode considerar-se como um prémio de risco \rightarrow prémio de risco para o factor de ordem k .

Por analogia, podemos escrever: $\bar{r}_i = r_f + \lambda_k \beta_{ik}$ ou $\bar{r}_i = r_f + (d_k - r_f) \beta_{ik}$, em que $\lambda_k = d_k - r_f$.

d_k é a rentabilidade esperada de uma carteira de sensibilidade 1 ao factor de ordem k e de sensibilidade zero a todos os outros factores.



↓

Recta de arbitragem para o caso de um único factor: $\bar{r}_i = r_f + \lambda_k \beta_{ik}$. Neste caso o modelo coincide com o CAPM.

$$r_i - r_f = \sum_{k=1}^m (d_k - r_f) \beta_{ik} \rightarrow \text{recta de regressão múltipla: } \beta_{ik} = \frac{\text{Cov}(\bar{r}_i, d_k)}{\sigma_{dk}^2}.$$

O CAPM é um caso particular do modelo de arbitragem

Eficiência dos Mercados Financeiros

- **Eficiência na afectação de recursos:** O papel dos mercados financeiros em economias concorrenciais é assegurar que os recursos escassos sejam afectados da forma mais produtiva possível. Isto significa que quem mais valoriza os recursos, e por isso está disposto a pagar mais por eles, é que fica com a sua posse. Quando isto acontece, dizemos que existe eficiência na afectação de recursos. A função dos mercados financeiros é afectar os recursos de investimento de forma eficiente.

- **Eficiência Operacional:** O mercado é eficiente do ponto de vista operacional quando os custos de transacção decorrentes da participação no mercado (por exemplo os spreads para os bancos e as comissões dos brokers) são determinados de forma competitiva. Dito de outra forma, um mercado está a funcionar de forma operativamente eficiente quando os agentes que nele intervêm obtêm lucros normais (e não lucros de monopolistas). A definição estrita requer que os lucros económicos sejam nulos.

- **Eficiência Informativa:** Um mercado é eficiente do ponto de vista informativo se os preços actuais reflectem de forma completa e instantânea toda a informação relevante disponível.

Mercado eficiente ou perfeitamente eficiente é aquele que é simultaneamente eficiente do ponto de vista da afectação, da operacionalidade e da informação.

Os três aspectos estão interligados, no entanto, ao longo da nossa análise vamos assumir que os mercados de activos financeiros são eficientes do ponto de vista da afectação e operacional, e vamos concentrar-nos na análise da eficiência informativa.

Assim, e de agora em diante, quando falamos de eficiência estamos a referir-nos à eficiência informativa. É este o procedimento normalmente adoptado na bibliografia financeira.

A hipótese dos mercados eficientes, jogo justo e passeio aleatório

A hipótese da eficiência dos mercados financeiros diz que os preços de mercado reflectem de forma completa e instantânea toda a informação relevante disponível. Se esta hipótese se verificar, os preços dos títulos serão sempre o reflexo do seu justo valor. Não haverá diferenças sistemáticas entre o rendimento esperado e o rendimento verificado na realidade.

$$r_{i,t+1} = E(r_{i,t+1}|\Omega_t) + \varepsilon_{i,t+1}$$

onde $r_{i,t+1}$ é o rendimento do activo i no momento $t+1$, $E(r_{i,t+1}|\Omega_t)$ é o valor esperado de $r_{i,t+1}$, dada a informação disponível no momento t (contida em Ω_t), e $\varepsilon_{i,t+1}$ é o erro de previsão.

Para que o mercado seja eficiente, é necessário que o erro de previsão seja não sistemático. Isto é: consistente, independente e eficiente. Um erro com estas características é um **ruído branco**.

O Ruído Branco não tem qualquer padrão ou estrutura e caracteriza-se por ter média nula, variância constante e valores não correlacionados.

As expectativas relativas a $r_{i,t+1}$ são formadas com base em $\Omega_t \rightarrow$ conjunto de informação relevante conhecida no momento t.

Em equilíbrio o rendimento do título está relacionado com o seu valor fundamental. Só uma nova informação relevante, que é por natureza imprevisível, poderá alterar o valor fundamental de um título.

↓

Espera-se que os rendimentos dos títulos variem em resposta a notícias ou informações relevantes, mas num montante e numa direcção que são ambos imprevisíveis.

$$E(r_{i,t+1} | \Omega_t) = r_{i,t}$$

$$r_{i,t+1} = r_{i,t} + \varepsilon_{i,t+1} \rightarrow \text{Passeio Aleatório}$$

Hipótese dos Mercados Eficientes e Informação

Segundo Fama as expectativas podem ser baseadas em três conjuntos de informação: conjunto de informação forma fraca, conjunto de informação forma semi-forte e conjunto de informação forma forte. Correspondendo a estes três conjuntos podemos definir três tipos de eficiência informativa: eficiência informativa forma fraca, eficiência informativa forma semi-forte e eficiência informativa forma forte.

Testes Empíricos - evidência favorável:

eficiência informativa forma fraca: filtros;

eficiência informativa forma semi-forte: notícias contidas nos relatórios das empresas; transacções de grandes blocos de títulos; anúncios dos bancos centrais; títulos que se antecipam e atrasam relativamente ao ciclo económico.

eficiência informativa forma forte: investimento em informação.

Testes Empíricos - evidência desfavorável:

eficiência informativa forma fraca: médias móveis; regras de compra/venda;

eficiência informativa forma semi-forte: anomalias – início do ano, fim do mês, 2ª feira, final do dia, dia feriado, etc.

eficiência informativa forma forte: insiders, analistas financeiros.

As funções do gestor de carteiras

Um gestor de carteiras é um indivíduo, ou uma empresa, que gere uma carteira de investimentos (ou um fundo de investimentos) que pertence a um cliente. O gestor pode ser um empregado do cliente ou ser uma organização independente que foi contratada pelo cliente. As suas funções são:

1 - Constituição e análise da carteira - com base na função de utilidade do cliente é estruturada uma carteira óptima e depois analisa-se o rendimento esperado e o risco;

2 - Ajustamento da carteira - selecção de activos a comprar e a vender à medida que as circunstâncias mudam;

3 - Avaliação do desempenho da carteira - medida do desempenho da carteira, identificação das razões do desempenho e comparação deste com o de uma carteira padrão.

Vamos examinar em primeiro lugar as funções de constituição e ajustamento. A função de medida de desempenho, que muitas vezes é desempenhada por uma organização independente do gestor de carteira é analisada posteriormente.

Há dois tipos principais de clientes:

- O primeiro é o cliente com lucros, com dinheiro para investir que deseja ter uma carteira de investimentos compatível com o seu perfil de risco: este é um **investidor bruto**.

- O segundo é um cliente sem dinheiro próprio, mas que procura uma carteira de activos que coincida com as suas responsabilidades contingentes e que está preocupado com a combinação de activos e passivos, especialmente com a coordenação de maturidades. Este é o chamado **investidor líquido**.

Há uma série de estilos de gestão que um gestor de fundos pode seguir. O mais apropriado depende da dimensão e das preferências do cliente e também da sua própria dimensão e preferências. Clientes com carteiras pequenas (por exemplo, pequenos fundos de pensões) podem decidir entregar a gestão destas a companhias de seguros. Por vezes os fundos são agrupados. Isto

aumenta a diversificação, mas não é dada atenção particular à carteira de cada cliente: cada membro do grupo tem o mesmo conjunto de investimentos e obtém o mesmo rendimento. Também pode acontecer que os fundos sejam divididos e que fundos diferentes tenham investimentos diferentes.

O estilo de gestão mais comum é a **gestão equilibrada**. Neste caso o gestor é responsável pelo tipo de activos que são escolhidos: acções, obrigações, investimentos do mercado monetário; e também pelos títulos que são realmente adquiridos: acções da empresa x, títulos de médio prazo, etc..

A primeira decisão é conhecida como **decisão de afectação de activos**. A segunda chama-se **decisão de selecção de títulos**.

Há duas componentes a considerar na afectação de activos:

- **Afectação estratégica**, que determina a combinação global de longo prazo de acções, obrigações e liquidez, com base na avaliação do rendimento esperado e dos riscos a longo prazo que é feita pelo gestor do fundo;
- **Afectação táctica**, que envolve ajustamentos temporários da combinação de activos (definida na afectação estratégica), com base nas previsões de curto prazo que o gestor faz para o desempenho das acções, títulos ou mercados monetários. A afectação táctica também é conhecida como timing do mercado.

O problema dos gestores equilibrados (ou generalistas) é que eles não podem ser especialistas em todos os mercados, principalmente em termos globais. Uma solução é ter gestores especialistas em cada sector que tomam a decisão de selecção dos títulos. Acima deles haverá um gestor de afectação de activos.

Outra solução é ter fundos separados. Contratam-se vários gestores equilibrados que concorrem uns contra os outros. Contudo, corre-se o risco de estes realizarem muitas operações de reajustamento de carteira, o que pode fazer com que se tenham custos de transacção excessivos. Neste caso terá

que haver um gestor de riscos que está acima dos gestores individuais e que assegura o controlo geral do risco.

Há dois tipos principais de estratégia de gestão de carteiras: activo e passivo.

A **gestão passiva** de carteiras consiste numa estratégia de comprar e manter uma carteira de títulos durante um período de tempo longo, apenas com ajustamentos pequenos e pouco frequentes ao longo do tempo.

A gestão passiva é consistente com a existência de duas condições: eficiência dos mercados financeiros e homogeneidade das expectativas.

Se os mercados financeiros forem eficientes, isso significa que os activos terão sempre o seu preço justo. Não haverá títulos sub ou sobrevalorizados e, portanto, não haverá incentivo à sua compra ou venda. Da mesma forma, se os investidores tiverem expectativas homogéneas em relação ao risco e rendimento dos títulos, pelo que há consenso quanto à carteira de mercado e quanto à linha ou recta do mercado, então também não haverá incentivo para a compra e venda de novos activos.

O típico investidor passivo ficará satisfeito com uma combinação linear do activo sem risco e da carteira de mercado. Investidores com preferências que sejam diferentes das do investidor médio terão carteiras adaptadas ao seu perfil, mas um investidor passivo nunca tenta bater o mercado.

A **gestão activa** de carteiras envolve ajustamentos frequentes e muitas vezes substanciais da carteira de investimentos. Os gestores activos não acreditam que os mercados de activos sejam sempre eficientes. Acreditam mesmo que os títulos não estejam correctamente valorizados, pelo que a sua negociação pode levar à obtenção de rendimentos anormais (mesmo tendo em conta o risco e os custos de transacção). Em alternativa estes gestores acreditam que há expectativas heterogéneas (divergentes) do risco e rendimento dos títulos e que as suas estimativas do verdadeiro risco e rendimentos são melhores do

que as do resto do mundo. Em resumo, o objectivo dos gestores activos é bater o mercado.

A carteira de mercado é uma média ponderada de todos os títulos da economia. Já foi visto que todas as carteiras óptimas podem ser formadas como uma combinação linear da carteira de mercado e do activo sem risco. No entanto, a composição de carteiras, na vida real, é muito mais complicada. Mesmo com carteiras passivas, a constituição de uma carteira é muitas vezes dividida em várias etapas. Por exemplo, normalmente decide-se dividir a carteira em categorias gerais de activos, como acções e obrigações. A carteira de acções seria gerida em separado e cada carteira pode ser gerida activa ou passivamente. Da mesma forma, na vida real há normalmente mais do que um único activo sem risco. É possível manter carteiras apenas com instrumentos do mercado monetário, e a gestão destes é conhecida como gestão de carteiras de tesouraria (mas também como **gestão de tesouraria** ou de dinheiro).

Determinação do Perfil do Cliente

Normalmente é muito difícil determinar com alguma precisão a função de utilidade de um cliente. No entanto, é muito importante que o gestor de carteira tenha uma boa ideia da forma dessa função, pelo menos por três razões:

- 1 - Porque é um pré-requisito para a constituição de uma carteira;
- 2 - Porque ela influencia os tipos de ajustamento que podem ser feitos;
- 3 - Como afecta a estrutura inicial da carteira, obviamente também influencia o seu desempenho futuro.

Para estruturar a carteira de um cliente, o gestor deve ter conhecimento e levar em conta as principais características deste: estatuto fiscal, necessidades de

liquidez, horizonte temporal (i. e. período ao longo do qual os objectivos do investimento devem ser atingidos), aversão ao risco (ou tolerância face ao risco), activos e responsabilidades, preferências (por exemplo por obrigações com grande rendimento, ou por títulos do sector financeiro) e restrições (relativamente a acções de determinadas empresas, ou restrições legais). Todos estes factores afectam a carteira inicial, os ajustamentos que esta sofre e o seu desempenho. É importante que, quer o cliente, quer o gestor estejam conscientes disto desde o início.

Podemos agora tentar inferir funções de utilidade de dois tipos principais de clientes:

- O cliente investidor bruto, que está interessado em maximizar a utilidade esperada do rendimento de uma carteira;
- O cliente investidor líquido, que está interessado em minimizar o desencontro entre activos e passivos.

Para o primeiro, a característica mais importante que tem que ser identificada é o grau de aversão, ou de tolerância, ao risco. Quanto mais baixo for o grau de aversão ao risco, maior é o risco (e maior o rendimento esperado) que uma carteira pode ter.

Um procedimento normal para inferir o nível de tolerância face ao risco é pedir ao cliente que seleccione a sua combinação preferida de activos: por exemplo, a sua combinação preferida de acções e obrigações.

Ver casos concretos.

O outro tipo de cliente cuja carteira um gestor pode estar a gerir é aquele que pretende minimizar o desencontro entre activos e passivos (i. e. o investidor

líquido). Por outras palavras, este tipo de cliente quer que o valor dos activos (ou, o que é o mesmo, que o rendimento dos activos) da carteira nunca seja inferior ao valor do passivo (ou ao pagamento das suas responsabilidades). Este tipo de comportamento é conhecido como *safety-first behaviour*.

Obviamente que num mundo sem certezas nunca será possível garantir que o rendimento dos activos nunca será menor que o serviço das responsabilidades. Em vez disso o gestor de carteiras tentará minimizar a probabilidade de o rendimento dos activos ser menor que o serviço dos passivos:

$$\min \Pr (r_p < r_l),$$

onde r_p é a taxa de rendimento da carteira de activos e r_l é a taxa de despesas com os passivos.

Se os rendimentos da carteira forem normalmente distribuídos, então a carteira óptima será aquela em que o rendimento esperado, r_p , seja o máximo de desvios padrão afastada de r_l . Uma vez que o número de desvios padrão entre r_p e r_l é dado por $(\bar{r}_p - r_l) / \sigma_p$, a condição de minimização atrás enunciada é igual a:

$$\max (\bar{r}_p - r_l) / \sigma_p .$$

Estratégias de Gestão de Carteiras:

Há dois tipos básicos de abordagem à gestão de investimentos: uma abordagem passiva e uma abordagem activa. Antigamente dizia-se que o gestor passivo seguia um índice de mercado e o gestor activo fazia outra coisa qualquer. Actualmente as distinções não são tão simples, porque há muitas estratégias mistas, mas há quem proponha fazer a distinção pelo uso, ou não, de acções tomadas com base em previsões.

Vamos analisar ambas as perspectivas com algum detalhe.

Gestão passiva para investidores maximizadores da utilidade

Este tipo de cliente preocupa-se apenas com o risco e o rendimento dos investimentos. Em termos técnicos, quem segue um tipo de gestão passiva enquadra-se num mundo tipo CAPM - esta é a justificação teórica para este tipo de estratégia.

Aceita-se que um determinado índice é uma proxy adequada da carteira de mercado de activos com risco. A justificação prática está no facto de nos últimos 20 anos índices como o S&P terem batido mais de 80% dos gestores activos.

A forma mais simples de gestão passiva é a adopção de um índice. Depois constrói-se uma carteira de investimentos que tenha por objectivo replicar o índice de mercado.

A réplica exacta é a técnica mais simples de construção de uma carteira de índice. Depois de escolhido o índice de referência, a carteira passa a conter cada título na proporção exacta em que ele entra no índice.

Problemas da réplica exacta: há sempre uma relação de troca entre exactidão da réplica e os custos de transacção. Motivos:

- A indexação exacta é muito cara;
- Os índices mudam a sua composição com alguma frequência e os ajustamentos da carteira, para acompanhar estas alterações, não são tidos em conta no índice;
- Para um índice de obrigações a estratégia ainda fica mais cara. A maturidade média começa a diminuir, a não ser que sejam comparadas novas obrigações para substituir as que atingem a maturidade ou as que saem do índice.

O que normalmente se faz é:

- Amostragem estratificada - a carteira é construída com base numa amostra de títulos do índice. Pode dividir-se o índice em sectores, ou estratos, por exemplo com base na indústria, se se tratar de acções, ou com base na maturidade, se se tratar de obrigações. Escolhe-se depois uma percentagem dos títulos que tenham maior correlação com o índice.

- Selecção com base em factores de risco - não se escolhe a partir de um único factor, como a indústria ou a maturidade. A selecção baseia-se em vários factores. Exemplos: com base no β (risco sistemático); com base no padrão de dividendos, tamanho das empresas, estrutura financeira, etc.

- Compra de unidades de participação num fundo de investimento - especialmente apropriado para pequenos clientes. Estabelece um compromisso aceitável entre os custos de transacção da indexação completa e a possibilidade de falhar o andamento do índice, que acontece na estratificação.

É muito difícil acompanhar um índice de perto. Há sempre vários problemas que têm que ser enfrentados, para além dos custos de transacção:

- Pagamento dos rendimentos - o índice assume que os rendimentos brutos dos títulos são reinvestidos a custo zero no próprio índice no dia em que vencem. No entanto, na prática, os dividendos ou os cupões podem não ficar disponíveis logo na data de vencimento, são pagos líquidos de impostos, há custos quando se procede ao reinvestimento, e os rendimentos vão estar constantemente a vencer, pelo que não há gestor de carteira que reinvesta pequenas quantias no dia em que as recebe. Em resultado de tudo isto a carteira vai começar a divergir do índice e tem que ser reajustada.

- Alterações do índice - quando é anunciada uma alteração, o preço do título que entra sobe, enquanto que o preço do que sai cai. Isto pode provocar divergências entre a carteira e o índice.

Apesar de todos estes problemas a gestão passiva tem ganho em importância. O motivo para que tal aconteça é o facto de ela dar consistentemente melhores resultados que a gestão activa.

Gestão Passiva para Clientes com Responsabilidades Futuras

Muitos gestores de carteira têm a seu cargo fundos provenientes de clientes que têm obrigações futuras (recordar que o objectivo destes clientes é minimizar a probabilidade de o valor actual do activo ser inferior ao valor actual do passivo). Exemplos: Fundos de pensões ou companhias de seguros.

Nestes casos, para tomar decisões em termos de investimentos, o fluxo de responsabilidades tem que ser tido em atenção. Isto acontece por razões legais e contabilísticas. Por exemplo, a obrigação de valorizar o activo e o passivo ao custo de oportunidade e não ao custo histórico.

Estes clientes têm a restrição de o valor actual da carteira ter que estar muito próximo do valor actual das responsabilidades. Normalmente, para atingir este objectivo pratica-se aquilo a que se chama: **gestão de activo/passivo**. Esta consegue-se, principalmente, através de duas técnicas: **Imunização** e **Coordenação de Fluxos**.

Imunização: estratégia que consiste em estruturar uma carteira de obrigações que tenha rendimento garantido num dado horizonte temporal.

No caso dos fundos de pensões, por exemplo, podemos ter que garantir que o valor actual dos activos é sempre pelo menos igual ao valor actual das

responsabilidades. Isto é, a carteira tem que estar imunizada em relação a variações das taxas de juro. Uma carteira de obrigações imunizada é estruturada para ter a mesma **duração** e, pelo menos, a mesma **convexidade** das responsabilidades.

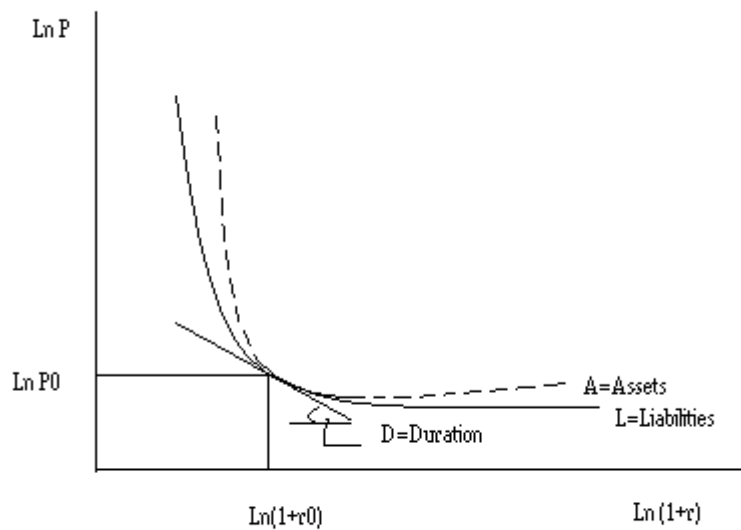
Duração e convexidade são medidas do risco de juro (risco de o preço das obrigações cair, se as taxas de juro do mercado subirem – este é o principal tipo de risco das obrigações de cupão fixo). A **duração** é uma medida de primeira ordem do risco: mede o declive do perfil de valor actual. É a média ponderada (pelos cash-flows relativos descontados) da maturidade de uma obrigação. Diz, em média, quanto temos que esperar até receber algum dinheiro.

A **convexidade** é uma medida de segunda ordem do risco. Mede a curvatura do perfil do valor actual.

(Perfil do valor actual: actualizar é, grosso modo, dividir por $1 + \text{taxa de juro}$. Quanto maior for a taxa de juro, menor é o valor actual.)

Numa carteira imunizada, independentemente do que acontecer às taxas de juro, o valor actual das responsabilidades será sempre menor ou igual ao valor actual dos activos.

Imunização Clássica em termos de Valores Actuais



Quando a taxa de juro do mercado aumenta, o valor actual da carteira diminui, mas o retorno do reinvestimento dos cupões aumenta. Uma carteira imunizada conjuga estes efeitos contrários e contrabalança o que há de negativo no primeiro com que há de positivo no segundo. Se estruturarmos a carteira de obrigações de forma a que a duração seja igual a um determinado horizonte de investimento, quer o rendimento da carteira, quer o valor da carteira, estarão imunizados contra variações das taxas de juro.

Exemplo:

Obrigação com as seguintes características:

- 5 anos até à maturidade (t);
- Preço corrente 114.28 (P);
- Valor na data de maturidade 100 (B);
- Cupão anual 13.77 (d);

- Rendimento até à maturidade 10% (r).

Duração:

$$D = \frac{d}{P} \left[\frac{(1+r)^{t+1} - (1+r) - rt}{r^2(1+r)^t} \right] + \frac{B}{P} \frac{t}{(1+r)^t} =$$

$$\frac{13.77}{114.28} \left[\frac{1.1^6 - 1.1 - 0.1 * 5}{0.1^2 * 1.1^5} \right] + \frac{100}{114.28} \frac{5}{1.1^5} = 4$$

Se mantivermos a obrigação durante 4 anos e depois a vendermos, o seu valor dentro de 4 anos será sempre o mesmo, independentemente do que acontecer às taxas de juro.

Ano	Cash-flow	Taxa de reinvestimento		
		9%	10%	11%
1	13.77	$13.77 * 1.09^3$	$13.77 * 1.1^3$	$13.77 * 1.11^3$
2	13.77	$13.77 * 1.09^2$	$13.77 * 1.1^2$	$13.77 * 1.11^2$
3	13.77	$13.77 * 1.09$	$13.77 * 1.1$	$13.77 * 1.11$
4	13.77	13.77	13.77	13.77
5	113.77	$113.77 * 1.09^{-1}$	$113.77 * 1.1^{-1}$	$113.77 * 1.11^{-1}$

Valor no ano 4		167.3	167.3	167.3
----------------	--	-------	-------	-------

Isto acontece porque, à medida que a taxa de juro varia, a alteração na componente de rendimento é contrabalançada pela alteração na componente de capital. Se a avaliação for feita no ano indicado pela duração, o equilíbrio entre os dois efeitos é exacto.

Seja o que for que aconteça às taxas de juro, e logo às taxas de reinvestimento, o valor do investimento na obrigação é sempre o mesmo no ano 4.

Porquê? Porque, à medida que a taxa de juro varia, há variações de sinal contrário na componente de rendimento e na componente de capital da obrigação. Ambos são exactamente contrabalançados quando a avaliação é feita no ano da duração.

Rendimento: 1^{as} quatro linhas

Capital: $113.77 (1+r)^{-1}$

Pelo facto de o valor da obrigação no ano 4 ser independente da taxa de juro, também o rendimento de manter a obrigação tem que ser constante, independentemente do que acontecer à taxa de juro, se o período de manutenção for igual à duração da obrigação.

Custo inicial = 114.28

Valor à data da duração = 167.3

Taxa de rendimento em 4 anos: $167.3=114.28(1+i)^4$

$$i = \left(\frac{167.3}{114.28} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0.0999715 \approx 10\%$$

Se mantivermos a obrigação pelo período da duração conseguimos obter o *yield to maturity*. Assim, se o cliente tem responsabilidade no valor de €100000 dentro de 4 anos, o gestor poderia recomendar o investimento numa carteira de 598 obrigações destas: $100000/167.3=597.7$

O mesmo princípio pode ser aplicado a carteiras de obrigações. A duração da carteira é a soma ponderada da duração dos títulos individuais.

$$D_p = \sum_{i=1}^N \theta_i D_i ,$$

onde D_p é a duração de uma carteira com n obrigações; D_i é a duração da obrigação i; θ_i é a proporção da obrigação i na carteira.

É possível construir uma carteira com uma duração específica a partir de obrigações com diferentes durações. Por exemplo, a carteira poderia ser construída com obrigações com durações próximas das da responsabilidade, ou pelo contrário, utilizar obrigações com durações mais afastadas.

Consideremos o seguinte **exemplo**:

Responsabilidade: duração = 10 anos

Obrigações: durações de 4, 9, 11 e 15 anos.

Um tipo de carteira seria formado pelas obrigações de 9 e 11 anos, com pesos de 50% para cada, e uma duração de $0,5*9+0,5*11=10$.

O outro tipo de carteira usaria as obrigações de 4 e 15 anos, com pesos de 45.5% e 54.5%, respectivamente: $0.455*4+0.545*15=9.995 \approx 10$

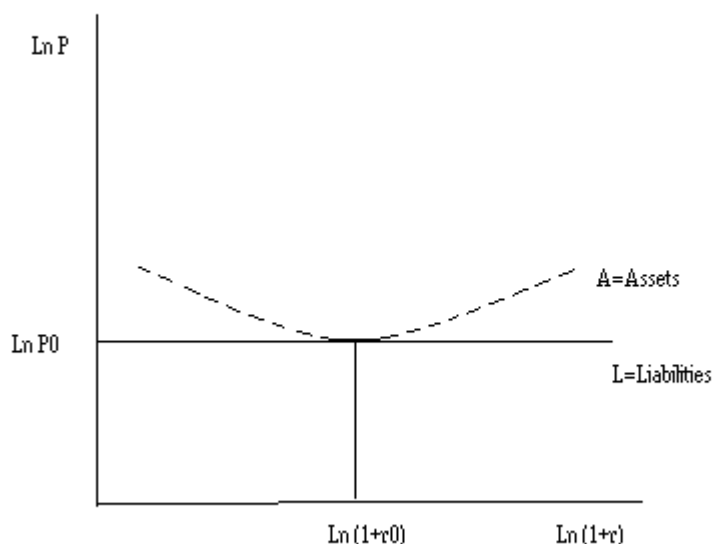
Uma vantagem da segunda estratégia é que ela permite uma maior variedade de carteiras com diferentes durações. No entanto, esta estratégia tem a desvantagem de ter maior risco de imunização, por comparação com a estratégia mais concentrada.

O risco de imunização aparece sempre que existem deslocações não paralelas da curva de rendimentos. Como o último exemplo demonstra, o efeito de imunização funciona porque houve deslocações paralelas na curva de rendimento: i.e. a taxa de reinvestimento cai de 10% para 9% em cada maturidade. Se isto não acontecer, então o equilíbrio da duração com o horizonte de investimento já não garante imunização. Alterações não paralelas levariam a componente relativa ao rendimento da carteira a variar muito ou pouco, por comparação com as variações na componente de capital, i.e. haveria risco de imunização. Este risco é diminuído se as durações das obrigações que constituem a carteira que está a ser imunizada estiverem próximas das responsabilidades. Se isto acontecer, variações não paralelas da curva de rendimento afectarão as obrigações e as responsabilidades de forma semelhante.

Ainda que a imunização seja normalmente considerada como uma estratégia passiva, a carteira terá que ser periodicamente reajustada ou reequilibrada, e por isso, a estratégia de imunização tem alguns elementos activos. Há duas razões principais para o reajustamento: variações nas taxas de juro e passagem do tempo.

A imunização só é eficaz para pequenas variações das taxas de juro. À medida que as variações aumentam, a eficácia da imunização diminui. No entanto, a discrepância favorece o detentor da carteira, como pode ver-se no gráfico abaixo.

Imunização Clássica em termos de Valores do Horizonte de Investimento



Se a taxa de juro cair de 10% para 5%, o valor da carteira no ano 4 do exemplo anterior aumenta para €167.7, enquanto que se a taxa de juro subir para 20% o valor a carteira sobe para €168.72. O passar do tempo reduz automaticamente a duração da carteira. No entanto, a diminuição da duração pode não ocorrer à mesma taxa da passagem do tempo. Exemplo: após 1 ano a duração de uma carteira pode diminuir apenas 0.8 anos. Assim, a carteira terá que ser periodicamente reequilibrada no que respeita a novas taxas de reinvestimento e ao que resta do horizonte temporal do investimento.

Até aqui consideramos a construção de uma carteira imunizada que tem que satisfazer uma única responsabilidade, numa única data futura. É mais provável, no entanto, que a carteira tenha que responder às responsabilidades a partir das componentes de rendimento e capital, e que decline para zero com o pagamento da última responsabilidade. Há duas formas de o conseguir: **imunização multi-período e coordenação de fluxos.**

Quando existem responsabilidades múltiplas, já não é suficiente equilibrar simplesmente a duração da carteira com a duração média das responsabilidades, como na imunização clássica. É necessário que cada responsabilidade seja individualmente imunizada por um fluxo de pagamentos da carteira. A este procedimento chama-se **imunização multi-período** e é uma extensão simples da imunização para um só período.

Uma alternativa simples para este procedimento é a *coordenação de fluxos*. A **coordenação de fluxos** consiste em encontrar a carteira com menor custo que gera um fluxo de pagamentos igual ao fluxo das responsabilidades. Os pagamentos de cupão das obrigações são usados para pagar as primeiras responsabilidades. Tendo estes cupões em atenção, outra obrigação (mais uma vez a de custo mínimo) é comprada com maturidade igual à do penúltimo pagamento das responsabilidades. Andando para trás, da forma descrita, todas as responsabilidades podem ser satisfeitas pelas obrigações da carteira.

Exemplo:

Pagamentos anuais de responsabilidades de €1000 durante 3 anos poderiam ser satisfeitos com a compra de 9 obrigações a 3 anos com rendimento de 11.11%, 8 a 2 anos com rendimento de 12.5%, e 7 a 1 ano com rendimento de 14.29%.

(Cada obrigação custa €100 – gasta €2400)

Nº de obrigações	Cupão (%)	Maturidade (anos)	Cash-Flows (€)		
			Ano 1	Ano 2	Ano 3
9	11.11	3	100	100	1000
8	12.50	2	100	900	-
7	14.29	1	800	-	-
			1000	1000	1000

Há duas vantagens principais na coordenação de fluxos relativamente à imunização:

- não há necessidade de equilibrar durações

e

- não há necessidade de reajustar a carteira à medida que as taxas de juro mudam ou com o passar do tempo.

Esta estratégia de coordenação de fluxos é uma estratégia passiva pura, que consiste apenas em comprar e manter. No entanto, na realidade, é pouco provável que existam obrigações com a maturidade e os cupões desejados. Para garantir que as responsabilidades são pagas, quando não existe a possibilidade de coordenar os fluxos de forma perfeita, teria que haver excesso de títulos, e neste caso, uma estratégia de imunização pode acabar por ser mais barata.

Coordenação de Prazos ou de Horizontes Temporais

A coordenação de prazos ou de horizontes temporais é uma combinação de coordenação de fluxos e de imunização.

Exemplo: construir uma carteira cujos cash-flows sejam coincidentes com os das responsabilidades durante os próximos 4 trimestres, mas que esteja imunizada relativamente ao horizonte temporal restante. No final dos 4 trimestres a carteira é reequilibrada para coordenar os fluxos de pagamentos para os próximos 4 trimestres e imunizada para o restante.

Como exemplo de outra estratégia de gestão passiva de obrigações podemos considerar o **Acompanhamento da Estrutura Temporal das Taxas de Juro**. Esta técnica é válida quando a estrutura é crescente. Quando este é o caso, o gestor pode comprar obrigações com maturidades superiores ao prazo de investimento. Mantém os títulos até ao final do período de investimento e

depois vende. Se a estrutura temporal das taxas de juro não se alterar entretanto, a carteira terá gerado rendimentos mais elevados do que se tivesse feito coincidir a maturidade das obrigações com a do prazo de investimento.

Isto acontece porque, à medida que a maturidade se aproxima, o rendimento até à maturidade diminui e o preço da obrigação aumenta, gerando ganhos de capital. Estes ganhos são maiores do que os que se verificariam se tivessem sido compradas obrigações com a mesma maturidade que o prazo de investimento, porque o valor de maturidade destas obrigações é fixo.

As estratégias de gestão activo/passivo que acabaram de ser descritas (imunização e coordenação de fluxos) baseiam-se na técnica quantitativa a que se dá o nome de **Modelização de Activos e Passivos**. Os fundos de pensões e outros investidores institucionais, como as companhias de seguros, usam esta técnica para as ajudar a estruturar as suas carteiras de activos em relação à estrutura de maturidade das respectivas responsabilidades. A modelização começa com a realização de previsões relativas às responsabilidades para um período entre 5 a 15 anos. Para o fazer é necessário estabelecer premissas relativas a aspectos como a taxa de aumento dos salários, número de empregados ou a distribuição de idade e sexo da mão de obra. Também são feitas previsões relativas às receitas: taxas de contribuição e valor dos activos em relação às responsabilidades acrescidas. As previsões e as projecções são feitas em relação a diferentes possíveis cenários. Normalmente há três que são muito importantes: o mais provável, o melhor e o pior. Esta estratégia permite obter uma série de possíveis resultados e, no caso da última hipótese, dá uma ideia do risco que os gestores de fundos de pensões enfrentam.

Gestão Activa de Carteiras

Este tipo de gestão não é adequada para o cliente tipo safety first. É adequada para clientes maximizadores da utilidade esperada. Numa primeira fase seleccionam-se os tipos de activos que vão constituir a carteira e a percentagem em que vão entrar.

Gestão Activa de uma Carteira de Acções

Os gestores activos podem dividir-se em: market timers, seleccionadores de sectores e seleccionadores de títulos.

Os **market timers** mudam o β da carteira de acordo com as suas previsões do andamento do mercado. Este tipo de gestor não aceita o consenso relativo à carteira de mercado. É mais bullish ou mais bearish que o mercado. Se o gestor espera um bull market, o seu objectivo é aumentar o β da carteira (i.e., torná-la mais agressiva). Se espera um bear market, reduzirá o β da carteira (i.e. torna-a mais defensiva). Uma forma de o conseguir seria comprar acções com β s elevados num bull market e vendê-las num bear market. O problema desta estratégia são os elevados custos de transacção. Uma alternativa é manter uma carteira com activos com risco e aumentar ou diminuir o β através da diminuição ou aumento da proporção de liquidez.

No outro extremo do espectro, e em oposição ao market timer, está o **seleccionador de títulos**. O objectivo é a procura de títulos subvalorizados. Os investidores que praticam esta técnica apostam que os pesos que o mercado atribuí a cada título não são a proporção ideal para cada um. Eles aumentam o peso dos títulos subvalorizados e diminuem o peso dos títulos sobrevalorizados. A maioria dos gestores activos pratica esta técnica. Estes

gestores acreditam que a maioria dos títulos tem um preço justo, mas há alguns que estão sub ou sobrevalorizados.

A **selecção de sector** ou de indústria é uma técnica parecida à de selecção de títulos, mas aqui a unidade de interesse é o sector ou a indústria. As apostas são feitas nos sectores com base na análise, positiva ou negativa, que é feita dos mesmos. As acções podem ser divididas de acordo com a classificação industrial (financeiras, manufactura, etc.), de acordo com a classificação dos produtos (bens de consumo, matérias primas, etc.), de acordo com características como o crescimento, o tamanho do sector, o rendimentos, etc., ou ainda de acordo com a sensibilidade a variáveis como as taxas de juro, taxas de câmbio, etc..

A selecção de sectores não deve ser confundida com a selecção de acções de um gestor que apenas escolhe acções de um sector. Muitos gestores não mudam de sector ao longo do tempo - são gestores especializados.

Gestão Activa de uma Carteira de Tesouraria

As carteiras de activos do mercado monetário são formadas principalmente para dar resposta a necessidades de liquidez. No entanto, este motivo não é razão para não serem geridas de forma eficiente. Aqui, a gestão passiva gera normalmente piores resultados do que a gestão activa. A gestão activa implica o desencontro de activos e passivos, em termos de maturidade e envolve sempre uma visão futura relativamente ao andamento das taxas de juro de curto prazo:

- quando o gestor espera que as taxas de curto prazo subam, ele deseja que a maturidade dos activos seja inferior à dos passivos;
- se esperar que as taxas de curto prazo desçam, ele prefere que a maturidade dos passivos seja inferior à dos activos.

Gestão Activa de uma Carteira de Obrigações

As estratégias activas de gestão de carteiras de obrigações são muito semelhantes às descritas para as carteiras de acções. No entanto, a popularidade de cada uma é diferente. A estratégia mais usada neste caso é a de market timing. Faz-se uma estimativa do comportamento das taxas de juro. Se se espera uma subida, isto implica uma queda dos preços e a existência de perdas de capital nos investimentos em obrigações. O que o gestor vai fazer num caso destes é diminuir a duração da carteira. No outro extremo está o gestor que espera uma diminuição das taxas de juro. Este vai aumentar ou alongar a duração da carteira.

Há, no entanto, um importante reparo a fazer. Se um gestor acha que as taxas de juro vão subir, e o mesmo acontece com os restantes agentes do mercado, então os preços vão reflectir esta expectativa. Nestas condições o timing do mercado é ineficiente, mesmo que exista uma previsão correcta. Para que a estratégia resulte é necessário que a previsão esteja correcta e que as expectativas sejam diferentes das do mercado.

Uma segunda estratégia é a de procurar o prémio de risco associado às obrigações de rating inferior. As análises históricas mostram que a dívida com menor rating tem compensado as perdas que se verificaram. A estratégia seguida por alguns gestores consiste em tentar ganhar lucros acima da média através do aumento do risco. Se a carteira for suficientemente grande, a probabilidade de perda de uma fatia significativa por incumprimento é baixa e, com um prémio de risco positivo, ganha-se um rendimento extraordinário. O papel do gestor é o de procurar distinguir as obrigações que têm probabilidade de incumprimento maior e aquelas que provavelmente vão melhorar o rating. Normalmente a dívida privada AAA dá mais do que a dívida pública com o mesmo rating.

Outra estratégia que também é empregue é a de selecção de títulos. Tal como no caso das carteiras de acções, procuram-se obrigações com características

semelhantes e preços diferentes. No entanto, neste caso há relativamente menores hipóteses de ganho.

Estratégias Activas Vs Estratégias Passivas

O que é melhor? Uma estratégia de gestão activa, ou passiva? O debate sobre este tema já é longo e não será resolvido nos próximos tempos. A gestão activa tem alguns custos que têm que ser cobertos para que possa ser considerada eficaz. As previsões que estão subjacentes à estratégia activa têm que ser suficientemente boas para ultrapassar os seguintes custos:

- custo das previsões – em salários, ou em custos de gestão, que são cobrados pelos gestores activos, por comparação com os gestores passivos;
- custos associados ao risco diversificável – os gestores activos têm por natureza mais risco diversificável que um fundo baseado num índice (que é aproximadamente zero). O investidor tem que ser compensado por suportar este risco;
- maiores custos de transacção;
- impostos sobre as mais valias de capital.

Normalmente os fundos geridos de forma passiva têm tido melhores desempenhos do que aqueles que são geridos activamente.

GESTÃO DE INVESTIMENTOS

(O que foi tratado anteriormente são as diferentes abordagens de investimento).

Os estilos de gestão de investimentos adoptados na prática podem ser classificados em duas categorias: Tradicional e Quantitativa.

Gestão Tradicional: baseia-se em palpites subjectivos do gestor. Os gestores tradicionais seguem uma de duas estratégias:

- Estratégia de continuação;
- Estratégia de contrários, ou de contradição

Continuação → baseada na premissa de que uma subida será seguida por outra (e o mesmo para as descidas). Isto significa que os preços têm uma correlação positiva.

Contradição → baseada na premissa de que o mercado exagera a reacção inicial às notícias, pelo que aumentos de preços são sempre seguidos por diminuições (e vice-versa). Há uma autocorrelação negativa nos preços.

Quem aposta na estratégia contraditória acredita que os erros de valorização de uma acção são rapidamente corrigidos.

As principais estratégias de contradição são:

- Estratégias de valor;
- Estratégias de afectação táctica.

Estratégias de valor → compra de títulos que têm um preço de mercado baixo, em relação a uma medida de valor fundamental, como por exemplo os dividendos, as séries de preços históricos ou o valor contabilístico. Exemplo: comprar acções quando o quociente dividendo / cotação de mercado subir acima de x% e vender quando cair abaixo de y%.

Estratégias de afectação táctica → consiste em fazer ajustamentos tácticos à combinação de activos escolhidos, em resposta a variações antecipadas das condições do mercado.

Há outras estratégias que consistem por exemplo em escolher acções de elevado rendimento ou de grande crescimento. No entanto, todas elas baseiam-se em premissas contrárias à hipótese da eficiência dos mercados financeiros. Assentam na ideia que os investidores são susceptíveis de adoptar

comportamentos irracionais. Por exemplo, tentar encontrar padrões nas séries de preços históricos e usá-los para prever os seus movimentos futuros. No entanto, se um número suficiente de pessoas se comportar desta maneira, torna-se sensato seguir a multidão, desde que acreditemos que conseguimos prever o que ela vai fazer antes de isso acontecer - torna-se racional ser irracional.

Muitos gestores de fundos já adoptaram estratégias de continuação ou de contradição, mas reconhecem que logo que se sabe que uma estratégia é lucrativa, ela é adoptada pelos outros agentes e deixa de ter valor.

Gestão Quantitativa: é baseada apenas em critérios objectivos. Há três tipos: Indexação, ciência de ponta e baseada no valor.

Indexação → é uma estratégia passiva que, como já vimos, consiste em seguir de forma aproximada um índice. Começou nos EUA, nos primeiros anos da década de 80. Foi a primeira vez que se usaram os computadores em grande escala para construir carteiras que maximizam o rendimento, reduzindo os ajustamentos e os custos de transacção ao um mínimo.

Ciência de ponta → (Rocket Science) começou em meados dos anos 80, quando os bancos de investimento dos EUA começaram a empregar matemáticos e físicos para desenvolver modelos de valorização de opções. Mais tarde foram também usados para construir programas informáticos de previsão que usavam matemática muito sofisticada, como a teoria do caos e as redes neuronais. As previsões nunca são destinadas a horizontes longos – só a alguns dias – e não são baseadas em qualquer noção de valor fundamental. É uma versão altamente matematizada da análise técnica.

Baseada no Valor – objectivo: aumentar os rendimentos da carteira, através de ajustamentos dos activos que a compõem, ou da selecção de acções em reposta a percepções de sub ou sobrevalorização de um mercado ou título particular. A avaliação é feita com base em factores que influenciam o comportamento do mercado.

i

S&P	Moody's	Significado das designações
AAA	Aaa	Óptima qualidade. Investimento sem risco.
AA	Aa	Pequeno risco só a longo prazo.
A	A	Ainda bom.
BBB	Baa	Média qualidade. Atenção ao longo prazo.
BB	Ba	Média qualidade. A empresa deve ser bem acompanhada.
B	B	Média qualidade. Problemas para obter o reembolso do capital a longo prazo.
CCC	Caa	Pode vir a falir.
CC	Ca	Próxima da zona de falência.
C	C	Quase falida.
D	-	Falência.