

Fernando Manuel Lucas Carapau

Métodos Computacionais

(Relatório da Unidade Curricular no âmbito das Provas de Agregação)

Universidade de Évora
Escola de Ciências e Tecnologia
Departamento de Matemática

Janeiro de 2025

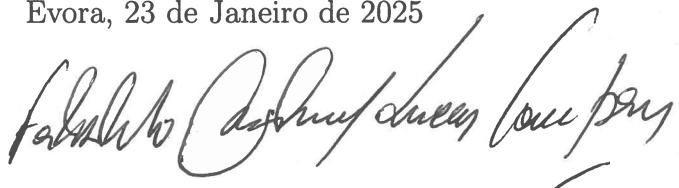
Évora, Portugal

O *Relatório da Unidade Curricular*
aqui apresentado
não foi escrito ao abrigo do novo Acordo Ortográfico

Relatório da Unidade Curricular

Este relatório relativo à unidade curricular (UC) **Métodos Computacionais** é apresentado à Universidade de Évora (UÉvora) no âmbito das Provas de Agregação em Matemática ao abrigo da alínea b) do Artigo 5.º do Decreto-Lei n.º 239/2007 de 19 de Junho, com actualização no Decreto-Lei n.º 64/2023 de 31 de Julho. O relatório foi organizado com base nas seguintes vertentes: Introdução; Objectivos e competências a adquirir; Programa e conteúdos; Metodologia de ensino; Avaliação de conhecimentos; Calendarização e planificação das aulas; Bibliografia recomendada.

Évora, 23 de Janeiro de 2025



(Fernando Manuel Lucas Carapau)

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Objectivos e competências a adquirir	5
3	Programa e conteúdos	6
4	Metodologia de ensino	7
4.1	Aulas teóricas	9
4.2	Aulas práticas-laboratoriais	10
4.3	Orientação tutorial	10
4.4	Atendimento pedagógico	10
5	Avaliação de conhecimentos	11
5.1	Avaliação contínua	12
5.2	Avaliação final	12
6	Calendarização e planificação das aulas	13
6.1	Calendarização das aulas	14
6.2	Planificação das aulas	14
6.2.1	Semanas 1 e 2	15
6.2.2	Semanas 3, 4 e 5	16
6.2.3	Semanas 6, 7 e 8	16
6.2.4	Semanas 9 e 10	17
6.2.5	Semanas 11 e 12	18
6.2.6	Semanas 13 e 14	19
7	Bibliografia recomendada	20

Lista de Figuras

1	Esquema para obtenção de uma solução aproximada.	2
---	--	---

Lista de Tabelas

1	Repartição de trabalho em horas por tipo de sessão.	8
2	Regime de avaliação contínua.	13
3	Regime de avaliação final.	13
4	Calendarização dos módulos programáticos.	14

1 Introdução

No âmbito das provas de Agregação em Matemática ao abrigo da alínea b) do Artigo 5.º do Decreto-Lei n.º 239/2007 de 19 de Junho, apresentamos um relatório para a UC **Métodos Computacionais**. Esta UC é obrigatória na estrutura curricular da Licenciatura em Matemática Aplicada à Economia e à Gestão (LMAEG) e da Licenciatura em Inteligência Artificial e Análise de Dados (LIAAD).

Com base na Acreditação da Agência de Avaliação e Acreditação do Ensino Superior (A3ES), a LMAEG consta na oferta formativa da Universidade de Évora desde o ano lectivo de 2014/2015, sob a responsabilidade do Departamento de Matemática (DMAT) da Escola de Ciências e Tecnologia (ECT). De momento a LMAEG foi reavaliada com sucesso pela A3ES, obtendo a sua acreditação por mais 6 anos com publicação a 22/10/2021, com n.º de Processo: ACEF/1920/1300836. A duração do curso é de 3 anos (6 semestres) com um total de 180 ECTS (Escala Europeia de Transferência de Créditos), sendo 150 ECTS obrigatórios e 30 ECTS optativos em UC. No 1.º semestre do ano de 2023, a LIAAD foi avaliada e acreditada pela A3ES. Nesse sentido, a LIAAD consta na oferta formativa da Universidade de Évora desde o ano lectivo de 2023/2024, sob a responsabilidade do Departamento de Informática (DINF) da Escola de Ciências e Tecnologia. A acreditação foi dada por 6 anos com publicação a 13/07/2023, com n.º de Processo: NCE/22/2200584. A duração do curso é de 3 anos (6 semestres) com 180 ECTS, sendo 168 ECTS obrigatórios e 12 ECTS optativos em UC.

A UC **Métodos Computacionais** é uma unidade curricular da área científica da Matemática, afecta à área disciplinar Matemática (Análise Matemática, Sistemas Dinâmicos, Métodos Computacionais e Geometria Diferencial) sob a responsabilidade científica, pedagógica e lectiva do DMAT/ECT da UÉvora. Esta UC é leccionada de forma presencial na estrutura curricular da LMAEG no 3.º ano (6.º semestre), enquanto que na LIAAD é leccionada no 2.º ano (4.º semestre). A unidade curricular confere um número de créditos de 6 ECTS que corresponde a 156 horas (h) de trabalho, com 69.5 horas de contacto distribuídas em 45 horas lectivas teóricas (T), em 22.5 horas lectivas práticas-laboratoriais (PL) e 2 horas de orientação em tutoria (OT). O que corresponde a 3hT+1.5hPL por turma e semana, para 14 semanas de aulas durante o semestre par do ano lectivo.

Um dos grandes desafios da Ciência é a capacidade e o engenho humano empregues

com vista à obtenção de respostas para problemas concretos associados a determinados fenómenos. Normalmente, um determinado fenómeno leva-nos a formular um modelo matemático, o qual se torna objecto de estudo da Matemática Aplicada. Na maior parte dos casos não é possível obtermos uma resposta exacta, mas sim uma solução aproximada por aplicação de um determinado método numérico, recorrendo de forma generalizada à sua implementação computacional. Naturalmente, esta aproximação carece de um estudo rigoroso, não só em termos do método numérico utilizado, mas também no que diz respeito à análise do erro cometido.

Nos dias de hoje, com base nas áreas da Análise Matemática, Análise Numérica, Álgebra, Modelação Matemática, Programação e no desenvolvimento acentuado da Computação em termos de hardware e software, a Matemática dispõe de ferramentas adequadas para percorrer o caminho anteriormente descrito. Por fim, é necessário interpretar as soluções obtidas com base nos dados do problema para, assim, formularmos uma resposta concreta para o problema apresentado (como ilustrado no esquema da Figura 1).

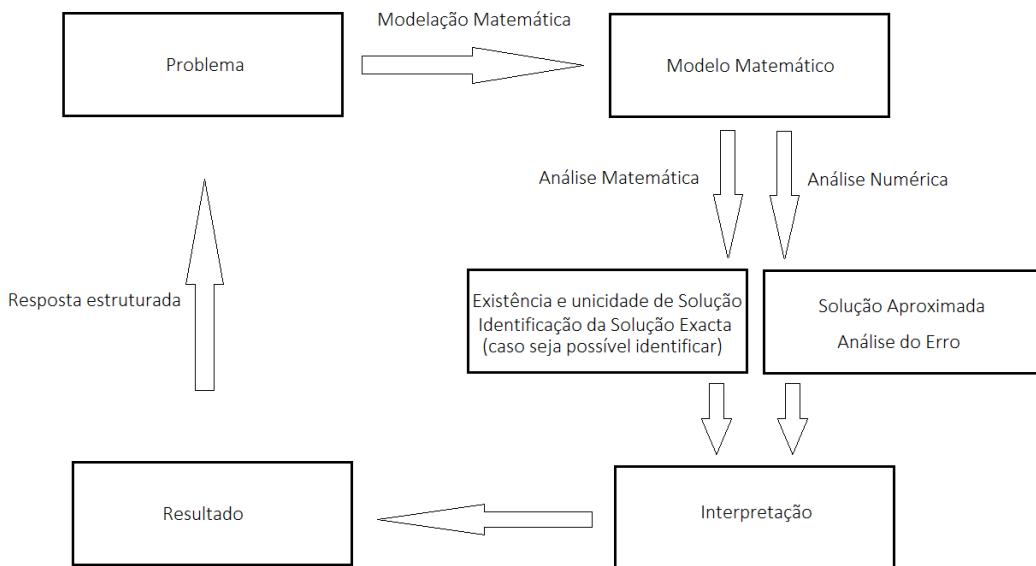


Figura 1: Esquema para obtenção de uma solução aproximada.

Os diferentes métodos numéricos e suas implementações computacionais são parte integrante na área da Análise Numérica, uma área de estudo por excelência, com grande amplitude e impacto no campo das aplicações da Matemática. Métodos

numéricos específicos e suas implementações computacionais fazem parte dos conteúdos programáticos da UC **Métodos Computacionais**, sendo esta uma sub-área da Análise Numérica.

Na sua parte aplicada, a Análise Numérica exige conhecimento prático de uma linguagem de programação, com estruturas que apresentem uma sintaxe legível, simples de compreender e aprender. Os alunos da LMAEG e da LIAAD possuem conhecimentos gerais de programação, adquiridos na unidade curricular da área da Programação, leccionada pelo Departamento de Informática. Em geral os alunos estão familiarizados com linguagens de programação específicas, tais como, *Python*, *Excel* e *R*. Na UC **Métodos Computacionais**, com foco na implementação dos algoritmos computacionais para os métodos numéricos em estudo, vamos recorrer ao software *Maple*. Desta forma, será possível adquirir conhecimento de outra linguagem de programação, promovendo um novo ambiente de aprendizagem. O *Maple* é um software matemático poderoso, reconhecido por sua excelência, que oferece um interface fácil de analisar, explorar, programar, visualizar e resolver problemas matemáticos, o que o torna relevante não só para o apoio ao ensino, como também para a investigação.

A escolha da UC **Métodos Computacionais**, a fim de dar cumprimento ao estipulado na alínea b) do Artigo 5.^º do Decreto-Lei n.^º 239/2007, para além da sua importância científica no campo das aplicações, deve-se essencialmente aos factores discriminados de seguida.

Enquadramento na estrutura curricular

O DMAT tem responsabilidade científica e pedagógica relativamente à lecionação desta UC, obrigatória na estrutura curricular da LMAEG e da LIAAD. Estas licenciaturas são uma aposta forte da Instituição em termos da sua oferta formativa. A estrutura curricular da LMAEG envolve 4 áreas científicas com pesos diferenciados: Matemática, Economia, Gestão e Informática. Por sua vez, a estrutura curricular da LIAAD envolve 5 áreas científicas com pesos diferenciados: Informática, Matemática, Gestão, Filosofia e Ciências Biológicas. Neste contexto, é relevante o estudo de grande diversidade de métodos numéricos, seus algoritmos e sua implementação computacional com vista à obtenção de soluções aproximadas com eficiência, precisão e fiabilidade para modelos matemáticos associados a problemas concretos do mundo real, onde, na maior parte dos casos, uma abordagem analítica é extremamente complexa. Nesse sentido, a integração da UC **Métodos Computacionais** na

estrutura curricular da LMAEG e da LIAAD apresenta um carácter científico fundamental, relevante e decisivo para o estudo numérico e computacional de modelos matemáticos, no âmbito das aplicações à Economia, à Gestão, às Engenharias e às Ciências da Natureza.

Experiência lectiva

Com base na actividade científica e no serviço docente atribuído pelo DMAT, o proponente adquiriu experiência científica e pedagógica com a leccionação de UC na área da Análise Numérica tanto em licenciaturas, como em mestrados e doutoramentos. No ano lectivo de 1997/1998, lecionou a UC *Introdução à Análise Numérica*, nas aulas práticas, às licenciaturas de Matemática Aplicada, Ensino de Matemática e Engenharia Informática. No ano lectivo seguinte de 1998/1999, lecionou a UC *Cálculo Numérico*, nas aulas práticas, às licenciaturas de Engenharia de Recursos Geológicos, Bioquímica, Ciências do Ambiente e Engenharia de Processos e Energia. Após o seu Doutoramento, lecionou no ano lectivo de 2006/2007 a UC *Análise Numérica e Problemas Estacionários*, nas aulas teórico-práticas, ao Mestrado de Matemática e Aplicações, sendo o responsável pela UC. No ano lectivo de 2008/2009, lecionou a UC *Métodos Numéricos e Computacionais*, nas aulas teórico-práticas, ao Mestrado de Engenharia Agronómica, sendo o responsável pela UC. Nos anos lectivos de 2011/2012, 2014/2015, 2015/2016 e 2016/2017, lecionou a UC *Matemática Computacional e Optimização*, nas aulas teórico-práticas, no programa de Doutoramento de Engenharia Mecatrónica e Energia, sendo o responsável pela UC. No lectivo de 2014/2015, lecionou aulas teórico-práticas da UC *Tópicos de Análise Numérica*, no programa de Doutoramento em Matemática, sendo o responsável pela UC. Posteriormente, nos anos lectivos de 2016/2017 e 2017/2018, foi o responsável pela leccionação da UC **Métodos Computacionais**, nas aulas teóricas e práticas-laboratoriais, para a licenciatura de Matemática Aplicada à Economia e à Gestão.

Desafio pedagógico

Associado à transmissão dos conteúdos programáticos, que constam no programa da UC, está um elevado desafio pedagógico, combinado com a aprendizagem e implementação do software *Maple*. Por conseguinte, com base no trabalho pedagógico a desenvolver nas aulas teóricas, nas aulas práticas-laboratoriais, na orientação tutorial e nos atendimentos pedagógicos (AP), pretendemos que os alunos adquiram e fortaleçam conhecimentos fundamentais sobre as matérias a ensinar na unidade curricular. Desta forma, esperamos contribuir, para o regular desempenho académico

dos alunos, que pretendemos que seja de excelência.

Descritos os factores que motivaram a escolha da unidade curricular para a elaboração deste relatório, referimos que os conhecimentos de base recomendados para a UC **Métodos Computacionais** são os assuntos abordados previamente pelos alunos da LMAEG e da LIAAD nas unidades curriculares das áreas de Análise Matemática, Álgebra Linear e Programação.

Por conseguinte, vamos dar continuidade ao relatório da UC, apresentando em seguida:

- Objectivos e competências a adquirir;
- Programa e conteúdos;
- Metodologia de ensino;
- Avaliação de conhecimentos;
- Calendarização e planificação das aulas;
- Bibliografia recomendada.

2 Objectivos e competências a adquirir

O objectivo geral é contribuir para que os alunos adquiram conhecimentos e competências relevantes que lhes sejam úteis durante o seu percurso académico e profissional. Mais concretamente, os objectivos e as competências a serem adquiridos na UC **Métodos Computacionais** são:

[OCA1] Formação de base sobre cálculo numérico e métodos numéricos ao nível teórico com ênfase nas aplicações, seus algoritmos e implementação computacional.

[OCA2] Fomentar o desenvolvimento da implementação computacional e capacidade de programação através do software *Maple*, que é uma linguagem de programação versátil, poderosa e fácil de usar, relevante em trabalhos científicos e matemáticos.

[OCA3] Análise dos resultados das simulações numéricas com base nas noções de erro, convergência e estabilidade.

[OCA4] Ligação com áreas afins, no âmbito das aplicações da Matemática à Economia, à Gestão, às Engenharias e às Ciências da Natureza.

[OCA5] Desenvolver a autonomia, criatividade, atitude crítica, capacidade de iniciativa e competências ao nível das matérias dadas para analisar, resolver numericamente e intrepretar as soluções dos problemas com ênfase nas aplicações.

[OCA6] Obter competências ao nível da organização e desenvolvimento de algoritmos computacionais e respectiva implementação pelo software *Maple*.

[OCA7] Desenvolver competências de trabalho independente e em equipa de forma a optimizar a gestão de tempo, com vista ao estudo e à resolução de problemas.

3 Programa e conteúdos

A leciona o da UC **Métodos Computacionais** tem por base um programa que se cumpre em processo de ensino de aulas te icas, aulas pr aticas-laboratoriais e orienta o tutorial. De seguida apresentamos o programa e os conteúdos programáticos para a UC **Métodos Computacionais** a qual está organizada em 6 Módulos ($M_i, i = 1, \dots, 6$) para 14 semanas de aulas:

[M1] Aritmética computacional

Sistemas numéricos e bases; erros; no es básicas sobre convergência, estabilidade, algoritmos e program o.

[M2] Resolu o de equa es não-lineares

Localiza o dos zeros; processo iterativo e ordem de convergência; método da bissec o; método da falsa posi o; método da secante; método de Newton; método do ponto fixo; zeros de polin mios.

[M3] Resolu o de sistemas de equa es lineares e não-lineares

Sistemas de equações lineares (métodos directos): método de Gauss simples e com pivoteamento; método de Gauss-Jordan; métodos de factorização.

Sistemas de equações lineares (métodos iterativos): método de Jacobi; método de Gauss-Seidel.

Sistemas de equações não-lineares: método do ponto fixo; método de Newton.

[M4] Interpolação e aproximação de funções

Método de Vandermonde; forma de Lagrange do polinómio interpolador; polinómio de Neville; forma de Newton do polinómio interpolador (fórmulas das diferenças); método dos mínimos quadrados; erros de interpolação.

[M5] Derivação e integração numérica

Derivação numérica: fórmulas das diferenças finitas; derivadas de primeira ordem; derivadas de segunda ordem.

Integração numérica: fórmulas de Newton-Cotes; fórmulas compostas; técnicas de extrapolação.

[M6] Introdução à resolução numérica de equações diferenciais ordinárias (EDO)

Problema de valor inicial: métodos de Taylor; métodos de Runge-Kutta; convergência, consistência e estabilidade.

4 Metodologia de ensino

A metodologia de ensino para o programa da UC **Métodos Computacionais** tem por base aulas teóricas, aulas práticas-laboratoriais, orientação tutorial e atendimento pedagógico semanal. O atendimento pedagógico aos alunos está consagrado como uma obrigatoriedade no Artigo 109.º do Regulamento Académico da Universidade de Évora (RAUÉ), Despacho n.º 7370/2022 publicado em Diário da República, 2.ª série no n.º 111 parte E, com data de 8 de Julho de 2022.

A criação da A3ES permitiu a paridade, a mobilidade e assegurou a creditação do Ensino Superior à escala do espaço europeu. Por conseguinte, a A3ES estabeleceu que o tempo de trabalho total para uma unidade curricular consiste em dois blocos:

- Tempo de contacto com o docente, com base na tipologia das aulas;
- Tempo de trabalho autónomo da responsabilidade dos alunos.

A UC **Métodos Computacionais** confere um número de créditos de 6 ECTS o que corresponde a 156 horas de trabalho total. Por conseguinte, temos 86.5 horas de trabalho autónomo a cargo dos alunos, acrescidos de 69.5 horas de contacto distribuídas por 45 horas lectivas teóricas, 22.5 horas lectivas práticas-laboratoriais e 2 horas de orientação em tutoria. O que corresponde a $3hT+1.5hPL=4.5h$ de carga horária lectiva semanal por turma. A esta carga horária lectiva, deveremos acrescentar 2.25h de atendimento pedagógico por semana para todas as turmas a leccionar.

Com base no ponto n.º 11 do Despacho n.º 60/2024 da Universidade de Évora, relativo às normas para elaboração da distribuição de serviço docente, temos

- Aulas teóricas: apenas 1 turma, excepto se a dimensão das salas não o permitir;
- Aulas práticas-laboratoriais com recurso a computadores: até 25 estudantes por turma; a partir de 25 estudantes, o aumento do número de turmas deve ser proporcional.

A distribuição semanal e semestral de tempo por turma associada a cada curso para cada tipo de metodologia de ensino, incluindo o tempo de trabalho autónomo e total, consta na Tabela 1.

Tipo de sessão	Horas semanais	Horas semestrais
Aulas teóricas	3	45
Aulas práticas-laboratoriais	1.5	22.5
Orientação em tutoria	0.13	2
Trabalho autónomo	5.77	86.5
Trabalho total (6 ECTS)	10.4	156
Atendimento pedagógico	2.25	33.75

Tabela 1: Repartição de trabalho em horas por tipo de sessão.

Os recursos pedagógicos a ter em conta para o processo ensino-aprendizagem são o quadro tradicional e/ou quadro branco, o giz e/ou marcadores, os meios audovisuais e informáticos (computadores, projectores, ligação à internet por cabo ou wireless). Acrescentamos, ainda, como recurso pedagógico de excelência a plataforma de e-Learning *Moodle* (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment), um software de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual. A plataforma *Moodle* é um complemento importante para a regular interacção entre os alunos e o docente, onde são disponibilizados conteúdos e informações relevantes para o regular funcionamento da unidade curricular. Acrescentamos, ainda, um recurso pedagógico e científico de excelência, ou seja, o software *Maple*.

A seguir, são apresentadas as metodologias de ensino para as diferentes tipologias de aulas associadas à UC **Métodos Computacionais**, incluindo os atendimentos pedagógicos. De mencionar que tanto as aulas teóricas quanto as aulas práticas-laboratoriais terão como base a bibliografia recomendada. A bibliografia, com a referência [8], será disponibilizada na plataforma *Moodle*.

4.1 Aulas teóricas

Nas aulas teóricas, pretendemos apresentar os conteúdos teóricos associados aos módulos do programa da unidade curricular, ilustrando sempre que possível e oportuno com exemplos práticos, promovendo, desta forma, a aprendizagem. Com base nos recursos pedagógicos necessários e disponíveis na instituição, as aulas teóricas terão um carácter expositivo. Os alunos serão estimulados a interagir com o docente através da metodologia pergunta-resposta, promovendo assim o processo de ensino-aprendizagem sobre os assuntos em estudo. Como complemento às aulas teóricas, com o objectivo de promover o estudo autónomo, os alunos serão incentivados a estudar as matérias abordadas com o apoio da bibliografia recomendada e por meio de pesquisa através da internet. Todas as semanas, serão disponibilizados na plataforma *Moodle* textos de apoio sobre as matérias dadas, com base na bibliografia recomendada. Por fim, para estimular o trabalho autónomo a desenvolver pelos alunos, haverá uma lista de exercícios sobre as matérias dadas, tanto em termos teóricos quanto práticos e de implementação computacional utilizando o software *Maple*.

4.2 Aulas práticas-labororiais

As aulas práticas-labororiais têm como objectivo a aplicação de conhecimentos e o desenvolvimento de competências práticas e de implementação computacional. As aulas vão funcionar em articulação e complementaridade com as aulas teóricas, promovendo uma interacção constante entre os alunos e o docente, fortalecendo assim o processo ensino-aprendizagem. Pretendemos que os alunos possam consolidar os conteúdos programáticos adquiridos nas aulas teóricas no âmbito das aplicações em geral e, em particular, à Economia, à Gestão, às Engenharias e às Ciências da Natureza. As salas afectas às aulas práticas-labororiais estão equipadas com os recursos pedagógicos necessários e disponíveis na instituição. Está previsto o uso activo de recursos computacionais para a implementação de algoritmos numéricos para as matérias dadas, com a devida interacção com os alunos durante as aulas. O processo de ensino-aprendizagem prevê a resolução regular de exercícios por parte dos alunos, com a colaboração do docente. Todas as semanas serão disponibilizados na plataforma *Moodle* listas de exercícios sobre as matérias dadas, promovendo o trabalho em sala de aula e o trabalho autónomo. A linguagem de programação a ser usada como apoio às aulas será o software *Maple*, que será disponibilizado aos alunos. No âmbito do trabalho autónomo, em regime voluntário, serão propostos projectos de trabalho (individuais e/ou em grupo) sobre os conteúdos programáticos, com foco na implementação computacional.

4.3 Orientação tutorial

As sessões tutoriais destinam-se ao apoio pontual a ser prestado aos alunos para o desenvolvimento de projectos de trabalho (individuais e/ou em grupo), relativos ao seu trabalho autónomo. Os projectos de trabalho têm como objectivo principal promover um estudo mais aprofundado em programação utilizando o software *Maple*, com vista às implementações computacionais no campo das aplicações. Este assunto será abordado com os alunos na primeira aula do semestre lectivo.

4.4 Atendimento pedagógico

O atendimento pedagógico tem por objectivo prestar apoio semanal aos alunos no seu trabalho autónomo relacionado com o processo ensino-aprendizagem para as matérias dadas nas aulas teóricas e exploradas, com foco na implementação computacional nas

aulas práticas-labororiais. O atendimento presencial será marcado com base na disponibilidade de horário por parte dos alunos, sendo essa informação disponibilizada na plataforma *Moodle*. Entretanto, como complemento, os alunos poderão colocar as suas dúvidas por e-mail.

5 Avaliação de conhecimentos

A avaliação faz parte integrante do processo de ensino-aprendizagem e tem por função verificar em que medida o estudante adquiriu os conhecimentos, aptidões e competências previstos nos objetivos da UC. Os regimes de avaliação para uma determinada UC estão previstos no Artigo 110.º do RAUÉ.

Por conseguinte, a avaliação da UC **Métodos Computacionais**, prevista no referido Artigo 110.º, segue um dos seguintes regimes:

- Avaliação contínua;
- Avaliação final.

A avaliação de conhecimentos ocorrerá durante a época de avaliação que consta em calendário escolar, a ser disponibilizado pela Instituição antes do início do ano lectivo. Entretanto, a época de avaliação está definida no Artigo 111.º do RAUÉ e é constituida por:

- Época normal;
- Época de recurso;
- Época especial;
- Época extraordinária.

Na época normal o estudante pode optar pelo regime de avaliação contínua ou pelo regime de avaliação final. Nas restantes épocas de avaliação, o estudante é avaliado pelo regime de avaliação final. Na época de recurso, o estudante inscrito em época normal, pode realizar avaliação a todas as UC a cuja avaliação contínua ou avaliação final, na época normal, tenha faltado, desistido ou reprovado. Podem, ainda, realizar avaliação para melhoria de nota, os estudantes que tendo obtido aprovação, pretendam melhorar a sua classificação, prevalecendo a melhor das classificações obtidas. Em época especial e extraordinária, os alunos podem realizar a

avaliação final com condicionantes específicas, previstas em regulamento.

Em seguida apresentaremos as especificações próprias a ter em conta para cada um dos regimes de avaliação, os quais são disjuntos.

5.1 Avaliação contínua

A avaliação contínua é composta por duas frequências (1.^ª F e 2.^ª F) com o mesmo peso de 40% e, um teste prático laboratorial (TPL) com peso de 20%. A Tabela 2, contém informação relativa ao regime de avaliação contínua, nomeadamente, a ponderação a ter em conta para as avaliações e, ainda, os módulos programáticos sujeitos à avaliação. A avaliação é expressa numa escala numérica de 0 a 20 valores. Portanto a nota final obtida pelos alunos pela avaliação contínua é dada por:

$$(\text{nota da 1.^ª F}) \times 0.4 + (\text{nota da 2.^ª F}) \times 0.4 + (\text{nota de TPL}) \times 0.2.$$

Com base no calendário escolar, no RAUÉ, na Tabela 2 e na Tabela 4, a 1.^ª F terá lugar entre a 7^a e a 8^a semana de aulas em horário a combinar com os alunos de forma a não interferir com o seu regular horário lectivo e com a marcação de outras provas. Da mesma forma a 2.^ª F e o TPL terão lugar em dias diferentes, em datas a combinar com os alunos, no período para avaliações de época normal e de recurso de forma a não interferir com outras provas. Haverá um mapa de avaliações para todas as UC de um determinado ano e curso, com as datas para a avaliação contínua e final. A elaboração do mapa de avaliações é da responsabilidade das comissões de curso da LMAEG e da LIAAD com a aprovação do Conselho Pedagógico da ECT, garantindo desta forma a uniformidade para com o RAUÉ. Durante as primeiras semanas de aulas os alunos terão acesso ao mapa de avaliações, homologado pelo Conselho Pedagógico da ECT.

5.2 Avaliação final

A avaliação final é composta por um exame (E) com um peso de 80% e um teste prático laboratorial com um peso de 20%. A Tabela 3, contém informação para o regime de avaliação final, contendo a ponderação e os módulos programáticos sujeitos à avaliação. A avaliação é expressa numa escala numérica de 0 a 20 valores. A nota final obtida pelos alunos pela avaliação final é dada por:

Avaliação	Módulos para avaliação	Ponderação
1. ^a F	Aritmética computacional	40%
	Resolução de equações não-lineares	
	Resolução de sistemas de equações lineares	
2. ^a F	Resolução de sistemas de equações não-lineares	40%
	Interpolação e aproximação de funções	
	Derivação e integração numérica	
	Introdução à resolução numérica de EDO	
TPL	Todos os Módulos	20%

Tabela 2: Regime de avaliação contínua.

$$(\text{nota de Exame}) \times 0.8 + (\text{nota de TPL}) \times 0.2.$$

O exame e o teste prático laboratorial terão lugar em dias diferentes, em datas a combinar com os alunos, no período para avaliações de época normal, época de recurso, época especial e época extraordinária. Tais datas, como mencionado anteriormente, vão constar do mapa de avaliações.

Avaliação	Módulos para Avaliação	Ponderação
Exame	Todos os módulos	80%
TPL	Todos os módulos	20%

Tabela 3: Regime de avaliação final.

6 Calendarização e planificação das aulas

Em seguida apresentaremos a calendarização dos módulos programáticos distribuídos pelas 14 semanas de aulas que constituem o semestre lectivo. Da mesma forma, vamos apresentar a planificação dos conteúdos programáticos a serem leccionados nas aulas teóricas e nas aulas práticas-laboratoriais em regime semanal ao longo do semestre lectivo.

6.1 Calendarização das aulas

Com base no calendário escolar, a leccionação da UC **Métodos Computacionais** está prevista para 14 semanas de aulas. A distribuição semanal em termos de horas lectivas por turma é de $3hT+1.5hPL=4.5h$. A Tabela 4 mostra-nos o número de semanas de aulas para a leccionação de cada um dos módulos programáticos, com o objectivo de optimizar o processo de ensino-aprendizagem.

Módulos programáticos	Semanas de aulas
Aritmética computacional	2
Resolução de equações não-lineares	3
Res. de sistemas de eq. lineares e não-lineares	3
Interpolação e aproximação de funções	2
Derivação e integração numérica	2
Introdução à resolução numérica de EDO	2

Tabela 4: Calendarização dos módulos programáticos.

6.2 Planificação das aulas

Considerando a calendarização na Tabela 4, apresentaremos a planificação das aulas com base nos módulos programáticos para as 14 semanas de aulas (teórica e prática-laboratorial) que constituem o semestre par. Toda a informação relevante de apoio ao funcionamento da UC será disponibilizada aos alunos na plataforma *Moodle*, nomeadamente: regulamento académico; programa; regimes de avaliação; mapa de avaliações; horário de atendimento; bibliografia recomendada; textos de apoio e lista de exercícios sobre os conteúdos programáticos. Os sumários das aulas ficarão disponíveis para consulta dos alunos no Sistema de Informação Integrado da Universidade de Évora (SIIUE). Importa referir que, para a planificação apresentada, haverá o incentivo em cada aula, para:

- Trabalho dos alunos em sala de aula de forma individual ou em grupo com o apoio do docente de forma a resolver exercícios sobre os temas em estudo, em particular, no campo das aplicações à Economia, à Gestão, às Engenharias e às Ciências da Natureza;

- Trabalho autónomo dos alunos e, nesse sentido, haverão exercícios sobre a matéria em estudo disponíveis na plataforma *Moodle*, em particular, sobre a sua implementação computacional através do software *Maple*;
- Consulta da bibliografia referenciada de forma a fortalecer o conhecimento dos conteúdos programáticos em estudo nas aulas teóricas e práticas-laboratoriais, promovendo desta forma a leitura científica. Na plataforma *Moodle* haverá textos de apoio a disponibilizar semanalmente, elaborados com base na bibliografia recomendada;
- Consulta de webgrafia a qual deverá ser livre, promovendo assim a curiosidade científica em descobrir e pesquisar, um determinado assunto por iniciativa própria.

6.2.1 Semanas 1 e 2

Assunto: Aritmética computacional

O módulo sobre aritmética computacional é relevante para o estudo dos métodos numéricos, pois as soluções das aplicações dos métodos numéricos associados a um problema expressam-se sob a forma de números. Nesse sentido, é importante termos a noção de número e suas representações em diferentes bases. Em particular, temos que compreender na computação as operações aritméticas, os erros e os efeitos produzidos nos resultados. Por fim, abordaremos noções básicas sobre convergência, estabilidade, algoritmos e programação que são conceitos relevantes a ter em conta nos conteúdos programáticos da UC.

Os conceitos sobre o módulo em estudo, são:

- Sistemas numéricos e bases: bases decimal, binária, octal e hexagonal; conversão entre bases; sistemas de representação de números; número-máquina.
- Erros: erro absoluto e relativo; erros de arredondamento; algarismos significativos; cancelamento subtractivo; propagação dos erros; análise dos erros.
- Noções básicas sobre convergência, estabilidade, algoritmos e programação.

6.2.2 Semanas 3, 4 e 5

Assunto: Resolução de equações não-lineares

Começamos por apresentar resultados da área da Análise Matemática de forma a localizar os zeros de uma função contínua num intervalo. Para cada um dos métodos numéricos em estudo apresentaremos uma descrição do método com recurso à ilustração gráfica, passando naturalmente pelo estudo da sua convergência, análise do erro e critérios de paragem para o processo iterativo, relevante para a sua implementação computacional. Será feita uma análise comparativa entre os métodos em estudo. Estudaremos o caso dos zeros dos polinómios apresentando critérios para determinar a sua natureza e localização.

Os conceitos sobre o módulo em estudo, são:

- Localização dos zeros; processo iterativo e ordem de convergência.
- Métodos iterativos, sua descrição, erros e convergência: método da bissecção; método da falsa posição; método da secante; método de Newton; método do ponto fixo.
- Zeros de polinómios: natureza e localização.

6.2.3 Semanas 6, 7 e 8

Assunto: Resolução de sistemas de equações lineares e não-lineares

Estudo dos métodos directos para a resolução de um sistema de equações lineares, nomeadamente o método de Gauss com suas generalizações. Em particular, vamos apresentar métodos para escolha de pivot que permitirão ultrapassar as limitações do método de Gauss simples. O método de Gauss-Jordan será apresentado como uma variante do método de eliminação de Gauss. Com os métodos de factorização poderemos resolver um sistema de equações através da resolução de dois sistemas triangulares. Os métodos iterativos de Jacobi e de Gauss-Seidel são uma alternativa aos métodos directos, através da construção de iteradas que, sob determinadas condições, garantem a convergência para a solução do sistema. Relativamente aos sistemas de equações não-lineares, apresentaremos os métodos iterativos do ponto

fixo e de Newton, abordando as suas dificuldades de implementação e as condições sobre a convergência dos métodos.

Os conceitos sobre o módulo em estudo, são:

Sistemas de equações lineares: métodos directos

- Método de Gauss: método de Gauss simples; método de Gauss com pivot parcial; método de Gauss com pivot parcial ponderado; método de Gauss com pivot total; método de Gauss-Jordan.
- Métodos de factorização: factorização de Doolittle; factorização de Crout; matriz inversa; decomposição de Cholesky.

Sistemas de equações lineares: métodos iterativos

- Método de Jacobi; método de Gauss-Seidel.

Sistemas de equações não-lineares:

- Método do ponto fixo; método de Newton.

6.2.4 Semanas 9 e 10

Assunto: Interpolação e aproximação de funções

A interpolação polinomial, que desempenha um papel relevante na área dos métodos numéricos, consiste em determinar uma função polinomial que assume valores conhecidos em certos pontos. Pela importância do assunto, vamos estudar o método de Vandermonde; forma de Lagrange do polinómio interpolador; polinómio de Neville; forma de Newton do polinómio interpolador (diferenças progressivas e regressivas). Estudamos o método dos mínimos quadrados na sua forma de regressão linear e quadrática. Por fim, vamos abordar os erros de interpolação.

Os conceitos sobre o módulo em estudo, são:

- Interpolação polinomial: método de Vandermonde; forma de Lagrange do polinómio

interpolador; polinómio de Neville; forma de Newton do polinómio interpolador (fórmulas das diferenças progressivas e regressivas).

- Método dos mínimos quadrados: regressão linear; regressão quadrática.
- Erros de interpolação: análise de erros; nós de Chebyshev; efeitos de perturbações nos valores nodais.

6.2.5 Semanas 11 e 12

Assunto: Derivação e integração numérica

Apresentaremos as fórmulas para as diferenças finitas progressivas, regressivas, centradas e sua interpretação geométrica. Da mesma forma, apresentaremos estratégias numéricas para obtermos fórmulas concretas para aproximações da primeira e da segunda derivadas de uma função num ponto, dado num conjunto de pontos. Posteriormente, apresentaremos algumas fórmulas para o estudo da integração numérica, ou seja, fórmulas de Newton-Cotes fechadas e fórmulas de Newton-Cotes abertas, salientando a sua diferença. Apresentaremos ainda as fórmulas compostas para as regras do trapézio e de Simpson. As técnicas de extração a estudar são importantes para o refinamento das aproximações obtidas para o caso da integração. Por fim, será realizada uma análise crítica ao estudo dos erros associados para todos os métodos em estudo.

Os conceitos sobre o módulo em estudo, são:

Derivação Numérica

- Fórmula das diferenças finitas: diferença finita progressiva; diferença finita regressiva; diferença finita centrada.
- Derivadas de primeira ordem: fórmula de derivação numérica com 3 pontos; fórmula de derivação numérica com 5 pontos.
- Derivadas de segunda ordem: fórmula de derivação numérica com 3 pontos.

Integração Numérica

- Fórmulas de Newton-Cotes: fórmulas de Newton-Cotes fechadas; fórmulas de Newton-Cotes abertas.
- Fórmulas compostas: regra do trapézio; regra de Simpson.
- Técnicas de extração: extração de Richardson; extração de Romberg.

6.2.6 Semanas 13 e 14

Assunto: Introdução à resolução numérica de EDO

Apresentamos uma breve introdução ao tema sobre as equações diferenciais ordinárias. Devido ao carácter introdutório, pretendemos apresentar alguns métodos para obter soluções aproximadas de EDO com condições iniciais. Mais propriamente, vamos apresentar alguns métodos de Taylor e de Runge-Kutta com o objectivo de estudar um problema de valor inicial, também conhecido como problema de Cauchy. Os métodos numéricos em estudo podem ser generalizados para sistemas de equações diferenciais. Por fim, abordaremos o tema da convergência, consistência e da estabilidade associada a esses métodos.

Os conceitos sobre o módulo em estudo, são:

- Problema de valor inicial.
- Métodos de Taylor: método de Euler; método de Taylor de ordem 2; métodos de Taylor de ordem superior.
- Métodos de Runge-Kutta: método de Euler modificado; método de Euler-Cauchy; dedução de fórmulas de Runge-Kutta; método de Heun; métodos de Runge-Kutta de ordem superior; passo adaptativo; método de Runge-Kutta-Fehlberg.
- Sistemas de equações diferenciais ordinárias.
- Convergência, consistência e estabilidade.

7 Bibliografia recomendada

- [1] Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, Fausto Saleri, *Numerical Mathematics*, Texts in Applied Mathematics, 2^a Edition, Springer, 2007.
- [2] Alfio Quarteroni, Fausto Saleri, *Cálculo Científico com MATLAB e Octave*, (traduzido para português por: A. Sequeira), Springer, 2007.
- [3] Ernic Kamerich, *A Guide to Maple*, Springer, 1999.
- [4] Heitor Pina, *Métodos Numéricos*, Escolar Editora, 2010.
- [5] Márcia Ruggiero, Vera Lopes, *Cálculo Numérico: Aspectos teóricos e computacionais*, McGraw-Hill, 1988.
- [6] N.S. Asaithambi, *Numerical Analysis - Theory and Practice*, Saunders College Publishing, 1995.
- [7] Paolo Brandimarte, *Numerical Methods in Finance and Economics*, 2^a Edition, Wiley-Interscience, 2006.
- [8] Paulo Correia, *Métodos Computacionais: Texto de apoio e exercícios*, Departamento de Matemática, Universidade de Évora, 207pp, 2024.
- [9] Richard Khoury, Douglas Harder, *Numerical Methods and Modelling for Engineering*, Springer, 2016.
- [10] Richard L. Burden, J. Douglas Faires, Annette M. Burden, *Numerical Analysis*, 10^a Edition, Cengage Learning, 2016.
- [11] R. Kress, *Numerical Analysis*, Springer, 1997.
- [12] Ward Cheney, David Kincaid, *Numerical Mathematics and Computing*, 7^a Edition, Thompson-Brooks/Cole, 2012.