

A EXPLORAÇÃO DE PADRÕES NUM CONTEXTO DE TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO – UM ESTUDO DE CASO NO 8º ANO

Elsa Barbosa

Escola Secundária Conde de Monsaraz

barbosa.elsa@iol.pt

António Borralho

Centro de Investigação em Educação Paulo Freire/Universidade de Évora

amab@uevora.pt

Introdução

A competência em álgebra é bastante útil para o estudante na sua vida de todos os dias e para prosseguimento de estudos. Deste modo, todos devem aprender Álgebra (NCTM, 2000). No entanto, o seu estudo está fortemente ligado à manipulação simbólica e à resolução de equações. Mas a Álgebra é mais do que isso. Os alunos precisam de entender os conceitos algébricos, as estruturas e princípios que regem as manipulações simbólicas e como estes símbolos podem ser utilizados para traduzir ideias matemáticas. *Quem não tiver uma capacidade razoável de trabalhar com números e suas operações e de entender e usar a linguagem abstracta da Álgebra fica ipso facto seriamente limitado nas suas opções escolares profissionais e no seu exercício da cidadania democrática* (Ponte, 2006, p.5).

As actividades algébricas podem ser, como afirmam Brocardo, Delgado, Mendes, Rocha e Serrazina (2006) e Soares, Blanton e Kaput (2005), geradas a partir de actividades numéricas. A forma como o problema é apresentado pode transformar um simples problema aritmético num algébrico. Facilmente se transformam problemas com respostas numéricas simples em novas situações onde os alunos têm a possibilidade de conjecturar, construir padrões, generalizar e justificar factos e relações matemáticas, conduzindo os alunos a utilizar capacidades de pensamento de ordem superior. A resolução de problemas que envolvem padrões, por um lado salientam a exploração, investigação, conjectura e prova e, por outro, não menos importante, são interessantes e desafiadoras para os alunos (Vale e Pimentel, 2005).

Problema

Para que os alunos possam compreender os aspectos essenciais da Álgebra, é importante que durante todo o seu percurso escolar tenham contacto com experiências algébricas informais que envolvam a análise de padrões e relações numéricas e a sua representação e generalização por meio de diferentes processos. *De facto, o desafio lançado pela generalização de um padrão numérico e a compreensão do que traduz essa generalização constituem aspectos que muitas vezes estão envolvidos nas investigações numéricas e que apoiam o desenvolvimento do raciocínio algébrico* (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2003, p.69).

Pressupõe-se que a procura de padrões e regularidades permite formular generalizações em situações diversas, particularmente em contextos numéricos e geométricos o que contribuirá para o desenvolvimento do raciocínio algébrico do aluno. Será que a utilização, na sala de aula, de padrões num contexto de tarefas de investigação permite um melhor desenvolvimento do pensamento algébrico por parte do aluno?

O trabalho desenvolvido procurará algumas respostas a esta questão. De seguida apresenta-se o problema nuclear e algumas questões orientadoras do trabalho:

Problema: Compreensão do significado da utilização, na sala de aula, dos padrões num contexto de tarefas de investigação de forma a melhorar o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Questões específicas:

1. Os padrões num contexto de tarefas de investigação podem contribuir para a construção de uma imagem mais positiva da matemática?
2. Os padrões num contexto de tarefas de investigação permitem o estabelecimento de conexões matemáticas?
3. Como é que a análise de padrões e regularidades envolvendo números e operações elementares, contribui para o entendimento da Álgebra?
4. De que modo é que a abordagem dos padrões num contexto de tarefas de investigação permite promover e melhorar as seguintes competências dos alunos?

4.1) A aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação.

4.2) A predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos.

4.3) O reconhecimento do significado de fórmulas no contexto de situações concretas e a aptidão para usá-las na resolução de problemas.

A Álgebra e Funções são um dos quatro grandes domínios temáticos da Matemática do ensino básico. A necessidade de novas profissões, na actual sociedade, e a importância de raciocínio algébrico nessas novas áreas serviram de propulsor para que alguns autores se debruçassem sobre esta problemática, sob o signo de *Álgebra para todos* (Nunes e Alves, 2005). No entanto, poder-se-á afirmar que são poucos os alunos que têm uma noção correcta do seu verdadeiro significado. Para muitos, *Álgebra* significa uma “amalgama” de letras, números e operações, ou a resolução de equações, sistemas de equações, ou qualquer tipo de actividade onde apareçam incógnitas e letras.

Os *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) sugerem que a Álgebra atravessasse todo o currículo desde o jardim de infância até ao 12º ano. Tal facto só se torna viável se forem propiciadas aos estudantes, desde o início dos seus percursos

educacionais, experiências algébricas intuitivas e motivadoras. O ensino tradicional tem de ser deixado para trás pois este, à medida que a escolaridade avança, faz-nos perder o modo natural de pensar em prol de um modo mais formal. Mais do que impelir os alunos na álgebra simbólica formal deve-se fomentar o pensamento algébrico levando os alunos a comunicar os seus pensamentos recorrendo às suas próprias palavras ou à sua própria simbologia (Herbert e Brown, 1997).

São muitos os estudantes que aparentam ter dificuldades em trabalhar com letras em vez de números. A passagem dos números para um maior grau de abstracção parece ser uma das etapas mais complicadas da educação matemática. Assim é essencial a escolha de estratégias adequadas que permitam aos alunos desenvolver a compreensão da linguagem algébrica. Como afirma Nunes e Alves (2005), *os alunos precisam de ter experiências com variáveis que representam números desconhecidos, mas específicos, como com variáveis que realmente variam de valor. Além disso, os problemas de raciocínio algébrico têm caminhos de solução múltiplos, e permitem abordagens criativas pelo que os alunos deveriam ser encorajados a explorar métodos de solução alternativos. Perante todas estas observações que demonstram a pertinência do cuidado a termos, como docentes, no acompanhamento do desenvolvimento do pensamento algébrico, consideramos que vale a pena acreditar no objectivo Álgebra para todos.* (p. 255).

Orton e Orton (1999) afirmam que os padrões são um dos caminhos possíveis quando pensamos em introduzir a Álgebra e, conseqüentemente, desenvolver o pensamento algébrico. Segundo Bishop (1997), de acordo com Phillips (1995), quando um aluno relaciona quantidades com padrões, está a adquirir conceitos matemáticos muito importantes como por exemplo, o conceito de função. Está a aprender a investigar e a comunicar algebricamente.

Poder-se-à afirmar que a abordagem dos padrões permite promover as competências matemáticas dos estudantes na medida em que se interliga com actividades de exploração e de investigação. No entanto, os padrões são ainda hoje muito pouco explorados nas nossas salas de aula apesar de, tal como é defendido pelo NCTM (2000), os programas educativos de todos os níveis de ensino terem a obrigação de conseguir que todos os estudantes entendam padrões, relações e funções.

Metodologia

Tendo como referência o problema de investigação formulado e as questões deste estudo, será adoptada uma abordagem de investigação qualitativa e interpretativa, onde uma turma será a unidade de análise no que diz respeito às tarefas de investigação envolvendo padrões. Tuckman (2000), de acordo com Bogdan e Biklen (1992), afirma que a investigação qualitativa apresenta as cinco características principais que se seguem:

- (1) A situação natural constitui a fonte dos dados, sendo o investigador o instrumento-chave da recolha de dados.
- (2) A sua primeira preocupação é descrever e só secundariamente analisar os dados.
- (3) A questão fundamental é todo o processo, ou seja, o que aconteceu, bem como o produto e o resultado final.
- (4) Os dados são analisados indutivamente, como se reunissem, em conjunto, todas as partes de um puzzle.
- (5) Diz respeito essencialmente ao significado das coisas, ou seja, ao “porquê” e ao “o quê”.

As características atrás referidas mostram-se de acordo com as questões do estudo que se irá realizar.

Atendendo a que se pretende responder a questões de natureza explicativa, que não se deseja exercer qualquer tipo de controlo sobre a situação, que se pretende estudar uma turma de 8º ano e dois alunos da mesma, correspondendo a critérios definidos e que se visa obter um produto final de natureza descritiva e analítica, a opção metodológica desta investigação recai na realização de um estudo de caso qualitativo e analítico.

Segundo Matos e Carreira (1994), a metodologia de estudo de caso obriga a que o investigador assuma vários papéis ao longo da investigação. Na presente investigação, o investigador assume os papéis de investigador-instrumento e observador-participante, visto que se pretende compreender a situação do ponto de vista de quem a vive e dela faz parte e a recolha e análise dos dados é, toda, feita por si.

O ano de escolaridade escolhido é o 8º pelo facto de ser neste ano que a Álgebra começa a ser verdadeiramente introduzida no currículo dos alunos. Silver (1997) afirma que a Álgebra deve ser introduzida entre o sexto e o oitavo ano pois só assim é possível tornar os alunos competentes algebricamente.

A turma, enquanto objecto de investigação, trabalhou em pequenos grupos. De entre os alunos da turma foram escolhidos dois alunos, um aluno com pior desempenho e outro com melhor, pertencendo, cada um deles, a grupos distintos. O objectivo desta escolha prende-se com o facto de se pretender confrontar as posições de alunos com desempenhos distintos.

A recolha dos dados foi feita através de um questionário, duas entrevistas semi-estruturadas, observação directa de aulas e análise de documentos.

Padrões e álgebra

As exigências da sociedade actual são muito diferentes daquelas a que estávamos habituados e, em particular, as exigências ao nível do saber matemático também evoluíram. Os currículos actuais pouco têm a ver com os anteriores e, em Portugal, a grande mudança ao nível do ensino básico deu-se com a entrada em vigor do *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais* (DEB, 2001). Neste documento a Matemática é designada como a ciência dos padrões quando se refere que *a educação matemática tem o objectivo de ajudar a desocultar a matemática presente nas mais variadas situações, promovendo a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes nos modos como lidam com a matemática. Para isso é preciso destacar a especificidade da matemática nomeadamente como ciência das regularidades e da linguagem dos números, das formas e das relações.* (p. 57).

Os padrões são a essência da Matemática e a linguagem na qual é expressa. A Matemática é a ciência de analisar e sintetizar tais padrões (Sandefur e Camp, 2004). Considerar a Matemática a ciência dos padrões não será uma má descrição. Não só porque os padrões se encontram em várias formas na vida de todos os dias e ao longo da matemática escolar mas porque, também, podem constituir um tema unificador.

Os professores de Matemática estão conscientes do facto de que há, por um lado, menos interesse na matemática e, por outro, um declínio na capacidade matemática dos alunos. Esta perspectiva assenta no facto de muitos alunos olharem para a matemática como uma mera colecção de procedimentos a aprender. Como Devlin (1998) refere:

(...) ao longo dos anos a matemática tornou-se cada vez mais e mais complicada, as pessoas concentraram-se cada vez mais nos números, fórmulas, equações e métodos e

perderam de vista o que aqueles números fórmulas e equações eram realmente e porque é que se desenvolveram aqueles métodos. Não conseguem entender que a matemática não é apenas manipulação de símbolos de acordo com regras arcaicas mas sim a compreensão de padrões — padrões da natureza, padrões da vida, padrões da beleza (p. 206).

Quando apelamos aos padrões no ensino da matemática é normalmente porque queremos ajudar os alunos a aprender matemática de forma significativa e/ou a envolver-se na sua aprendizagem facultando-lhes um ambiente de aprendizagem que tenha algo a ver com a sua realidade e experiências. O estudo de padrões vai de encontro a este aspecto apoiando a aprendizagem dos estudantes para descobrirem relações, encontrarem conexões, fazerem generalizações e previsões.

O currículo de Matemática deve ser focalizado na “matemática importante” isto é, matemática que prepara os estudantes para um estudo contínuo e para a resolução de uma variedade de problemas na escola, em casa e em situações profissionais. Um currículo bem articulado desafia incrivelmente os estudantes para aprender as mais sofisticadas ideias na continuação dos seus estudos (NCTM, 2000).

A necessidade de novas profissões na actual sociedade e a importância de raciocínio algébrico nessas novas áreas serviram de propulsor para que alguns autores se debruçassem sobre esta problemática, sob o signo de *Álgebra para todos* (Nunes e Alves, 2005). No entanto, poder-se-á afirmar que são poucos os alunos que têm uma noção correcta do seu verdadeiro significado. Para muitos, *álgebra* significa uma “amalgama” de letras, números e operações, ou a resolução de equações, sistemas de equações, ou qualquer tipo de actividade onde apareçam incógnitas e letras.

Esta perspectiva não se coaduna com as orientações curriculares expressas nos *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) ao sugerirem que os alunos só compreendem os aspectos essenciais da Álgebra, se esta atravessar todo o seu currículo desde JI-12. A Álgebra é importante não só para a vida adulta como também na preparação do pós-secundário.

Muitas pessoas ficariam surpreendidas por saber que a Álgebra pode começar, simplesmente, pelo estudo de padrões desde o Jardim de Infância e o 1.º Ciclo do Ensino Básico. O que se passa no ensino tradicional é que este modo natural de pensar (no sentido em que é uma actividade que está na natureza humana) se perde com o avançar na escolaridade, ao privilegiar os procedimentos e as rotinas que é aquele que as pessoas mais recordam dos tempos que passaram pela escola. Mais do que impelir os alunos para a álgebra simbólica formal deve-se fomentar o pensamento algébrico levando os alunos a comunicar os seus pensamentos, recorrendo às suas próprias palavras ou à sua própria simbologia (Herbert e Brown, 1997).

Para isso, é necessário que os nossos alunos tenham contacto com experiências algébricas informais que envolvam a análise de padrões e relações numéricas e a sua representação e generalização por meio de diferentes processos.

Hoje, defende-se que o pensamento algébrico deve tornar-se numa orientação transversal do currículo, tal como já acontece com o pensamento geométrico. Para Kaput e Blanton (2005), citado em Ponte (2005), isso significa:

- *Promover hábitos de pensamento e de representação em que se procure, sempre que possível, a generalização;*
- *Tratar os números e as operações algebricamente – prestar atenção às relações existentes (e não só aos valores numéricos em si) como objectos formais para o pensamento algébrico;*

➤ *Promover o estudo de padrões e regularidades, a partir do 1º ciclo. (p. 37).*

Em suma, a Álgebra pode ser definida como um sistema matemático utilizado para generalizar algumas operações matemáticas permitindo que letras ou outros símbolos substituam os números. Nesta conformidade está Tall (1992) quando refere que a Álgebra é muitas vezes vista como “a generalização da aritmética” partindo da procura de padrões numéricos.

Uma questão que será interessante colocar, na abordagem da álgebra recorrendo aos padrões, é saber até que ponto os alunos são capazes de compreender e generalizar a diversidade de padrões numéricos que lhes são propostos e qual o desempenho que apresentam neste tipo de tarefas. Esta é uma questão importante uma vez que encontrar termos numa sequência é normalmente o primeiro passo para chegar à Álgebra. Outro aspecto importante ligado aos padrões é a resolução de problemas uma vez que a descoberta de um padrão é uma poderosa estratégia de resolução de problemas. Podemos dizer que a resolução de problemas que recorra ao trabalho investigativo é um modo promissor de exploração da Álgebra, sobretudo se utilizarem problemas significativos para os alunos onde o uso da álgebra seja relevante.

Os padrões e álgebra nos currículos do ensino básico

Ao nível do ensino básico, os padrões são um tema transversal que ajuda a criar uma base para a aprendizagem da Álgebra (Vale, Palhares, Cabrita e Borralho, 2006). Os padrões, tal como Orton e Orton (1999) afirmam:

- Contribuem para a construção de uma imagem mais positiva da Matemática;
- Atraem e motivam os alunos, porque apelam à sua criatividade;
- Permitem o estabelecimento de conexões matemáticas;
- Ajudam a desenvolver a capacidade de classificar e ordenar informação;
- Permitem a compreensão da ligação entre a Matemática e o mundo em que se vive;
- Promovem o desenvolvimento das capacidades e competências dos alunos.

Apesar da importância que assumem, os padrões são ainda hoje muito pouco explorados nas nossas salas de aula apesar de, tal como é defendido pelo NCTM (2000), os programas educativos de todos os níveis de ensino terem a obrigação de conseguir que todos os estudantes entendam padrões, relações e funções.

Em Portugal, no Currículo Nacional do Ensino Básico, podemos constatar que as referências mais recentes, em particular as competências essenciais, já defendem um ensino da Álgebra desde o 1.º ciclo do ensino básico.

O tema Números e Cálculo é um dos domínios temáticos da Matemática do ensino básico, no qual uma das competências a desenvolver, que atravessa os três níveis de ensino (1º, 2º e 3º), é *a predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas, nomeadamente em problemas envolvendo divisores e múltiplos de números ou implicando processos organizados de contagem* (p. 60). A Álgebra e Funções é outro dos grandes domínios temáticos e, neste caso, a competência transversal a desenvolver é *a predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos* (p.66).

A interação dos padrões com a Álgebra é um domínio privilegiado. Em primeiro lugar porque irá permitir que a descoberta assuma um papel fundamental na sua aprendizagem. Outra razão muito importante é que é esta ligação que permite pensar no estudo da Álgebra desde o pré-escolar. Por último, a abordagem da Álgebra através dos padrões irá permitir uma maior motivação dos alunos retirando o negativismo que tem estado associado ao estudo da Álgebra.

Em síntese, os padrões podem ser um óptimo veículo para uma abordagem poderosa à Álgebra, sobretudo nos primeiros níveis, como suporte do pensamento pré-álgebraico.

A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação

Os currículos actuais apontam para novas direcções, exigem novos saberes matemáticos, ou seja, exigem que os professores ensinem uma matemática que prepare os estudantes para um estudo contínuo e para a resolução de uma variedade de problemas de modo a desafiá-los permanentemente.

Um dos caminhos que pode levar a alcançar as novas exigências do currículo e a contrariar concepções incorrectas acerca da Matemática é a aprendizagem por meio do envolvimento dos alunos em verdadeira actividade matemática. No entanto, ainda hoje a educação matemática é feita de uma forma “tradicional”, isto é, dominada pela resolução de exercícios. Os exercícios e os problemas são caracterizados por enunciados “fechados”, *que indicam claramente o que é dado e o que é pedido* (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2003, p. 23) e, pelo contrário, as tarefas de investigações são mais “abertas”, *cabe a quem investiga um papel fundamental na sua definição. E uma vez que os pontos de partida podem não ser exactamente os mesmos, os pontos de chegada podem ser também diferentes* (Idem, 2003, p.23).

O paradigma do exercício, como Skovsmove (2000) o denomina, tem de ser contraposto a uma abordagem de investigação que pode tomar muitas formas e percorrer os diferentes níveis de escolaridade.

Investigar pressupõe uma atitude, pressupõe que os alunos tenham vontade de perceber e capacidade para interrogar, ou seja, o aluno tem de ter disponibilidade para ver as coisas de outro modo e para pôr em causa aquilo que parece certo. Em suma, investigar é procurar conhecer, compreender, encontrar soluções para os problemas e, assim, é uma capacidade essencial a cada cidadão. Desta forma, investigar põe em diálogo, permanente, a teoria e a prática.

Como afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) *o conceito de investigação matemática, como actividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da actividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa* (p.23). Segundo Cunha (1998), citado em Santos, Brocardo, Pires e Rosendo (2002), as investigações no geral e, em particular a investigação matemática, motiva os alunos, ajuda-os a desenvolver o raciocínio e contribui para a percepção, por parte dos alunos, da Matemática como uma ciência em permanente evolução e construção.

Como foi afirmado anteriormente o NCTM (2000) sugere que a Álgebra seja trabalhada desde o pré-escolar até ao 12º ano. Apenas assim é possível, como Ponte (2006) afirma, revalorizar a Álgebra no currículo da matemática escolar. Para que tal aconteça é necessário que a Álgebra passe a ser vista de uma forma mais alargada e multifacetada, mas a sua introdução nem sempre tem sido feita da melhor forma. Muitas vezes é feita através de exercícios rotineiros através dos quais os alunos “decoram” regras isoladas e sem sentido.

A “passagem” da utilização estrita de números para a utilização de símbolos é um dos grandes entraves ao entendimento da Álgebra. *A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também o é o “sentido do símbolo” (symbol sense), como diz Arcavi (1994), ou seja, a capacidade de interpretar e de usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas* (Ponte, 2006, p.12).

A procura de padrões e a generalização de situações numéricas podem ajudar o aluno a desenvolver o “sentido do símbolo” levando-o a perceber que uma variável não é apenas um número cujo valor ainda é desconhecido (Star, Eisenmann e Smith, 2000), mas que as variáveis representam quantidades que variam, ou seja, a procura de padrões e a generalização de situações numéricas podem permitir ao aluno entender o “verdadeiro” significado de variável. O aluno competente algebricamente percebe a relação existente entre objectos e consegue raciocinar sobre essas relações de uma forma geral e abstracta (Ponte, 2006).

É essencial aos alunos aprenderem Álgebra, desenvolverem o “seu” pensamento algébrico, perceberem o significado dos símbolos. Uma das possíveis vias para promoverem este tipo de raciocínio é a realização de tarefas de investigação que envolvam padrões e regularidades. *Para compreender os aspectos essenciais da Álgebra, é importante todo um percurso em que os alunos têm contacto com um grande número de experiências algébricas informais que envolvem a análise de padrões e relações numéricas e a sua representação e generalização por meio de diferentes processos* (Ponte, Brocado e Oliveira, 2003, p.69).

Em suma poder-se-à afirmar que a integração de tarefas de investigação com padrões, no currículo da Matemática escolar, assume um papel de destaque na abordagem à Álgebra, e em níveis de escolaridade mais baixos, de base ao pensamento “pré-algébrico” (Vale, Palhares, Cabrita e Borralho, 2006). A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação permitem um melhor entendimento da Álgebra por parte dos alunos pois ajudam os alunos a “expressar e comunicar generalizações, revelar estruturas, estabelecer conexões e formular argumentos matemáticos” o que segundo Guimarães, Arcavi, Gómez, Ponte e Silva (2006) são estas as características que atribuem à Álgebra o seu grande poder.

Reflexão final

Há duzentos anos o objecto de estudo fundamental da Álgebra seria as “equações” mas, apesar de para muitos alunos ainda ser esta a noção que prevalece, no centro da Álgebra de hoje estão relações matemáticas abstractas. Como Ponte (2006) afirma, a melhor forma de explicitar os objectivos do estudo da Álgebra, ao nível escolar, é dizer que se pretende desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. O NCTM (2000) define pensamento algébrico como algo que diz respeito ao estudo de estruturas (compreender padrões, relações e funções), à simbolização (representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos) e à modelação (usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas).

Segundo Arcavi (2006) o sentido do símbolo tem de ser desenvolvido e uma condição necessária para que tal aconteça é a utilização de práticas de ensino apropriadas. Não existem habilidades matemáticas inatas e cabe ao professor, através das suas práticas, contribuir para o seu desenvolvimento. Encontrar estratégias que permitam ao aluno desenvolver o pensamento algébrico, ou seja, “pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar essa regularidade através de estruturas ou expressões matemáticas, pensar analiticamente, estabelecer relações entre

grandezas variáveis” (Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) citados em Ponte (2006), p. 21), será um dos caminhos a ter em conta no desenvolvimento do currículo.

O *Currículo Nacional do Ensino Básico*, indica as tarefas de investigação como uma experiência de aprendizagem a desenvolver regularmente com os alunos. Esse documento salienta, também, diversas competências a desenvolver nos alunos, entre as quais a procura de padrões e regularidades.

A procura e identificação de padrões utilizam e enfatizam a exploração, investigação, conjectura e prova, desafiando os alunos a recorrer às suas destrezas de pensamento de ordem superior (Vale e Pimentel, 2005). Para além disso, quer os padrões quer a realização de tarefas de investigação são actividades desafiadoras, para os alunos, que promovem o gosto pela aprendizagem da Matemática.

Em suma, poder-se-á afirmar que as tarefas de investigação envolvendo padrões são um bom elemento para trabalhar o pensamento algébrico.

Referências bibliográficas

- Arcavi, A. (2006). El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos. Em SPCE (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 29-48). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Bishop, J. W., (1997). Middle School students' Understanding of Mathematical Patterns and Their Symbolic Representations. Chicago: Annual Meeting of the American Educational Research Association.
- Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., Rocha, I. e Serrazina, L. (2006). Números e Álgebra: desenvolvimento curricular. Em SPCE (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 65-92). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- DEB (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: DEB.
- Devlin, K. (1998). *Life by the numbers*. NY: John Wiley & Sons, Inc.
- Guimarães, F. Arcavi, A. Gómez, B. Ponte, J. P. e Silva, J. N. (2006). O ensino aprendizagem dos Números e da Álgebra: Que problemas, que desafios?. Em SPCE (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 361-379). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Herbert, K e Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning, *Teaching Children Mathematics*, 3 February, 1997, 340-345.
- Matos, J. F. e Carreira, S. P. (1994). Estudos de caso em Educação Matemática – Problemas actuais. *Quadrante*, vol. 3, 1, p. 19-53.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Nunes, C. e Alves, M. (2005). Desenvolvendo o pensamento algébrico com actividades de investigação. Em GTI (Org.), *O Professor e o Desenvolvimento Curricular* (pp.249-271). Lisboa: APM.
- Orton, A. (1999) (Ed.). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. Londres: Cassel.
- Orton, A. e Orton, J. (1999). Pattern and Approach to Algebra. Em A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 104-124). Londres. Cassel.

- Ponte, J. P. (2005). Álgebra no currículo escolar. *Educação e Matemática*, 85, 36-42.
- Ponte, J. P. (2006). Números e Álgebra no currículo escolar. Em SPCE (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 5-27). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., e Oliveira, H. (2003). Investigações no currículo. In J. P. Ponte, J. Brocardo e Oliveira, H. (Ed.), *Investigações matemáticas na sala de aula* (pp.55-70). Belo Horizonte: Autêntica.
- Sandefur, J. e Camp, D. (2004). Paterns: Revitalizing Recurring Themes in School Mathematics. *Mathematics Teacher*, 98(4), 211.
- Santos, L., Brocardo, J., Pires, M. e Rosendo, A. I. (2002). Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior. Em SPCE (Org), *Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*. (pp. 83-106). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Silver, E. A. (1997). “Algebra for All” – Increasing Students’ Access to Algebraic Ideas, Not Just Algebra Courses. *Mathematics Teaching in the Middle School*, vol.2, 4, 204-207.
- Soares, J., Blanton, M. e Kaput, J. (2005). Thinking Algebraically. *Teaching Children Mathematics*, Dezembro, 228-235.
- Star, J. R., Herbel-Eisenmann, B. A. e Smith J. P. (2000). Algebraic Concepts: What’s Really New in New Curricula? *Mathematics Teaching in the Middle School*, vol.5, 7, 446-451.
- Tall, D. (1992). The transition from arithmetic to algebra: number patterns or proceptual programming? *New Directions in Algebra Education*, (pp. 213-231). Brisbane: Queensland University of Technology.
- Tuckman, B. W. (2000). *Manual de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., e Borralho, A. (2006). Os padrões no Ensino-Aprendizagem da Álgebra. Em SPCE (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 193-212). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Vale, I., Pimentel, T. (2005). Padrões: um tema transversal do currículo. *Educação e Matemática*, 85, 14-22.