Combate à Fraude nos Programas de Alívio da Pobreza: Monitorização vs. Workfare

Márcia Alexandra Ferreira de Oliveira
Orientadora: Professora Doutora Cesaltina Maria Pacheco Pires
Coorientador: Professor Doutor Paulo Pamplona Côrte-Real

Agosto 2012

Agradecimentos

"Aqueles que passam por nós, não vão sós, não nos deixam sós. Deixam um pouco de si, levam um pouco de nós."

Antoine de Saint-Exupéry

Esta tese é fruto do incentivo, apoio e inspiração de várias pessoas. Algumas delas, em especial, foram fundamentais nesta jornada de estudo e dedico-lhes os meus mais sinceros agradecimentos.

À Professora Doutora Cesaltina Maria Pacheco Pires um agradecimento muito especial, por me ter concedido o privilégio de ser sua orientanda. Agradeço toda a sua disponibilidade, sabedoria, compreensão, paciência e os constantes e preciosos ensinamentos ao longo de todo o tempo em que trabalhámos juntas.

Ao Professor Doutor Paulo Pamplona Côrte-Real, por aceitar a coorientação deste trabalho e pela maneira interessada como sempre me acompanhou desde os tempos em que foi meu orientador de Mestrado (altura em que me interessei por este tema de investigação).

Ao Instituto Politécnico de Portalegre, em especial ao seu Presidente Professor Doutor Joaquim Belchior Mourato, agradeço todo o apoio concedido por intermédio da Bolsa PROTEC, que foi crucial para a conclusão deste trabalho.

Quero também dirigir uma palavra de reconhecimento aos meus colegas da Escola Superior Agrária de Elvas, pelas suas contantes manifestações de interesse e encorajamento (em especial aos amigos Graça Pacheco de Carvalho, Luísa Dotti, Orlanda Póvoa, Ricardo Ferreira, Rute Santos e Susana).

À minha amiga do coração Sílvia Jorge, muito obrigada pela tua constante e incondicional amizade. És a prova de que um verdadeiro amigo é capaz de tocar o nosso coração desde o outro lado do oceano.

Manifesto um sentido e profundo reconhecimento aos meus pais pelo amor, apoio incondicional, incentivo e orgulho manifestado durante todas as fases da minha formação.

Por último, mas com muito amor, quero agradecer e dedicar esta tese de doutoramento aos dois grandes amores da minha vida: Pedro e Henrique. Muito obrigado pelas vossas constantes manifestações de amor, compreensão e paciência.

Combate à Fraude nos Programas de Alívio da Pobreza: Monitorização vs. *workfare*

Resumo

Este trabalho apresenta um modelo estático de seleção adversa onde o Estado procura minimizar os custos de um Programa de Alívio da Pobreza (PAP) que garanta que todos os agentes têm acesso a um nível mínimo de rendimento. Estes podem diferir na capacidade de gerar rendimento (w) e na desutilidade do trabalho (k). É estudada a eficácia do *workfare* e da monitorização enquanto instrumentos de combate à fraude.

Num modelo com dois tipos de agentes (*Rico* e *Pobre*) que apenas diferem em w, o PAP ótimo depende da fração de agentes *Ricos*, dos custos de monitorização e do diferencial de produtividade entre os dois tipos, podendo-se utilizar: (a) apenas *workfare*; (b) apenas monitorização; (c) combinação de *workfare* e monitorização; ou (d) nenhum instrumento. Quando os agentes apenas diferem em k, o PAP ótimo não inclui *workfare*. Demonstra-se que quanto maior a fração de agentes *Ricos* e o diferencial de rendimento, maior a probabilidade de a solução ótima incluir monitorização.

Quando os agentes diferem de forma contínua em w e k, um PAP que utilize *workfare* não depende de k e é mais barato do que o *welfare state*. No entanto, o PAP ótimo depende do custo de monitorizar e da distribuição do rendimento.

Palavras-chave: Programas de alívio da pobreza, *workfare*, monitorização, fraude, seleção adversa.

Combating Fraud in Poverty-Alleviation Programs: Monitoring vs *workfare*

Abstract

This thesis presents a static model of adverse selection where the State (principal) aims to minimize the cost of a Poverty Alleviation Program (PAP) ensuring that all agents have access to a minimum level of income. Agents may differ in their income generating ability (w) and disutility of labor (k). We study the effectiveness of workfare and monitoring as tools to prevent fraud in PAP.

In a two-type-agent model (*Rich* and *Poor*) in which agents only differ in w, the optimal PAP depends on the fraction of *Rich* agents, the costs of monitoring and the productivity gap between the two types. Thus, the optimal solution might use (a) only workfare; (b) only monitoring; (c) a combination of both; or (d) none of the instruments. When agents differ only in k, the optimal PAP does not include workfare. It is shown that the greater the fraction of *Rich* agents and the higher the income differential, the more likely is that the optimal solution includes monitoring.

When agents differ continuously in w and k, a PAP that uses workfare does not depend on k and is cheaper than the pure welfare state. However, the choice between workfare and monitoring depends on the monitoring cost function and on the income distribution in the economy.

Keywords: Poverty alleviation programs, workfare, monitoring, fraud, adverse selection.

Conteúdo

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Comemora-se em 2012 o 64^{o} aniversário da aprovação da Declaração Universal dos Direitos Humanos, reconhecendo esta no seu Preâmbulo que a dignidade é inerente a todos os membros da família humana e que um mundo livre de miséria é a maior aspiração da humanidade. Este trabalho pode também representar uma oportunidade de reflexão acerca da forma como tão inspiradores Princípios foram, ou não, capazes de influenciar a evolução das nossas sociedades e, em particular, se eles têm contribuído para reduzir a incidência e a severidade da pobreza.

A nível internacional, é cada vez mais reconhecida a ligação entre a erradicação da pobreza e a defesa dos direitos humanos e que a forma como os pobres são obrigados a viver viola direitos humanos fundamentais, como sejam o direito à vida, incluindo neste o alimento, a habitação, os cuidados de saúde ou o acesso à educação. Segundo Pierre Sané (ex-diretor geral adjunto para as ciências sociais e humanas da Unesco/ONU), "a pobreza é, simultaneamente, causa e efeito da negação total ou parcial de direitos humanos a nível global. É uma questão de justiça global".

Também o Prémio Nobel da Economia Amartya Sen no seu livro "*O Desenvolvimento como Liberdade*", defende que "há boas razões para considerar que a pobreza é mais a privação de potencialidades básicas do que, simplesmente, a obtenção de baixos rendimentos. A privação das potencialidades elementares pode refletir-se em mortalidade prematura, acentuada subnutrição (especialmente de crianças e idosos), doença crónica, iliteracia generalizada e outras carências".

Apesar de vivermos num mundo de abundância como nunca antes visto, este apresenta ainda notáveis privações, já que milhões de seres humanos continuam a enfrentar situações de pobreza extrema. Muitas regiões continuam dominadas pela armadilha da pobreza: faltam os recursos necessários para investir em infraestruturas, educação, saúde, entre outras necessidades vitais. Tais situações representam um custo social profundo e uma perda irreparável no potencial das respetivas sociedades no imediato, uma vez que impede a criação de riqueza e exige gastos sociais a que os orçamentos de cada Estado têm cada vez mais dificuldades em dar resposta.

No livro "*O Fim da Pobreza*" (Sachs, 2006), Jeffrey Sachs apresenta um panorama dos problemas da pobreza nos países subdesenvolvidos e propõe uma série de intervenções e princípios para os ajudar a ultrapassar as suas dificuldades. As intervenções apresentadas por Jeffrey Sachs são essencialmente de cinco tipos:

- Na área da **agricultura**: propondo que se subsidiem os preços de fertilizantes e sementes, que se criem infraestruturas para irrigação e armazenamento e que seja feita formação em práticas modernas de cultivo nas comunidades rurais;
- Investimentos em **saúde pública**: propondo a construção de clínicas, a distribuição de medicamentos a baixo custo, especialmente para doenças altamente debilitantes como a malária e a SIDA, a desparasitação infantil, a distribuição de redes mosquiteiras às famílias e a resposta a casos agudos de má nutrição;
- Investimentos em **educação**: construindo escolas e proporcionando refeições às crianças com o objetivo de promover a assiduidade, combater o abandono escolar e melhorar os resultados obtidos pelos alunos;
- Investimentos em **água potável e saneamento básico**;
- Investimentos em **transportes e comunicações**: para que os habitantes das comunidades rurais tenham acesso a mercados e a cuidados de saúde distantes.

De acordo com Jeffrey Sachs, estas propostas acabam por ser os investimentos que os países hoje considerados desenvolvidos fizeram nos séculos XIX e XX e que foram determinantes para alcançar o crescimento económico. O autor critica também os céticos em relação à ajuda internacional, descrevendo sucessos alcançados através desta, que foram possíveis graças a um maior controlo sobre a corrupção. Foi com este livro que Jeffrey Sachs se tornou numa das figuras mais inspiradoras do movimento de luta contra a pobreza. Com o objetivo de implementar e de mostrar a viabilidade e eficácia das suas propostas, Sachs promoveu o Projeto das Aldeias do Milénio, que ajuda comunidades rurais no continente africano, tendo já recebido amplo apoio e reconhecimento e obtido um sucesso substancial.

A Declaração do Milénio, adotada em 2000 por todos os 189 Estados Membros da Assembleia Geral das Nações Unidas, foi um passo decisivo para a cooperação global no século XXI. Nela, foi dado grande ênfase às questões do Desenvolvimento, com a identificação dos desafios centrais enfrentados pela Humanidade no limiar do novo milénio e com a aprovação dos denominados Objetivos de Desenvolvimento do Milénio (MDGs) pela comunidade internacional, a serem atingidos num prazo de 25 anos, sendo o primeiro desses objetivos a erradicação da pobreza extrema e da fome. No entanto, todos os anos, 8 milhões de pessoas continuam a morrer como consequência da extrema pobreza. Assim, a redução das profundas desigualdades entre as populações que auferem condições de bem-estar e as que vivem abaixo do limiar da pobreza, assume-se não só como um imperativo ético e moral, mas também como uma prioridade em termos de segurança.

As publicações anuais feitas pelo Eurostat e pelo Instituto Nacional de Estatística (INE) de indicadores de pobreza monetária em Portugal, e a sua comparação com os dos restantes países da União Europeia (UE), suscita normalmente um conjunto de declarações públicas e de artigos de opinião em que se lamenta e condena a posição de Portugal como um dos países com mais elevados níveis de pobreza. No entanto, raramente a indignação revelada face a tais resultados se traduz numa avaliação aprofundada e efetiva das suas caraterísticas, dos seus principais determinantes e numa correta apreciação da sua evolução ao longo do tempo por forma a reduzir o fenómeno da pobreza de uma forma sustentada.

O conceito de *welfare state* (estado de bem-estar social) baseia-se na ideia de que todos os indivíduos têm direito a um conjunto de bens e serviços essenciais. Entre esses bens e serviços estão a saúde, a educação, o auxílio no desemprego e o acesso a um nível mínimo de rendimento. Para tal, Briggs (1961) defende que são três as razões básicas que justificam o surgimento do *welfare state*: (i) garantir um nível de rendimento mínimo às famílias, (ii) dar-lhes segurança nas contingências sociais (como na doença e velhice) e (iii) assegurar a todos os cidadãos qualidade nos serviços sociais. Os defensores do *welfare state* argumentam que este aumenta o consumo, estimulando a economia e incentivando a diminuição da criminalidade, uma vez que garante padrões de vida mínimos. No entanto, em meados da década 70 do século passado, o *welfare* *state* começou a apresentar os primeiros sintomas de crise. Os autores Draibe e Wilnês (1988) argumentam que esta crise surgiu da ideia keynesiana de parceria entre política social e política económica, onde o *welfare state* deveria regular e estimular o crescimento económico e ao mesmo tempo solucionar conflitos sociais, o que não se estava então a verificar. Os críticos do *welfare state* argumentam que os problemas de assimetria de informação (seleção adversa e risco moral) que este cria estimulam a fraude.

Um problema de seleção adversa surge quando o agente possui informação privada antes de uma relação contratual ter início, i.e., o principal não consegue distinguir o tipo de agente antes de iniciar uma relação contratual. O problema de seleção adversa é também conhecido como o problema dos limões, devido a formulação original de Akerlof[1].

Um problema de risco moral existe quando a ação do agente não é verificável depois de a relação contratual se ter iniciado. Deste modo, a assimetria de informação surge do facto de, uma vez assinado o contrato, o principal não poder observar (ou não pode verificar) a ação (ou o esforço do agente), ou, no mínimo, o principal não poder controlar perfeitamente essa ação. A ação é oculta para o principal (*hidden action*).

No caso dos Programas de Alívio da Pobreza (PAP), o Estado (principal) não consegue recolher toda a informação necessária nem aferir sobre a veracidade da informação prestada pelos candidatos (agentes), antes da atribuição dos benefícios sociais, o que funciona como um entrave a uma distribuição eficiente dos mesmos. Sendo assim estamos perante um problema de seleção adversa onde as falhas de informação poderão incentivar comportamentos oportunistas por parte dos candidatos.

No entanto, nos PAP também podem surgir problemas de risco moral, uma vez que depois da atribuição dos benefícios o principal não consegue observar o esforço que os agentes colocam na tentativa de reinserção no mercado de trabalho, favorecendo a subsidiodependência.

Este trabalho tem como principais objetivos:

- Representar uma oportunidade de reflexão sobre o flagelo da pobreza;
- Refletir sobre a importância e eficácia dos PAP no combate à pobreza e exclusão social;
- Dar um contributo para a construção de PAP eficientes, que garantam que o maior número

[1] Akerlof G. (1970): The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism. The Quarterly Journal of Economics, Vol. 84, No. 3. pp. 488-500.

possível de pessoas vivem acima do limiar da pobreza e que minimizem tanto o peso do Estado como o recurso à fraude por parte dos agentes que não se encontrem em situação de carência;

- Construir um modelo genérico e estático de seleção adversa, com dois tipos de agentes, que nos permita estudar a eficiência do *workfare* (trabalho em troca de benefícios) enquanto instrumento de combate à fraude num PAP que assegure que todos os agentes na economia vivem acima de um limiar da pobreza exogenamente definido, ao menor custo para o Estado. É feita a comparação em termos de custos totais de um programa que utilize exlusivamente *workfare* com outras alternativas como a utilização exclusiva de monitorização *standard*, a combinação de *workfare* com monitorização *standard* e com o *welfare state* puro. Na formalização do problema com apenas dois tipos de agentes, partimos da modelização de Besley and Coate (1992). No entanto, para além da capacidade de gerar rendimento, os agentes podem também variar relativamente à desutilidade do trabalho. Cuff (2000), considerou anteriormente a possibilidade de os agentes variarem relativamente à desutilidade do trabalho, no entanto estudou a otimalidade do *workfare* numa perspetiva utilitarista. Esta variável está relacionada com *handicaps* físicos e intelectuais, distância do local de trabalho, preguiça, etc. Besley and Coate (1992) e Cuff (2000) não consideram a utilização de monitorização enquanto instrumento de combate à fraude nos PAP nas suas modelizações, ao contrário dos modelos apresentados neste trabalho. Este estudo é realizado nos seguintes ambientes informacionais:
  - a capacidade de gerar rendimento é informação privada dos agentes, sendo a única variável desconhecida do principal e a desutilidade do trabalho é fixa;
  - a desutilidade do trabalho é informação privada dos agentes, sendo a única variável desconhecida do principal e a capacidade de gerar rendimento é fixa;

- Dar continuidade ao trabalho de Oliveira e Côrte-Real (2006) de forma a analisar a eficácia do *workfare* e da monitorização quando utilizados separadamente como ferramentas únicas de combate à fraude num PAP em que a capacidade de gerar rendimento e a desutilidade do trabalho são **simultaneamente** informação privada e variam de forma **contínua**. Os autores estudam apenas os casos em que só uma das variáveis difere e é informação privada (capacidade de gerar rendimento ou desutilidade do trabalho) estando a outra fixa e sendo conhecida do principal;

- Estudar até que ponto a distribuição de rendimentos de um país pode afetar a escolha do instrumento ótimo de combate à fraude nos PAP.

Para alcançar os objetivos propostos anteriormente, este trabalho introduz, desenvolve e analisa diferentes modelos de seleção adversa.

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

- O Capítulo 2 desenvolve os conceitos de *welfare state* e *workfare state*, apresenta os argumentos apontados a favor e contra cada um deles por diversos autores e a forma como são adaptados e implementados por diversos Estados e organizações;
- O Capítulo 3 faz uma breve análise de alguns dados estatísticos relativos à pobreza a nível mundial, na UE e em Portugal em particular
- O Capítulo 4 faz uma breve revisão bibliográfica;
- O Capítulo 5 apresenta um modelo de seleção adversa com apenas dois tipos de agentes, em que se procura o PAP ótimo quando os agentes diferem apenas na capacidade de gerar rendimento;
- O Capítulo 6 apresenta um modelo de seleção adversa com apenas dois tipos de agentes, em que se procura o PAP ótimo quando os agentes diferem apenas na desutilidade do trabalho;
- O Capítulo 7 apresenta um modelo de seleção adversa quando a capacidade de gerar rendimento e a desutilidade do trabalho são simultaneamente informação privada e variam de forma contínua;
- O Capítulo 8 apresenta as principais conclusões deste trabalho, as suas limitações e sugestões para investigação futura.

Capítulo 2

Do *welfare state* ao *workfare state*

A ideia de que todos os indivíduos têm direito, desde o nascimento até à morte, a um conjunto de bens e serviços essenciais e indissociáveis à sua existência, cujo fornecimento deveria ser direta ou indiretamente assegurado pelo Estado, está na origem do conceito de Estado de bem-estar social, também conhecido como Estado de providência ou *welfare state*. O *welfare state* é assim um tipo de organização política e económica em que o Estado assume um papel de promoção social (proteção e defesa) e organização da economia. Nesta perspetiva, o Estado é o agente regulador de toda vida social, política e económica, em colaboração com sindicatos e empresas, em níveis diferentes, de acordo com o país em questão. Entre os bens e serviços que deveriam ser direta ou indiretamente assegurados pelo Estado estão, entre outros, a saúde, a educação, o auxílio no desemprego e o acesso a um nível mínimo de rendimento. Como foi referido no capítulo anterior, o autor Briggs (1961) defende que o *welfare state* surgiu por três razões básicas: (i) garantir um nível de rendimento mínimo às famílias, (ii) dar-lhes segurança nas contingências sociais (como na doença e velhice) e (iii) assegurar a todos os cidadãos qualidade nos serviços sociais. De acordo com o autor, a proteção social mínima por parte do Estado deve ser vista como um direito e não como caridade.

Esta forma de organização político-social, em grande parte influenciada pelo economista John Keynes, teve origem na Grande Depressão mas desenvolveu-se sobretudo com o fim dos governos totalitaristas europeus e com a ampliação da social-democracia, tendo sido implementada sobretudo nos países escandinavos (Dinamarca, Finlândia, Noruega e Suécia). Os seus defensores argumentam que ajudar os outros é uma obrigação moral, bem como a caridade para com aqueles que não conseguem superar por si só as dificuldades que vão enfrentando. Defendem ainda que o *welfare state* aumenta o consumo, estimulando a economia e incentivando a diminuição da criminalidade, uma vez que garante padrões de vida mínimos.

No entanto, o *welfare state* começou a apresentar os primeiros sintomas de crise em meados da década 70 do século passado. Draibe e Wilnês (1988) acreditam que esta crise surgiu da ideia keynesiana de parceria entre política social e política económica, onde o *welfare state* deveria regular e estimular o crescimento económico e ao mesmo tempo solucionar conflitos sociais, o que não se estava então a verificar. Os críticos do *welfare state* argumentam que os problemas de assimetria de informação (seleção adversa e risco moral) que este cria estimulam a fraude, uma vez que o Estado, na maioria das vezes, é incapaz de apurar toda a informação relevante, relativamente às verdadeiras condições socioeconómicas dos candidatos, por forma a poder fazer uma atribuição mais justa e eficiente dos benefícios. Além disso, defendem que o *welfare state* favorece a subsidiodependência, destruindo os incentivos e a motivação para a inserção no mercado de trabalho, aumenta os gastos públicos e provoca o descontentamento dos contribuintes, uma vez que estes acreditam que os seus custos aumentam os impostos.

Pierre Rosanvallon, no seu livro "*La nouvelle question sociale*", escrito em 1995, defende que o Estado-Providência funcionou como uma máquina de indemnizar. Segundo o autor, era urgente transformar as despesas passivas em despesas ativas, tendo em vista o número crescente de inativos que vivem das contribuições de um número decrescente de ativos. Rosanvallon vê essa tendência como um paradoxo do *welfare state*, na medida em que permite a "autodestruição da solidariedade" e sugere que o *welfare state* adote, em vez de uma lógica da indemnização, uma lógica da ação de acordo com o problema social em causa. Assim, configura-se a passagem da indemnização gratuita para a inserção pelo emprego, sendo essa transição necessária em virtude dos constrangimentos financeiros sentidos. Um *welfare state* eficiente deveria manter os trabalhadores em atividade, quer promovendo a criação de novos empregos - sejam eles de que natureza forem -, quer aumentando a empregabilidade dos desempregados.

A busca de novas formas de inserção económica altera a abordagem da questão do emprego, tendo como base medidas mais personalizadas, capazes de se ajustarem à situação de cada trabalhador desempregado. Esta abordagem parte do princípio de que, quando as pessoas estão desempregadas se encontram em estado de "passividade" e se tornam cidadãos de segunda classe. Segundo Hviden (1999), a ativação permite aumentar as oportunidades de acesso a uma vida ativa e a uma plena participação na sociedade através da obtenção de um emprego. Esta visa também a aquisição de conhecimentos, qualificações, autoconfiança e maior capacidade para lidar com a questão do desemprego.

A proliferação de argumentos contra o *welfare state* acentuou as pressões sobre os desempregados e beneficiários de subsídios sociais que ficam muito tempo sem emprego. Estas pressões estendem-se a todos os países membros da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) e são exercidas em vários âmbitos: discursos políticos, posições defendidas por economistas e comentadores na imprensa e em relatórios oficiais e na aplicação das próprias políticas de emprego. A OCDE, na publicação "*Perspetivas do Emprego – 2006*" fala das reformas empreendidas desde 1999, cuja maioria diz respeito às "estratégias de ativação dos desempregados". No capítulo das perturbações, "os subsídios de sobrevivência e de desemprego podem agravar o desemprego de duas maneiras: fazendo com que os desempregados se tornem menos expeditos na procura de um emprego e na aceitação do que lhes for proposto a indemnização pode prolongar a duração do desemprego ou levar certos beneficiários a retirarem-se pura e simplesmente da vida ativa". Além disso, é referido que a indemnização pode encarecer o preço do trabalho, uma vez que os empregadores terão de pagar mais para "arrancar" os desempregados desta condição. Esta organização tem lutado pela adesão de todos os países membros à doutrina do *workfare*, sob o pretexto de "facilitar a passagem das formas de assistência a uma atividade profissional". Com o *workfare*, terão de ser satisfeitos alguns requisitos de participação por parte dos beneficiários que correspondem a uma combinação de atividades que têm como principal objetivo aumentar as suas perspetivas de inclusão no mercado de trabalho. Formação, reabilitação, trabalho comunitário, desempenho de funções ligadas ao setor público, poderão ser exemplos de tais atividades. De acordo com a mesma publicação, "visto que muitas pessoas inativas em idade de trabalhar beneficiam de subsídios, é necessário que estes não sejam obstáculos para o emprego". Assim, de uma forma simples, o *workfare* exige aos beneficiários de assistência social que trabalhem ou que se envolvam em programas educacionais e/ou de formação profissional. No caso de recusa por parte dos beneficiários, estes veriam os seus benefícios reduzidos ou eliminados. Assim, o principal objetivo do *workfare* é o de que os agentes não recebam benefícios por parte do Estado a menos que estejam preparados para trabalhar ou para participar em programas que facilitem a inserção no mercado de trabalho.

No campo das políticas sociais levadas a cabo pela UE, a ativação é um processo já iniciado em 1993, com a publicação do "*Livro Branco do Crescimento, Competitividade e Emprego*". Naquele momento, delineou-se a primeira estratégia europeia para o emprego, que surgiu, lado a lado, com o crescimento da importância da questão do trabalho e do financiamento dos sistemas de proteção social (Bosco e Chassard, 1999). A Estratégia Europeia para o Emprego (EEE), estabelecida em 1997 e atualizada em 2003 e 2005 de forma a um melhor enquadramento com os objetivos da Cimeira de Lisboa (2000), adota nas suas diretrizes o essencial da mensagem do *workfare*: "adotar em permanência as incitações e os efeitos dissuasivos decorrentes dos sistemas de retenção e prestação, incluindo a gestão e a condicionalidade das indemnizações a uma sensível redução... no tocante às pessoas de baixos rendimentos, garantindo, ao mesmo tempo, níveis de proteção social apropriados". O conselho da UE fez ainda chegar recomendações aos estados membros no sentido de que o futuro reside no trabalho como opção e da necessidade de "levar mais pessoas a entrarem e permanecerem no mercado de trabalho e fazermos do trabalho uma verdadeira opção para todos".

O termo *workfare* surgiu pela primeira vez no início dos anos 80, nos meios políticos mais conservadores dos EUA. Para Ronald Reagan, a indispensável reforma do *welfare state* identificava-se com esse tema. A ideia base era simples: quem recebia ajuda pública deveria trabalhar em troca. Em meados dos anos 80, Mead (1986), no livro "*Beyond Entitlement. The Social Obligations of Citizenship*", expressou, com clareza, a nova filosofia social que acompanha o crescimento da ideia de *workfare*: "a crise moral e social do *welfare state* e as dificuldades dos mais pobres em encontrar trabalho remunerado de forma a manter uma estrutura familiar estável". Nesta altura, surgem em vários estados norte-americanos programas de intervenção social baseados na filosofia do *workfare*, como o WIN (*work incentives*) e o GAIN (*Greater Avenues for Independence*), entre outros.

Em 1994 a administração de Bill Clinton começou a implementar a promessa feita ainda em campanha eleitoral de romper com a lógica tradicional do Estado de providência ('To end welfare as we know it'). O estado americano compromete-se a ajudar financeiramente os mais pobres mas, em contrapartida, estes terão de assegurar a saúde e educação dos filhos, participar em seminários de formação profissional e outras atividades com o objetivo de facilitar a sua reintegração no mercado de trabalho. Os beneficiários que não cumprirem estas exigências verão os benefícios cortados. Quem conseguir emprego com uma remuneração mais elevada deixa o programa e os que tiverem emprego com vencimento inferior, receberão um complemento do sistema de proteção social. Clinton tencionava "vencer a cultura da dependência permanente que concernia a uma boa parte dos beneficiários sociais". Foi assim sugerido um plano de ação radical: depois de dois anos de subsídios, as pessoas aptas seriam obrigadas a regressar ao trabalho: (i) empregando-se no setor privado, se o conseguissem ou (ii) efetuando tarefas ao serviço da comunidade, em caso contrário. Só nestas condições, poderia o *welfare state* "converter-se num vetor de reinserção e deixar de ser um sistema de assistência, permitindo aos indivíduos a reconquista da sua independência e dignidade". Desta forma, Clinton aproximava-se da ideia de *workfare*. Apesar de admitir que é possível "receber sem trabalhar", as propostas de Clinton substituíram o *welfare* pelo *workfare*. Os Estados Unidos cumpriram em 2011 quinze anos desde a implementação do *workfare*. Ao longo destes anos, o número de famílias que recebem benefícios sociais nos Estados Unidos caiu de 5 milhões para 2 milhões, o que gerou uma poupança de cerca de 37 biliões de dólares por ano.

Em Portugal, foi adotado o Rendimento Mínimo Garantido (RMG) em 1997 como forma de combater a pobreza e a exclusão social, depois de este ter sido criado pelo Conselho Europeu em 24 de Junho em 1992. Portugal foi assim o penúltimo país da União Europeia a adotá-lo. O RMG foi apresentado como um direito com as seguintes caraterísticas:

- Garantir o direito à satisfação das necessidades mínimas, a todas as pessoas que não têm acesso a recursos básicos;
- Comprometer os beneficiários a fazer um esforço para a sua inserção social;
- Atuar a nível local para uma maior eficiência.

Após cinco anos de implementação e execução em Portugal, o RMG foi substituído, em 2003, pelo Rendimento Social de Inserção (RSI). O RSI tem como objetivo de garantir às famílias mais pobres um rendimento que lhes permite, por um lado, um nível mínimo de sobrevivência e de dignidade, e por outro, o início da inclusão social. Pode dizer-se que o RSI é como "uma prestação incluída no subsistema de solidariedade e num programa de inserção, de modo a conferir às pessoas e aos seus agregados familiares apoios adaptados à sua situação pessoal, que contribuam para a satisfação das suas necessidades essenciais e que favoreçam a progressiva inserção laboral, social e comunitária"(Art.1^o,Capítulo I , Lei n^o 13/2003, de 21 de Maio).

Este apoio aos indivíduos e famílias mais pobres é constituído por:

- Uma prestação em dinheiro para satisfação das suas necessidades básicas;
- Um programa de inserção para os ajudar a integrar-se social e profissionalmente.

As pessoas que estão a receber o RSI assinam um acordo com a Segurança Social onde se comprometem a cumprir o programa de inserção. Esta prestação social é renovável anualmente, mas semestralmente os rendimentos são verificados oficiosamente pelos Serviços da Segurança Social. Em caso de recusa em participar ou não cumprimento do programa de inserção, é negado o acesso à prestação do RSI.

Adicionalmente, desde 1 de Agosto 2010, caso o titular ou qualquer elemento do agregado familiar recuse injustificadamente uma oferta de emprego conveniente, trabalho socialmente necessário ou formação profissional a prestação cessa de imediato e fica sem direito a requerer o RSI durante 24 meses;

O mesmo acontece se forem prestadas falsas declarações quanto aos elementos necessários para determinar a condição de recursos e lhe foi atribuída uma prestação social à qual não tinha direito.

De acordo com o Gabinete de Estratégia e Planeamento do Ministério da Solidariedade e Segurança Social (GEE MSSS), em Outubro de 2011, existiam 117 496 famílias e 314 083 beneficiários com processamento de RSI em Portugal. A mesma fonte revela ainda que a despesa com o RSI atingiu os 209,9 milhões €, absorvendo cerca de 2% da despesa efetiva no orçamento da Segurança Social no primeiro semestre de 2011. As despesas com os Subsídios de Desemprego e Social de Desemprego e os Apoios ao Emprego atingiram no mesmo período o montante de 1.038,9 milhões €, representando cerca de 9,8% da despesa efetiva. A mesma fonte revelou que, em 2006, o Estado Português foi burlado por uma em cada seis famílias que recebiam o RSI. No mesmo ano, em cerca de 24000 ações de fiscalização foram detetados mais de 4000 casos de fraude. Nesta situação, entendeu-se por fraude a quebra das principais condições para receber o subsídio, como a alteração não declarada da situação socioeconómica.

No entanto, de acordo com declarações feitas recentemente ao jornal "i" pelo Professor Carlos Farinha Rodrigues, professor de Economia do ISEG, à margem de uma conferência internacional sobre pobreza e exclusão social realizada em Lisboa, "cerca de 171 mil portugueses têm o direito de recorrer ao RSI e não o fazem porque têm medo do estigma da pobreza".

Em suma, e de acordo com os seus defensores, o principal objetivo do *workfare* é gerar uma contribuição para a sociedade por parte dos que recebem benefícios sociais, uma vez que:

- Aumenta a probabilidade dos utentes dos benefícios sociais entrarem para o mercado de trabalho, eliminando transferências sociais e aumentando os rendimentos sujeitos a impostos;
- Cria experiência laboral recente, aumentando a capacidade dos beneficiários arranjarem um trabalho bem remunerado e mais seguro;
- É visto ainda como uma forma de quebrar o ciclo da pobreza, onde a dependência de benefícios sociais se pode tornar uma forma de vida;
- Torna as transferências sociais politicamente aceitáveis por parte dos contribuintes comuns;
- Os conteúdos das medidas do *workfare* podem não se resumir à reinserção no mercado de trabalho, podendo também englobar a áreas da inserção pela educação, habitação e saúde, isto é, "todo um conjunto de processos de socialização que permitem ao indivíduo manter um vínculo com a sociedade" (Laville, 2000);
- É muito atraente para os governantes preocupados com a redução da pobreza porque, ao contrário da maioria da intervenções que a procuram eliminar, os beneficiários se auto-selecionam: é uma combinação de trabalho obrigatório e remuneração baixa que desencoraja os "não-pobres".

No entanto, as vozes mais críticas que se levantam contra o *workfare* defendem que:

- O aspeto obrigatório, e mesmo punitivo, do *workfare* é ser frequentemente acompanhado de mecanismos de supressão ou redução do montante dos subsídios, em caso de recusa do trabalho ou formação propostos. Nessa perspetiva, a pobreza é entendida como resultado de comportamentos individuais, sendo os pobres considerados como culpados da sua recusa ou incapacidade de se inserirem na sociedade;
- O *workfare* pode ser entendido como uma forma de subordinação social às necessidades de flexibilidade do mercado de trabalho;
- Em casos extremos, o *workfare* pode ser visto como um programa punitivo concebido para reduzir despesas e disciplinar os destinatários da assistência social;

- O *workfare* atira para o desemprego grande parte dos atuais agentes empregados, uma vez que a mão-de-obra por ele comtemplada é mais barata;
- A procura de emprego exige tempo e o *workfare* retira aos agentes nele envolvidos grande parte do tempo necessário para tal;
- As políticas de *workfare* criam um mercado de trabalho secundário, caraterizado por tarefas temporárias e inapropriadas à inserção profissional, em que os envolvidos não gozam dos mesmos direitos laborais dos trabalhadores regulares;
- As políticas de *workfare* apresentam uma relativa incapacidade de prover empregos, não evitando, assim, a continuidade de situações de marginalização;
- Os custos administrativos que o Estado tem de suportar para implementar o *workfare* são muito elevados;
- Os desempregados não deveriam ser forçados ou induzidos a aceitar trabalhos precários;
- Em muitos casos o *workfare* não contempla formação, não aumentando assim a empregabilidade em termos reais;
- Não apenas os desempregados mas também os empregados podem ser atraídos a entrar no *workfare*, uma vez que em muitas situações o trabalho exigido não envolve grandes exigências relativamente a produtividade e horários a cumprir. Tal situação poderá levar a uma diminuição da produção nacional;

Muitas destas críticas ao *workfare* são referidas nos trabalhos de Hespanha (1999), Laville (2000), Gough (2000), Caleiras (2004) e Musgrave (2009).

Capítulo 3

Algumas Estatísticas Sobre a Pobreza

De acordo com o Banco Mundial, todos os anos, cerca de 18 milhões de pessoas morrem por razões relacionadas com a pobreza (na sua maioria mulheres e crianças) e cerca de 11 milhões de crianças morrem antes de completarem 5 anos. São milhares de mortes diárias provocadas pela fome e por doenças como malária, tuberculose, diarreia e sida. Em África, uma criança morre a cada dez segundos. Num mundo de abundância e globalização como o dos nossos dias, 3 biliões de pessoas (cerca de metade da população mundial) vive com menos de 2 dólares por dia e destes, 1,1 bilião de pessoas sobrevivem com menos de 1 dólar por dia, não têm acesso a nutrição e cuidados de saúde adequados, educação, água potável e habitação digna.

A pobreza não é uma realidade exclusiva dos países em vias de desenvolvimento. A ocorrência de desemprego maciço em muitos países europeus e a atual crise nos mercados financeiros internacionais, por exemplo, arrastam privações que não têm expressão adequada nas estatísticas de distribuição de rendimento.

Embora o desenvolvimento económico tenha demonstrado uma capacidade notável de tirar um grande número de pessoas de situações de pobreza extrema, a luta contra a pobreza e a exclusão social permanece como um dos maiores desafios do nosso século, uma vez que chocam com os direitos fundamentais dos seres humanos. Como referido anteriormente, os objetivos de desenvolvimento do Milénio, definidos pela Organização das Nações Unidas (ONU) em 2000, espelham este enorme desafio ao definirem como meta a redução da pobreza extrema para metade até 2015.

Também a UE, na Cimeira de Lisboa (2000), assume a problemática do combate à pobreza e exclusão social como central, posicionando o objetivo da coesão social ao mesmo nível do crescimento económico e do emprego. A nova Estratégia 2020 definida pela Comissão Europeia, procura dar continuidade à Estratégia de Lisboa que terminou em 2010 com o ano europeu a ser dedicado ao Combate à Pobreza e à Exclusão Social. De entre os cinco objetivos cruciais que a Comissão propõe para o sucesso desta nova Estratégia, destaca-se a redução em 25% do número de Europeus que vivem abaixo dos limiares nacionais da pobreza, conseguindo-se assim retirar 20 milhões de pessoas dessa condição. Em Portugal, no âmbito da Estratégia 2020, a meta definida visa retirar nos próximos 10 anos 200 mil pessoas da situação de pobreza.

Seguidamente serão apresentadas algumas estatísticas recentes relativas à pobreza na UE e em Portugal. No entanto, estes dados não revelam, por si só, a dimensão deste flagelo. A informação apresentada é essencialmente retirada do Inquérito aos Rendimentos e Condições de Vida (EU-SILC) (definido pelo Eurostat e aplicado em cada Estado Membro pelo respetivo Gabinete Nacional de Estatística), do boletim "*Statistical portraits of social situation 2010*", publicado pelo Eurostat, dos boletins "*Estatísticas do Emprego 2011 - 3º trimestre*" e "*Indicadores Sociais 2010*" publicados pelo INE e do "*Boletim Estatístico Novembro de 2011*" publicado pelo GEP MSSS português.

3.1 Alguns indicadores relativos à Pobreza e Exclusão Social na Europa

A população da Europa a 27 era em 1 de Janeiro de 2010 de 501.1 milhões de habitantes. No entanto, as projeções do Eurostat apontam para 520,7 milhões de habitantes em 2035. Devido à melhoria das condições socioeconómicas, do meio-ambiente e dos cuidados médicos e de saúde, a esperança de vida à nascença aumentou significativamente. Assim, na Europa dos 27, um recém-nascido do sexo masculino tem expectativa de viver até aos 76,1 anos e do sexo feminino até aos 82,2 anos. No caso português, a esperança de vida total era em 2009 de 79,6 anos, sendo que a das mulheres era de 82,6 e dos homens de 76,5 anos.

Quanto às despesas com proteção social em percentagem do Produto Interno Bruto (PIB), os Estados membros apresentam diferenças consideráveis, uma vez que os diferentes países têm diferentes sistemas de financiar a proteção social, dependendo se favorecem as contribuições da segurança social ou as contribuições gerais do governo. Em 2008 os países da União Europeia dedicaram, em média, 26,4% do PIB a despesas com proteção social, tendo Portugal dedicado aproximadamente 24,3%.

Relativamente ao risco de pobreza, este é medido através da percentagem da população com rendimentos inferiores ao limiar de 60% do rendimento mediano equivalente. De acordo com os resultados do EU-SILC a taxa de risco de pobreza na Europa dos 27 em 2009 era de 16,3%. Se, hipoteticamente, não se verificassem transferências sociais (exceto pensões) o valor deste indicador passaria a ser 25,1%.

A proporção de crianças que viviam em agregados com baixos rendimentos era em 2009 de 19,9% na Europa a 27. Este valor é mais elevado do que o registado para idades entre os 18 e os 64 anos (17,8%).

Quanto à evolução da taxa de risco de pobreza ou exclusão social na União Europeia, como se pode verificar na Tabela 3.1, esta tem variado ligeiramente no conjunto dos países. Uma vez que não existem dados para a maioria dos países, esta comparação é complicada de fazer.

No âmbito da Estratégia 2020 é fixada uma nova meta de 75% para a taxa de emprego, com uma redução no intervalo de idades dos 20 aos 64 anos, refletindo desta forma o foco na educação e formação em detrimento do emprego no caso dos jovens.

Em Outubro de 2011 a taxa de desemprego na UE era de 9,8%. O Eurostat estima que 16,294 milhões de pessoas se encontravam desempregadas na zona euro na mesma data.

Nos tempos que correm, ter um emprego não protege necessariamente as pessoas do risco de pobreza. A taxa de risco de pobreza é relativamente elevada entre aqueles que têm um trabalho (*In-work Poverty*). Segundo o Eurostat, este risco está estreitamente ligado a situações de "emprego mal pago, pouco qualificado, emprego precário, trabalho em *part-time* involuntário e ao tipo de agregado onde os trabalhadores vivem, assim como da condição económica dos restantes membros do agregado". Em 2009 a taxa de risco de pobreza entre as pessoas empregadas nos Estados Membros era de 8.4 % com os valores mais elevados a registar-se na Roménia (17.6%), Grécia (13.8%) e Espanha (11.4%). As pessoas que vivem em agregados com baixa intensidade de trabalho (pessoas entre os 0 e 59 anos que vivem em agregados em que os adultos trabalham menos que 20% do que o seu potencial de trabalho durante o ano anterior ao Inquérito) encontram-se mais expostas a situações de exclusão social. Em 2009, 9.4% da população da

Tabela 3.1: Evolução da percentagem de pessoas em risco de pobreza ou exclusão social na União Europeia.

	2005	2006	2007	2008	2009	Taxa Crescimento Anual Média
EU-27	26	25	24,5	23,6	23,1	−2,9%
Bélgica	22,6	21,5	21,6	20,8	20,2	−2,8%
Bulgária	:	61,3	60,7	44,8	46,2	−9,0%
República Checa	19,6	18	15,8	15,3	14	−8,1%
Dinamarca	17,2	16,7	16,8	16,3	17,4	0,3%
Alemanha	18,4	20,2	20,6	20,1	20	2,1%
Estónia	25,9	22	22	21,8	23,4	−2,5%
Irlanda	25	23,3	23,1	23,7	25,7	0,7%
Grécia	29,4	29,3	28,3	28,1	27,6	−1,6%
Espanha	23,4	23,3	23,1	22,9	23,4	0,0%
França	18,9	18,8	19	18,6	18,4	−0,7%
Itália	25	25,9	26,1	25,3	24,7	−0,3%
Chipre	25,3	25,4	25,2	22,2	22,2	−3,2%
Lituania	45,8	41,4	36	33,8	37,4	−4,9%
Lituania	41	35,9	28,7	27,6	29,5	−7,9%
Luxemburgo	17,3	16,5	15,9	15,5	17,8	0,7%
Hungria	32,1	31,4	29,4	28,2	29,9	−1,8%
Malta	20,6	19	19,1	19,5	20,2	−0,5%
Holanda	16,7	16	15,7	14,9	15,1	−2,5%
Austria	16,8	17,8	16,7	18,6	17	0,3%
Polónia	45,3	39,5	34,4	30,5	27,8	−11,5%
Portugal	26,1	25	25	26	24,9	−1,2%
Roménia	:	:	45,9	44,2	43,1	−3,1%
Eslovénia	18,5	17,1	17,1	18,5	17,1	−1,9%
Eslováquia	32	26,7	21,3	20,6	19,6	−11,5%
Finlandia	17,2	17,2	17,4	17,4	16,9	−0,4%
Suécia	14,4	16,3	13,9	14,9	15,9	2,5%
Reino Unido	24,8	23,7	22,8	23,2	22	−3,0%

Fonte: EU-SILC

Europa a 27 vivia em agregados com uma baixa intensidade de trabalho.

Relativamente à distribuição do rendimento (forma como o rendimento total disponível equivalente é partilhado entre os diferentes estratos da população de acordo com o nível de rendimento), de acordo com os dados do inquérito de 2009 (rendimento de referência de 2008 na maioria dos países) o topo (20% da população com rendimento monetário liquido equivalente mais elevado) recebia 4.9 vezes mais o rendimento total da base (20% da população com rendimento monetário liquido equivalente mais baixo). O fosso é maior na Letónia (7.3), Roménia (6.7) Lituânia (6.3) Espanha e Portugal (6). No outro extremo encontra-se a Eslovénia (3.2), a República Checa e a Hungria com 3.5.

3.2 Alguns indicadores relativos à Pobreza e Exclusão Social em Portugal

De seguida são apresentados os valores estatísticos mais recentes dos indicadores relativos à pobreza e à exclusão social em Portugal.

De acordo com o boletim "*Estatísticas do Emprego 2011 - 3º trimestre*", publicado pelo INE, no 3^o trimestre de 2011, a população ativa no nosso país foi estimada em 5 543,4 mil indivíduos, o número de pessoas com emprego era de 4 853,7 mil, 51,8 % das quais tinham idade entre 25 e 44 anos. O mesmo boletim revela também que 53,5% das pessoas com emprego eram homens.

No final do mês de Outubro, estavam inscritos nos Centros de Emprego 567 250 indivíduos desempregados. O número total de pessoas desempregadas era de 689 600, valor que corresponde a uma taxa de desemprego de 12,4 %. A taxa de desemprego dos homens (12%), no trimestre em análise, foi inferior à das mulheres (12,9%). A taxa de desemprego dos jovens entre os 15 e os 24 anos foi de 30% e representava 20,1% do total de desempregados. 30,9 % dos desempregados tinha 45 ou mais anos. No entanto, o desemprego entre pessoas com 45 ou mais anos foi de 9,5% no 3^o trimestre de 2011(Figura 3.1).

Como se pode ver na Figura 3.2, a taxa de desemprego entre os indivíduos com nível de escolaridade completo correspondente, no máximo, ao 3^o ciclo do ensino básico foi de 13,2%, no 3^o trimestre de 2011, valor superior ao observado para os indivíduos com ensino secundário e pós-secundário (12,9%) e para os indivíduos com nível de ensino superior (9,4%).

No 3^o trimestre de 2011, o desemprego aumentou em quase todas as regiões do país. O maior

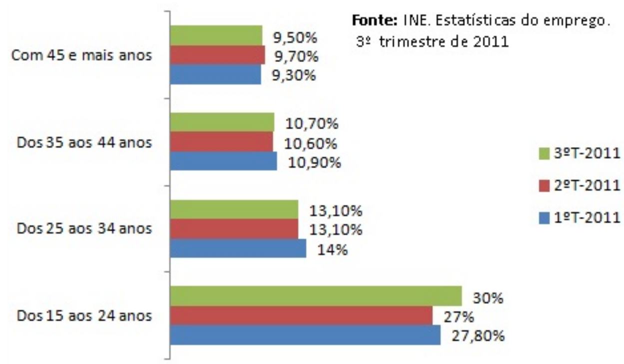

Figura 3.1: Taxa de desemprego em Portugal por estrutura etária

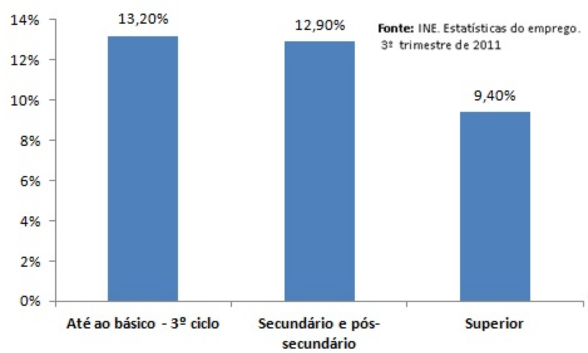

Figura 3.2: Taxa de Desemprego em Portugal para os diferentes níveis de formação

acréscimo no número de desempregados ocorreu na região de Lisboa e, em termos percentuais, na região de Lisboa e na Região Autónoma dos Açores (Figura 3.3).

Em Portugal, em Outubro de 2011, existiam 117 496 famílias e 314 083 beneficiários com processamento de rendimento social de inserção (RSI), sendo 52,4% dos beneficiários do sexo feminino.

Como se pode verificar na Figura 3.4, a grande maioria dos bneficiários do RSI (38,1%) tem menos de 18 anos de idade e cerca de 54% dos beneficiários tem menos de 30 anos de idade. O valor médio da prestação de RSI era de 239,10€ por família e de 88,30€ por beneficiário respetivamente.

Veja-se na figura 3.5 que cerca de 32% das famílias com processamento de RSI residiam no distrito do Porto e 20% no distrito de Lisboa. Através do mesmo gráfico pode facilmente verificar-se que perto de 50% das famílias beneficiárias do RSI nessa altura residiam no norte

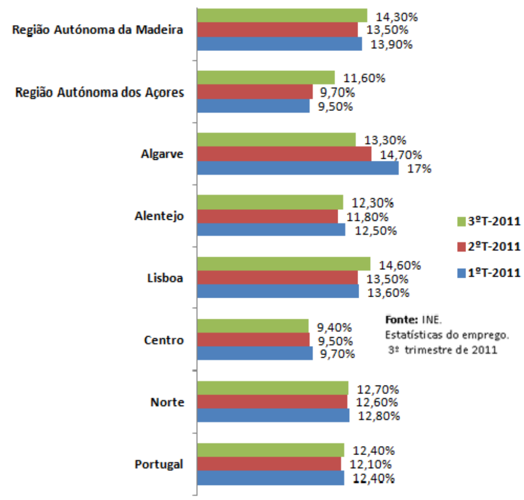

Figura 3.3: Taxa de desemprego em Portugal por região (NUTS II)

do país.

Note-se ainda que cerca de 42,6% das famílias beneficiadas pelo RSI tinham um rendimento mensal inferior a 50€ mensais e 59,3% tinham um rendimento mensal inferior a 200€ (Figura 3.6).

Na Figura 3.7 pode ver-se que 58,3% das famílias beneficiárias do RSI recebem uma prestação inferior a 200€.

De acordo com os dados fornecidos pelo INE (*Boletim Rendimento e Condições de Vida – 2010*, com dados provisórios referentes aos rendimentos de 2009) cerca de 17.9% da população portuguesa vivia, em 2009, abaixo do limiar da pobreza[1], valor que se mantém com pequenas variações desde 2005 (EU-SILC-2006). De acordo com este inquérito, a taxa de risco de pobreza correspondia à proporção de habitantes com rendimentos mensais por adulto inferiores a 434€ por mês. Em Portugal, de acordo com os dados apresentados na Tabela 3.2, a taxa de risco de pobreza apresentou uma tendência decrescente entre 2004 e 2010. As mulheres apresentaram sempre uma taxa de risco de pobreza superior à dos homens e foram os jovens com idade igual ou inferior a 17 anos e os adultos com mais de 65 anos que apresentou os valores mais elevados e, consequentemente mais preocupantes, deste indicador.

O emprego ou o desemprego têm um impacto importante ao nível da taxa de risco de pobreza.

[1] O limiar da pobreza corresponde a 60% da mediana da distribuição nacional dos rendimentos monetários líquidos.

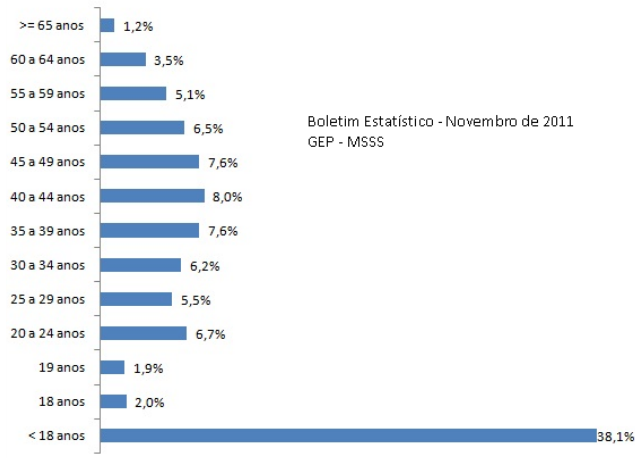

Figura 3.4: Percentagem de beneficiários do RSI por estrutura etária

Tabela 3.2: Taxa de risco de pobreza segundo o sexo e o grupo etário, (2004-2010).

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010*
Total	20%	19%	18%	18%	18%	17,9%	17,9%
Homens	19%	19%	18%	17%	18%	17,3%	17,3%
Mulheres	22%	20%	19%	19%	19%	18,4%	18,4%
Até 17 anos	25%	24%	21%	21%	23%	22,9%	22,4%
Entre 18 e 64 anos	17%	16%	16%	15%	16%	15,8%	15,7%
Mais de 65 anos	29%	28%	26%	26%	22%	20,1%	21%

Fonte: INE. Boletim Rendimento e Condições de Vida 2010. * Dados de 2010 são provisórios.

Enquanto a taxa de risco de pobreza dos trabalhadores é de cerca 10.3%, entre a população desempregada verificam-se taxas quase quatro vezes mais elevadas (37%) – veja-se a Tabela 3.3.

Como se pode verificar na Figura 3.8, na inexistência de qualquer transferência social, a taxa de risco de pobreza mais do que duplica no nosso país, o que demonstra a extrema importância que este tipo de assistência assume.

Segundo dados do INE, e de acordo com o Rácio S80/S20, em 2009 20% da população com maior rendimento recebia aproximadamente 5.6 vezes o rendimento dos 20% da população com o rendimento mais baixo. Esta desigualdade é ainda maior quando verificamos, através do Rácio S90/S10, que 10% da população mais rica aufere 9.2 vezes o rendimento dos 10% mais pobres (Figura 3.9). No entanto, apesar desta desigualdade na distribuição de rendimento ser significativa, quer o Rácio S80/S20 quer o Rácio S90/S10 demonstraram uma tendência

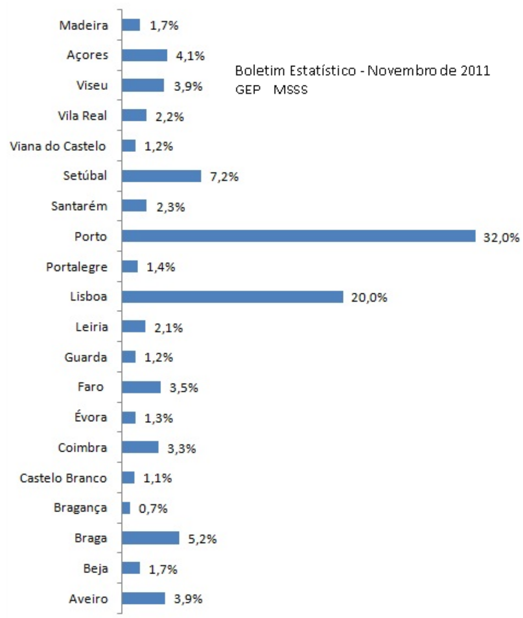

Figura 3.5: Percentagem de famílias beneficiárias do RSI por distrito em Outubro de 2011

decrescente entre 2005 e 2009 no nosso país.

O Índice de Gini é uma medida de desigualdade habitualmente utilizada para calcular a desigualdade de distribuição de rendimento. Esta medida varia entre 0 e 100%, onde 0 corresponde a distribuição de rendimento perfeitamente simétrica (todos os agentes têm rendimento igual) e 100% corresponde a uma situação de concentração absoluta de rendimento (um agente detém todo o rendimento). Como se pode observar na Figura 3.10, que nos apresenta o Índice de Gini no caso português entre 2005 e 2009, há uma desigualdade relativamente forte na distribuição

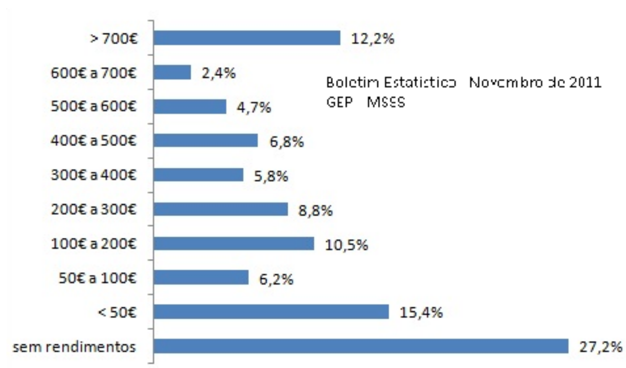

Figura 3.6: Percentagem de famílias com Processamento de RSI por escalão de rendimento

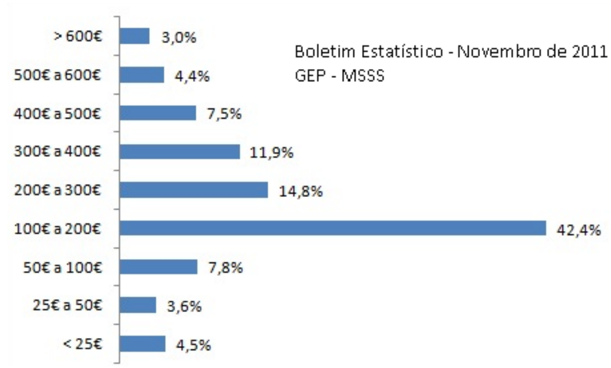

Figura 3.7: Percentagem de famílias com processamento de RSI por escalão de prestação recebida

Tabela 3.3: Taxa de risco de pobreza segundo a condição perante o trabalho.

	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Total com emprego	12%	12%	11%	10%	12%	10,3%
Em emprego por conta de outrem	8%	8%	6%	X	X	X
Em emprego por conta própria	29%	28%	29%	X	X	X
Total sem emprego	28%	27%	26%	27%	25%	24,4%
Desempregado	32%	28%	31%	32%	35%	37%
Reformado	26%	25%	23%	23%	20%	17,4%
Outros inativos	29%	28%	29%	30%	28%	29,9%

Fonte: (EU-SILC2004 - EU-SILC2009)

dos rendimentos na nossa economia. Este índice era em 2008 de 35.4% e em 2009 de 33.7%. No entanto, esta medida de desigualdade demonstrou uma tendência decrescente entre 2005 e 2009, isto é, a desigualdade na distribuição de rendimento diminuiu 4% durante este período no nosso país.

Verifica-se assim que a diminuição da taxa de risco de pobreza entre 2004 e 2010 foi acompanhada por uma diminuição das desigualdades na distribuição de rendimento entre 2005 e 2009.

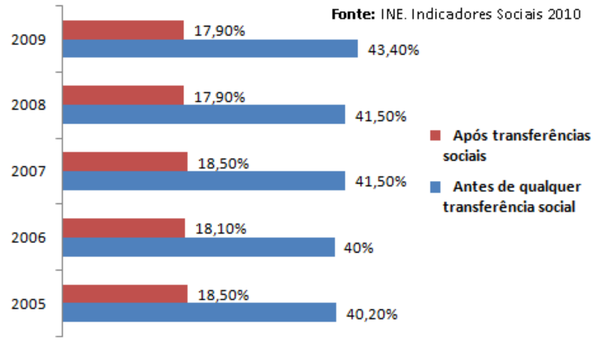

Figura 3.8: Taxa de risco de pobreza antes e após transferências sociais

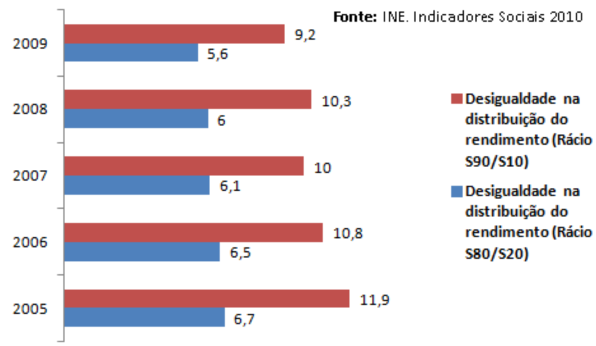

Figura 3.9: Desigualdade na distribuição de rendimento 2005-2009

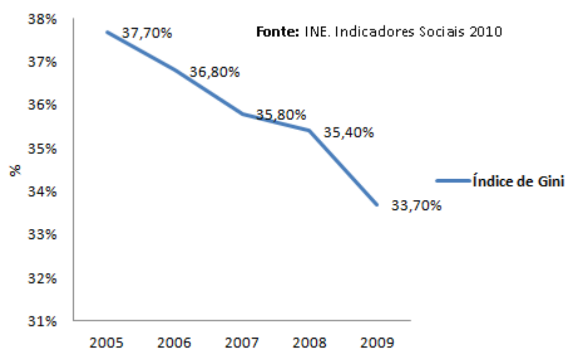

Figura 3.10: Indice de Gini em Portugal 2005-2009

Capítulo 4

Revisão Bibliográfica

Apesar de o *workfare* não ser um conceito novo, os trabalhos científicos mais relevantes nesta área foram desenvolvidos essencialmente nos anos 90. Os modelos de *workfare* são, em geral, baseados nas contribuições de Besley e Coate (1992, 1995), onde os autores estabelecem vários resultados em relação à eficácia deste instrumento no combate à fraude nos PAP.

Besley e Coate (1992), apresentam um modelo estático de seleção adversa onde os indivíduos podem variar de forma discreta (dois tipos diferentes de agentes) na sua capacidade de gerar rendimento (produtividade de acordo com a qual os indivíduos são remunerados no setor privado) e cujo objetivo é encontrar um PAP que garanta a cada indivíduo um nível mínimo de rendimento ao menor custo para o Estado. O *workfare* toma a forma de trabalho não produtivo e obrigatório no setor público. Os autores procuram essencialmente analisar dois argumentos para justificar o uso do *workfare* nos PAP:

- Argumento de auto-seleção (*screening*) – o trabalho obrigatório em troca de benefícios sociais pode ser um meio de dar transferências aos que realmente delas carecem. Nos países mais pobres, como é difícil para os governos implementar mecanismos administrativos efetivos e sofisticados que determinem quando é que um indivíduo realmente precisa de apoio, a informação sobre os rendimentos dos indivíduos é difícil de apurar. Nestes casos torna-se necessário recorrer a mecanismos de revelação para que apenas se apresentem como candidatos os que realmente precisam. Um requisito de trabalho pode ser um desses mecanismos, uma vez que iria dissuadir a participação no programa de indivíduos com um elevado custo de oportunidade em relação ao mesmo. Nos países desenvolvidos é mais fácil aceder a informações relativamente ao rendimento dos indivíduos, mas é difícil saber quando os mesmos escolhem deliberadamente não trabalhar ou reduzir as horas de trabalho para ter direito a receber benefícios.

- Argumento dissuasor – foca-se nas origens da pobreza. Será que os pobres o são porque tiveram má sorte ou porque tomaram decisões erradas ao longo da vida? Se o último é verdade, então o *workfare* pode ser uma forma de corrigir esta situação. Se a assistência social se tornar menos atrativa, isso poderá levar os indivíduos a apostar em formação e educação de forma a não ter de recorrer a ela no futuro.

No caso de o *workfare* ser implementado, provoca um efeito *crowding-out*, reduzindo o número de horas de trabalho no setor privado, uma vez que aos agentes, em troca de benefícios, é exigido trabalho no setor público.

Os autores demonstram que o *workfare* pode ser parte integrante de um PAP que minimize custos quando o Estado é incapaz de observar o rendimento dos indivíduos. Num modelo com apenas dois tipos de agentes (alta e baixa capacidade de gerar rendimento) é provado que os indivíduos de alta capacidade não recebem transferências enquanto os que dizem ser de baixa capacidade recebem uma transferência em troca de trabalho. No entanto, os indivíduos de alta capacidade de gerar rendimento não têm incentivos para se fazerem passar pelos de baixa capacidade, uma vez que o nível ótimo de *workfare* é escolhido para que os primeiros sejam indiferentes entre receber ou não transferências. A otimalidade do uso do *workfare* é crescente com o diferencial entre as duas capacidades de gerar rendimento (alta e baixa) e decrescente com o aumento da percentagem de agentes de baixa capacidade na economia. Quando estas condições se reúnem, o efeito *crowding-out* do *workfare* é modesto e dominado pela diminuição dos custos do PAP resultante do facto de os agentes de alta capacidade de gerar rendimento se autoexcluirem do programa.

Besley e Coate (1995) procuram o PAP ótimo numa perspetiva utilitarista, assegurando que todos os agentes na economia têm acesso a um nível mínimo de utilidade. Aos beneficiários são dadas transferências, escolhendo estes a sua oferta ótima de trabalho. Os autores demonstram que, neste contexto, o uso de *workfare* não é eficiente, uma vez que, para manter a utilidade, a um aumento de trabalho teria de corresponder um aumento da transferência. Besley e Coate, usando simulações, demonstraram ainda que, numa perspetiva não utilitarista mas sim de manutenção de rendimento como a que seguiram no seu trabalho de 1992 , mesmo sendo o *workfare* improdutivo é mais barato do que os programas de *welfare* puros (atribuir uma transferência exógena a todos os agentes na economia) e que níveis de rendimentos mais baixos levam a poupanças ainda maiores com o *workfare*.

Beaudry e Blackorby (1998) seguem a abordagem utilitarista de Besley e Coate (1995), cuja função objetivo maximiza a produtividade social, e chegam a um resultado semelhante ao de Cuff (2000). No entanto, provam também que o *workfare* pode melhorar o bem-estar se alguns indivíduos tiverem falta de oportunidades de emprego no setor privado. Nestas circunstâncias, a introdução do *workfare* não provoca *crowding-out* da produção no setor privado em virtude de reduzir a oferta de trabalho entre os indivíduos com menor capacidade de gerar rendimento. Os autores demonstram também que só é ótimo usar *workfare* se a "produtividade social" for maior no *workfare* do que no setor privado, o que normalmente não se verifica.

Cuff (2000) também analisa a otimalidade do *workfare* numa perspetiva utilitarista. Neste modelo os indivíduos podem diferir de forma discreta em duas dimensões: capacidade de gerar rendimento e desutilidade do trabalho. É demonstrado que um PAP ótimo pode incluir *workfare* sobre os indivíduos com baixa capacidade de gerar rendimento e baixa desutilidade do trabalho. Cuff demonstra ainda que o uso de *workfare* nunca é ótimo quando todos os indivíduos têm a mesma capacidade de gerar rendimento, a não ser que sejam mais produtivos no *workfare* do que no setor privado.

Tranaes e Hansen (1999) adaptam a teoria do *workfare* ao subsídio de desemprego. Os autores consideram o uso de *workfare* para resolver problemas de risco moral que surgem da dificuldade de monitorizar o esforço na busca de um novo emprego por parte dos beneficiários. Apresentam um modelo onde os agentes podem ter a mesma produtividade mas diferem nas suas preferências por lazer. Na formalização deste modelo, são considerados dois tipos de agentes: trabalhadores (com reduzida desutilidade do trabalho) e não-trabalhadores (com elevada desutilidade do trabalho). O governo conhece a distribuição das características dos agentes mas não as suas preferências individuais. O esforço na procura de trabalho e as decisões de o aceitar ou não são informação privada dos agentes. Este trabalho testa a capacidade de a imposição de *workfare* no subsídio de desemprego trazer ou não movimentos de Pareto. Os autores concluem que o *workfare* funciona como "*screening device*" se os indivíduos forem suficientemente heterogéneos relativamente ás suas preferências por lazer. Ao introduzir o *workfare* o Estado induz os não-trabalhadores à autoexclusão do subsídio de desemprego. Os autores concluem ainda que, na margem, é possível aumentar o subsídio de desemprego e o *workfare* para que os não-trabalhadores fiquem indiferentes entre procurar ou não este benefício. O aumento do subsídio de desemprego representa uma melhoria no bem-estar dos trabalhadores.

O estudo de Black *et al* (1999) demonstra que a mera ameaça de ser obrigatoriamente inserido no mercado de trabalho pode reduzir o tempo em que os agentes recebem subsídio de desemprego e aumentar o número de empregos encontrados. Os autores estudam os efeitos de uma experiência aleatória levada a cabo no Kentucky no início da década de 90. A experiência envolve a nomeação aleatória de indivíduos no desemprego e a receber subsídio para trabalho obrigatório e formação. A rejeição destas imposições implica a cessação do subsídio de desemprego. Os autores constatam que essa ameaça reduz a duração média do desemprego em 2,2 semanas. Os resultados são alcançados sobretudo devido a um aumento do emprego no primeiro e segundo trimestres depois de reclamar o subsídio.

Ravallion (1999) no seu trabalho "*Appraising workfare*" oferece algumas ferramentas analíticas simples que facilmente podem ser utilizadas para fazer uma análise custo-eficácia de qualquer programa de *workfare* já implementado, com o objetivo de decidir se esse programa deve ou não ser alargado. De forma ilustrativa, o autor apresenta dois casos distintos: (i) o caso de um país com rendimentos médios e (ii) o caso de um país com rendimentos baixos. O autor demonstra que o custo de um programa de *workfare* nos dois casos seria basicamente o mesmo, embora as suas componentes fossem bastante diferentes, o que teria implicações no *timing* em que surgiriam os benefícios de tais programas. A partir deste resultado, o autor aponta alterações relativamente ao *design* de programas com *workfare* que podem aumentar o seu impacto na pobreza.

Nas contribuições apresentadas acima, a monitorização não é contemplada enquanto instrumento de *screening*. A literatura relacionada com monitorização e sanções aplicadas ao subsídio de desemprego é reduzida e recente. Esta situação justifica-se com o facto de a implementação e manutenção de um esquema efetivo de monitorização poder implicar custos muito elevados e muitas vezes difíceis de quantificar. Garoupa (1997) e Polinsky e Shavell (2000) dão contribuições na área de *law enforcement* que se revelam de grande utilidade na aplicação da monitorização e sanções ao *design* dos programas de alívio da pobreza e de desemprego ótimos.

Fredriksson e Holmund (2003) fizem uma revisão da literatura recente relativamente à forma como os incentivos no subsídio de desemprego podem ser melhorados, preocupando-se essencialmente com três instrumentos: a duração do subsídio, a monitorização conjugada com sanções em caso de fraude e o *workfare*. A posição dos autores neste trabalho, reforçada pelos trabalhos empíricos revistos, é a de que a imposição de penalidades a uma procura de emprego menos ativa poderá ser um instrumento eficaz e que os três instrumentos analisados poderão ser encarados como formas diferentes de o fazer. No entanto, os autores não procuram testar comparativamente a eficiência dos três instrumentos.

Fredriksson e Holmund (2006) desenvolvem um modelo quantitativo para testar a eficiência dos três instrumentos referidos em Fredriksson e Holmund (2003). A análise numérica sugere que um sistema que conjugue monitorização e sanções restabelece de forma mais eficiente os incentivos na procura de um novo emprego. O *workfare* surge, neste trabalho, como o menos eficiente dos três instrumentos.

Handler e Babcock (2006) analisam informação de vários programas de alívio de pobreza nos Estados Unidos e concluem que apenas os mais "empregáveis" são contratados num esquema com *workfare*, ficando os mais vulneráveis penalizados ou excluídos dos benefícios. Os autores revelam que um estudo semelhante aplicado à Europa teria resultados muito parecidos. Os autores apontam ainda a falta de reflexão dos Estados sobre estes resultados aquando da elaboração de programas de *workfare* e as dificuldades de administração de programas deste género. Perante estes resultados, os autores argumentam que os programas de *welfare state* puro seriam uma melhor ferramenta no combate à pobreza e uma garantia de bem-estar para os mais vulneráveis.

Koch *et al* (2005) analisam as possibilidades e limites do *workfare* em lidar com os problemas do mercado de trabalho. Os autores demonstram que o trabalho aumenta o bem-estar dos agentes independentemente dos níveis de rendimento, uma vez que os beneficiários das transferências se sentem melhor pelo facto de terem um emprego. Assim, o *workfare* não precisa de ter um argumento dissuasor (apontado por Besley e Coate e apresentado acima). Por outro lado os autores apontam para a possibilidade de as políticas de ativação do emprego aumentarem os despedimentos, uma vez que aumentam a mão de obra barata.

Oliveira e Côrte Real (2006) baseiam-se na formulação de Besley e Coate (1992) para propor um modelo estático de seleção adversa onde o Estado procura minimizar os custos de um programa de alívio da pobreza que garanta que todos os agentes na economia tenham acesso a pelo menos um nível mínimo de rendimento z, definido exogenamente. Neste modelo os agentes podem diferir de forma contínua relativamente à capacidade de gerar rendimento ou relativamente à desutilidade do trabalho. Assim, perante diferentes ambientes informacionais, os autores estudam a eficácia do *workfare* enquanto ferramenta de combate à fraude nos programas de alívio da pobreza, baseados numa comparação com os custos de um programa que só inclua monitorização e com os custos do *welfare state* puro. Os autores demonstram que quando a desutilidade do trabalho é a única variável desconhecida, um programa com *workfare* como única ferramenta de combate à fraude é ineficiente, uma vez que o *workfare* tem um efeito de *crowding-out* sobre o trabalho no setor privado e aumenta significativamente os custos. Quando a capacidade de gerar rendimento é a única variável desconhecida, a escolha entre o *workfare* e a monitorização depende da distribuição de rendimento na economia bem como do custo de monitorizar. Estes resultados sugeriram que o *workfare* pode ser ineficiente no contexto dos países em vias de desenvolvimento em que a distribuição de rendimento apresente grandes desigualdades, mas apropriada nos países desenvolvidos.

Andersen e Svarer (2008) mostram que os efeitos das políticas de *workfare* dependem bastante da resposta dos agentes que não estão num programa que o inclua quando têm em consideração que a aceitação do *workfare* é uma imposição para se tornarem elegíveis para receber benefícios. Isto implica que os agentes desempregados que não estejam incluídos num programa com *workfare* podem intensificar a sua procura por um trabalho regular e os agentes empregados podem aceitar salários mais baixos uma vez que a hipótese alternativa (*workfare*) se torna menos atrativa. Os autores demonstram que a introdução do *workfare* contribui para a redução do desemprego.

Capítulo 5

PAP ótimo quando os agentes diferem na capacidade de gerar rendimento

5.1 Introdução

A maioria dos PAP impõe uma série de condições que devem ser cumpridas pelos seus potenciais beneficiários tanto para aderirem como para permanecerem nos mesmos. Devido às dificuldades que o Estado tem em controlar as condições que devem ser verificadas para a adesão ao PAP, surgem agentes que têm interesse em candidatar-se ao mesmo sem verificarem tais requisitos, burlando o Estado através da prestação de informação falsa.

Neste trabalho analisamos vários modelos de seleção adversa onde se supõe que o Estado é o principal e os potenciais candidatos ao PAP os agentes. Na ausência do PAP, é admitido que todos os agentes têm um rendimento inicial proveniente do trabalho no setor privado. Dado esse rendimento inicial, o Estado preocupa-se em criar um PAP que, a um custo mínimo, assegure que cada um dos indivíduos na economia tem acesso a pelo menos um nível mínimo de rendimento.

O modelo analisado neste capítulo considera que existem dois tipos de agente: agentes que têm uma capacidade elevada de gerar rendimento e agentes com baixa capacidade de gerar rendimento. O Estado tem como objetivo minimizar os custos de um PAP que garanta que todos os agentes na economia estão dispostos a participar no mesmo e têm acesso a um nível de rendimento mínimo. Neste contexto, é estudada a eficácia da monitorização *standard* e do *workfare* enquanto ferramentas de combate à fraude nos PAP. Este modelo generaliza o trabalho de Besley e Coate (1992) ao considerar a utilização da monitorização, e não apenas o *workfare*, como uma ferramenta de combate à fraude.

Seguindo Besley e Coate (1992), este trabalho foca-se essencialmente nas questões relacionadas com o alívio da pobreza, não discutindo possíveis formas de financiar programas deste género por parte do Estado.

5.2 Modelo

Neste capítulo e no próximo analisamos modelos de seleção adversa com dois tipos de agentes: os agentes do *Tipo Rico*, $\overline{\theta}$, e os agentes do *Tipo Pobre*, $\underline{\theta}$. Em ambos os modelos, o tipo de cada agente é informação privada, não sendo observáveis pelo Estado que conhece apenas a distribuição dos agentes na economia, sendo δ a probabilidade de um agente ser do *Tipo Rico*. O Estado preocupa-se em criar um PAP que, a um custo mínimo, assegure que cada um dos indivíduos na economia tem acesso a pelo menos um nível mínimo de rendimento z, exogenamente definido.

O Estado oferece um menu de contratos de forma a levar os agentes a auto-selecionarem o contrato que lhes é dirigido. O contrato dirigido aos agentes do tipo θ é $(t(\theta), r(\theta), q(\theta), p(\theta))$, onde $t(\theta)$ é a transferência que é paga a um agente que revele ser do tipo θ, $r(\theta)$ é o montante de *workfare* exigido a um agente que revele ser do tipo θ; $q(\theta)$ é o nível de monitorização se o agente revelou ser do tipo θ, onde $0 \leq q(\theta) \leq 1$ é interpretado como sendo a probabilidade de apanhar o agente se ele tiver cometido fraude; e $p(\theta)$ é a multa aplicada ao agente do tipo θ se for apanhado a cometer fraude.[1] Como existem apenas dois tipos de agentes o menu de contratos pode ser descrito por $\left((\bar{t}, \overline{r}, \overline{q}, \overline{p}); (\underline{t}, \underline{r}, \underline{q}, \underline{p})\right)$, sendo o primeiro contrato dirigido ao agente *Tipo Rico*, $\overline{\theta}$ e o segundo contrato dirigido ao agente do *Tipo Pobre*, $\underline{\theta}$.

A sequência do jogo é apresentada na Figura 5.1. Deve realçar-se que o PAP anunciado pelo Estado tem de ser implementado, ou seja, *ex-post* o Estado não pode alterar o programa

[1] Esta forma de modelar o problema do Estado utiliza um resultado importante da literatura de desenho de mecanismos (*mechanism design*): o príncípio da revelação. De acordo com este resultado, para encontrar o contrato ótimo, o principal pode limitar-se a analisar mecanismos diretos (em que os agentes revelam o tipo) e em que os agentes têm incentivo em revelar o seu verdadeiro tipo.

proposto. Em particular, o nível de monitorização previsto no PAP tem de ser efetivamente realizado, mesmo que em equilíbrio nenhum agente cometa fraude. Este valor de compromisso (*commitment value*) do PAP é essencial nos modelos explorados neste trabalho. Como ficará claro mais à frente, a monitorização é usada como mecanismo dissuasor da fraude e não como mecanismo para detetar a fraude.

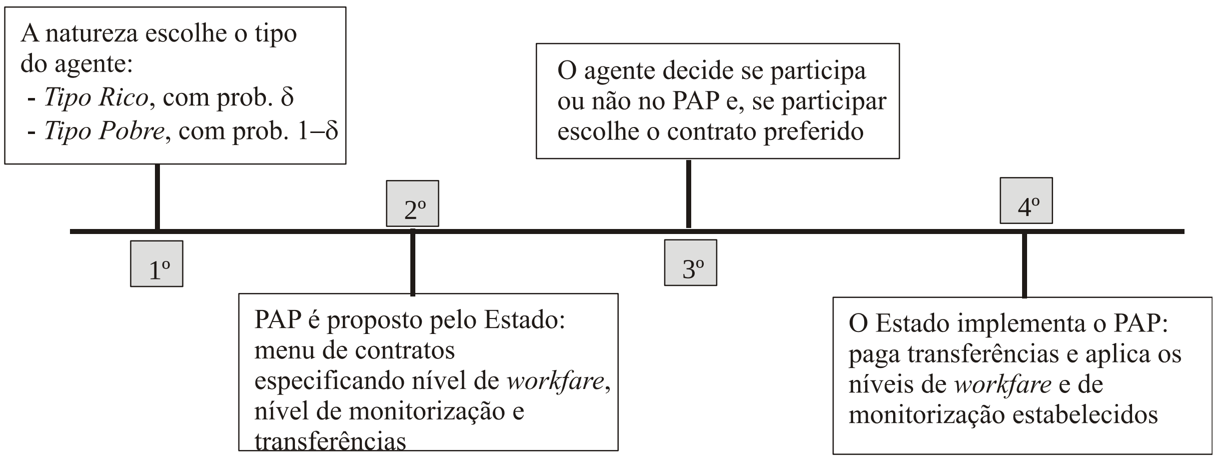

Figura 5.1: Sequência do jogo entre o Estado e os potenciais beneficiários do PAP.

Os custos com o PAP incluem os custos com as transferências e os custos com a monitorização. O custo de monitorizar é definido como $g(q)$. É assumido que $g(0) = 0$ e que $g(q)$ é estritamente crescente e estritamente convexa ($g^{'}(q) > 0$ e $g^{''}(q) > 0$).

Os indivíduos podem divergir ou na capacidade de gerar rendimento, w, ou no grau de desutilidade do trabalho, k. Para cada agente, seja x o consumo, l_m o número máximo de horas disponíveis para trabalhar e l o número total de horas de trabalho. A função de utilidade é quasilinear no rendimento[2], x:

$$U(x, l) = x - kh(l)$$

onde a função $h(l)$ é estritamente crescente e estritamente convexa ($h^{'}(l) > 0$ e $h^{''}(l) > 0$). O termo $kh(l)$ representa a desutilidade do trabalho, quanto maior for k maior é a desutilidade do trabalho.

Um indivíduo com grau de desutilidade do trabalho k, capacidade de gerar rendimento w e

[2] O facto de a função de utilidade dos agentes ser quasilinear no rendimento leva a que uma redistribuição da riqueza não implique ganhos de bem-estar.

que não participe no PAP resolve o seguinte problema:

$$\max_{x,l} \quad U(x,l) = x - kh(l)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} x &\leq wl \\ 0 &\leq l \leq l_m \end{aligned}$$

Tendo em conta que a utilidade marginal do rendimento é igual a um, é imediato que a restrição orçamental é satisfeita em igualdade. Por conseguinte, o problema anterior é equivalente a:

$$\max_{l} \quad wl - kh(l) \quad \text{s.a.} \quad 0 \leq l \leq l_m$$

Se o l ótimo for interior, a condição de primeira ordem deste problema é:

$$w - kh_l(l) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad l^*(w,k) = h_l^{-1}\left(\frac{w}{k}\right)$$

onde kh_l é a desutilidade marginal do esforço. Se admitirmos que $0 < h_l^{-1}\left(\frac{w}{k}\right) < l_m$ sejam quais forem w e k, a solução é de facto interior e, por conseguinte a quantidade ótima de trabalho é dada por $l^* = h_l^{-1}\left(\frac{w}{k}\right)$. Como a função h é estritamente convexa, h_l e a sua função inversa h_l^{-1} são estritamente crescentes e, logo $l^*(w,k)$ é crescente em w e decrescente em k. Ou seja, é ótimo que agentes com maior capacidade de gerar rendimento trabalhem mais e que agentes com maior desutilidade do trabalho trabalhem menos.

Se o indivíduo decidir participar no PAP sem cometer fraude, o seu problema de maximização da utilidade é semelhante, exceto na restrição orçamental que passa a incorporar a transferência recebida, t, e o montante de *workfare*, r:

$$x \leq w \cdot \max(l - r, 0) + t$$

É fácil mostrar que, desde que $r < l^*(w,k)$, o valor ótimo do número total de horas de trabalho não se altera.[3] [4] De facto, nestas condições, o problema do agente é equivalente a:

$$\max_{l} \quad w\,(l-r)+t-kh(l) \quad \text{s.a.} \quad 0\leq l\leq l_m$$

verificando-se de imediato que a condição de primeira ordem não se altera e, logo, l^* mantém-se. Ora isto implica que, se houver *workfare*, o número ótimo de horas de trabalho no setor privado é l^*-r, ou seja, o *workfare* implica um efeito *crowding-out* total. Além disso, a quasilinearidade implica que não há efeito rendimento e portanto, l^* não depende de t (e também não dependeria da multa se estivéssemos a considerar o caso em que o agente comete fraude e com certa probabilidade é apanhado e tem de pagar multa).

Neste capítulo analisamos um modelo em os agentes divergem na capacidade de gerar rendimento, w, mas têm a mesma desutilidade do trabalho, k. Admite-se que existem dois tipos de agentes na economia:

- os agentes do *Tipo Rico*, que têm capacidade de gerar rendimento $\overline{w}$ e desutilidade do trabalho k. Na ausência do PAP, estes agentes têm rendimento do trabalho no setor privado $\overline{w}l^*(\overline{w},k)>z$. A proporção de agentes do *Tipo Rico* na economia é de δ e é do conhecimento do Estado;

- os agentes do *Tipo Pobre*, que têm capacidade de gerar rendimento $\underline{w}$ e desutilidade do trabalho k. Estes agentes têm rendimento do trabalho no setor privado $\underline{w}l^*(\underline{w},k)<z$. A proporção de agentes do *Tipo Pobre* na economia é de $(1-\delta)$ e é do conhecimento do Estado;

Por forma a simplificar a apresentação do modelo, seja $\bar{l}=l^*(\overline{w},k)$ e $\underline{l}=l^*(\underline{w},k)$.

De seguida vamos analisar o problema do Estado, primeiro num cenário de informação completa, depois num cenário de informação incompleta. No texto são apresentadas as demonstrações mais curtas e explicados os passos das demonstrações mais longas (nestes casos, a demonstração completa é apresentada no Anexo).

[3] Se $r>l^*(w,k)$, o agente vai trabalhar só no sector público, ou seja, o número total de horas de trabalho é r e o seu rendimento é t.

[4] Na restrição orçamental apresentada admitimos que não há custos de deslocação entre os dois tipos de trabalho. Se fosse considerado um custo fixo de obrigar o trabalhador a fazer *workfare*, poderiamos ter mais casos em que não é óptimo utilizar *workfare*.

5.3 O problema com informação completa

Para ilustrar o problema de seleção adversa que surge no contexto de informação incompleta, começamos por analisar o caso com informação completa. Assim, o Estado procura encontrar o PAP ótimo quando o w de cada agente é conhecido e k é conhecido e fixo (ambos os tipos de agente têm o mesmo k). Se o agente for do *Tipo Rico*, o Estado resolve o seguinte problema:

$$\min_{\bar{t},\bar{r},\bar{q}} \ \bar{t} + g(\bar{q})$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\overline{PC} \ &: \ \overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0) + \bar{t} - kh\left(\max(\bar{l},\bar{r})\right) \geq \overline{w}\bar{l} - kh(\bar{l}) \\
\overline{MI} \ &: \ \overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0) + \bar{t} \geq z \\
\bar{t} \ &\geq \ 0, \ 0 \leq \bar{q} \leq 1, \ \bar{r} \geq 0
\end{aligned}$$

A restrição $\overline{PC}$ assegura que o agente está disposto a participar no programa e a restrição $\overline{MI}$ garante que o agente tem um nível de rendimento de pelo menos z.

De forma similar, se o agente for do *Tipo Pobre*, o Estado resolve o seguinte problema:

$$\min_{\underline{t},\underline{r},\underline{q},} \ \underline{t} + g(\underline{q})$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\underline{PC} \ &: \ \underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0) + \underline{t} - kh\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right) \geq \underline{wl} - kh(\underline{l}) \\
\underline{MI} \ &: \ \underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0) + \underline{t} \geq z \\
\underline{t} \ &\geq \ 0, \ 0 \leq \underline{q} \leq 1, \ \underline{r} \geq 0
\end{aligned}$$

Onde $\overline{PC}$ e $\overline{MI}$ são as restrições de participação e de rendimento mínimo para o *Tipo Pobre*.

Proposição 5.1 *A solução dos problemas de informação completa é tal que $\overline{q} = 0$, $\overline{r} = 0$, $\bar{t} = 0$, $\underline{q} = 0$, $\underline{r} = 0$ e $\underline{t} = z - \underline{wl}$. Ou seja, no ótimo não há nem workfare nem monitorização e os únicos agentes que beneficiam do programa são os do Tipo Pobre, recebendo a transferência mínima que lhes garante rendimento z.*

Demonstração. Pode mostrar-se que no ótimo temos de ter $\overline{q} = 0$, $\overline{r} = 0$, $\underline{q} = 0$ e $\underline{r} = 0$ por redução ao absurdo. Suponhamos que não, suponhamos que na solução tínhamos uma ou mais destas variáveis com valores estritamente positivos. Se o Estado reduzir o valor das variáveis anteriores com valores estritamente positivos, todas as restrições do problema continuam a ser satisfeitas ($\overline{q}$ e $\underline{q}$ não influenciam as restrições e baixar $\overline{r}$ ou $\underline{r}$ relaxa as restrições) mas os custos baixam pois $g(q)$ é crescente e a redução do *workfare* permite baixar as transferências. Ora isto implicaria que a solução original não era ótima, o que é uma contradição. Como $\overline{r} = 0$, a restrição $\overline{PC}$ é equivalente a $\bar{t} \geq 0$ e a restrição $\overline{MI}$ é redundante pois $\overline{w}\bar{l} > z$. Como $\overline{r} = 0$, a restrição $\underline{MI}$ é equivalente a $\underline{t} \geq z - \underline{wl}$ e a restrição $\underline{PC}$ é redundante. As transferências ótimas são as transferências mínimas que garantem que as restrições são satisfeitas, logo $\bar{t} = 0$ e $\underline{t} = z - \underline{wl}$. ■

Esta solução é completamente óbvia. Por um lado, monitorizar não faz sentido num contexto em que o principal conhece o tipo do agente, já que teria custos sem aumentar a informação do Estado. Por outro lado, utilizar *workfare* também não faz sentido pois não traria informação adicional mas obrigaria a pagar transferências maiores para compensar a perda de rendimento dos agentes no setor privado.

A Figura 5.2 ilustra a solução de informação completa, considerando apenas o *workfare* e as transferências. Na figura estão representadas as curvas de indiferença dos dois tipos de agentes quando a utilidade é igual à utilidade de reserva (utilidade quando o agente não participa no programa) e a direção de melhoria das preferências para os agentes. O declive da restrição de participação $\underline{PC}$ é igual a $\underline{w}$ para $\underline{r} \leq \underline{l}$ e é igual a $kh'(\underline{r})$ para $\underline{r} > \underline{l}$. De forma similar, o declive de $\overline{PC}$ é igual a $\overline{w}$ para $\overline{r} \leq \bar{l}$ e é igual a $kh'(\overline{r})$ para $\overline{r} > \bar{l}$. Na figura estão também representadas as retas de isocustos do Estado e é indicada a direção em que os custos decrescem. Por último, na figura está representada a restrição de rendimento mínimo para os agentes do *Tipo Pobre*, $\underline{MI}$. Para os agentes do *Tipo Pobre* a restrição relevante é a restrição de rendimento mínimo, $\underline{MI}$, para os agentes do *Tipo Rico* a restrição relevante é a restrição de participação, $\overline{PC}$. Como o objetivo do Estado é minimizar os gastos com o programa, os contratos ótimos são A para os agentes do *Tipo Pobre* e B para os agentes do *Tipo Rico*.

A Figura 5.2 ajuda a antecipar o que vai acontecer no cenário de informação incompleta. Se o Estado não tiver informação sobre o tipo do agente, cada tipo escolherá o contrato que lhe dá maior utilidade. Mas isto implica que, se os contratos A e B fossem oferecidos, os agentes do

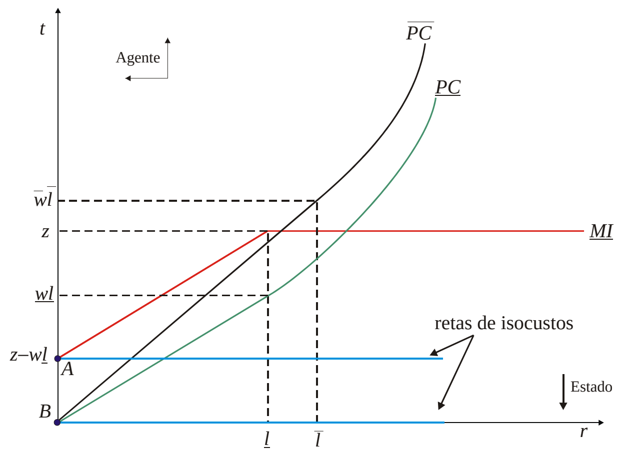

Figura 5.2: Contratos óptimos com informação completa quando os agentes diferem na capacidade de gerar rendimento.

Tipo Rico prefeririam o contrato A ao contrato B. Isto sugere que, no cenário de informação incompleta, temos de nos preocupar com a possibilidade de os agentes do *Tipo Rico* quererem fazer-se passar por *Pobres*. Ou seja, a restrição de compatibilidade de incentivos relevante é a referente aos agentes do *Tipo Rico.*

5.4 O problema com informação incompleta

Neste contexto informacional, o problema do principal é

$$\min_{(\bar{t},\bar{r},\bar{q},\bar{p}),(\underline{t},\underline{r},\underline{q},\underline{p})} \delta \left[\bar{t} + g(\bar{q})\right] + (1-\delta)\left[\underline{t} + g(\underline{q})\right] \tag{5.1}$$

sujeito a:

$$
\begin{aligned}
\overline{PC} &: \overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-kh\left(\max(\bar{l},\bar{r})\right)\geq \overline{w}\bar{l}-kh(\bar{l}) \\
\underline{PC} &: \underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-kh\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right)\geq \underline{w}\underline{l}-kh(\underline{l}) \\
\overline{IC} &: \overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-kh\left(\max(\bar{l},\bar{r})\right)\geq \\
& \quad (1-\underline{q})\left[\overline{w}\max(\bar{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-kh\left(\max(\bar{l},\underline{r})\right)\right]+\underline{q}\left[\overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-kh\left(\max(\bar{l},\bar{r})\right)-\overline{p}\right] \\
\underline{IC} &: \underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-kh\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right)\geq \\
& \quad (1-\bar{q})\left[\underline{w}\max(\underline{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-kh\left(\max(\underline{l},\bar{r})\right)\right]+\bar{q}\left[\underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-kh\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right)-\underline{p}\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\overline{MI} &: \overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}\geq z \\
\underline{MI} &: \underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}\geq z \\
\overline{MIP} &: \overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-\overline{p}\geq z \\
\underline{MIP} &: \underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-\underline{p}\geq z \\
\bar{t} &\geq 0,\ \underline{t}\geq 0,\ 0\leq\bar{q}\leq 1,\ 0\leq\underline{q}\leq 1,\ \overline{p}\geq 0,\ \ \underline{p}\geq 0,\ \bar{r}\geq 0,\ \underline{r}\geq 0
\end{aligned}
$$

As restrições $\overline{IC}$ e $\underline{IC}$ são as restrições de compatibilidade de incentivos para o *Tipo Rico* e para o *Tipo Pobre*, respetivamente. Estas restrições garantem que cada tipo de agente tem incentivo em revelar o seu verdadeiro tipo, ou seja, prefere escolher o contrato que lhe é dirigido do que cometer fraude escolhendo o contrato dirigido ao outro tipo. As restrições $\overline{MIP}$ e $\underline{MIP}$ asseguram que o rendimento mínimo de z é garantido mesmo que o agente seja apanhado a cometer fraude e tenha de pagar multa por o ter feito. Esta restrição é imposta para que a ameaça da multa seja credível. De outro modo, poderíamos pensar numa multa tão elevada que os agentes revelassem sempre o seu verdadeiro tipo, mas tal multa seria contrária ao principal objetivo do programa: assegurar que nenhum agente na economia tem um rendimento inferior ao mínimo de subsistência, z. É imediato que, num cenário com monitorização, as restrições $\overline{MI}$ e $\underline{MI}$ são redundantes.

Dada a complexidade da formalização do problema proposto, dividimos a solução em três partes. Começamos por analisar uma solução em que a única ferramenta utilizada para combater a fraude nos PAP é o *workfare*, depois apresentamos uma solução em que é apenas utilizada a monitorização para o mesmo fim e, finalmente, analisamos a possibilidade de combinar as duas ferramentas, monitorização e *workfare*. De seguida, compararamos as soluções encontradas, por forma a tentar aferir em que circunstâncias cada uma delas poderá ser considerada ótima.

5.4.1 Solução só com *workfare*

Se o *workfare* for a única ferramenta utilizada no combate à fraude nos PAP, passamos a ter $\overline{q} = 0$, $\underline{q} = 0$, $\overline{p} = 0$ e $\underline{p} = 0$. Neste contexto, o problema do principal definido em 5.1 passa a ser:

$$\min_{(\bar{t},\bar{r}),(\underline{t},\underline{r})} \quad \delta\bar{t} + (1-\delta)\underline{t}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\overline{PC} \quad &: \quad \overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0) + \bar{t} - kh\left(\max(\bar{l},\bar{r})\right) \geq \overline{w}\bar{l} - kh(\bar{l}) \\
\underline{PC} \quad &: \quad \underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0) + \underline{t} - kh\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right) \geq \underline{wl} - kh(\underline{l}) \\
\overline{IC} \quad &: \quad \overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0) + \bar{t} - kh\left(\max(\bar{l},\bar{r})\right) \geq \overline{w}\max(\bar{l}-\underline{r},0) + \underline{t} - kh\left(\max(\bar{l},\underline{r})\right) \\
\underline{IC} \quad &: \quad \underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0) + \underline{t} - kh\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right) \geq \underline{w}\max(\underline{l}-\bar{r},0) + \bar{t} - kh\left(\max(\underline{l},\bar{r})\right) \\
\overline{MI} \quad &: \quad \overline{w}\max(\bar{l}-\bar{r},0) + \bar{t} \geq z \\
\underline{MI} \quad &: \quad \underline{w}\max(\underline{l}-\underline{r},0) + \underline{t} \geq z \\
\bar{t} \quad &\geq \quad 0,\ \underline{t} \geq 0,\ \bar{r} \geq 0,\ \underline{r} \geq 0
\end{aligned}$$

Um PAP que satisfaz todas as restrições deste problema é $\underline{r} = \bar{r} = 0$ e $\bar{t} = \underline{t} = z - \underline{wl}$. O custo total desta solução de *welfare state* puro é $z - \underline{wl}$. Como é óbvio, qualquer a solução do problema anterior terá de ter custos não superiores ao da solução de *welfare state* puro.

A parte esquerda da Figura 5.3 ilustra a solução de *welfare state* puro, onde o mesmo contrato A é oferecido a ambos os tipos de agentes. Nesta solução, o agente do *Tipo Rico* tem uma utilidade bastante superior à sua utilidade de reserva, ou seja, obtém uma renda informacional elevada. A parte direita da figura mostra que é possível «separar» os dois tipos oferecendo um contrato A ao agente do *Tipo Pobre* que inclui *workfare*. Se for A o contrato oferecido ao agente do *Tipo Pobre*, para satisfazer as condições de compatibilidade de incentivos, o contrato oferecido ao *Tipo Rico* tem de estar na zona cinzenta do gráfico (um contrato nesta zona é melhor que A para o agente do *Tipo Rico* e pior que A para um agente do *Tipo Pobre*). Nesta zona, o contrato ótimo para o Estado é o contrato B, onde $\overline{r} = 0$, ou seja um agente do *Tipo Rico* não deve fazer *workfare* e deve ser-lhe oferecida a menor transferência possível. A figura mostra que, ao oferecer um PAP com $\underline{r} > 0$, as transferências para os agentes do *Tipo Pobre* aumentam enquanto as transferências para os agentes do *Tipo Rico* baixam, relativamente à solução de *welfare state* puro. Qual das duas situações é preferível depende da proporção de agentes do *Tipo Rico*. Se esta proporção for pequena, a solução de *welfare state* puro pode ser preferível à solução envolvendo *workfare*. Embora esta análise gráfica já dê algumas indicações sobre a solução, é necessário estudarmos a solução analítica do problema.

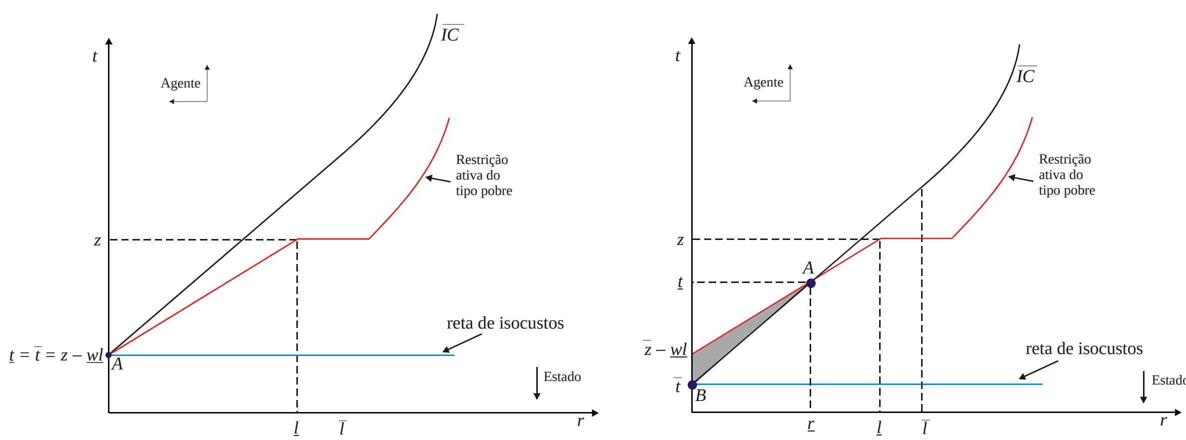

Figura 5.3: Solução de *welfare state* puro (à esquerda) e solução com *workfare* positivo para o agente do *Tipo Pobre* (à direita).

O problema anterior é bastante complexo. Em particular, o facto de nas restrições aparecerem várias função máximo leva a que existam à partida vários subcasos a analisar dependendo das relações entre $\overline{l}$, $\overline{r}$, $\underline{l}$ e $\underline{r}$ (à partida apenas sabemos que $\overline{l} > \underline{l}$). Contudo é possível mostrar que no PAP ótimo temos de ter $\overline{l} > \overline{r}$ e $\underline{r} \geq \overline{r}$.

Lema 5.1 *Num contexto informacional em que w não é observável e k é fixo e conhecido do principal, um PAP ótimo que inclua workfare como única ferramenta de combate à fraude terá necessariamente de ter $\overline{r} < \overline{l}$.*

Demonstração. A restrição $\underline{MI}$ implica que a transferência mínima para os agentes do

Tipo Pobre é $\underline{t} = z - \underline{wl}$. Se $\overline{r} \geq \overline{l}$, a restrição $\overline{MI}$ implica que a transferência para os agentes do *Tipo Rico* seria $\overline{t} \geq z$. Mas esta solução não pode ser ótima pois tem custos superiores aos do *welfare state* puro. ■

Lema 5.2 *Num contexto informacional em que w não é observável e k é fixo e conhecido do principal, um PAP ótimo que inclua workfare como única ferramenta de combate à fraude terá necessariamente de ter $\underline{r} \geq \overline{r}$.*

Demonstração. Por contradição, admita-se que $\overline{r} > \underline{r}$. Neste cenário, há três casos possíveis a analisar $\overline{l} > \overline{r} > \underline{r} > \underline{l}$, $\overline{l} > \underline{l} > \overline{r} > \underline{r}$ e $\overline{l} > \overline{r} > \underline{l} > \underline{r}$. Se $\overline{l} > \overline{r} > \underline{r} > \underline{l}$, através de $\overline{IC}$, teriamos $\overline{t} \geq \underline{t} + \overline{w}(\overline{r} - \underline{r}) > \underline{t}$ enquanto através de $\underline{MI}$ teríamos $\underline{t} \geq z$. Mas esta solução não pode ser ótima pois tem custos superiores aos do *welfare state* puro.

De forma semelhante, se $\overline{l} > \underline{l} > \overline{r} > \underline{r}$, através de $\overline{IC}$ e $\underline{IC}$ temos respetivamente: $\overline{t} - \underline{t} \geq \overline{w}(\overline{r} - \underline{r})$ e $\underline{w}(\overline{r} - \underline{r}) \geq \overline{t} - \underline{t}$. Isto implicaria que $\underline{w}(\overline{r} - \underline{r}) \geq \overline{w}(\overline{r} - \underline{r}) \Leftrightarrow \underline{w} \geq \overline{w}$, e chegamos a uma contradição.

Finalmente, se $\overline{l} > \overline{r} > \underline{l} > \underline{r}$, através de $\overline{IC}$ e $\underline{MI}$ temos respetivamente: $\overline{t} \geq \underline{t} + \overline{w}(\overline{r} - \underline{r})$ e $\underline{t} \geq z - \underline{wl} + \underline{rw}$, o que implica $\overline{t} > \underline{t} \geq z - \underline{wl}$. Mas esta solução não pode ser ótima pois tem custos superiores aos do *welfare state* puro. ■

Lema 5.3 *Num contexto informacional em que w não é observável e k é fixo e conhecido do principal, um PAP ótimo que inclua workfare como única ferramenta de combate à fraude não poderá ter $\overline{l} > \underline{r} \geq \overline{r} > \underline{l}$.*

Demonstração. Por contradição, suponhamos que um PAP ótimo que inclua *workfare* como única ferramenta de combate à fraude pode ter $\overline{l} > \underline{r} \geq \overline{r} > \underline{l}$. Das condições de Kuhn-Tucker (ver Anexo 5.6.1) resulta uma solução única que inclui $\underline{r} = \overline{r} = \frac{z}{\overline{w}}$ e $\underline{t} = \overline{t} = z$. Os custos totais deste PAP são z. Note-se ainda que, dada a hipótese inicial $\overline{l} > \underline{r} \geq \overline{r} > \underline{l}$, esta solução apenas pode ser considerada nos casos em que $\frac{z}{\overline{w}} > \underline{l} \Leftrightarrow z > \overline{w}\underline{l}$. Uma vez que os custos totais desta solução excedem os custos do *welfare state puro* $(z - \underline{wl})$, a solução alcançada não poderá corresponder a um PAP ótimo. ■

Com base nos lemas anteriores já sabemos que $\overline{r} \leq \underline{r}$ e que $\overline{r} < \underline{l} < \overline{l}$. O que ainda desconhecemos é a relação entre $\underline{r}$ e $\underline{l}$. Analisando as condições de Kuhn-Tucker quando $\underline{r} \leq \underline{l}$ e quando $\underline{r} > \underline{l}$ obtemos o PAP ótimo.

Proposição 5.2 *Num contexto informacional em que w não é observável e k é fixo e conhecido do principal, se o workfare for única ferramenta de combate à fraude incluída no PAP, o PAP ótimo depende da fração de agentes do Tipo Rico e do diferencial na capacidade de gerar rendimento da seguinte forma:*

(i) *Se $\overline{w}\underline{l} > z$ e $\delta < \frac{\underline{w}}{\overline{w}}$ ou se $\overline{w}\underline{l} < z$ e $\delta < \frac{\underline{wl}}{z}$, o PAP ótimo é:*

$$\underline{r} = 0, \qquad \overline{r} = 0; \qquad \underline{t} = z - \underline{wl}; \qquad \bar{t} = z - \underline{wl} \tag{Sol. 1}$$

com custo total $CT_1 = z - \underline{wl}$.

(ii) *Se $\overline{w}\underline{l} > z$ e $\delta > \frac{\underline{w}}{\overline{w}}$, o PAP ótimo é:*

$$\underline{r} = \frac{z - \underline{wl}}{\overline{w} - \underline{w}}, \qquad \overline{r} = 0; \qquad \underline{t} = \frac{\overline{w}}{\overline{w} - \underline{w}}(z - \underline{wl}); \qquad \bar{t} = 0 \tag{Sol. 2}$$

Com custo total $CT_2 = (1 - \delta)\left[\frac{\overline{w}}{\overline{w} - \underline{w}}(z - \underline{wl})\right]$.

(iii) *Se $\overline{w}\underline{l} < z$ e $\delta > \frac{\underline{wl}}{z}$, o PAP ótimo é:*

$$\underline{r} = \frac{z}{\underline{w}}; \qquad \overline{r} = 0; \qquad \underline{t} = z; \qquad \bar{t} = 0 \tag{Sol. 3}$$

Com custo total $CT_3 = (1 - \delta)z$.

Demonstração. Dos lemas 5.1, 5.2 e 5.3 já sabemos que $\overline{r} \leq \underline{r}$ e que $\overline{r} < \underline{l} < \bar{l}$. Para mostrar o resultado precisamos de analisar o caso em que $\underline{r} < \underline{l}$ e o caso contrário. Analisando estes dois casos verificamos que há várias soluções que satisfazem as condições de Kuhn-Tucker. Comparando os custos totais nessas soluções obtemos o mínimo global para cada combinação dos valores dos parâmetros. No Anexo 5.6.1 é apresentada a demonstração completa. ■

A solução 1 coincide com o *welfare state* puro, uma vez que não é atribuído *workfare* a nenhum dos dois tipos de agentes e todos recebem uma transferência igual a $z-\underline{wl}$. Esta solução também pode ser interpretada como uma solução em que há «*pooling*» dos dois tipos de agentes, pois o contrato que é oferecido aos dois tipos é precisamente o mesmo. Em contrapartida, tanto a solução 2 como a solução 3 envolvem contratos diferentes para os dois tipos, sendo utilizado *workfare* apenas para os agentes do *Tipo Pobre*, ou seja, $\overline{r} = 0$ e $\underline{r} > 0$. O facto de ser usado *workfare* implica que a transferência para os agentes do *Tipo Pobre* vai ter de ser superior à da solução de *welfare state* puro pois vai ter de compensar estes agentes pela perda de rendimento no setor privado. Contudo, o *worfare* permite baixar a renda informacional que é dada aos agentes do *Tipo Rico*.

O *workfare* desincentiva os agentes do *Tipo Rico* a escolherem o contrato dirigido aos agentes do *Tipo Pobre* pois a sua perda por deixarem de trabalhar no setor privado é superior à dos agentes do *Tipo Pobre*. Nas soluções 2 e 3, o Estado escolhe $\underline{r}$ suficientemente elevado para que a transferência para agentes do *Tipo Rico* seja nula. Se a diferença na capacidade de gerar rendimento for elevada, é fácil «separar» os dois tipos de agentes e basta um $\underline{r}$ relativamente pequeno para levar os agentes do *Tipo Rico* a não querer fazer-se passar por agentes do *Tipo Pobre*, caso em que é válida a solução 2. Se a diferença na capacidade de gerar rendimento for pequena, é mais difícil «separar» os dois tipos de agente, sendo necessário um nível de *workfare* $\underline{r}$ mais elevado para o conseguir, se $\underline{r}$ tiver que ser superior a $\underline{l}$ para se conseguir «separar» os dois tipos é válida a solução 3. A Figura 5.4 ilustra as duas soluções com separação dos dois tipos de agente.

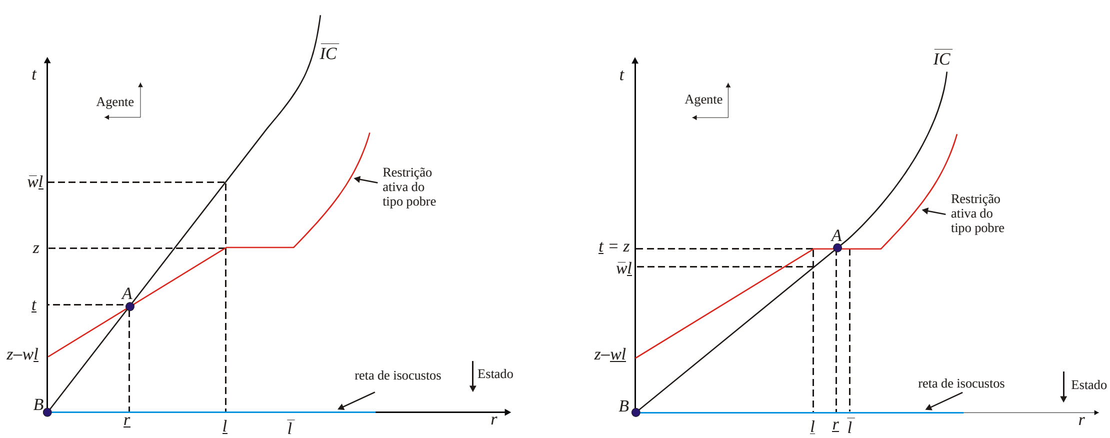

Figura 5.4: Soluções com «separação» dos dois tipos de agentes: quando a diferença entre $\overline{w}$ e $\underline{w}$ é grande (à esquerda) e quando a diferença entre $\overline{w}$ e $\underline{w}$ é pequena (à direita).

A solução ótima pode ou não envolver separação dos dois tipos. Se a proporção de agentes do *Tipo Rico* for pequena o custo de aumentar a transferência para os agentes do *Tipo Pobre* quando aumenta $\underline{r}$ é superior ao benefíco na redução da transferência para os agentes do *Tipo*

Rico, sendo preferível a solução de *welfare state* puro. Em contrapartida, se a proporção de agentes do *Tipo Rico* for grande, é preferível «separar» os dois tipos de agentes incluindo o *workfare* no PAP dirigido aos agentes do *Tipo Pobre.* A Figura 5.5 mostra os valores dos parâmetros δ e $\overline{w}$ para os quais as soluções 1, 2 e 3 são ótimas (mantendo fixos os restantes parâmetros do modelo). Quando há uma grande diferença entre $\overline{w}$ e $\underline{w}$, a utilização de *workfare* é ótima desde que a fração de agentes do *Tipo Rico* não seja muito baixa. Ou seja, num cenário em que há grandes assimetrias na distribuição do rendimento, faz sentido utilizar *workfare* para separar os dois tipos de agentes, a não ser que haja uma fraçãomuito pequena de ricos. Em contrapartida, no cenário em que as diferenças entre $\overline{w}$ e $\underline{w}$ são pequenas é necessário haver uma fração muito elevada de ricos para seja ótimo utilizar *workfare.* Neste caso, é difícil «separar» os dois tipos e a separação só compensa se a fração de ricos for elevada.

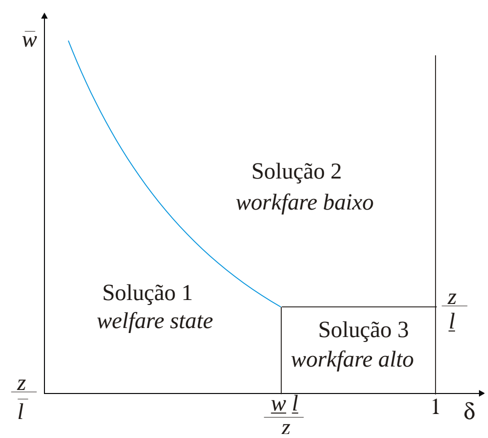

Figura 5.5: PAP óptimo quando o workfare é o único instrumento de combate à fraude.

5.4.2 Solução só com monitorização

Se a monitorização for a única ferramenta utilizada no combate à fraude nos PAP, passamos a ter $\overline{r} = 0$, $\underline{r} = 0$. Neste contexto, o problema do principal definido em 5.1 passa a ser:

$$\min_{(\overline{t},\overline{q},\overline{p}),(\underline{t},\underline{q},\underline{p})} \delta \left[\overline{t} + g(\overline{q})\right] + (1-\delta)\left[\underline{t} + g(\underline{q})\right]$$

sujeito a:

$$
\begin{aligned}
\overline{PC} &: \quad \overline{w}\bar{l} + \bar{t} - kh(\bar{l}) \geq \overline{w}\bar{l} - kh(\bar{l}) \iff \bar{t} \geq 0 \\
\underline{PC} &: \quad \underline{wl} + \underline{t} - kh(\underline{l}) \geq \underline{wl} - kh(\underline{l}) \iff \underline{t} \geq 0 \\
\overline{IC} &: \quad \overline{w}\bar{l} + \bar{t} - kh(\bar{l}) \geq (1-\underline{q})\left[\overline{w}\bar{l} + \underline{t} - kh(\bar{l})\right] + \underline{q}\left[\overline{w}\bar{l} + \bar{t} - kh(\bar{l}) - \overline{p}\right] \\
&\iff \underline{q}\overline{p} \geq (1-\underline{q})(\underline{t} - \bar{t}) \\
\underline{IC} &: \quad \underline{wl} + \underline{t} - kh(\underline{l}) \geq (1-\overline{q})\left[\underline{wl} + \bar{t} - kh(\underline{l})\right] + \underline{q}\left[\underline{wl} + \underline{t} - kh(\underline{l}) - \underline{p}\right] \\
&\iff \overline{q}\underline{p} \geq (1-\overline{q})(\bar{t} - \underline{t}) \\
\overline{MI} &: \quad \overline{w}\bar{l} + \bar{t} \geq z \\
\underline{MI} &: \quad \underline{wl} + \underline{t} \geq z
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\overline{MIP} &: \quad \overline{w}\bar{l} + \bar{t} - \overline{p} \geq z \\
\underline{MIP} &: \quad \underline{wl} + \underline{t} - \underline{p} \geq z \\
\bar{t} &\geq 0, \quad \underline{t} \geq 0, \quad 0 \leq \overline{q} \leq 1, \quad 0 \leq \underline{q} \leq 1, \quad \overline{p} \geq 0, \quad \underline{p} \geq 0
\end{aligned}
$$

Facilmente se pode verificar que as restrições $\overline{PC}$, $\underline{PC}$, $\overline{MI}$ e $\underline{MI}$ são redundantes. Da análise das condições de Kuhn-Tucker obtemos o PAP ótimo.

Proposição 5.3 *Num contexto informacional em que w não é observável e k é fixo e conhecido do principal, se a monitorização for a única ferramenta de combate à fraude incluída no PAP, o PAP ótimo depende da fração de agentes do Tipo Rico, do diferencial na capacidade de gerar rendimento e dos custos de monitorização da seguinte forma:*

(i) *Se $\delta < \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\bar{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\bar{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}$ o PAP ótimo é:*

$$
\overline{q} = \overline{p} = \underline{q} = \underline{p} = 0; \qquad \underline{t} = z - \underline{wl}; \qquad \bar{t} = z - \underline{wl} \tag{Sol. 1}
$$

com custo total $CT_1 = z - \underline{wl}$

(ii) *Se* $\delta > \frac{g\left(\frac{z-\underline{w}l}{\overline{w}\overline{l}-\underline{w}l}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{w}l}{\overline{w}\overline{l}-\underline{w}l}\right)+z-\underline{w}l}$ *o PAP ótimo é:*

$$\overline{q}=0; \qquad \underline{p}=0; \qquad \overline{t}=0; \qquad \underline{t}=z-\underline{w}l; \qquad \underline{q}=\frac{z-\underline{w}l}{\overline{w}\overline{l}-\underline{w}l}; \qquad \overline{p}=\overline{w}\overline{l}-z \quad \text{(Sol. 4)}$$

com custo total $CT_4=(1-\delta)\left[z-\underline{w}l+g\left(\frac{z-\underline{w}l}{\overline{w}\overline{l}-\underline{w}l}\right)\right]$.

Demonstração. Analisando as condições de Kuhn-Tucker obtêm-se as duas soluções apresentadas. Comparando os custos totais nessas duas soluções obtemos o mínimo global para cada combinação dos valores dos parâmetros. No Anexo 5.6.2 é apresentada a demonstração completa. ■

A solução 1 coincide com o *welfare state* puro, uma vez que não há monitorização e os dois tipos de agentes recebem uma transferência igual a $z-\underline{w}l$. Na solução 4, o facto de $\overline{q}=\overline{t}=0$ significa que não há monitorização nem transferências para os agentes que dizem ser do *Tipo Rico*, e $\underline{p}=0$ significa que os agentes do *Tipo Pobre* não sofrem qualquer penalidade se revelarem que são ricos. A multa para os agentes do *Tipo Rico* que revelam ser pobres é o maior possível, deixando os agentes apanhados a cometer fraude com o rendimento mínimo z e a probabilidade de detetar a fraude, $\underline{q}$, é a probabilidade mínima que garante que os agentes do *Tipo Rico* preferem não cometer fraude.

A solução com custo mínimo depende dos custos de monitorização, de δ e da diferença na capacidade de gerar rendimento. Para um dado $\underline{w}$, é fácil mostrar que o nível crítico de δ a partir do qual a monitorização é ótima é decrescente com $\overline{w}$. Quanto maior for $\overline{w}$, maior é a penalização dos agentes do *Tipo Rico* no caso de cometerem fraude. Isto implica que a probabilidade de detetar a fraude não precisa de ser tão elevada para dissuadir os agentes do *Tipo Rico* de cometer fraude. Logo, os custos de monitorização vão ser mais baixos, o que leva a que a monitorização seja ótima para valores inferiores de δ. Em contrapartida, quando $\overline{w}$ se aproxima de $\underline{w}$ a penalização dos agentes do *Tipo Rico* no caso de cometerem fraude é muito pequena. Isso implica que a probabilidade de detetar a fraude tem de ser muito elevada (próxima de 1) para levar os agentes do *Tipo Rico* a não cometer fraude. Ora isto implica custos de monitorização muito elevados. Só compensará monitorizar se a fração dos ricos for muito elevada. Por outras palavras, se houver grandes diferenças na capacidade de gerar rendimento, é mais natural que seja ótimo utilizar monitorização. A Figura 5.6 mostra as regiões, no espaço

δ e $\overline{w}$, onde a solução de monitorização é preferível à solução de *welfare state* puro e vice-versa.

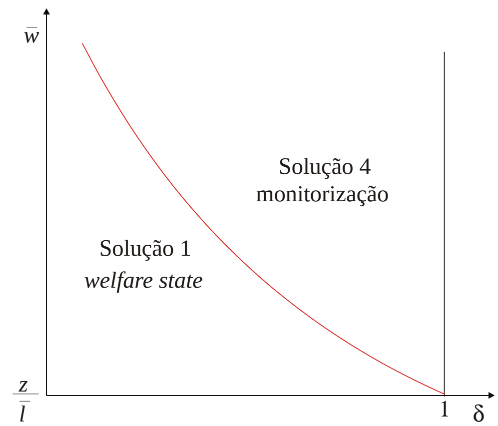

Figura 5.6: PAP ótimo quando monitorização é a única ferramenta de combate à fraude.

5.4.3 Solução com *workfare* e monitorização

De seguida, passaremos a analizar o caso em que, num contexto informacional em que w não é observável e k é fixo e conhecido do principal, o PAP ótimo inclui *workfare* e monitorização como ferramentas de combate à fraude. Nesta situação, a formalização do problema passaria a ser a apresentada no problema 5.1.

Lema 5.4 *Num contexto informacional em que w não é observável e k é fixo e conhecido do principal, um PAP ótimo que inclua workfare e monitorização como ferramentas de combate à fraude terá necessariamente de ter $\overline{r} < \bar{l}$.*

Demonstração. As restrições $\underline{MIP}$ e $\underline{p} \geq 0$ implicam que a transferência mínima para os agentes do *Tipo Pobre* é $\underline{t} = z - \underline{wl}$. Se $\overline{r} \geq \bar{l}$, as restrições $\overline{MIP}$ e $\overline{p} \geq 0$ implicam que a transferência para os agentes do *Tipo Rico* seria $\bar{t} \geq z$. Mas esta solução não pode ser ótima pois tem custos superiores aos do *welfare state* puro. ■

Lema 5.5 *Num contexto informacional em que w não é observável e k é fixo e conhecido do principal, um PAP ótimo que inclua workfare e monitorização como ferramentas de combate à fraude terá necessariamente de ter $\overline{r} \leq \min\left(\underline{l}, \underline{r}\right)$.*

Demonstração. Comecemos por considerar o caso em que $\underline{r} < \underline{l}$. Por contradição, admita-se que existe um PAP ótimo, $(\bar{t}_0, \overline{r}_0, \overline{q}_0, \overline{p}_0), (\underline{t}_0, \underline{r}_0, \underline{q}_0, \underline{p}_0)$ em que $\overline{r}_0 > \underline{r}_0$ e $\underline{r}_0 < \underline{l}$. Podemos mostrar que esta solução é estritamente dominada por uma solução em que são mantidos os valores de $\underline{r}_0$, $\underline{q}_0$, $\underline{p}_0$, $\underline{t}_0$, $\overline{q}_0$ e $\overline{p}_0$ mas em que $\overline{r} = \underline{r}_0$ e $\overline{t} = \overline{t}_0 - \overline{w}\,(\overline{r}_0 - \underline{r}_0)$. Para ser ótimo, $(\overline{t}_0, \overline{r}_0, \overline{q}_0, \overline{p}_0), (\underline{t}_0, \underline{r}_0, \underline{q}_0, \underline{p}_0)$ tem de satisfazer todas as restrições do problema 5.1. Mas se isso acontecer a nova solução proposta também satisfaz as restrições. Pelo lema 5.4 sabemos que $\overline{r} < \overline{l}$, logo

$$\overline{w}\max(\overline{l} - \overline{r}_0, 0) + \overline{t}_0 - kh\left(\max(\overline{l}, \overline{r}_0)\right) = \overline{w}(\overline{l} - \overline{r}_0) + \overline{t}_0 - kh(\overline{l})$$

o que é equivalente a:

$$\overline{w}(\overline{l} - \overline{r}_0 + \underline{r}_0 - \underline{r}_0) + \overline{t}_0 - kh(\overline{l}) = \overline{w}(\overline{l} - \underline{r}_0) + \overline{t}_0 - \overline{w}(\overline{r}_0 - \underline{r}_0) - kh(\overline{l})$$

Por conseguinte, o novo contrato oferecido ao *Tipo Rico* garante-lhe precisamente a mesma utilidade e também o mesmo rendimento. Como o contrato oferecido ao *Tipo Pobre* se manteve, isso implica que restrições $\overline{MIP}$, $\overline{PC}$, $\overline{IC}$, $\underline{MIP}$, $\underline{PC}$ são satisfeitas na nova solução. Só falta verificar que a restrição $\underline{IC}$ é também satisfeita. Como $\underline{w}(\underline{l} - \overline{r}) + \overline{t} = \underline{w}(\underline{l} - \overline{r}_0) + \overline{t}_0 - (\overline{w} - \underline{w})\,(\overline{r}_0 - \underline{r}_0)$, o lado esquerdo da $\underline{IC}$ na nova solução é menor ou igual do que na solução original e, por conseguinte, a $\underline{IC}$ é satisfeita. Como as restrições são todas satisfeitas e são menores as transferências oferecidas ao *Tipo Rico* a nova solução tem custos estritamente menores. Por conseguinte, a solução original não podia ser ótima.

No caso em que $\underline{r} > \underline{l}$, a demonstração é idêntica. Por contradição, admita-se que existe um PAP ótimo, em que $\overline{r}_0 > \underline{l}$ e $\underline{r}_0 > \underline{l}$. Neste caso, a solução original é estritamente dominada por uma solução em que são mantidos os valores de $\underline{r}_0$, $\underline{q}_0$, $\underline{p}_0$, $\underline{t}_0$, $\overline{q}_0$ e $\overline{p}_0$ mas em que $\overline{r} = \underline{l}$ e $\overline{t} = \overline{t}_0 - \overline{w}\,(\overline{r}_0 - \underline{l})$. Esta solução satisfaz todas as restrições do problema, incluindo a $\underline{IC}$. Neste caso $\underline{w}\max(\underline{l} - \overline{r}, 0) + \overline{t} = \overline{t} < \overline{t}_0$, logo o lado esquerdo da $\underline{IC}$ é menor ou igual do que na solução original e, por conseguinte, a $\underline{IC}$ é satisfeita. Como as restrições são todas satisfeitas e são menores as transferências oferecidas ao *Tipo Rico* a nova solução tem custos estritamente menores. Por conseguinte, a solução original não podia ser ótima. ∎

Dos dois lemas anteriores resulta que só precisamos de analisar os possíveis PAP ótimos em dois casos: o caso em que $\overline{l} > \underline{l} \geq \underline{r} \geq \overline{r}$ e o caso em que $\overline{l} > \underline{r} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$. Da análise das condições de Kuhn-Tucker de cada um desses casos e da comparação dos custos correspondentes, obtemos o PAP ótimo.

Proposição 5.4 *Num contexto informacional em que w não é observável e k é fixo e conhecido do principal, se o workfare e a monitorização puderem ser utilizados como ferramentas de combate à fraude, o PAP ótimo depende da fração de agentes do Tipo Rico, do diferencial na capacidade de gerar rendimento e dos custos de monitorização da seguinte forma:*

(i) *Se* $\overline{w}\underline{l} \geq z$ *e* $\delta \leq \min\left[\frac{\underline{w}}{\overline{w}}, \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}\right]$ *ou se* $\overline{w}\underline{l} < z$ *e* $\delta \leq \min\left[\frac{\underline{wl}}{z}, \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}\right]$, *o PAP ótimo é:*

$$\overline{q} = \underline{q} = \underline{p} = \overline{p} = \underline{r} = \overline{r} = 0; \qquad \underline{t} = z - \underline{wl}; \qquad \overline{t} = z - \underline{wl} \tag{Sol. 1}$$

Com custo total $CT_1 = z - \underline{wl}$.

(ii) *Se* $\overline{w}\underline{l} > z$, $\frac{\underline{w}}{\overline{w}} < \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}$ *e* $\frac{\underline{w}}{\overline{w}} < \delta < \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}$, *o PAP ótimo é*

$$\overline{q} = \underline{q} = \underline{p} = \overline{p} = \overline{r} = \overline{t} = 0 \qquad \underline{r} = \frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}-\underline{w}} \qquad \underline{t} = \frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(z-\underline{wl}) \tag{Sol. 2}$$

Com custo total $CT_2 = =(1-\delta)\left[\frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(z-\underline{wl})\right]$.

(iii) *Se* $\overline{w}\underline{l} > z$, $\frac{\underline{w}}{\overline{w}} > \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}$ *e* $\frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}} < \delta < \frac{\underline{w}}{\overline{w}}$, *o PAP ótimo é*

$$\underline{r} = \overline{r} = \overline{q} = \underline{p} = \overline{t} = 0; \qquad \underline{t} = z - \underline{wl}; \qquad \underline{q} = \frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}; \qquad \overline{p} = \overline{w}\overline{l} - z \tag{Sol. 4}$$

Com custo total $CT_4 = (1-\delta)\left[z - \underline{wl} + g(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})\right]$.

(iv) *Se* $\overline{w}\underline{l} > z$ *e* $\delta > \max\left[\frac{\underline{w}}{\overline{w}}, \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}\right]$, *o PAP ótimo é a solução correspondente ao* $\min\left[CT_2, CT_4, CT_5\right]$, *onde* CT_5 *é o custo total da seguinte solução:*

$$\begin{aligned} \overline{q} &= \underline{p} = \overline{r} = \overline{t} = 0; \qquad \underline{t} = z - \underline{wl} + \underline{wr} \qquad \underline{r} = \frac{z-\underline{wl}-\underline{q}\left(\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}\right)}{(1-\underline{q})\left(\overline{w}-\underline{w}\right)} && \textit{(Sol. 5)} \\ g'(\underline{q}) &= \frac{\underline{w}}{(1-\underline{q})\left(\overline{w}-\underline{w}\right)}\left(\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}+\underline{wr}\right) \qquad \forall \underline{q} \in \left[0, \frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right]; \qquad \overline{p} = \overline{w}\overline{l} - z \end{aligned}$$

Sendo igual a $CT_5 = (1-\delta)\left[z - \underline{wl} + \underline{w}\frac{z-\underline{wl}-\underline{q}\left(\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}\right)}{(1-\underline{q})(\overline{w}-\underline{w})} + g(\underline{q})\right]$

(v) *Se* $\overline{w}\underline{l} < z$ *e* $\frac{\underline{wl}}{z} < \delta < \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}$, *o PAP ótimo é:*

$$\overline{q} = \underline{q} = \underline{p} = \overline{p} = \overline{r} = \overline{t} = 0; \qquad \underline{r} = \frac{z}{\underline{w}}; \qquad \underline{t} = z; \qquad \text{(Sol. 3)}$$

Com custo total $CT_3 = (1-\delta)z$.

(vi) *Se* $\overline{w}\underline{l} < z$ *e* $\delta > \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}$, *o PAP ótimo é a solução correspondente ao* $\min\left[CT_2, CT_4, CT_5\right]$, *onde* CT_5 *é o custo total da seguinte solução::*

$$\begin{aligned} \overline{q} &= \underline{p} = \overline{t} = \overline{r} = 0; \qquad \underline{t} = z - \underline{wl} + \underline{wr}; \qquad \underline{r} = \frac{z - \underline{wl} - \underline{q}\left(\overline{w}\overline{l} - \underline{wl}\right)}{\left(1-\underline{q}\right)\left(\overline{w}-\underline{w}\right)} \qquad \textit{(Sol. 5)} \\ g'(\underline{q}) &= \frac{\underline{w}}{\left(1-\underline{q}\right)\left(\overline{w}-\underline{w}\right)}\left(\overline{w}\overline{l} - \underline{wl} + \underline{wr}\right) \quad \forall \underline{q} \in \left[\frac{z-\overline{w}\underline{l}}{\overline{w}\overline{l}-\overline{w}\underline{l}}, \frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right] \qquad \overline{p} = \overline{w}\overline{l} - z \end{aligned}$$

Sendo igual a $CT_5 = (1-\delta)\left[z - \underline{wl} + \underline{w}\frac{z-\underline{wl}-\underline{q}\left(\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}\right)}{\left(1-\underline{q}\right)\left(\overline{w}-\underline{w}\right)} + g(\underline{q})\right]$.

Demonstração. Dos lemas 5.4 e 5.5 já sabemos que $\overline{r} \leq \underline{r}$ e que $\overline{r} < \underline{l} < \overline{l}$. Para mostrar o resultado precisamos de analisar o caso em que $\underline{r} < \underline{l}$ e o caso contrário. Analisando estes dois casos verificamos que há várias soluções que satisfazem as condições de Kuhn-Tucker. Comparando os custos totais nessas soluções obtemos o mínimo global para cada combinação dos valores dos parâmetros. No Anexo 5.6.3 é apresentada a demonstração completa. ∎

Dependendo da combinação dos parâmetros e dos custos de monitorização, o PAP ótimo tanto pode coincidir com o *welfare state* puro, como incluir só monitorização, como incluir só *workfare* ou, finalmente, como incluir ambos. A Figura 5.7 mostra as regiões, no espaço δ e $\overline{w}$, onde as várias soluções são ótimas.

5.5 Conclusão

Neste capítulo é analisado um modelo de seleção adversa em que os agentes diferem na capacidade de gerar rendimento. Admitimos que há dois tipos de agentes: os agentes do *Tipo Rico*, que têm produtividade elevada e os agentes do *Tipo Pobre*, que têm produtividade baixa. Neste contexto analisamos o PAP ótimo, quando se utiliza apenas *workfare* como instrumento de combate à fraude, quando se utiliza só monitorização para o mesmo efeito, e quando se usam ambos os

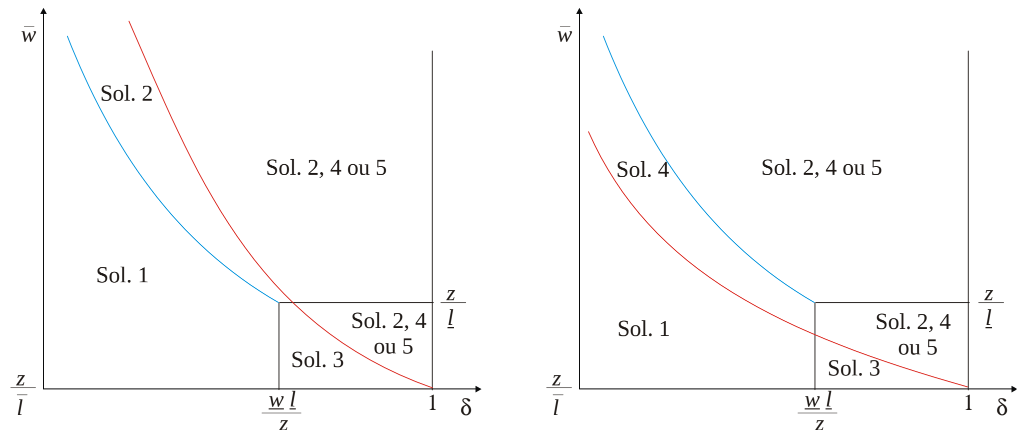

Figura 5.7: PAP óptimo quando o *workfare* e a monitorização podem ser usados como instrumentos de combate à fraude, em dois cenários diferentes dos custos de monitorização (mais altos no painel da esquerda).

instrumentos.

A principal conclusão do modelo é que o PAP ótimo depende da fração de agentes do *Tipo Rico*, dos custos de monitorização e do diferencial na produtividade dos dois tipos de trabalhadores, podendo ser ótimo não utilizar nenhum dos instrumentos, utilizar só *workfare*, utilizar só monitorização ou utilizar ambos os instrumentos.

O *workfare* pode ser utilizado como mecanismo de auto-seleção. Como o custo de oportunidade do *worfare* é mais elevado para os agentes com maior produtividade, o Estado consegue «separar» os dois tipos de agentes se oferecer aos agentes do *Tipo Pobre* um contrato com um montante de *workfare* suficientemente elevado para dissuadir os agentes do *Tipo Rico* de selecionarem esse contrato. Em contrapartida, aos agentes do *Tipo Rico* é oferecido um contrato em que não recebem transferências nem realizam *workfare.* A solução de *workfare* é particularmente atrativa quando há grandes diferenças de rendimento (pois, nesse caso, é possível separar os dois tipos de agentes com um nível baixo de *workfare)* e quando a fração de agentes do *Tipo Rico* é elevada.

De forma similar, a monitorização também pode ser usada para dissuadir os agentes do *Tipo Rico* de declararem que são pobres. Neste caso, os agentes que revelam ser pobres são monitorizados com determinada probabilidade e aos agentes do *Tipo Rico* que forem detetados a cometer fraude é imposta uma multa tal que os deixa apenas com o rendimento mínimo. Desde que a probabilidade de monitorizar quem revele ser do *Tipo Pobre* seja suficientemente elevada, os agentes do *Tipo Rico* não têm interesse em mentir.

A utilização simultânea dos dois instrumentos pode ser eficiente. Por exemplo, se partirmos de uma solução que utilize apenas *workfare* como instrumento de combate à fraude, pode fazer sentido introduzir alguma monitorização, permitindo reduzir o nível de *worfare* que é exigido aos agentes do *Tipo Pobre*, o que conduz a uma redução nas transferências para os mesmos agentes.

Em termos de investigação futura, seria interessante estudar se os resultados obtidos podem ser generalizados para o caso em que há custos ou benefícios de *workfare*. Se houver custos de *workfare*, $f(r)$ com $f'(r) > 0$, as curvas de isocustos serão negativamente inclinadas. Ora isto implica que o nível ótimo de *workfare* dos agentes do *Tipo Rico*, $\overline{r}$, continua a ser igual a zero. Relativamente a $\underline{r}$, se os custos marginais do *workfare* forem crescentes ($f''(r) > 0$) é de esperar que este seja igual ou inferior ao $\underline{r}$ ótimo na ausência de custos de workfare. De forma semelhante, se houver benefícios do *workfare*, desde que $f'(r) < \underline{w}$, ou seja os benefícios marginais do *workfare* sejam inferiores aos do setor privado, o *workfare* ótimo será igual (o declive da curva de isocustos será positivo mas inferior ao declive das curvas de indiferença dos agentes do *Tipo Pobre*). No entanto, a região dos parâmetros onde é ótimo usar *workfare* neste caso será maior.

Uma limitação do modelo analisado é que ele não incorpora a questão do financiamento do PAP. Para tal seria necessário incluir no modelo a restrição orçamental do Estado, tendo de haver necessariamente agentes que contribuem para financiar o programa. Se incluirmos a restrição orçamental é óbvio que a solução de *welfare state* puro não pode ser implementada pois nela todos os agentes recebem transferências do PAP. Num modelo em que fosse imposta a restrição orçamental do Estado, pode acontecer que o rendimento mínimo que é oferecido tenha de ser determinado endogenamente.

Anexo

5.6 Demonstrações completas

5.6.1 Solução só com *workfare*

Demontração do Lema 5.1 Por contradição, suponhamos que um PAP ótimo que inclua *workfare* como única ferramenta de combate à fraude pode ter $\bar{l} > \underline{r} \geq \bar{r} > \underline{l}$. Facilmente se verifica que a restrição $\overline{MI}$ é redundante pois é satisfeita se $\overline{PC}$ o for. Sejam β_1, β_2, β_3, β_4, e β_5 os multiplicadores de Lagrange associados a $\overline{PC}$, $\underline{PC}$, $\overline{IC}$, $\underline{IC}$ e $\underline{MI}$ respetivamente. Assim, poderá ser construída a Lagrangeana:

$$
\begin{aligned}
L \;=\; & \delta\bar{t} + (1-\delta)\underline{t} + \beta_1\left(\overline{wr} - \bar{t}\right) + \beta_2\left[\underline{wl} + k\left(h(\underline{r}) - h(\underline{l})\right) - \underline{t}\right] + \beta_3\left[\underline{t} - \bar{t} - \overline{w}\left(\underline{r} - \bar{r}\right)\right] + \\
& + \beta_4\left[k\left(h(\underline{r}) - h(\bar{r})\right) - \underline{t} + \bar{t}\right] + \beta_5\left(z - \underline{t}\right)
\end{aligned}
$$

As condições de Kuhn-Tucker são dadas por:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \bar{t}} &= \delta - \beta_1 - \beta_3 + \beta_4 \geq 0, \qquad \bar{t} \geq 0, \qquad \bar{t}\frac{\partial L}{\partial \bar{t}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} &= (1-\delta) - \beta_2 + \beta_3 - \beta_4 - \beta_5 \geq 0, \qquad \underline{t} \geq 0, \qquad \underline{t}\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \bar{r}} &= \beta_1\overline{w} + \beta_3\overline{w} - \beta_4 k h'(\bar{r}) \geq 0, \qquad \bar{r} \geq 0, \qquad \bar{r}\frac{\partial L}{\partial \bar{r}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{r}} &= \beta_2 k h'(\underline{r}) - \beta_3\overline{w} + \beta_4 k h'(\underline{r}) \geq 0, \qquad \underline{r} \geq 0, \qquad \underline{r}\frac{\partial L}{\partial \underline{r}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_1} &= \overline{wr} - \bar{t} \leq 0, \qquad \beta_1 \geq 0, \qquad \beta_1\frac{\partial L}{\partial \beta_1} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_2} &= \underline{wl} + k\left[h(\underline{r}) - h(\underline{l})\right] - \underline{t} \leq 0, \qquad \beta_2 \geq 0, \qquad \beta_2\frac{\partial L}{\partial \beta_2} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_3} &= \underline{t} - \bar{t} - \overline{w}\left(\underline{r} - \bar{r}\right) \leq 0, \qquad \beta_3 \geq 0, \qquad \beta_3\frac{\partial L}{\partial \beta_3} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_4} &= k\left[h(\underline{r}) - h(\bar{r})\right] - \underline{t} + \bar{t} \leq 0, \qquad \beta_4 \geq 0, \qquad \beta_4\frac{\partial L}{\partial \beta_4} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_5} &= z - \underline{t} \leq 0, \qquad \beta_5 \geq 0, \qquad \beta_5\frac{\partial L}{\partial \beta_5} = 0
\end{aligned}
$$

Das condições de Kuhn-Tucker resulta uma solução única que inclui $\underline{r} = \bar{r} = \frac{z}{\overline{w}}$ e $\underline{t} = \bar{t} = z$. Os custos totais deste PAP são z. Note-se ainda que, dada a hipótese inicial $\bar{l} > \underline{r} \geq \bar{r} > \underline{l}$, esta solução apenas pode ser considerada nos casos em que $\frac{z}{\overline{w}} > \underline{l} \Leftrightarrow z > \overline{w}\underline{l}$. Uma vez que os custos totais desta solução excedem os custos do *welfare state puro* $(z - \underline{wl})$, a solução alcançada não poderá corresponder a um PAP ótimo.■

Demonstração da Proposição 5.2 Dos lemas 5.1, 5.2 e 5.3 já sabemos que $\overline{r} \leq \underline{r}$ e que $\overline{r} < \underline{l} < \overline{l}$. Para mostrar o resultado precisamos de analisar o caso em que $\underline{r} < \underline{l}$ e o caso contrário. Analisando estes dois casos verificamos que há várias soluções que satisfazem as condições de Kuhn-Tucker. Comparando os custos totais nessas soluções, obtemos o mínimo global.

Se $\underline{r} < \underline{l}$, facilmente se verifica que as restrições $\underline{PC}$ e $\overline{MI}$ são redundantes. Sejam β_1, β_2, β_3 e β_4 os multiplicadores Lagrangeanos associados a $\overline{PC}$, $\overline{IC}$, $\underline{IC}$ e $\underline{MI}$ respetivamente. Assim, poderá ser construída a função Lagrangeana:

$$\begin{aligned} L &= \delta\overline{t} + (1-\delta)\underline{t} + \beta_1\left(\overline{wr} - \overline{t}\right) + \beta_2\left[\overline{w}\left(\overline{r} - \underline{r}\right) - \overline{t} + \underline{t}\right] + \\ &\quad + \beta_3\left[\underline{w}\left(\underline{r} - \overline{r}\right) - \underline{t} + \overline{t}\right] + \beta_4\left(z - \underline{wl} + \underline{wr} - \underline{t}\right) \end{aligned}$$

As condições de Kuhn-Tucker nestas circunstâncias são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \overline{t}} &= \delta - \beta_1 - \beta_2 + \beta_3 \geq 0, \qquad \overline{t} \geq 0, \qquad \overline{t}\frac{\partial L}{\partial \overline{t}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \underline{t}} &= (1-\delta) + \beta_2 - \beta_3 - \beta_4 \geq 0, \qquad \underline{t} \geq 0, \qquad \underline{t}\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \overline{r}} &= \beta_1\overline{w} + \beta_2\overline{w} - \beta_3\underline{w} \geq 0, \qquad \overline{r} \geq 0, \qquad \overline{r}\frac{\partial L}{\partial \overline{r}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \underline{r}} &= -\beta_2\overline{w} + \beta_3\underline{w} + \beta_4\underline{w} \geq 0, \qquad \underline{r} \geq 0, \qquad \underline{r}\frac{\partial L}{\partial \underline{r}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \beta_1} &= \overline{wr} - \overline{t} \leq 0, \qquad \beta_1 \geq 0, \qquad \beta_1\frac{\partial L}{\partial \beta_1} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \beta_2} &= \overline{w}\left(\overline{r} - \underline{r}\right) - \overline{t} + \underline{t} \leq 0, \qquad \beta_2 \geq 0, \qquad \beta_2\frac{\partial L}{\partial \beta_2} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \beta_3} &= \underline{w}\left(\underline{r} - \overline{r}\right) - \underline{t} + \overline{t} \leq 0, \qquad \beta_3 \geq 0, \qquad \beta_3\frac{\partial L}{\partial \beta_3} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \beta_4} &= z - \underline{wl} + \underline{wr} - \underline{t} \leq 0, \qquad \beta_4 \geq 0, \qquad \beta_4\frac{\partial L}{\partial \beta_4} = 0 \end{aligned}$$

Das condições de Kuhn-Tucker resultam as seguintes soluções e os respetivos custos totais:

Solução 1:

$$\begin{aligned}\underline{r} &= 0, \qquad \overline{r}=0; \qquad \underline{t}=z-\underline{wl}; \qquad \overline{t}=z-\underline{wl}\\ \beta_1 &= 0 \qquad \beta_2=\delta \qquad \beta_3=0 \qquad \beta_4=1\end{aligned}$$

$$CT_1 = \ z-\underline{wl}$$

Esta solução coincide com o *welfare state* puro, uma vez que não é atribuído *workfare* a nenhum dos dois tipos de agentes e todos recebem uma transferência igual a $z-\underline{wl}$.

Solução 2:

$$\begin{aligned}\underline{r} &= \frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}-\underline{w}}, \qquad \overline{r}=0; \qquad \underline{t}=\frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(z-\underline{wl}); \qquad \overline{t}=0\\ \beta_1 &= 0 \qquad \beta_2=\frac{(1-\delta)\underline{w}}{\overline{w}-\underline{w}} \qquad \beta_3=0 \qquad \beta_4=(1-\delta)+\frac{(1-\delta)\underline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}\end{aligned}$$

$$CT_2=(1-\delta)\left[\frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(z-\underline{wl})\right]$$

Nesta solução, as restrições $\underline{MI}$ e $\overline{IC}$ são ativas. O $\overline{r}=0$ e $\overline{t}=0$ significam que não são atribuídos *workfare* nem transferências aos agentes do *Tipo Rico.* A transferência para os agentes do *Tipo Pobre*, $\underline{t}=\frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(z-\underline{wl})$, excede as transferências para os mesmos agentes nos casos com informação completa e do *welfare state* puro em $\frac{\underline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(z-\underline{wl})$, sendo assim o valor total das rendas informacionais pagas pelo Estado igual a $(1-\delta)\frac{\underline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(z-\underline{wl})$. Note-se que, para que se verifique a hipótese $\underline{l}>\underline{r}$, é necessário que $\underline{l}>\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}-\underline{w}} \Leftrightarrow \overline{w}\underline{l}>z$. Ou seja, esta solução só deve ser considerada quando $\overline{w}\underline{l}>z$. Deve realçar-se que este cenário se verifica quando a diferença entre $\overline{w}$ e $\underline{w}$ é grande pois, por hipótese, $\underline{wl}<z$.

Se $\underline{r}>\underline{l}$, também podemos facilmente verificar que a restrição $\overline{MI}$ é redundante. Sejam β_1, β_2, β_3, $\beta_{4,}$ e β_5 os multiplicadores Lagrangeanos associados a $\overline{PC}$, $\underline{PC}$,$\overline{IC}$, $\underline{IC}$ e $\underline{MI}$ respetivamente. Assim, poderá ser construída a Lagrangeana:

$$\begin{aligned}L &= \delta\overline{t}+(1-\delta)\underline{t}+\beta_1\left(\overline{wr}-\overline{t}\right)+\beta_2\left\{\underline{wl}+k\left[h(\underline{r})-h(\underline{l})\right]-\underline{t}\right\}+\beta_3\left[\underline{t}-\overline{t}-\overline{w}\left(\underline{r}-\overline{r}\right)\right]+\\ &\quad+\beta_4\left\{\underline{w}\left(\underline{l}-\overline{r}\right)+k\left[h(\underline{r})-h(\underline{l})\right]-\underline{t}+\overline{t}\right\}+\beta_5\left(z-\underline{t}\right)\end{aligned}$$

As condições de Kuhn-Tucker são dadas por:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \overline{t}} &= \delta - \beta_1 - \beta_3 + \beta_4 \geq 0, \qquad \overline{t} \geq 0, \qquad \overline{t}\frac{\partial L}{\partial \overline{t}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} &= (1-\delta) - \beta_2 + \beta_3 - \beta_4 - \beta_5 \geq 0, \qquad \underline{t} \geq 0, \qquad \underline{t}\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \overline{r}} &= \beta_1 \overline{w} + \beta_3 \overline{w} - \beta_4 \underline{w} \geq 0, \qquad \overline{r} \geq 0, \qquad \overline{r}\frac{\partial L}{\partial \overline{r}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{r}} &= \beta_2 k h'(\underline{r}) - \beta_3 \overline{w} + \beta_4 k h'(\underline{r}) \geq 0, \qquad \underline{r} \geq 0, \qquad \underline{r}\frac{\partial L}{\partial \underline{r}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_1} &= \overline{wr} - \overline{t} \leq 0, \qquad \beta_1 \geq 0, \qquad \beta_1 \frac{\partial L}{\partial \beta_1} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_2} &= \underline{wl} + k\left[h(\underline{r}) - h(\underline{l})\right] - \underline{t} \leq 0, \qquad \beta_2 \geq 0, \qquad \beta_2 \frac{\partial L}{\partial \beta_2} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_3} &= \underline{t} - \overline{t} - \overline{w}\left(\underline{r} - \overline{r}\right) \leq 0, \qquad \beta_3 \geq 0, \qquad \beta_3 \frac{\partial L}{\partial \beta_3} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_4} &= \underline{w}\left(\underline{l} - \overline{r}\right) + k\left[h(\underline{r}) - h(\underline{l})\right] - \underline{t} + \overline{t} \leq 0, \qquad \beta_4 \geq 0, \qquad \beta_4 \frac{\partial L}{\partial \beta_4} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_5} &= z - \underline{t} \leq 0, \qquad \beta_5 \geq 0, \qquad \beta_5 \frac{\partial L}{\partial \beta_5} = 0
\end{aligned}
$$

Das condições de Kuhn-Tucker resultam a Solução 1 acima indicada e, ainda, a seguinte solução e os respetivos custos totais:

Solução 3:

$$
\begin{aligned}
\underline{r} &= \frac{z}{\overline{w}}; \qquad \overline{r} = 0; \qquad \underline{t} = z; \qquad \overline{t} = 0 \\
\beta_1 &= 0 \qquad \beta_2 = 0 \qquad \beta_3 = 0 \qquad \beta_4 = 0 \qquad \beta_5 = (1-\delta)
\end{aligned}
$$

$$\text{Custo Total: } (1-\delta)z$$

$\overline{r} = 0$ e $\overline{t} = 0$ significam que não são atribuídos *workfare* nem transferências aos agentes do *Tipo Rico*. A transferência para os agentes do *Tipo Pobre* $\underline{t} = z$ excede as transferências para os mesmos agentes no caso com informação completa em $\underline{wl}$, sendo assim o valor total das rendas informacionais pagas pelo Estado igual a $(1-\delta)\underline{wl}$. Para que a hipótese $\underline{r} > \underline{l}$ se verifique, é necessário que $\frac{z}{\overline{w}} > \underline{l} \Leftrightarrow \overline{w}\underline{l} < z$. Ou seja, a Solução 3 apenas deve ser considerada quando a diferença entre $\overline{w}$ e $\underline{w}$ é pequena, precisamente o oposto das condições em que é válida a Solução 2.

Na resolução do problema anterior foram testadas também possíveis soluções com $\overline{r}$ e/ ou $\overline{t}$ maiores do que zero, no entanto, nesses casos ou não se verificaram as condições de Kuhn-Tucker ou as soluções encontradas apresentaram custos totais estritamente maiores do que os das soluções 1, 2 e 3.

Do exposto anteriormente já sabemos que a Solução 2 só é válida se $\overline{w}\underline{l} \geq z$ enquanto a solução 3 só é válida para $\overline{w}\underline{l} < z$. Para além disso, para que estas soluções sejam ótimas elas têm de ter custos inferiores à Solução 1 (que corresponde ao *welfare state* puro). A Solução 2 é ótima se $\overline{w}\underline{l} \geq z$ e se:

$$CT_2 < CT_1 \quad \Leftrightarrow \quad (1-\delta)\left[\frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(z-\underline{wl})\right] < z-\underline{wl} \quad \Leftrightarrow \quad \delta > \frac{\underline{w}}{\overline{w}}$$

A Solução 3 é ótima se $\overline{w}\underline{l} < z$ e se $CT_3 < CT_1 \quad \Leftrightarrow \quad (1-\delta)z > z - \underline{wl} \quad \Leftrightarrow \quad \delta < \frac{\underline{wl}}{z}$.■

5.6.2 Solução só com monitorização

Demonstração da Proposição 5.3 Analisando as condições de Kuhn-Tucker obtêm-se as duas soluções apresentadas. Comparando os custos totais nessas duas soluções obtemos o mínimo global para cada combinação dos valores dos parâmetros. Sejam β_1, β_2, β_3 e β_4 os multiplicadores Lagrangeanos associados a $\overline{IC}$, $\underline{IC}$, $\overline{MIP}$ e $\underline{MIP}$ respetivamente. Assim, poderá ser construída a Lagrangeana:

$$\begin{aligned} L \;=\; & \delta\left[\overline{t}+g(\overline{q})\right]+(1-\delta)\left[\underline{t}+g(\underline{q})\right]+\beta_1\left[(1-\underline{q})(\underline{t}-\overline{t})-\underline{q}\overline{p}\right]+\beta_2\left[(1-\overline{q})(\overline{t}-\underline{t})-\overline{q}\underline{p}\right]+ \\ & +\beta_3\left[z-\overline{w}\overline{l}+\overline{p}-\overline{t}\right]+\beta_4\left[z-\underline{wl}+\underline{p}-\underline{t}\right] \end{aligned}$$

As condições de Kuhn-Tucker nestas circunstâncias são dadas por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \bar{t}} &= \delta - \beta_1(1-\underline{q}) + \beta_2(1-\overline{q}) - \beta_3 \geq 0, \quad \bar{t} \geq 0, \quad \bar{t}\frac{\partial L}{\partial \bar{t}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} &= (1-\delta) + \beta_1(1-\underline{q}) - \beta_2(1-\overline{q}) - \beta_4 \geq 0, \quad \underline{t} \geq 0, \quad \underline{t}\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \overline{q}} &= \delta g'(\overline{q}) - \beta_2\left[(\bar{t} - \underline{t}) + \underline{p}\right] \geq 0, \quad \overline{q} \geq 0, \quad \overline{q}\frac{\partial L}{\partial \overline{q}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{q}} &= (1-\delta)g\acute{}(\underline{q}) - \beta_1\left[(\underline{t} - \bar{t}) + \overline{p}\right] \geq 0, \quad \underline{q} \geq 0, \quad \underline{q}\frac{\partial L}{\partial \underline{q}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{p}} &= -\beta_2\overline{q} + \beta_4 \geq 0, \quad \underline{p} \geq 0, \quad \underline{p}\frac{\partial L}{\partial \underline{p}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \overline{p}} &= -\beta_1\underline{q} + \beta_3 \geq 0, \quad \overline{p} \geq 0, \quad \overline{p}\frac{\partial L}{\partial \overline{p}} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_1} &= (1-\underline{q})(\underline{t} - \bar{t}) - \underline{q}\overline{p} \leq 0, \quad \beta_1 \geq 0, \quad \beta_1\frac{\partial L}{\partial \beta_1} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_2} &= (1-\overline{q})(\bar{t} - \underline{t}) - \overline{q}\underline{p} \leq 0, \quad \beta_2 \geq 0, \quad \beta_2\frac{\partial L}{\partial \beta_2} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_3} &= z - \left(\overline{w}\bar{l} + \bar{t} - \overline{p}\right) \leq 0, \quad \beta_3 \geq 0, \quad \beta_3\frac{\partial L}{\partial \beta_3} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_4} &= z - \left(\underline{wl} + \underline{t} - \underline{p}\right) \leq 0, \quad \beta_4 \geq 0, \quad \beta_4\frac{\partial L}{\partial \beta_4} = 0
\end{aligned}$$

Das condições de Kuhn-Tucker resultam as seguintes soluções e respetivos custos totais mínimos:

Solução 1:

$$\begin{aligned}
\overline{q} &= 0\,; \qquad \underline{p} = \underline{q} = \overline{p} = 0; \qquad \underline{t} = z - \underline{wl}; \qquad \bar{t} = z - \underline{wl} \\
\beta_1 &= \delta \qquad \beta_2 = 0 \qquad \beta_3 = 0 \qquad \beta_4 = 1
\end{aligned}$$

$$CT_1 = z - \underline{wl}$$

Esta coincide com o *welfare state* puro e, consequentemente, com a **Solução 1**.

Solução 4

$$
\begin{aligned}
\overline{q} &= 0; \qquad \underline{p}=0; \qquad \overline{t}=0; \qquad \underline{t}=z-\underline{wl}; \qquad \underline{q}=\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}; \qquad \overline{p}=\overline{w}\overline{l}-z \\
\beta_1 &= \frac{(1-\delta)g\acute{}(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}; \qquad \beta_2=0; \qquad \beta_3=(1-\delta)+\frac{(1-\delta)g\acute{}(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\times(1-\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}); \\
\beta_4 &= \frac{(1-\delta)g\acute{}(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\times\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}
\end{aligned}
$$

$$
CT_4=(1-\delta)\left[z-\underline{wl}+g(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})\right]
$$

Nesta solução a restrição $\underline{IC}$ não é ativa. Os custos desta solução excedem os custos do caso em que temos informação completa em $(1-\delta)g(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})$.

Entre as duas soluções anteriormente apresentadas será escolhida aquela que apresentar menores custos totais. A **Solução 4** será mais cara que o *welfare state* puro sempre que $(1-\delta)\left[z-\underline{wl}+g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)\right] > z-\underline{wl} \Leftrightarrow \delta < \frac{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)}{g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)+z-\underline{wl}}$. Este resultado sugere que se a percentagem de ricos na economia for relativamente pequena, um PAP baseado no *welfare state* (**Solução 1**) puro poderá ser mais barato do que uma solução com *monitorização*, uma vez que os custos com monitorização suportados na **Solução 4** $((1-\delta)g(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}))$ podem ser superiores ao valor total das transferências pagas aos agentes do *Tipo Rico* na **Solução 1** ($\delta(z-\underline{wl})$).

Foram testadas também possíveis soluções em que $\overline{q}$, $\underline{p}$ e/ou $\overline{t}$ são maiores do que zero, no entanto não se verificaram nesses casos todas as condições de Kuhn-Tucker.■

5.6.3 Solução com *workfare* e monitorização

Demonstração da Proposição 5.4 Dos lemas 5.4 e 5.5 já sabemos que $\overline{r}\leq\underline{r}$ e que $\overline{r}\leq\underline{l}<\overline{l}$.

Para mostrar o resultado precisamos de analisar o caso em que $\overline{l}>\underline{l}\geq\underline{r}\geq\overline{r}$ e o caso em que $\overline{l}>\underline{r}\geq\underline{l}\geq\overline{r}$.

Comecemos por considerar o caso em que $\overline{l}>\underline{l}\geq\underline{r}\geq\overline{r}$. Analisando o problema 5.1 poderemos facilmente verificar que a restrição $\underline{PC}$ não é ativa. Sejam β_1, β_2, β_3, β_4 e β_5 os multiplicadores Lagrangeanos associados a $\overline{PC}$, $\overline{IC}$, $\underline{IC}$,$\overline{MIP}$ e $\underline{MIP}$ respetivamente.

Assim, poderá ser construída a Lagrangeana:

$$
\begin{aligned}
L \;=\; & \delta\left[\bar{t}+g(\bar{q})\right]+(1-\delta)\left[\underline{t}+g(\underline{q})\right]+\beta_1\left(\overline{wr}-\bar{t}\right)+\beta_2\left[(1-\underline{q})(\underline{t}-\bar{t})+(1-\underline{q})\overline{w}(\bar{r}-\underline{r})-\underline{q}\bar{p}\right]+ \\
& \beta_3\left[(1-\bar{q})(\bar{t}-\underline{t})+(1-\bar{q})\underline{w}(\underline{r}-\bar{r})-\bar{q}\underline{p}\right]+\beta_4\left[z-\overline{w}\bar{l}+\overline{wr}+\bar{p}-\bar{t}\right]+ \\
& \beta_5\left[z-\underline{wl}+\underline{wr}+\underline{p}-\underline{t}\right]
\end{aligned}
$$

As condições de Kuhn-Tucker nestas circunstâncias são dadas por:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \bar{t}} &= \delta-\beta_1-\beta_2(1-\underline{q})+\beta_3(1-\bar{q})-\beta_4\geq 0, \qquad \bar{t}\geq 0, \qquad \bar{t}\frac{\partial L}{\partial \bar{t}}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} &= (1-\delta)+\beta_2(1-\underline{q})-\beta_3(1-\bar{q})-\beta_5\geq 0, \qquad \underline{t}\geq 0, \qquad \underline{t}\frac{\partial L}{\partial \underline{t}}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \bar{r}} &= \beta_1\overline{w}+\beta_2(1-\underline{q})\overline{w}-\beta_3(1-\bar{q})\underline{w}+\beta_4\overline{w}\geq 0, \qquad \bar{r}\geq 0, \qquad \bar{r}\frac{\partial L}{\partial \bar{r}}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{r}} &= -\beta_2(1-\underline{q})\overline{w}+\beta_3(1-\bar{q})\underline{w}+\beta_5\underline{w}\geq 0, \qquad \underline{r}\geq 0, \qquad \underline{r}\frac{\partial L}{\partial \underline{r}}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \bar{q}} &= \delta g'(\bar{q})-\beta_3\left[\bar{t}-\underline{t}+\underline{w}(\underline{r}-\bar{r})+\underline{p}\right]\geq 0, \qquad \bar{q}\geq 0, \qquad \bar{q}\frac{\partial L}{\partial \bar{q}}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{q}} &= (1-\delta)g'(\underline{q})-\beta_2\left[\underline{t}-\bar{t}+\overline{w}(\bar{r}-\underline{r})+\bar{p}\right]\geq 0, \qquad \underline{q}\geq 0, \qquad \underline{q}\frac{\partial L}{\partial \underline{q}}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \underline{p}} &= -\beta_3\bar{q}+\beta_5\geq 0, \qquad \underline{p}\geq 0, \qquad \underline{p}\frac{\partial L}{\partial \underline{p}}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \bar{p}} &= -\beta_2\underline{q}+\beta_4\geq 0, \qquad \bar{p}\geq 0, \qquad \bar{p}\frac{\partial L}{\partial \bar{p}}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_1} &= \overline{wr}-\bar{t}\leq 0, \qquad \beta_1\geq 0, \qquad \beta_1\frac{\partial L}{\partial \beta_1}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_2} &= (1-\underline{q})(\underline{t}-\bar{t})+(1-\underline{q})\overline{w}(\bar{r}-\underline{r})-\underline{q}\bar{p}\leq 0, \qquad \beta_2\geq 0, \qquad \beta_2\frac{\partial L}{\partial \beta_2}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_3} &= (1-\bar{q})(\bar{t}-\underline{t})+(1-\bar{q})\underline{w}(\underline{r}-\bar{r})-\bar{q}\underline{p}\leq 0, \qquad \beta_3\geq 0, \qquad \beta_3\frac{\partial L}{\partial \beta_3}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_4} &= z-\overline{w}\bar{l}+\overline{wr}+\bar{p}-\bar{t}\leq 0, \qquad \beta_4\geq 0, \qquad \beta_4\frac{\partial L}{\partial \beta_4}=0 \\
\frac{\partial L}{\partial \beta_5} &= z-\underline{wl}+\underline{wr}+\underline{p}-\underline{t}\leq 0, \qquad \beta_5\geq 0, \qquad \beta_5\frac{\partial L}{\partial \beta_5}=0
\end{aligned}
$$

Das condições de Kuhn-Tucker resultam as seguintes soluções, bem como os respectivos custos totais:

Solução 1:

$$\begin{aligned}
\underline{r} &= 0 \qquad \overline{r}=0 \qquad \underline{t}=z-\underline{wl} \qquad \overline{t}=z-\underline{wl}\\
\underline{q} &= 0 \qquad \overline{q}=0 \qquad \overline{p}=0, \qquad \underline{p}=0\\
\beta_1 &= 0 \qquad \beta_2=\delta \qquad \beta_3=0 \qquad \beta_4=0 \qquad \beta_5=1
\end{aligned}$$

Com custo total $CT_1 = z - \underline{wl}$. A **Solução 1** coincide com o *welfare state* puro,uma vez que não é atribuído *workfare* nem monitorização a nenhum dos dois tipos de agentes e todos recebem uma transferência igual a $z - \underline{wl}$.

Solução 2:

$$\begin{aligned}
\underline{r} &= \frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}-\underline{w}} \qquad \overline{r}=0 \qquad \underline{t}=\frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}\left(z-\underline{wl}\right) \qquad \overline{t}=0\\
\underline{q} &= 0 \qquad \overline{q}=0 \qquad \overline{p}=0, \qquad \underline{p}=0\\
\beta_1 &= 0 \qquad \beta_2=\frac{\underline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(1-\delta) \qquad \beta_3=0 \qquad \beta_4=0 \qquad \beta_5=\frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}(1-\delta)
\end{aligned}$$

Com custo total $CT_2 = (1-\delta)\left[\frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}\left(z-\underline{wl}\right)\right]$. Na **Solução 2** não é atribuída monitorização a nenhum dos dois tipos de agentes e apenas ao agente do *Tipo Pobre* é atribuía transferência e *workfare*. A transferência para os agentes do *Tipo Pobre* $\underline{t} = \frac{\overline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}\left(z-\underline{wl}\right)$ excede as transferências para os mesmos agentes nos casos com informação completa e do *welfare state puro* sempre que $\underline{r} > 0$, sendo assim o valor total das rendas informacionais pagas pelo Estado é dado por $(1-\delta)\underline{wr}$. Note-se que foi asumido que $\underline{l} > \underline{r}$, deste modo teremos de ter $\underline{l} > \frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}-\underline{w}} \Longleftrightarrow \overline{w}\underline{l} - \underline{wl} > z - \underline{wl}$, o que é verdade sempre que $\overline{w}\underline{l} > z$.

Solução 4:

$$\begin{aligned}
\underline{r} &= 0 \qquad \overline{r}=0 \qquad \underline{t}=z-\underline{wl} \qquad \overline{t}=0\\
\underline{q} &= \frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}} \qquad \overline{q}=0 \qquad \overline{p}=\overline{w}\overline{l}-z, \qquad \underline{p}=0\\
\beta_1 &= 0 \qquad \beta_2=(1-\delta)\frac{g'(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}} \qquad \beta_3=0 \qquad \beta_4=\frac{(1-\delta)g'(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\times\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\\
\beta_5 &= (1-\delta)+\frac{(1-\delta)g'(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\times\left(1-\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)
\end{aligned}$$

O custo total desta solução é dado por $CT_4 = (1-\delta)\left[z - \underline{wl} + g\left(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}\right)\right]$. Na **Solução 4** não é atribuído *workfare* a nenhum dos agentes e apenas os agentes do *Tipo Pobre* recebem transferências. Os custos desta solução excedem os custos do caso em que temos informação completa em $(1-\delta)g(\frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}})$, que é o custo de monitorizar os agentes que dizem ser do *Tipo Pobre*.

Solução 5:

$$
\begin{aligned}
\overline{q} &= 0; \qquad \underline{p} = 0; \qquad \overline{t} = 0; \qquad \underline{t} = z - \underline{wl} + \underline{wr}; \qquad \underline{r} = \frac{z - \underline{wl} - \underline{q}\left(\overline{w}\overline{l} - \underline{wl}\right)}{\left(1-\underline{q}\right)\left(\overline{w}-\underline{w}\right)}; \\
g\'(\underline{q}) &= \frac{\underline{w}}{\left(1-\underline{q}\right)\left(\overline{w}-\underline{w}\right)}\left(\overline{w}\overline{l} - \underline{wl} + \underline{wr}\right); \qquad \overline{p} = \overline{w}\overline{l} - z \\
\beta_1 &= 0; \qquad \beta_2 = \frac{(1-\delta)\underline{w}}{\left(1-\underline{q}\right)\left(\overline{w}-\underline{w}\right)}; \qquad \beta_3 = 0; \qquad \beta_4 = \frac{\underline{q}(1-\delta)\underline{w}}{\left(1-\underline{q}\right)\left(\overline{w}-\underline{w}\right)}; \\
\beta_5 &= (1-\delta) + \frac{(1-\delta)\underline{w}}{\overline{w}-\underline{w}}
\end{aligned}
$$

Custo total:

$$CT_5 = (1-\delta)\left[z - \underline{wl} + \underline{w}\frac{z - \underline{wl} - \underline{q}\left(\overline{w}\overline{l} - \underline{wl}\right)}{\left(1-\underline{q}\right)\left(\overline{w}-\underline{w}\right)} + g(\underline{q})\right]$$

Na **Solução 5**, $\overline{r} = 0$ e $\overline{t} = 0$ significam que não são atribuídos *workfare* nem transferências aos agentes do *Tipo Rico*. $\overline{q} = 0$ e $\underline{p} = 0$ significam que os agentes que revelam ser do *Tipo Rico* não são monitorizados nem lhes é aplicada qualquer penalidade. Note-se que a Solução 5 apresenta $\underline{r}$ e $\underline{q}$ implicitamente como consequência de a formulação do problema apresentar uma função custo da monitorização $(g(q))$ genérica.

A transferência para os agentes do *Tipo Pobre* $\underline{t} = z - \underline{wl} + \underline{wr}$ excede as transferências para os mesmos agentes nos casos com informação completa e do *welfare state puro* sempre que $\underline{r} > 0$, sendo assim o valor total das rendas informacionais pagas pelo Estadoé dado por $(1-\delta)\underline{wr}$. Note-se ainda que foi assumido neste lema que $\underline{l} > \underline{r}$. Para que esta hipótese se verifique, é necessário que $\underline{l} > \frac{z-\underline{wl}-\underline{q}\left(\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}\right)}{(1-\underline{q})(\overline{w}-\underline{w})} \Leftrightarrow \underline{q} > \frac{z-\overline{w}\underline{l}}{\overline{w}\overline{l}-\overline{w}\underline{l}}$. Se $\overline{w}\underline{l} \geq z$, $z - \overline{w}\underline{l} \leq 0$ e a **Solução 5** poderá sempre ser considerada, para todo o $\underline{q}$ tal que $0 \leq \underline{q} < 1$. Se $z \geq \overline{w}\underline{l}$, a **Solução 5** só se verifica para valores de $\underline{q}$ tal que $\frac{z-\overline{w}\underline{l}}{\overline{w}\overline{l}-\overline{w}\underline{l}} < \underline{q} \leq \frac{z-\underline{wl}}{\overline{w}\overline{l}-\underline{wl}}$.

Consideremos agora o caso em que $\overline{l} > \underline{r} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$. Sejam β_1, β_2, β_3, β_4, β_5 e β_6 os multiplicadores Lagrangeanos associados a $\overline{PC}$, $\underline{PC}$, $\overline{IC}$, $\underline{IC}$,$\overline{MIP}$ e $\underline{MIP}$ respetivamente.

Assim, poderá ser construída a Lagrangeana:

$$
\begin{aligned}
L \;=\;& \delta\left[\bar{t}+g(\bar{q})\right]+(1-\delta)\left[\underline{t}+g(\underline{q})\right]+\beta_1\left(\overline{wr}-\bar{t}\right)+\beta_2\left\{\underline{wl}+k\left[h(\underline{r})-h(\underline{l})\right]-\underline{t}\right\}+\\
& \beta_3\left[(1-\underline{q})(\underline{t}-\bar{t})+(1-\underline{q})\overline{w}(\bar{r}-\underline{r})-\underline{q}\bar{p}\right]+\\
& \beta_4\left\{(1-\bar{q})(\bar{t}-\underline{t})+(1-\bar{q})\underline{w}(\underline{l}-\bar{r})+(1-\bar{q})k\left[h(\underline{r})-h(\underline{l})\right]-\bar{q}\underline{p}\right\}+\\
& \beta_5\left[z-\overline{w}\bar{l}+\overline{wr}+\bar{p}-\bar{t}\right]+\beta_6\left[z+\underline{p}-\underline{t}\right]
\end{aligned}
$$

As condições de Kuhn-Tucker nestas circunstâncias são dadas por:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \bar{t}} &= \delta-\beta_1-\beta_2(1-\underline{q})-\beta_3(1-\underline{q})+\beta_4(1-\bar{q})-\beta_5\geq 0, \qquad \bar{t}\geq 0, \qquad \bar{t}\frac{\partial L}{\partial \bar{t}}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} &= (1-\delta)-\beta_2+\beta_3(1-\underline{q})-\beta_4(1-\bar{q})-\beta_6\geq 0, \qquad \underline{t}\geq 0, \qquad \underline{t}\frac{\partial L}{\partial \underline{t}}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \bar{r}} &= \beta_1\overline{w}+\beta_3(1-\underline{q})\overline{w}-\beta_4(1-\bar{q})\underline{w}+\beta_5\overline{w}\geq 0, \qquad \bar{r}\geq 0, \qquad \bar{r}\frac{\partial L}{\partial \bar{r}}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \underline{r}} &= \beta_2 kh\acute{}(\underline{r})-\beta_3(1-\underline{q})\overline{w}+\beta_4(1-\bar{q})kh\acute{}(\underline{r})\geq 0, \qquad \underline{r}\geq 0, \qquad \underline{r}\frac{\partial L}{\partial \underline{r}}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \bar{q}} &= \delta g'(\bar{q})-\beta_4\left[\bar{t}-\underline{t}+\underline{w}(\underline{l}-\bar{r})k\left[h(\underline{r})-h(\underline{l})\right]+\underline{p}\right]\geq 0, \qquad \bar{q}\geq 0, \qquad \bar{q}\frac{\partial L}{\partial \bar{q}}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \underline{q}} &= (1-\delta)g'(\underline{q})-\beta_3\left[\underline{t}-\bar{t}+\overline{w}(\bar{r}-\underline{r})+\bar{p}\right]\geq 0, \qquad \underline{q}\geq 0, \qquad \underline{q}\frac{\partial L}{\partial \underline{q}}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \underline{p}} &= -\beta_4\bar{q}+\beta_6\geq 0, \qquad \underline{p}\geq 0, \qquad \underline{p}\frac{\partial L}{\partial \underline{p}}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \bar{p}} &= -\beta_3\underline{q}+\beta_5\geq 0, \qquad \bar{p}\geq 0, \qquad \bar{p}\frac{\partial L}{\partial \bar{p}}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \beta_1} &= \overline{wr}-\bar{t}\leq 0, \qquad \beta_1\geq 0, \qquad \beta_1\frac{\partial L}{\partial \beta_1}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \beta_2} &= \underline{wl}+k\left[h(\underline{r})-h(\underline{l})\right]-\underline{t}\leq 0, \qquad \beta_2\geq 0, \qquad \beta_2\frac{\partial L}{\partial \beta_2}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \beta_3} &= ((1-\underline{q})(\underline{t}-\bar{t})+(1-\underline{q})\overline{w}(\bar{r}-\underline{r})-\underline{q}\bar{p}\leq 0, \qquad \beta_3\geq 0, \qquad \beta_3\frac{\partial L}{\partial \beta_3}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \beta_4} &= (1-\bar{q})(\bar{t}-\underline{t})+(1-\bar{q})\underline{w}(\underline{l}-\bar{r})+(1-\bar{q})k\left[h(\underline{r})-h(\underline{l})\right]-\bar{q}\underline{p}\leq 0, \qquad \beta_4\geq 0, \qquad \beta_4\frac{\partial L}{\partial \beta_4}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \beta_5} &= z-\overline{w}\bar{l}+\overline{wr}+\bar{p}-\bar{t}\leq 0, \qquad \beta_5\geq 0, \qquad \beta_5\frac{\partial L}{\partial \beta_5}=0\\
\frac{\partial L}{\partial \beta_6} &= z+\underline{p}-\underline{t}\leq 0, \qquad \beta_6\geq 0, \qquad \beta_6\frac{\partial L}{\partial \beta_6}=0
\end{aligned}
$$

Das condições de Kuhn-Tucker resultam as seguintes soluções, bem como os respetivos custos totais:

Solução 3:

$$\begin{aligned}\overline{q} &= 0; \quad \underline{p} = 0; \quad \overline{t} = 0; \quad \underline{t} = z; \quad \underline{r} = \frac{z}{\overline{w}}; \quad \underline{q} = 0; \quad \overline{p} = 0\\ \beta_1 &= 0; \quad \beta_2 = 0; \quad \beta_3 =; \quad \beta_4 = 0; \quad \beta_5 = 0; \quad \beta_6 = 1 - \delta\end{aligned}$$

com custo total $CT_3 = (1-\delta)z$. Nesta solução, $\overline{r} = 0$ e $\overline{t} = 0$ significam que não são atribuídos *workfare* nem transferências aos agentes do *Tipo Rico.* O facto de $\overline{q} = 0$, $\underline{p} = 0$, $\underline{q} = 0$, e $\overline{p} = 0$ significa que não há monitorização. A transferência para os agentes do *Tipo Pobre* $\underline{t} = z$ excede as transferências para os mesmos agentes nos casos com informação completa e do *welfare state puro* em $\underline{wl}$, sendo assim o valor total das rendas informacionais pagas pelo Estado é dado por $(1-\delta)\underline{wl}$. Note-se ainda que foi assumido neste lema que $\underline{r} > \underline{l}$. Para que esta hipótese se verifique, é necessário que $\frac{z}{\overline{w}} > \underline{l} \Leftrightarrow z > \overline{w}\underline{l}$. Assim, a **Solução 3** só poderá ser considerada quando $z > \overline{w}\underline{l}$.■

Capítulo 6

PAP ótimo quando os agentes diferem na desutilidade do trabalho

6.1 Introdução

Neste capítulo exploramos mais um modelo de seleção adversa com dois tipos de agentes: agentes que têm uma desutilidade do trabalho baixa e agentes que têm uma desutilidade do trabalho elevada. O Estado tem como objetivo minimizar os custos de um PAP que garanta que todos os agentes na economia estão dispostos a participar no mesmo e têm acesso a um nível de rendimento mínimo. Neste contexto, é estudada a eficácia da monitorização *standard* e do *workfare* enquanto ferramentas de combate à fraude nos PAP.

Cuff (2000) também considera a possibilidade dos agentes terem preferências diferentes relativamente ao custo do trabalho, no entanto não explora a utilização de monitorização como um possível instrumento no PAP e utiliza uma perspetiva utilitarista enquanto neste trabalho o Estado assegura um nível de rendimento mínimo.

6.2 Modelo

O modelo seguido neste capítulo tem a mesma estrutura geral do modelo analisado no capítulo anterior. Há dois tipos de agentes: os agentes do *Tipo Rico*, $\overline{\theta}$, e os agentes do *Tipo Pobre*, $\underline{\theta}$, sendo δ a fração de agentes do *Tipo Rico*. O menu de contratos proposto pelo Estado pode ser descrito por $\left((\bar{t}, \overline{r}, \overline{q}, \overline{p}); (\underline{t}, \underline{r}, \underline{q}, \underline{p})\right)$, sendo o primeiro contrato dirigido ao agente *Tipo Rico*, $\overline{\theta}$ e o segundo contrato dirigido ao agente do *Tipo Pobre*, $\underline{\theta}$.

A sequência do jogo é a descrita na secção 5.2. Os custos com o PAP incluem os custos com as transferências e os custos com a monitorização. O custo de monitorizar é definido como $g(q)$. É assumido que $g(0) = 0$, e que $g(q)$ é estritamente crescente e estritamente convexa ($g^{'}(q) > 0$ e $g^{''}(q) > 0$).

Tal como no capítulo anterior, admitimos que a função de utilidade é quasilinear no rendimento, x:

$$U(x, l) = x - kh(l)$$

onde a função $h(l)$ é estritamente crescente e estritamente convexa ($h^{'}(l) > 0$ e $h^{''}(l) > 0$). O termo $kh(l)$ representa a desutilidade do trabalho. Como vimos na secção 5.2, se o nível de trabalho ótimo for positivo e inferior ao número de horas disponível, l_m, o número ótimo de horas de trabalho é dado por:

$$l^*(w, k) = h_l^{-1}\left(\frac{w}{k}\right)$$

sendo $l^*(w, k)$ crescente em w e decrescente em k.

Neste capítulo analisamos um modelo em que o Estado procura encontrar o PAP ótimo quando os agentes têm todos a mesma capacidade de gerar rendimento, w, mas diferem na desutilidade do trabalho, k. Existem dois tipos de agentes na economia:

- os agentes do *Tipo Rico*, que têm capacidade de gerar rendimento w e desutilidade do trabalho $\underline{k}$. Estes agentes têm rendimento do trabalho no setor privado $wl^*(w, \underline{k}) > z$. A proporção de agentes do *Tipo Rico* na economia é de δ e é do conhecimento do Estado;

- os agentes do *Tipo Pobre*, que têm capacidade de gerar rendimento w e desutilidade do trabalho $\overline{k}$. Estes agentes têm rendimento do trabalho no setor privado $wl^*(w, \overline{k}) < z$. A proporção de agentes do *Tipo Pobre* na economia é de $(1 - \delta)$ e é do conhecimento do Estado;

Por forma a simplificar a apresentação do modelo, passaremos a considerar $l^*(w, \underline{k}) = \overline{l}$ e $l^*(w, \overline{k}) = \underline{l}$ (note-se que $\overline{l} > \underline{l}$).

6.3 O problema com informação completa

Mais uma vez, para ilustrar o problema de seleção adversa que surge no contexto de informação incompleta, começamos por analisar o caso com informação completa. Assim, o Estado procura encontrar o PAP ótimo quando o k de cada agente é conhecido e o w, além de conhecido, é fixo. Se o agente for do *Tipo Rico*, o problema do Estado é:

$$\min_{\bar{t},\bar{r},\bar{q}} \ \bar{t} + g(\bar{q})$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
&\overline{PC} : w \max(\bar{l} - \bar{r}, 0) + \bar{t} - \underline{k} h \left(\max(\bar{l}, \bar{r})\right) \geq w\bar{l} - \underline{k} h(\bar{l}) \\
&\overline{MI} : w \max(\bar{l} - \bar{r}, 0) + \bar{t} \geq z \\
&\quad \bar{t} \geq 0, \quad 0 \leq \bar{q} \leq 1, \quad \bar{r} \geq 0
\end{aligned}$$

A restrição $\overline{PC}$ assegura que o agente está disposto a participar no programa e a restrição $\overline{MI}$ garante que o agente têm um nível de rendimento de pelo menos z.

De forma similar, se o agente for do *Tipo Pobre*, o Estado resolve o seguinte problema:

$$\min_{\underline{t},\underline{r},\underline{q}} \ \underline{t} + g(\underline{q})$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\underline{PC} &: \quad w \max(\underline{l} - \underline{r}, 0) + \underline{t} - \bar{k} h \left(\max(\underline{l}, \underline{r})\right) \geq w\underline{l} - \bar{k} h(\underline{l}) \\
\underline{MI} &: \quad w \max(\underline{l} - \underline{r}, 0) + \underline{t} \geq z \\
\underline{t} &\geq \quad 0, \ 0 \leq \underline{q} \leq 1, \ \underline{r} \geq 0
\end{aligned}$$

Onde $\overline{PC}$ e $\overline{MI}$ são as restrições de participação e de rendimento mínimo para o *Tipo Pobre*.

Proposição 6.1 *A solução do problema de informação completa é tal que* $\bar{q} = 0$*,* $\bar{r} = 0$*,* $\bar{t} = 0$*,* $\underline{q} = 0$*,* $\underline{r} = 0$ *e* $\underline{t} = z - \underline{wl}$*. Ou seja, no ótimo não há nem workfare nem monitorização e os únicos agentes que beneficiam do programa são os do Tipo Pobre, recebendo a transferência mínima que lhe garante rendimento* z*.*

Demonstração. No ótimo $\overline{q} = 0$, $\overline{r} = 0$, $\underline{q} = 0$ e $\underline{r} = 0$. Suponhamos que na solução temos uma ou mais destas variáveis com valores estritamente positivos. Se o Estado reduzir o valor das variáveis anteriores com valores estritamente positivos, todas as restrições do problema continuam a ser satisfeitas ($\overline{q}$ e $\underline{q}$ não influenciam as restrições e baixar $\overline{r}$ ou $\underline{r}$ relaxa as restrições) mas os custos baixam pois $g(q)$ é crescente e a redução do *workfare* permite baixar as transferências. Ora isto implica que a solução original não é ótima, o que é uma contradição. As transferências ótimas são as transferências mínimas que garantem que as restrições $\overline{PC}$ e $\underline{MI}$ são satisfeitas ($\overline{MI}$ e $\underline{PC}$ são redundantes quando $\overline{r} = 0$ e $\underline{r} = 0$), logo $\overline{t} = 0$ e $\underline{t} = z - w\underline{l}$. ■

A Figura 6.1 ilustra a solução de informação completa, considerando apenas o *workfare* e as transferências. O declive da restrição de participação $\underline{PC}$ é igual a w para $\underline{r} \leq \underline{l}$ e é igual a $\overline{k}h'(\underline{r})$ para $\underline{r} > \underline{l}$. De forma similar, o declive de $\overline{PC}$ é é igual a w para $\overline{r} \leq \overline{l}$ e é igual a $\underline{k}h'(\overline{r})$ para $\overline{r} > \overline{l}$. Repare-se que os declives destas duas restrições são iguais até $\underline{l}$. Para os agentes do *Tipo Pobre* a restrição relevante é a restrição de rendimento mínimo, $\underline{MI}$, para os agentes do *Tipo Rico* a restrição relevante é a restrição de participação, $\overline{PC}$. Como o objetivo do Estado é minimizar os gastos com o programa, os contratos ótimos são A para os agentes do *Tipo Pobre* e B para os agentes do *Tipo Rico*.

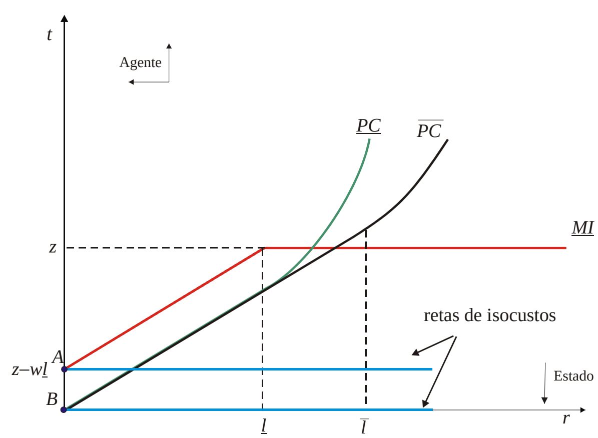

Figura 6.1: Contratos ótimos no cenário com informação completa quando os agentes diferem na desutilidade do trabalho.

A Figura 6.1 ajuda a antecipar o que vai acontecer no cenário de informação incompleta. Se o Estado não tiver informação sobre o tipo do agente, cada tipo escolherá o contrato que lhe dá maior utilidade. Mas isto implica que, se os contratos A e B fossem oferecidos, os agentes do *Tipo Rico* prefeririam o contrato A ao contrato B. Oferecer apenas o contrato A é pois uma possível solução no cenário de informação completa. Contudo esta solução implica dar rendas informacionais elevadas aos agentes do *Tipo Rico*. Será que é possível ao Estado encontrar uma solução com custos inferiores a oferecer A a ambos os agentes? A próxima secção responde a esta questão.

6.4 O problema com informação incompleta

Neste contexto informacional, o problema do principal é:

$$\min_{(\bar{t},\bar{r},\bar{q},\bar{p}),(\underline{t},\underline{r},\underline{q},\underline{p})} \delta\left[\bar{t}+g(\bar{q})\right]+(1-\delta)\left[\underline{t}+g(\underline{q})\right] \tag{6.1}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\overline{PC} &: w\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-\underline{k}h\left(\max(\bar{l},\bar{r})\right)\geq w\bar{l}-\underline{k}h(\bar{l})\\
\underline{PC} &: w\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-\bar{k}h\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right)\geq w\underline{l}-\bar{k}h(\underline{l})\\
\overline{IC} &: w\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-\underline{k}h\left(\max(\bar{l},\bar{r})\right)\geq\\
&(1-\underline{q})\left[w\max(\bar{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-\underline{k}h\left(\max(\bar{l},\underline{r})\right)\right]+\underline{q}\left[w\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-\underline{k}h\left(\max(\bar{l},\bar{r})\right)-\bar{p}\right]\\
\underline{IC} &: w\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-\bar{k}h\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right)\geq\\
&(1-\bar{q})\left[w\max(\underline{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-\bar{k}h\left(\max(\underline{l},\bar{r})\right)\right]+\bar{q}\left[w\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-\bar{k}h\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right)-\underline{p}\right]\\
\overline{MI} &: w\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}\geq z\\
\underline{MI} &: w\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}\geq z\\
\overline{MIP} &: w\max(\bar{l}-\bar{r},0)+\bar{t}-\bar{p}\geq z\\
\underline{MIP} &: w\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-\underline{p}\geq z\\
&\bar{t}\geq 0,\quad \underline{t}\geq 0,\quad 0\leq\bar{q}\leq 1,\quad 0\leq\underline{q}\leq 1,\quad \bar{p}\geq 0,\quad \underline{p}\geq 0,\quad \bar{r}\geq 0,\quad \underline{r}\geq 0
\end{aligned}$$

Dada a complexidade da formalização do problema proposto, e à semelhança do que foi feito no capítulo anterior, dividimos a solução em três partes. Começaremos por analisar uma solução em que a única ferramenta utilizada para combater a fraude nos PAP é o *workfare*, depois apresentaremos uma solução em que é apenas utilizada a monitorização para o mesmo fim e, finalmente, analisaremos a possibilidade de combinar as duas ferramentas, monitorização e *workfare*. De seguida, tentaremos comparar as soluções encontradas, por forma a tentar aferir em que circunstâncias cada uma dela poderá ser considerada ótima.

6.4.1 Solução só com *workfare*

Se o *workfare* for a única ferramenta utilizada no combate à fraude nos PAP, passamos a ter $\overline{q} = 0$, $\underline{q} = 0$, $\underline{p} = 0$ e $\overline{p} = 0$. Neste contexto, o problema do principal definido por (6.1) passa a ser:

$$\min_{(\overline{t},\overline{r}),(\underline{t},\underline{r})} \delta\overline{t} + (1-\delta)\underline{t}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\overline{PC} &: w\max(\overline{l}-\overline{r},0)+\overline{t}-\underline{k}h\left(\max(\overline{l},\overline{r})\right) \geq w\overline{l}-\underline{k}h(\overline{l}) \\
\underline{PC} &: w\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-\overline{k}h\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right) \geq w\underline{l}-\overline{k}h(\underline{l}) \\
\overline{IC} &: w\max(\overline{l}-\overline{r},0)+\overline{t}-\underline{k}h\left(\max(\overline{l},\overline{r})\right) \geq w\max(\overline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-\underline{k}h\left(\max(\overline{l},\underline{r})\right) \\
\underline{IC} &: w\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t}-\overline{k}h\left(\max(\underline{l},\underline{r})\right) \geq w(\underline{l}-\overline{r})+\overline{t}-\overline{k}h\left(\max(\underline{l},\overline{r})\right) \\
\overline{MI} &: w\max(\overline{l}-\overline{r},0)+\overline{t} \geq z \\
\underline{MI} &: w\max(\underline{l}-\underline{r},0)+\underline{t} \geq z \\
& \overline{t} \geq 0, \underline{t} \geq 0, \overline{r} \geq 0, \underline{r} \geq 0
\end{aligned}$$

Um PAP que satisfaz todas as restrições deste problema é $\underline{r} = \overline{r} = 0$ e $\overline{t} = \underline{t} = z - \underline{wl}$. O custo total desta solução de *welfare state* puro é $z - \underline{wl}$. Como é óbvio, qualquer a solução do problema anterior terá de ter custos não superiores ao da solução de *welfare state* puro.

A parte esquerda da Figura 6.2 ilustra a solução de *welfare state* puro, onde o mesmo contrato A é oferecido a ambos os tipos de agentes. Nesta solução, o agente do *Tipo Rico* tem uma utilidade bastante superior à sua utilidade de reserva, ou seja, obtém uma renda informacional elevada. A parte direita da Figura mostra que, se o contrato oferecido ao *Tipo Pobre* for A, então para conseguir «separar» os agentes do *Tipo Rico* o contrato oferecido a estes agentes teria de estar na zona cinzenta do gráfico pois só nesta zona é que são satisfeitas as duas condições de compatibilidade de incentivos. Nesta zona, o contrato ótimo para o Estado é o contrato B, onde $\overline{r} > \underline{r}$. Este resultado é intuitivo: como os agentes do *Tipo Rico* têm menor desutilidade do esforço, se pretendermos «separar» os dois tipos o que se deve fazer é impôr um nível de *workfare* suficientemente elevado para os agentes com baixa de desutilidade do esforço de forma a que os agentes do *Tipo Pobre* não os queiram imitar. É fácil mostrar que a solução com separação dos tipos que tem menor custo, consiste em oferecer o contrato $\underline{r} = 0$ e $\underline{t} = z - w\underline{l}$ aos agentes do *Tipo Pobre* e oferecer o contrato B aos agente do *Tipo Rico*. No entanto, esta solução é mais cara que a solução de *welfare state* puro. Ou seja, neste caso é preferível para o Estado oferecer um único contrato (não separar os dois tipos), contrato esse que não envolve a utilização de *workfare*. De seguida, vamos mostrar este resultado analiticamente.

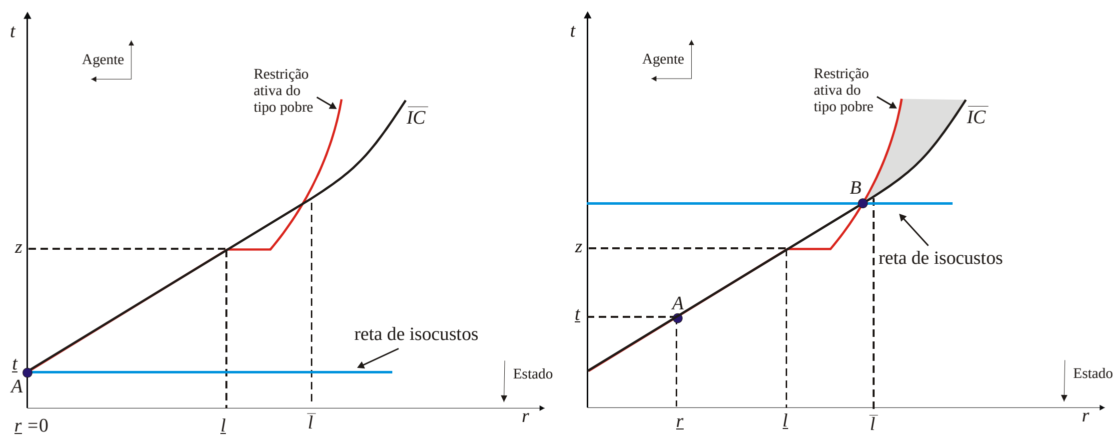

Figura 6.2: Solução de *welfare state* puro (à esquerda) e solução com «separação» dos dois tipos (à direita).

À semelhança do que acontece no capítulo anterior, este problema é bastante complexo, uma vez que o facto de nas restrições aparecerem várias função máximo leva a que existam à partida vários subcasos a analisar, dependendo das relações entre $\bar{l}$, $\bar{r}$, $\underline{l}$ e $\underline{r}$ (à partida só sabemos que $\bar{l} > \underline{l}$).

Lema 6.1 *Num contexto informacional em que k não é observável e w é fixo e conhecido do principal, um PAP ótimo que inclua workfare como única ferramenta de combate à fraude terá necessariamente de ter $\bar{r} < \bar{l}$.*

Demonstração. A restrição $\underline{MI}$ implica que $\underline{t} \geq z - w\underline{l}$. Se $\bar{r} \geq \bar{l}$, a restrição $\overline{MI}$ implica que a transferência para os agentes do *Tipo Rico* seria $\bar{t} \geq z$. Mas esta solução não pode ser ótima pois tem custos superiores aos do *welfare state* puro. ∎

Lema 6.2 *Num contexto informacional em que k não é observável e w é fixo e conhecido do principal, num PAP ótimo que inclua workfare como única ferramenta de combate à fraude, se* $\underline{r} = 0$ *então* $\overline{r} = 0$ *e* $\overline{t} = \underline{t} = z - w\underline{l}$.

Demonstração. *Admitamos que* $\underline{r} = 0$ *e* $\overline{r} > 0$. *Como* $\overline{l} > \overline{r} > \underline{r} = 0$, *através da* $\overline{IC}$ *sabemos que* $w(\overline{l} - \overline{r}) + \overline{t} - \underline{k}h\left(\overline{l}\right)) \geq w\overline{l} + \underline{t} - \underline{k}h\left(\overline{l}\right) \Leftrightarrow \overline{t} \geq \underline{t} + w\overline{r}$. *Por outro lado, da restrição* $\underline{MI}$ *vem que* $\underline{t} \geq z - w\underline{l}$, *logo* $\overline{t} \geq z - w\underline{l} + w\overline{r}$. *Uma vez que* $\overline{r} > 0$, *esta solução seria mais cara do que o welfare state puro e chegamos a uma contradição.* ■

Lema 6.3 *Num contexto informacional em que k não é observável e w é fixo e conhecido do principal, um PAP ótimo que inclua workfare como única ferramenta de combate à fraude não poderá ter* $\underline{r} > 0$.

Demonstração. Há oito casos possíveis a analisar: $\overline{l} > \underline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{r}$, $\overline{l} > \underline{l} \geq \underline{r} \geq \overline{r}$, $\overline{l} \geq \underline{r} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$, $\overline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{l} \geq \underline{r}$, $\overline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{r} \geq \underline{l}$, $\overline{l} \geq \underline{r} \geq \overline{r} \geq \underline{l}$, $\underline{r} \geq \overline{l} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$ e $\underline{r} \geq \overline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{l}$. No Anexo 6.6 mostramos que em qualquer um destes casos o PAP seria mais caro do que o *welfare state* puro. Por conseguinte, o PAP ótimo não poderá ter $\underline{r} > 0$. ■

Proposição 6.2 *Num contexto informacional em que k não é observável e w é fixo e conhecido do principal, se o workfare é a única ferramenta possível de combate à frade, o PAP ótimo coincide com o welfare state puro:* $\overline{r} = 0$, $\underline{r} = 0$, $\overline{t} = z - w\overline{l}$ *e* $\underline{t} = z - w\underline{l}$.

Demonstração. A proposição é uma consequência imediata dos dois lemas anteriores. O lema 6.3 implica que $\underline{r} = 0$. Mas pelo lema 6.2 se $\underline{r} = 0$, então $\overline{r} = 0$. Por conseguinte, no PAP ótimo temos de ter $\underline{r} = 0$ e $\overline{r} = 0$. Mas nestas circunstâncias, as transferências mínimas que garantem que $\underline{MI}$ e $\overline{IC}$ são satisfeitas são $\underline{t} = z - w\underline{l}$ e $\overline{t} = z - w\overline{l}$. Deste modo o PAP ótimo é o *welfare state* puro. ■

Através dos lemas anteriores conseguimos assim demonstrar que num ambiente informacional em que k não é observável e w é fixo e conhecido do principal o uso de *workfare* não é eficiente. Este resultado acaba por ser bastante intuitivo, uma vez que o que distingue os agentes dos dois tipos é a sua desutilidade do trabalho. Como os agentes do *Tipo Pobre* têm maior desutilidade do trabalho, têm de receber maiores transferências para aceitar participar num programa que lhe imponha *workfare*. Por outras palavras, qualquer contrato com *workfare* que seja aceite pelos agentes do *Tipo Pobre* também é aceite pelos agentes do *Tipo Rico*, que acabam por ter um ganho por deixarem de trabalhar no setor privado para imitar os agentes do *Tipo Pobre*. Mas sendo assim não pode ser ótimo ter um PAP com *workfare* positivo pois isso implica transferências, para ambos os tipos, mais elevadas do que com *welfare state* puro.

6.4.2 Solução só com monitorização

Se a monitorização for a única ferramenta utilizada no combate à fraude nos PAP, passamos a ter $\overline{r} = 0$, e $\underline{r} = 0$. Neste contexto, o problema do principal definido por (6.1) passa a ser:

$$\min_{(\bar{t},\overline{q},\overline{p}),(\underline{t},\underline{q},\underline{p})} \delta\left[\bar{t} + g(\overline{q})\right] + (1-\delta)\left[\underline{t} + g(\underline{q})\right]$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\overline{PC} &: w\bar{l} + \bar{t} - \underline{k}h(\bar{l}) \geq w\bar{l} - \underline{k}h(\bar{l}) \Longleftrightarrow \bar{t} \geq 0 \\
\underline{PC} &: w\underline{l} + \underline{t} - \overline{k}h(\underline{l}) \geq w\underline{l} - \overline{k}h(\underline{l}) \Longleftrightarrow \underline{t} \geq 0 \\
\overline{IC} &: w\bar{l} + \bar{t} - \underline{k}h(\bar{l}) \geq (1-\underline{q})\left[w\bar{l} + \underline{t} - \underline{k}h(\bar{l})\right] + \underline{q}\left[w\bar{l} + \bar{t} - \underline{k}h(\bar{l}) - \overline{p}\right] \Longleftrightarrow \\
&\underline{q}\overline{p} \geq (1-\underline{q})(\underline{t} - \bar{t}) \\
\underline{IC} &: w\underline{l} + \underline{t} - \overline{k}h(\underline{l}) \geq (1-\overline{q})\left[w\underline{l} + \bar{t} - \overline{k}h(\underline{l})\right] + \overline{q}\left[w\underline{l} + \underline{t} - \overline{k}h(\underline{l}) - \underline{p}\right] \Longleftrightarrow \\
&\overline{q}\underline{p} \geq (1-\overline{q})(\bar{t} - \underline{t}) \\
\overline{MI} &: w\bar{l} + \bar{t} \geq z \\
\underline{MI} &: w\underline{l} + \underline{t} \geq z \\
\overline{MIP} &: w\bar{l} + \bar{t} - \overline{p} \geq z \\
\underline{MIP} &: w\underline{l} + \underline{t} - \underline{p} \geq z \\
&\bar{t} \geq 0, \quad \underline{t} \geq 0, \quad 0 \leq \overline{q} \leq 1, \quad 0 \leq \underline{q} \leq 1, \; \overline{p} \geq 0, \quad \underline{p} \geq 0
\end{aligned}$$

Mais uma vez, facilmente se pode verificar que as restrições $\overline{PC}, \underline{PC}$, $\overline{MI}$ e $\underline{MI}$ são redundantes.

Proposição 6.3 *Num contexto informacional em que k não é observável e w é fixo e conhecido do principal, se a monitorização for a única ferramenta de combate à fraude incluída no PAP, o PAP ótimo depende da fração de agentes do Tipo Rico, do diferencial no número ótimo de horas de trabalho e dos custos de monitorização da seguinte forma:*

(i) *Se* $\delta < \frac{g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)}{z-w\underline{l}+g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)}$ *o PAP ótimo é:*

$$\overline{q} = \underline{p} = \underline{q} = \overline{p} = 0; \qquad \underline{t} = z - w\underline{l}; \qquad \bar{t} = z - w\underline{l} \tag{Sol. 1}$$

com custo total $CT_1 = z - w\underline{l}$

(ii) *Se* $\delta > \frac{g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)}{z-w\underline{l}+g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)}$ *o PAP ótimo é:*

$$\overline{q} = 0; \qquad \underline{p} = 0; \qquad \bar{t} = 0; \qquad \underline{t} = z - w\underline{l}; \qquad \underline{q} = \frac{z - w\underline{l}}{w(\bar{l} - \underline{l})}; \qquad \overline{p} = w\bar{l} - z \tag{Sol. 2}$$

com custo total $CT_2 = (1 - \delta)\left[z - \underline{wl} + g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)\right]$.

Demonstração. Analisando as condições de Kuhn-Tucker obtêm-se as duas soluções apresentadas. Comparando os custos totais nessas duas soluções obtemos o mínimo global para cada combinação dos valores dos parâmetros. No Anexo 6.6 é apresentada a demonstração completa. ■

A solução 1 coincide com o *welfare state* puro, uma vez que não há monitorização e os dois tipos de agentes recebem uma transferência igual a $z - w\underline{l}$. Na solução 2, o facto de $\overline{q} = \underline{p} = \bar{t} = 0$ significa que não há monitorização nem penalidade para os agentes que dizem ser do *Tipo Rico*, bem como não há transferências para os mesmos agentes. A multa para os agentes do *Tipo Rico* que revelam ser pobres é a maior possível, deixando os agentes apanhados a cometer fraude com o rendimento mínimo z e a probabilidade de detetar a fraude, q, é a probabilidade mínima que garante que os agentes do *Tipo Rico* preferem não cometer fraude. Repare-se que, nesta solução, só são monitorizados os indivíduos que revelam ser pobres, logo os custos de monitorização são $(1 - \delta)g(q)$.

A solução com custo mínimo depende dos custos de monitorização, da fração de agentes do *Tipo Rico,* δ, e da diferença entre os valores ótimos do número total de horas de trabalho dos agentes do *Tipo Rico* e do *Tipo Pobre* $(\bar{l} - \underline{l})$. Como pode ser facilmente verificado revisitando o problema individual dos agentes, o valor ótimo do número total de horas de trabalho l^* é decrescente com k. Isto significa que quanto maior for a diferença entre os níveis de k dos agentes dos dois tipos maior será a diferença entre $(\bar{l} - \underline{l})$. É fácil mostrar que o nível crítico de δ a partir do qual a monitorização é ótima é decrescente com $(\bar{l} - \underline{l})$. Para um dado $\underline{l}$, quanto maior for $\bar{l}$ maior é a penalização dos agentes do *Tipo Rico* no caso de cometerem fraude. Isto implica que a probabilidade de detetar a fraude, $\underline{q}$, não precisa de ser tão elevada para dissuadir os agentes do *Tipo Rico* de cometer fraude. Logo, os custos de monitorização vão ser mais baixos, o que leva a que a monitorização seja ótima para valores inferiores de δ. Em contrapartida, quando $\bar{l}$ se aproxima de $\underline{l}$ a penalização dos agentes do *Tipo Rico* no caso de cometerem fraude é muito pequena. Isso implica que a probabilidade de detetar a fraude tem de ser muito elevada (próxima de 1) para levar os agentes do *Tipo Rico* a não cometer fraude. Ora isto implica custos de monitorização muito elevados. Só compensará monitorizar se a fração dos ricos for muito elevada. Por outras palavras, se houver grandes diferenças na desutilidade do trabalho, é mais natural que seja ótimo utilizar a monitorização.

6.4.3 Solução com *workfare* e monitorização

Neste caso, o problema a resolver passa a ser o problema (6.1). No entanto, como demonstrado anteriormente, num ambiente informacional em que k é desconhecido e w está fixo e é conhecido do Estado o uso de *workfare* enquanto ferramenta de combate à fraude é ineficiente, uma vez que, em qualquer circunstância, apresenta custos totais mais elevados do que o *welfare state* puro. Desta forma, passamos a ter apenas duas soluções possíveis: o *welfare state* puro e a monitorização *standard*. Ambas são apresentadas na proposição que se segue.

Proposição 6.4 *Num contexto informacional em que k não é observável e w é fixo e conhecido do principal, o PAP ótimo depende da fração de agentes do Tipo Rico, do diferencial no número ótimo de horas de trabalho e dos custos de monitorização da seguinte forma:*

(i) *Se* $\delta < \frac{g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)}{z-w\underline{l}+g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)}$ *o PAP ótimo é:*

$$\bar{q} = \underline{p} = \underline{q} = \bar{p} = 0; \qquad \underline{t} = z - w\underline{l}; \qquad \bar{t} = z - w\underline{l} \tag{Sol. 1}$$

com custo total $CT_1 = z - w\underline{l}$

(ii) *Se* $\delta > \frac{g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)}{z-w\underline{l}+g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)}$ *o PAP ótimo é:*

$$\bar{q} = 0; \qquad \underline{p} = 0; \qquad \bar{t} = 0; \qquad \underline{t} = z - w\underline{l}; \qquad \underline{q} = \frac{z - w\underline{l}}{w(\bar{l} - \underline{l})}; \qquad \bar{p} = w\bar{l} - z \tag{Sol. 2}$$

com custo total $CT_2 = (1-\delta)\left[z - \underline{wl} + g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\bar{l}-\underline{l})}\right)\right]$.

Demonstração. A demonstração desta proposição resulta diretamente da combinação das duas proposições 6.2 e 6.3. ■

6.5 Conclusão

Neste capítulo é analisado um modelo de seleção adversa em que os agentes diferem na desutilidade do trabalho. São considerados dois tipos de agentes: os agentes do *Tipo Rico*, que têm desutilidade do trabalho baixa e agentes do *Tipo Pobre*, que têm desutilidade do trabalho elevada. Neste contexto analisamos o PAP ótimo.

Uma conclusão importante deste modelo é que, se os agentes diferem apenas na desutilidade do trabalho, k, então a utilização de *workfare* como mecanismo de auto-seleção é ineficiente, sendo preferível a solução de *welfare state* puro a qualquer solução que envolva *workfare*. Em contrapartida, pode ser eficiente utilizar a monitorização como mecanismo dissuasor da fraude.

Na solução com monitorização apenas os indivíduos que revelam ser do *Tipo Pobre* são monitorizados. Se um agente do *Tipo Rico* for detetado a cometer fraude paga uma multa que o deixa apenas com rendimento mínimo. A probabilidade de ser detetada fraude é a probabilidade mínima que garante que nenhum agente do *Tipo Rico* quer cometer fraude.

Os custos de monitorização são decrescentes com a fração dos agente do *Tipo Rico* pois apenas são monitorizados os agentes do *Tipo Pobre* e são decrescentes com o diferencial na desutilidade do trabalho (o que também pode ser traduzido no diferencial de rendimento na ausência do PAP). Quanto maior for esse diferencial, mais baixos são os custos de monitorização, uma vez que as multas no caso de fraude são crescentes com o diferencial de rendimento, o que leva a que a probabilidade de detetar a fraude não tenha de ser tão elevada para dissuadir o agente do *Tipo Rico* de cometer fraude. Por conseguinte, quanto maior for a fração de agentes do *Tipo Rico* e quanto maior for o diferencial de rendimento entre ricos e pobres, mais natural é que a solução de monitorização seja ótima.

Anexo

6.6 Demonstrações completas

Demonstração do Lema 6.3 Há oito casos possíveis a analisar: $\overline{l} > \underline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{r}$, $\overline{l} > \underline{l} \geq \underline{r} \geq \overline{r}$, $\overline{l} \geq \underline{r} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$, $\overline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{l} \geq \underline{r}$, $\overline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{r} \geq \underline{l}$, $\overline{l} \geq \underline{r} \geq \overline{r} \geq \underline{l}$, $\underline{r} \geq \overline{l} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$ e $\underline{r} \geq \overline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{l}$. Vamos mostrar que todos eles implicariam um PAP mais caro do que o *welfare state* puro.

1. Seja $\overline{l} > \underline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{r}$. A restrição $\underline{MI}$ diz-nos que $\underline{t} \geq z - w\underline{l} + w\underline{r}$ e, uma vez que $z - w\underline{l} > 0$, $z - w\underline{l} + w\underline{r} > w\underline{r}$ e a restrição $\underline{PC}$ ($\underline{t} \geq w\underline{r}$) não é ativa. As restrições $\overline{IC}$ e $\underline{IC}$ são dadas respetivamente por $w(\overline{l} - \overline{r}) + \overline{t} - \underline{k}h\left(\overline{l}\right)) \geq w(\overline{l} - \underline{r}) + \underline{t} - \underline{k}h\left(\overline{l}\right) \Leftrightarrow w(\underline{r} - \overline{r}) \geq \underline{t} - \overline{t}$ e $w(\underline{l} - \underline{r}) + \underline{t} - \overline{k}h(\underline{l}) \geq w(\underline{l} - \overline{r}) + \overline{t} - \overline{k}h(\underline{l}) \Leftrightarrow \underline{t} - \overline{t} \geq w(\underline{r} - \overline{r})$, o que implica $\underline{t} - \overline{t} = w(\underline{r} - \overline{r})$. Deste modo, $\overline{t} = \underline{t} - w(\underline{r} - \overline{r})$. Se, para que se verifique a restrição $\underline{MI}$, $\underline{t} \geq z - w\underline{l} + w\underline{r}$, então $\overline{t} \geq z - w\underline{l} + w\underline{r} - w(\underline{r} - \overline{r}) \Leftrightarrow \overline{t} \geq z - w\underline{l} + w\overline{r}$. Sendo $\underline{r} > 0$, esta solução seria mais cara que a solução de *welfare state* puro e chegamos a uma contradição.

2. Seja $\overline{l} \geq \underline{l} > \underline{r} \geq \overline{r}$. A demonstração deste caso é exatamente igual à do ponto anterior.

3. Seja $\overline{l} \geq \underline{r} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$. As restrições $\overline{IC}$ e $\underline{IC}$ são dadas respetivamente por $w(\overline{l} - \overline{r}) + \overline{t} - \underline{k}h\left(\overline{l}\right) \geq w(\overline{l} - \underline{r}) + \underline{t} - \underline{k}h\left(\overline{l}\right) \Leftrightarrow w(\underline{r} - \overline{r}) \geq \underline{t} - \overline{t}$ e $\underline{t} - \overline{k}h(\underline{r}) \geq w(\underline{l} - \overline{r}) + \overline{t} - \overline{k}h(\underline{l}) \Leftrightarrow \underline{t} - \overline{t} \geq w(\underline{l} - \overline{r}) + \overline{k}\left[h(\underline{r}) - h(\underline{l})\right]$, o que implica que $w(\underline{r} - \overline{r}) \geq w(\underline{l} - \overline{r}) + \overline{k}\left[h(\underline{r}) - h(\underline{l})\right] \Leftrightarrow w\underline{r} - \overline{k}h(\underline{r}) \geq w\underline{l} - \overline{k}h(\underline{l})$. Dada a concavidade da função de utilidade individual, as restrições $\overline{IC}$ e $\underline{IC}$ só serão respeitadas se $\underline{r} = \underline{l}$. Neste caso, para que $\underline{MI}$ se verifique teremos de ter $\underline{t} \geq z$ e, consequentemente, uma vez que $\overline{IC}$ impõe $\overline{t} \geq \underline{t} - w(\underline{r} - \overline{r}) \Leftrightarrow \overline{t} \geq z - w\underline{l} + w\overline{r}$ e $z - w\underline{l} + w\overline{r} \geq z - w\underline{l}$. Sendo $\overline{r} \geq 0$ e $\underline{r} > 0$, esta solução seria mais cara do que o *welfare state* puro e chegamos a uma contradição.

4. Seja $\overline{l} \geq \overline{r} \geq \underline{l} \geq \underline{r}$. A restrição $\overline{IC}$ é dada por $w(\overline{l} - \overline{r}) + \overline{t} - \underline{k}h\left(\overline{l}\right) \geq w(\overline{l} - \underline{r}) + \underline{t} - \underline{k}h\left(\overline{l}\right) \Leftrightarrow \overline{t} \geq \underline{t} - w\underline{r} + w\overline{r}$. Por forma a respeitar $\underline{MI}$ teremos de ter $\underline{t} \geq z - w\underline{l} + w\underline{r}$. Como $\overline{IC}$ impõe $\overline{t} \geq \underline{t} - w\underline{r} + w\overline{r}$ e sabemos que $\underline{t} \geq z - w\underline{l} + w\underline{r}$, então $\overline{t} \geq z - w\underline{l} + w\overline{r}$. Dado que $\underline{r} \geq 0$ e $\overline{r} > 0$, esta solução seria mais cara do que o *welfare state* puro e chegamos a uma contradição.

5. Seja $\bar{l} \geq \overline{r} \geq \underline{r} \geq \underline{l}$. A restrição $\overline{IC}$ é dada por $w(\bar{l} - \overline{r}) + \bar{t} - \underline{k}h\left(\bar{l}\right) \geq w(\bar{l} - \underline{r}) + \underline{t} - \underline{k}h\left(\bar{l}\right) \Leftrightarrow \bar{t} \geq \underline{t} - w(\underline{r} - \overline{r})$. De acordo com $\underline{MI}$ sabemos que $\underline{t} \geq z$, logo, através de $\overline{IC}$ temos $\bar{t} \geq \underline{t} - w(\underline{r} - \overline{r}) \Leftrightarrow \bar{t} \geq z$. Esta solução seria mais cara do que o *welfare state* puro e chegamos a uma contradição.

6. Seja $\bar{l} \geq \underline{r} \geq \overline{r} \geq \underline{l}$. As restrições $\overline{IC}$ e $\underline{IC}$ são dadas respetivamente por $w(\bar{l} - \overline{r}) + \bar{t} - \underline{k}h\left(\bar{l}\right)) \geq w(\bar{l} - \underline{r}) + \underline{t} - \underline{k}h\left(\bar{l}\right) \Leftrightarrow w(\underline{r} - \overline{r}) \geq \underline{t} - \bar{t}$ e $\underline{t} - \overline{k}h(\underline{r}) \geq \bar{t} - \overline{k}h(\overline{r}) \Leftrightarrow \underline{t} - \bar{t} \geq \overline{k}\left[h(\underline{r}) - h(\overline{r})\right]$, o que implica que $w(\underline{r} - \overline{r}) \geq \overline{k}\left[h(\underline{r}) - h(\overline{r})\right] \Leftrightarrow w\underline{r} - \overline{k}h(\underline{r}) \geq w\overline{r} - \overline{k}h(\overline{r})$. Dada a concavidade da função de utilidade individual, as restrições $\overline{IC}$ e $\underline{IC}$ só serão respeitadas se $\underline{r} = \overline{r}$. Uma vez que $\underline{MI}$ neste caso é igual a $\underline{t} \geq z$, através de $\overline{IC}$ sabemos que $\bar{t} \geq \underline{t} - w(\underline{r} - \overline{r}) \Leftrightarrow \bar{t} \geq z$. Esta solução seria mais cara do que o *welfare state* puro e chegamos a uma contradição.

7. Seja $\underline{r} \geq \bar{l} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$. A restrição $\underline{PC}$ é dada por $\underline{t} - \overline{k}h(\underline{r}) \geq w\underline{l} - \overline{k}h(\underline{l}) \Leftrightarrow \underline{t} \geq w\underline{l} + \overline{k}\left[h\left(\underline{r}\right) - h(\underline{l})\right]$. Note-se que a variação que ocorre em $\underline{t}$ em virtude de uma variação unitária em $\underline{r}$ é de pelo menos $\overline{k}h'(\underline{r}) > 0$. A restrição $\overline{IC}$ é dada por $w(\bar{l} - \overline{r}) + \bar{t} - \underline{k}h(\bar{l}) \geq \underline{t} - \underline{k}h\left(\underline{r}\right) \Leftrightarrow \bar{t} \geq \underline{t} - w(\bar{l} - \overline{r}) - \underline{k}\left[h\left(\underline{r}\right) - h(\bar{l})\right]$. Neste caso, a variação que ocorre em $\bar{t}$ em virtude de uma variação unitária em $\underline{r}$ é de pelo menos $\overline{k}h'\left(\underline{r}\right) - \underline{k}h'\left(\underline{r}\right) = \left(\overline{k} - \underline{k}\right)h'\left(\underline{r}\right)$ e $\left(\overline{k} - \underline{k}\right)h'\left(\underline{r}\right) > 0$. Demonstra-se assim que, se $\underline{r} \geq \bar{l} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$, um acréscimo unitário em $\underline{r}$ aumenta as transferências para os dois tipos de agentes. Assim, neste cenário, uma minimização dos custos implicaria $\underline{r} = \bar{l}$. No entanto, seria possível baixar ainda mais as transferências para os agentes, uma vez que vimos no ponto **3.** que se $\bar{l} \geq \underline{r} \geq \underline{l} \geq \overline{r}$, o PAP mais barato contemplaria $\underline{r} = \underline{l}$. De qualquer forma, esta solução seria mais cara do que o *welfare state* puro.

8. Seja $\underline{r} \geq \bar{l} \geq \overline{r} \geq \underline{l}$. Uma vez que neste cenário as restrições $\underline{PC}$ e $\overline{IC}$ são iguais às do ponto anterior, podemos demonstrar que um acréscimo unitário em $\underline{r}$ aumenta as transferências para os dois tipos de agentes. Assim, neste cenário, uma minimização dos custos implicaria $\underline{r} = \bar{l}$. No entanto, de acordo com o cenário analisado no ponto **6.** do lema anterior em que $\bar{l} \geq \underline{r} \geq \overline{r} \geq \underline{l}$, e onde o caso $\underline{r} = \bar{l}$ também era considerado, seria possível baixar ainda mais as transferências para os dois tipos de agentes, mas qualquer solução que incluísse apenas *workfare* como ferramenta de combate à fraude seria ineficiente em termos de minimização de custos quando comparada com o *welfare*

state puro.■

Demonstração da Proposição 6.3 Sabemos que as restrições $\overline{PC}$, $\underline{PC}$, $\overline{MI}$ e $\underline{MI}$ são redundantes. Sejam β_1, β_2, β_3 e β_4 os multiplicadores Lagrangeanos associados a $\overline{IC}$, $\underline{IC}$, $\overline{MIP}$ e $\underline{MIP}$, respetivamente. Assim, poderá ser construída a Lagrangeana:

$$\begin{aligned}L &= \delta\left[\bar{t}+g(\bar{q})\right]+(1-\delta)\left[\underline{t}+g(\underline{q})\right]+\beta_1\left[(1-\underline{q})(\underline{t}-\bar{t})-\underline{q}\bar{p}\right]+\\&\beta_2\left[(1-\bar{q})(\bar{t}-\underline{t})-\bar{q}\underline{p}\right]+\beta_3\left[z-\left(w\bar{l}+\bar{t}-\bar{p}\right)\right]+\beta_4\left[z-\left(w\underline{l}+\underline{t}-\underline{p}\right)\right]\end{aligned}$$

As condições de Kuhn-Tucker nestas circunstâncias são dadas por:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial L}{\partial \bar{t}} = \delta-\beta_1(1-\underline{q})+\beta_2(1-\bar{q})-\beta_3 \geq 0, \qquad \bar{t}\geq 0, \qquad \bar{t}\frac{\partial L}{\partial \bar{t}}=0\\
&\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} = (1-\delta)+\beta_1(1-\underline{q})-\beta_2(1-\bar{q})-\beta_4 \geq 0, \qquad \underline{t}\geq 0, \qquad \underline{t}\frac{\partial L}{\partial \underline{t}}=0\\
&\frac{\partial L}{\partial \bar{q}} = \delta g'(\bar{q})-\beta_2\left[(\bar{t}-\underline{t})+\underline{p}\right] \geq 0, \qquad \bar{q}\geq 0, \qquad \bar{q}\frac{\partial L}{\partial \bar{q}}=0\\
&\frac{\partial L}{\partial \underline{q}} = (1-\delta)g'(\underline{q})-\beta_1\left[(\underline{t}-\bar{t})+\bar{p}\right] \geq 0, \qquad \underline{q}\geq 0, \qquad \underline{q}\frac{\partial L}{\partial \underline{q}}=0\\
&\frac{\partial L}{\partial \underline{p}} = -\beta_2\bar{q}+\beta_4 \geq 0, \qquad \underline{p}\geq 0, \qquad \underline{p}\frac{\partial L}{\partial \underline{p}}=0\\
&\frac{\partial L}{\partial \bar{p}} = -\beta_1\underline{q}+\beta_3 \geq 0, \qquad \bar{p}\geq 0, \qquad \bar{p}\frac{\partial L}{\partial \bar{p}}=0\\
&\frac{\partial L}{\partial \beta_1} = (1-\underline{q})(\underline{t}-\bar{t})-\underline{q}\bar{p} \leq 0, \qquad \beta_1\geq 0, \qquad \beta_1\frac{\partial L}{\partial \beta_1}=0\\
&\frac{\partial L}{\partial \beta_2} = (1-\bar{q})(\bar{t}-\underline{t})-\bar{q}\underline{p} \leq 0, \qquad \beta_2\geq 0, \qquad \beta_2\frac{\partial L}{\partial \beta_2}=0\\
&\frac{\partial L}{\partial \beta_3} = z-\left(w\bar{l}+\bar{t}-\bar{p}\right) \leq 0, \qquad \beta_3\geq 0, \qquad \beta_3\frac{\partial L}{\partial \beta_3}=0\\
&\frac{\partial L}{\partial \beta_4} = z-\left(w\underline{l}+\underline{t}-\underline{p}\right) \leq 0, \qquad \beta_4\geq 0, \qquad \beta_4\frac{\partial L}{\partial \beta_4}=0
\end{aligned}$$

Das condições de Kuhn-Tucker resultam as seguintes soluções e respetivos custos totais:

Solução 1:

$$\bar{q}=0; \qquad \underline{p}=0; \qquad \bar{t}=z-w\underline{l}; \qquad \underline{t}=z-w\underline{l}; \qquad \underline{q}=0; \qquad \bar{p}=0$$

$$\beta_1=\delta; \qquad \beta_2=0; \qquad \beta_3=0; \qquad \beta_4=1$$

com custos totais $CT_1 = z - w\underline{l}$. Esta solução coincide com o *welfare state* puro.

Solução 2:

$$\overline{q} = 0; \qquad \underline{p} = 0; \qquad \overline{t} = 0; \qquad \underline{t} = z - w\underline{l}; \qquad \underline{q} = \frac{z - w\underline{l}}{w(\overline{l} - \underline{l})}; \qquad \overline{p} = w\overline{l} - z$$

$$\beta_1 = \frac{(1-\delta)g'(\frac{z-w\underline{l}}{w(\overline{l}-\underline{l})})}{w(\overline{l} - \underline{l})}; \qquad \beta_2 = 0; \qquad \beta_3 = \frac{(1-\delta)g'(\frac{z-w\underline{l}}{w(\overline{l}-\underline{l})})}{w(\overline{l} - \underline{l})} \times \frac{z - w\underline{l}}{w(\overline{l} - \underline{l})};$$

$$\beta_4 = (1-\delta) + \frac{(1-\delta)g'(\frac{z-w\underline{l}}{w(\overline{l}-\underline{l})})}{w(\overline{l} - \underline{l})} \times \left(1 - \frac{z - w\underline{l}}{w(\overline{l} - \underline{l})}\right)$$

Com custos totais:

$$CT_2 = (1-\delta)\left[z - w\underline{l} + g(\frac{z - w\underline{l}}{w(\overline{l} - \underline{l})})\right]$$

Foram testadas também possíveis soluções com $\overline{q}$, $\underline{p}$ e $\overline{t}$ são maiores do que zero, no entanto não se verificaram nesses casos todas as condições de Kuhn-Tucker.

Entre as duas soluções anteriormente apresentadas será escolhida aquela que apresentar menores custos totais. A Solução 2 será mais cara que o *welfare state* puro sempre que:

$$(1-\delta)\left[z - w\underline{l} + g(\frac{z - w\underline{l}}{w(\overline{l} - \underline{l})})\right] > z - w\underline{l} \quad \Leftrightarrow \quad \delta < \frac{g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\overline{l}-\underline{l})}\right)}{z - w\underline{l} + g\left(\frac{z-w\underline{l}}{w(\overline{l}-\underline{l})}\right)}. \blacksquare$$

Capítulo 7

PAP ótimo quando os agentes diferem de forma contínua na capacidade de gerar rendimento e na desutilidade do trabalho

7.1 Introdução

No presente capítulo é apresentado um modelo de seleção adversa com um contínuo de tipos de agentes. Neste modelo os agentes podem variar simultaneamente e de forma contínua quer na capacidade de gerar rendimento quer na desutilidade do trabalho, ou seja, o modelo para além de contínuo é multidimensional. A preocupação do Estado é, mais uma vez, criar um PAP que assegure que cada um dos indivíduos na economia tem acesso a pelo menos um nível mínimo de rendimento z, exogenamente definido, a um custo mínimo. À semelhança do que foi feito nas análises com dois tipos de agentes, é admitido que todos os agentes têm um rendimento inicial proveniente do trabalho no setor privado. Assim, apenas aqueles que detêm um rendimento inferior a z deveriam ser assistidos. Mais uma vez, este trabalho foca-se essencialmente nas questões relacionadas com o alívio da pobreza, não discutindo possíveis formas de financiar programas deste género por parte do Estado.

Seguindo a formalização apresentada por Oliveira e Côrte-Real (2006) e procurando dar continuidade ao seu trabalho que se foca numa análise unidimensional, é estudada separadamente, a eficácia do *workfare* e da monitorização *standard* enquanto ferramentas de combate à fraude nos PAP quando são simultaneamente desconhecidas a capacidade de gerar rendimento e a desutilidade do trabalho.

7.2 O Modelo

No presente modelo os agentes podem diferir individualmente e de forma contínua na capacidade de gerar rendimento, $w \in [\underline{w}, \overline{w}]$, e na desutilidade do trabalho $k \in [\underline{k}, \overline{k}]$. Os tipos dos agentes são definidos exogenamente e observáveis para o próprio indivíduo mas não para o Estado. Todas as variáveis são independentes e $f(w, k)$ é a função densidade de probabilidade. As funções densidade de probabilidade marginais são dadas por $f(w)$ e $f(k)$.

O objectivo do Estado é, mais uma vez, criar um PAP que, a um custo mínimo, assegure que cada um dos indivíduos na economia tem acesso a pelo menos um nível mínimo de rendimento z, exogenamente definido.

O Estado oferece um menu de contratos de forma a levar os agentes a auto-selecionarem o contrato que lhes é dirigido. O contrato dirigido aos agentes do tipo (w, k) é $(t(w, k)$, $r(w, k)$, $q(w, k)$, $p(w, k))$, onde $t(w, k)$ é a transferência que é paga a um agente que revele ser do tipo (w, k), $r(w, k)$ é o montante de *workfare* exigido a um agente que revele ser do tipo (w, k), q é o nível de monitorização, onde $0 \leq q \leq 1$ é interpretado como sendo a probabilidade de apanhar o agente se ele tiver cometido fraude; e $p(w, k)$ é a multa aplicada ao agente do tipo (w, k) que é apanhado a cometer fraude.

A sequência do jogo é a apresentada na Figura 7.1. À semelhança do que acontecia nos dois capítulos anteriores, o PAP anunciado pelo estado tem de ser implementado, ou seja, *ex-post* o Estado não pode alterar o programa proposto. Em particular, o nível de monitorização previsto tem de ser efectivamente implementado, mesmo que em equilíbrio nenhum agente cometa fraude (*commitment value*).

Os custos com o PAP incluem os custos com as transferências e os custos com a monitorização. O custo de monitorizar é definido como $g(q)$. É assumido que $g(0) = 0$ e que $g(q)$ é estritamente crescente e estritamente convexa ($g^{'}(q) > 0$ e $g^{''}(q) > 0$).

Como referido, os indivíduos podem divergir ou na capacidade de gerar rendimento, w, ou

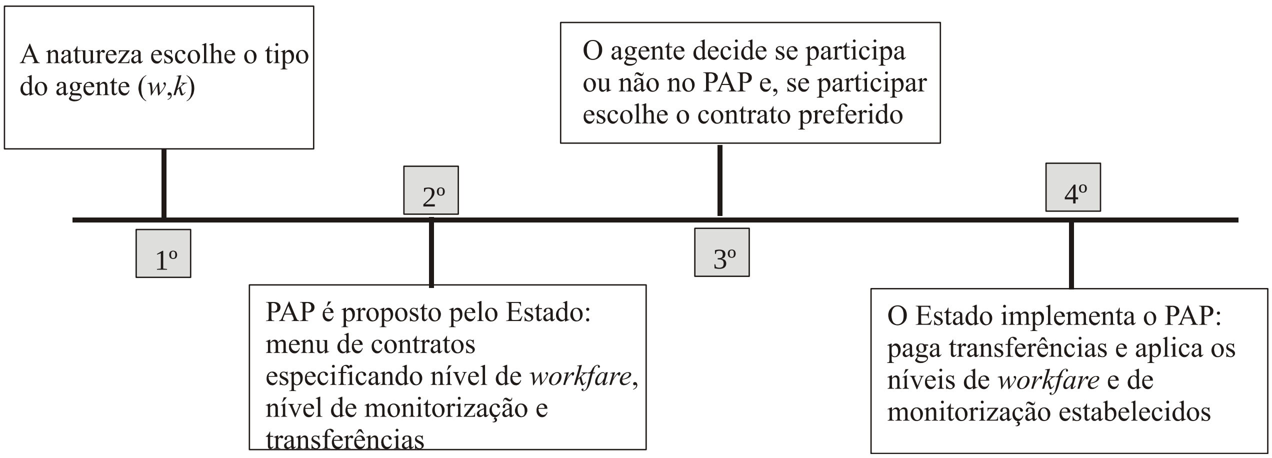

Figura 7.1: Sequência do jogo entre o Estado e os potenciais beneficiários do PAP.

no grau de desutilidade do trabalho, k. Para cada agente, seja x o consumo, l_m o número máximo de horas disponíveis para trabalhar e l o número total de horas de trabalho. A função de utilidade é quasilinear no rendimento, x:

$$U(x,l) = x - kh(l)$$

onde a função $h(l)$ é estritamente crescente e estritamente convexa ($h^{'}(l) > 0$ e $h^{''}(l) > 0$). O termo $kh(l)$ representa a desutilidade do trabalho, quanto maior for k maior é a desutilidade do trabalho.

Um indivíduo com grau de desutilidade do trabalho k, capacidade de gerar rendimento w e que não participe no PAP resolve o seguinte problema:

$$\max_{x,l} \quad U(x,l) = x - kh(l)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} x &\leq wl \\ 0 &\leq l \leq l_m \end{aligned}$$

Tendo em conta que a utilidade marginal do rendimento é igual a um, é imediato que a restrição orçamental é satisfeita em igualdade. Por conseguinte, o problema anterior é equivalente a:

$$\max_{l} \quad wl - kh(l) \quad \text{s.a.} \quad 0 \leq l \leq l_m$$

Se o l ótimo for interior, a condição de primeira ordem deste problema é:

$$w - kh_l(l) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad l^*(w,k) = h_l^{-1}\left(\frac{w}{k}\right)$$

onde kh_l é a desutilidade marginal do esforço. Se admitirmos que $0 < h_l^{-1}\left(\frac{w}{k}\right) < l_m$ seja qual for w e k, a solução é de facto interior e, por conseguinte a quantidade óptima de trabalho é dada por $l^* = h_l^{-1}\left(\frac{w}{k}\right)$. Como a função h é estritamente convexa, h_l e a sua função inversa $h_l^{-1}\left(\frac{w}{k}\right)$ são estritamente crescentes e, logo $l^*(w,k)$ é crescente em w e decrescente em k. Ou seja, agentes com maior capacidade de gerar rendimento, é ótimo trabalharem mais enquanto agentes com uma maior grau de desutilidade do trabalho é ótimo trabalharem menos.

Se o indivíduo decidir partipar no PAP sem cometer fraude, o seu problema de maximização da utilidade é semelhante, exceto na restrição orçamental que passa a incorporar a transferência recebida, t, e o montante de *workfare*, r:

$$x \leq w \cdot \max(l - r, 0) + t$$

É fácil mostrar que, desde que $r < l^*(w,k)$, o valor ótimo do número total de horas de trabalho não se altera.[1] De facto, nestas condições, o problema do agente é equivalente a:

$$\max_{l} \quad w(l - r) + t - kh(l) \quad \text{s.a.} \quad 0 \leq l \leq l_m$$

verificando-se de imediato que a condição de primeira ordem não se altera e, logo, l^* mantém-se. Ora isto implica que, se houver *workfare*, o número ótimo de horas de trabalho no setor privado é $l^* - r$, ou seja, o *workfare* implica um efeito *crowding-out* total. Além disso, a quasilineridade implica que o efeito de rendimento é nulo e portanto, l^* não depende de t (e também não dependeria da multa se estivessemos a considerar o caso em que o agente comete fraude e com certa probabilidade é apanhado e tem de pagar multa).

[1] Se $r > l^*(w,k)$, o agente vai trabalhar só no sector público, ou seja, o número total de horas de trabalho é r e o seu rendimento é t.

Neste contexto informacional, os agentes mais pobres na economia serão os do tipo $(\underline{w}, \overline{k})$, ou seja, aqueles que têm a menor capacidade de gerar rendimento, $\underline{w}$, e a maior desutilidade do trabalho, $\overline{k}$. Por outro lado, os agentes mais ricos na economia serão os do tipo $(\overline{w}, \underline{k})$, que têm a maior capacidade de gerar rendimento, $\overline{w}$, e a menor desutilidade do trabalho, $\underline{k}$. Por simplicidade, vamos assumir que $l^*(\underline{w}, \overline{k}) = 0$ e que os agentes mais ricos da economia têm rendimento superior a z.

7.3 Uma solução só com *workfare*

Nesta secção é estudada a eficácia da inclusão de *workfare* num PAP, enquanto instrumento de combate à fraude. Num sistema com *workfare*, o agente (w, k) recebe a transferência $t(w, k)$ mas é-lhe exigido um montante de trabalho $r(w, k)$ no setor público. Este trabalho é neste modelo considerado não produtivo *i.e.*, funciona como um mero instrumento de *screening* que produz lucros líquidos de 0. Fazendo uso de t e r o governo procura garantir que cada agente revele a verdade relativamente ao seu tipo em vez de se fazer passar por outro.

7.3.1 O problema com informação completa

Para ilustrar o problema de seleção adversa decorrente da existência de informação incompleta, começamos novamente por analisar o problema com informação completa. Neste problema, o governo procura um PAP ótimo num contexto informacional em que k e w são conhecidos. Assim, o Estado conhece tanto o vector das capacidades de gerar rendimento individuais como os parametros individuais da desutilidade do trabalho antes de criar o programa.

Neste contexto informacional, se o tipo do agente for (w, k), o Estado resolve o seguinte problema:

$$\min_{t(w,k), r(w,k)} t(w, k)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
PC_{w,k} &: \quad w\max\{l^*(w,k)-r(w,k),0\}+t(w,k)-kh\left(\max\{l^*(w,k),r(w,k)\}\right)\geq \\
&\quad\; wl^*(w,k)-kh\left(l^*(w,k)\right) \\
MI_{w,k} &: \quad w\max\{l^*(w,k)-r(w,k),0\}+t(w,k)\geq z \\
t(w,k) &\geq \quad 0, r(w,k)\geq 0
\end{aligned}$$

A condição $PC_{w,k}$ assegura que o agente do tipo (w,k) está disposto a participar no programa e $MI_{w,k}$ estabelece que o agente têm acesso a um nível de rendimento de pelo menos z.

Da maximização do problema individual, sabemos que $l^*(w,k) = h_l^{-1}(\frac{w}{k})$. O nível de *workfare* não altera $l^*(w,k)$. A solução com informação completa é tal que $r(w,k) = 0$ e $t(w,k) = \max\{z - wl^*(w,k), 0\}$. Este resultado mostra que os agentes que beneficiam do programa são aqueles que têm um nível de rendimento inferior a z. Os agentes mais pobres na economia – os que têm a maior desutilidade do trabalho, $(\underline{w}, \overline{k})$ – recebem a maior transferência, que iguala z.

7.3.2 O problema com informação incompleta

Assumamos agora que o Estado não consegue observar w e k. Dado que (w,k) é informação privada, o principal precisa de conceber um programa que especifique $t(w,k)$ e $r(w,k)$ tal que cada agente tenha incentivo para revelar o verdadeiro valor de (w,k).

O Estado quer minimizar o custo esperado do programa. Desta forma, o problema é:

$$\min_{t(w,k),r(w,k)} \int_{\underline{w}}^{\overline{w}} \int_{\underline{k}}^{\overline{k}} t(w,k)f(w,k)dkdw \tag{7.1}$$

sujeito a:

$$
\begin{aligned}
PC_{w,k} \quad &: \quad w\max\{l^*(w,k)-r(w,k),0\}+t(w,k)-kh\left(\max\{l^*(w,k),r(w,k)\}\right)\geq \\
&\quad\ \ wl^*(w,k)-kh\left(l^*(w,k)\right)\ \text{ para todo o } (w,k) \\
IC_{w,k} \quad &: \quad w\max\{l^*(w,k)-r(w,k),0\}+t(w,k)-kh\left(\max\{l^*(w,k),r(w,k)\}\right)\geq \\
&\quad\ \ w\max\left\{l^*(w,k)-r(\widehat{w},\widehat{k}),0\right\}+t(\widehat{w},\widehat{k})-kh\left(\max\left\{l^*(w,k),r(\widehat{w},\widehat{k})\right\}\right),\ \forall(w,k) \text{ e } (\widehat{w},\widehat{k}) \\
MI_{w,k} \quad &: \quad w\max\{l^*(w,k)-r(w,k),0\}+t(w,k)\geq z\ \text{ para todo o } (w,k) \\
t(w,k) \quad &\geq \quad 0 \text{ e } r(w,k)\geq 0 \text{ para todo o } (w,k)
\end{aligned}
$$

A restrição $IC_{w,k}$ é a restrição de compatibilidade de incentivos para os agentes do tipo (w,k). Esta restrição garante que cada tipo de agente tem incentivo em revelar a verdade, ou seja, prefere escolher o contrato que lhe é dirigido do que cometer fraude escolhendo o contrato dirigido a qualquer outro tipo. Ou seja, um agente do tipo (w,k) prefere revelar que é do tipo (w,k) do que revelar que é do tipo $(\widehat{w},\widehat{k})$, seja qual for $(\widehat{w},\widehat{k})$.

Um PAP que satisfaz todas as restrições deste problema é o *welfare state puro*, em que $t(w,k)=z$ e $r(w,k)=0$ para todo o (w,k). O custo total desta solução é z. Obviamente, qualquer solução do problema anterior terá de ter custos não superiores ao do *welfare state puro*.

O problema anterior, à semelhança dos apresentados nos capítulos 5 e 6, é bastante complexo, uma vez que nas suas restrições aparecem várias funções máximo, que levam a que existam à partida vários subcasos a analisar dependendo das relações entre os diferentes valores de $l^*(w,k)$, $l^*(\widehat{w},\widehat{k})$, $r(w,k)$ e $r(\widehat{w},\widehat{k})$.

Lema 7.1 *Num contexto informacional em que w e k são desconhecidos, a solução ótima de um PAP que inclua workfare como única ferramenta de combate à fraude, $(t(w,k),r(w,k))$, não depende de k.*

Demonstração. Por contradição, admitamos que existe um PAP ótimo $(t_0(w,k),\ r_0(w,k))$ que depende de w e de k. Seja $k'(w)$ o k que minimiza $r_0(w,k)$ para um dado w. Podemos demonstrar que esta solução é estritamente dominada por uma solução $(t_1(w,k),\ r_1(w,k))$ em que $r_1(w,k)=\min_k r_0(w,k)=r_0(w,k'(w))$ e $t_1(w,k)=t_0(w,k'(w))$.

Para ser ótima, a solução $(t_0(w,k), r_0(w,k))$ terá de satisfazer todas as restrições do problema 7.1. No entanto, a nova solução proposta, $(t_1(w,k), r_1(w,k))$, também satisfaz todas as restrições e tem custos inferiores, logo a solução original não podia ser ótima. Para se fazer a demonstração é importante relacionar a solução original com a nova solução, o que envolve a análise de muitos casos. A demonstração completa é feita no Anexo 7.6. ■

Proposição 7.1 *Num contexto informacional em que w e k são desconhecidos, se o workfare é a única ferramenta de combate à fraude, seja $(w_0, \overline{k})$ tal que $w_0 l^*(w_0, \overline{k}) = z$ e $l^*(w_0, \overline{k}) = \min\{l^*(w,k) : wl^*(w,k) = z\}$. O PAP ótimo é caraterizado por:*

- $t(w,k) = z$ e $r(w,k) = l^*(w_0, \overline{k})$ para todo w tal que $w \leq w_0$

- $t(w,k) = 0$ e $r(w,k) = 0$ para todo w tal que $w > w_0$

e o seu custo total é dado por $\int_{\underline{w}}^{w_0} \int_{\underline{k}}^{\overline{k}} zf(w,k)dkdw$.

Demonstração. No Lema anterior ficou demonstrado que um PAP ótimo que inclua *workfare* como única ferramenta de combate à fraude, a solução ótima $(t(w,k), r(w,k))$ não depende de k. Deste modo, se a solução ótima só depende se w, caímos na solução encontrada para o caso unidimensional por Oliveira e Côrte-Real (2006) (quando w não é observável pelo principal e k é fixo) e apresentada pelos autores na *Proposição 18* do mesmo trabalho. Uma vez que só os agentes com $w \leq w_0$ recebem transferências e todos recebem uma transferência de z, independentemente do seu nível de k uma vez que não os conseguimos separar, o custo total do programa é dado por $\int_{\underline{w}}^{w_0} \int_{\underline{k}}^{\overline{k}} zf(w,k)dkdw$. ■

Na figura 7.2 podemos analisar graficamente a solução encontrada. Nela estão representados os agentes do tipo $(w_0, \overline{k})$, que são aqueles com maior w e menor $l^*(w,k)$ de todos os que têm rendimento do setor privado igual a z. Estão também representados todos os agentes que recebem transferências do PAP, bem como um nível de *workfare* positivo - todos os agentes com $w \leq w_0$, independentemente do seu nível de k. O *workfare* pode assim ser utilizado como ferramenta de auto-seleção nos PAP. No entanto, o Estado só consegue «separar» os agentes de acordo com a capacidade de gerar rendimento, uma vez que o custo de oportunidade do *workfare* é mais elevado para os agentes com maior produtividade. À semelhança do que acontece no Capítulo 6 com dois tipos de agentes e em Oliveira e Côrte-Real (2006) com tipo de agentes contínuo, se os agentes diferirem apenas na desutilidade do trabalho, k, e esta não é observável, então a utilização de *workfare* como mecanismo de auto-seleção é ineficiente, daí

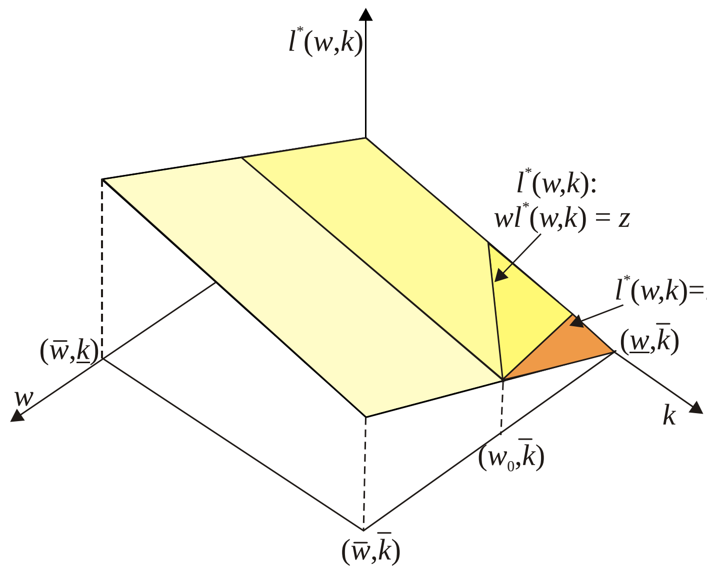

Figura 7.2: PAP ótimo quando o workfare é a única ferramenta de combate à fraude.

que na solução encontrada a «separação» entre os agentes que recebem e não recebem subsídios seja feita apenas através de w.

Neste modelo não foi considerada a existência de custos ou de benefícios do *workfare*. No entanto, como foi referido no capítulo anterior, a sua introdução não traria alterações significativas aos resultados encontrados.

Dado que os custos totais deste PAP são dados por $\int_{\underline{w}}^{w_0} \int_{\underline{k}}^{\overline{k}} z f(w,k) dk dw$, estes seriam sempre inferiores ou iguais a z, o custo total do *welfare state* puro. Note-se que só se verificaria uma igualdade entre os custos de ambos os programas se $w_0 = \overline{w}$ e, consequentemente, $\overline{w} l^*(\overline{w}, \overline{k}) = z$. Uma vez que o Estado não consegue fazer a separação dos agentes pela desutilidade do trabalho, todos os agentes teriam de receber z e o custo deste programa seria igual ao do *welfare state* puro. Este é, no entanto, um cenário pouco realista, uma vez que admite que nenhum agente com a desutilidade do trabalho superior $(\overline{k})$ tem rendimento superior a z.

7.4 Uma solução só com *monitorização*

Nesta secção é estudada a eficácia da inclusão num PAP de monitorização, enquanto instrumento de combate à fraude. O custo da monitorização é definido por $g(q)$, onde $0 \leq q \leq 1$ é a probabilidade de detetar um agente a cometer fraude e $p(w,k)$ é a multa aplicada ao agente do tipo (w,k) que é apanhado a cometer fraude. Como referido anteriormente, assume-se que $g(0)=0$, $g^{'}(q)>0$, $g^{''}(q)>0$ e que $\lim_{q\to 1} g(q)=\lim_{q\to 1} g'(q)=\infty$

7.4.1 O problema com informação completa

Para ilustrar o problema de seleção adversa com informação incompleta, começamos por analisar o caso com informação completa. Neste caso, o Estado quer encontrar o PAP ótimo quando w e k são conhecidos. Neste contexto, se o agente for do tipo (w,k), o Estado resolve o seguinte problema:

$$\min_{t,q,p}\ t(w,k)+g(q)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
PC_{w,k} &: \quad wl^{*}(w,k)+t(w,k)-kh\left(l^{*}(w,k)\right)\geq wl^{*}(w,k)-kh\left(l^{*}(w,k)\right)\\
MI_{w,k} &: \quad wl^{*}(w,k)+t(w,k)\geq z\\
t &\geq \quad 0, 0\leq q\leq 1, p\geq 0
\end{aligned}$$

$PC_{w,k}$ assegura que o agente do tipo (w,k) quer participar no PAP e a restrição $MI_{w,k}$ garante que o seu rendimnto é de pelo menos z. Note-se que a restrição de participação é redundante pois é equivalente a $t(w,k)\geq 0$, o que já é garantido pela condição de não-negatividade.

Do problema individual sabemos que $l^{*}(w,k)=h_l^{-1}(\frac{w}{k})$. Sendo a monitorização o único instrumento de combate à fraude, $l^{*}(w,k)$ permanece o mesmo que na ausência de PAP e é igual ao trabalho no setor privado. A solução com informação completa é tal que $t(w,k)=\max\left\{z-wl^{*}(w,k),0\right\}$. Este resultado mostra que os agentes que beneficiam do programa são apenas aqueles que têm rendimento inferior a z. Os agentes mais pobres, o tipo $(\underline{w},\overline{k})$, são aqueles que recebem maior transferência: z. As transferências diminuem à medida que $\frac{w}{k}$ aumenta.

Das condições de Kuhn-Tucker, sabemos que $\frac{\partial L}{\partial q}\geq 0$, $q\geq 0$ e $\frac{\partial L}{\partial q}\cdot q=0$. Como $\frac{\partial L}{\partial q}=g\prime(q)>0$, a condição de complementaridade, $\frac{\partial L}{\partial q}\cdot q=0$, implica que $q=0$. Deste modo, não há monitorização com informação completa.

Se considerarmos o espaço de todos os possíveis tipos é possível identificar nesse espaço, os tipos que beneficiam do PAP num contexto com informação completa:

$$B_0 = \{(w, k) : wl^*(w, k) \leq z\} \,.$$

A Figura 7.3 mostra uma possível configuração do conjunto de tipos que são beneficiados com o PAP. Note-se que há vários tipos críticos tais que $wl^*(w, k) = z$. Seja $k = \phi_0(w)$ a função que, para um dado w, nos indica o valor de k tal que o rendimento é igual a z, $wl^*(w, k) = z$. Pelo teorema da função implícita

$$\frac{dk}{dw} = \phi_0'(w) = -\frac{l^* + w\frac{\partial l^*}{\partial w}}{w\frac{\partial l^*}{\partial k}}$$

Como o denominador é negativo (pois $\frac{\partial l^*}{\partial k} < 0$) e o numerador é positivo ($\frac{\partial l^*}{\partial w} > 0$), $\phi_0'(w) > 0$. Logo a curva que identifica os tipos críticos cujo rendimento no setor privado é z, $\phi_0(w)$ é crescente. Se w aumentar, para se manter o nível de rendimento em z, k tem de aumentar. A Figura 7.3 ilustra o facto de poder acontecer que, para níveis de w mais elevados, não exista nenhum k para o qual $wl^*(w, k) = z$. Por outras palavras, a função $\phi(w)$ pode não ser definida para todos os valores de $w \in [\underline{w}, \overline{w}]$. Designemos por w_0 o valor de w tal que $wl^*(w, \overline{k}) = z$.

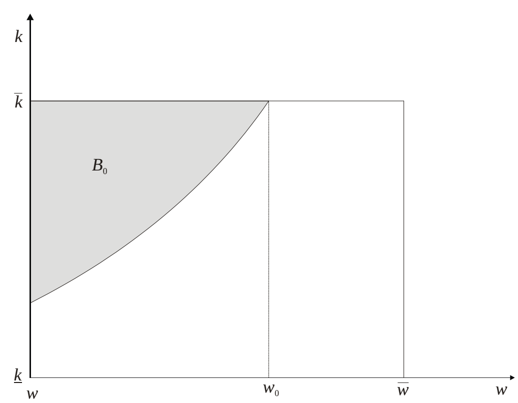

Figura 7.3: O conjunto de tipos que beneficiam do PAP num contexto de informação completa são os tipos cujo rendimento no sector privado é abaixo de z (zona a cinzento).

7.4.2 O problema com informação incompleta

Assumamos agora que o Estado não consegue observar w e k. Dado que (w, k) é informação privada, o principal precisa de criar um contrato contingente ao tipo dos agentes: além de determinar q, o contrato deve especificar $t(w,k)$ e $p(w,k)$ para todo o (w,k) tal que cada agente tenha incentivo en anunciar o seu verdadeiro tipo. Num ambiente informacional com informação incompleta, precisaremos de restrições adicionais: $IC_{w,k}$ é a restrição de compatibilidade de incentivos e $MIP_{w,k}$ a restrição de rendimento mínimo que garante que, mesmo se os agentes forem apanhados a cometer fraude, a penalidade é tal que ficam com um rendimento final de pelo menos z.

$$\begin{aligned}
IC_{w,k} &: (1-q)\left\{wl^*(w,k)+t(\widehat{w},\widehat{k})-kh\left[l^*(w,k)\right]\right\}+q\left\{wl^*(w,k)+t(w,k)-p(w,k)-kh\left[l^*(w,k)\right]\right\}\\
&\leq wl^*(w,k)+t(w,k)-kh\left[l^*(w,k)\right] \text{ para todo o } (w,k) \text{ e } (\widehat{w},\widehat{k})\\
MIP_{w,k} &: wl^*(w,k)+t(w,k)-p(w,k)\geq z \text{ para todo o } (w,k)
\end{aligned}$$

O principal quer minimizar os custos esperados do programa. Reescrevendo as restrições $PC_{w,k}$ e $MI_{w,k}$, o problema é:

$$\min_{t(w,k),q,p(w,k)} \int_{\underline{w}}^{\overline{w}} \int_{\underline{k}}^{\overline{k}} t(w,k)f(w,k)dkdw+g(q)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
PC_{w,k} &: wl^*(w,k)+t(w,k)-kh\left(l^*(w,k)\right)\geq wl^*(w,k)-kh\left(l^*(w,k)\right)\Longleftrightarrow t(w,k)\geq 0,\ \forall(w,k)\\
IC_{w,k} &: (1-q)\left\{wl^*(w,k)+t(\widehat{w},\widehat{k})-kh\left[l^*(w,k)\right]\right\}+q\left\{wl^*(w,k)+t(w,k)-p(w,k)-kh\left[l^*(w,k)\right]\right\}\leq\\
& \quad wl^*(w,k)+t(w,k)-kh\left[l^*(w,k)\right] \text{ para todo o } (w,k) \text{ e } (\widehat{w},\widehat{k})\\
MI_{w,k} &: wl^*(w,k)+t(w,k)\geq z \text{ para todo o } (w,k)\\
MIP_{w,k} &: wl^*(w,k)+t(w,k)-p(w,k)\geq z \text{ para todo o } (w,k)\\
t &\geq 0, 0\leq q\leq 1, p\geq 0 \text{ para todo o } (w,k)
\end{aligned}$$

Antes de apresentar a solução para o problema, veja-se que a nossa hipótese sobre $g(q)$ é suficiente para assegurar que $q<1$. Note-se ainda que $MI_{w,k}$ é implicado por $MIP_{w,k}$ e pela restrição de não negatividade imposta pela multa: $wl^*(w,k)+t(w,k)\geq wl^*(w,k)+t(w,k)-p(w,k)\geq z$, e assim podemos ignorar $MI_{w,k}$. A restrição $PC_{w,k}$ é, por sua vez, equivalente à restrição de não negatividade de t. Finalmente, a restrição $IC_{w,k}$ pode ser reescrita como

$$qp(w,k) \geq (1-q)\left(t(\widehat{w},\widehat{k}) - t(w,k)\right)$$

O lado esquerdo da restrição indica o valor esperado da penalização no caso do agente cometer fraude, o lado direito da restrição indica o ganho esperado de cometer fraude. Para que o agente não tenha incentivo a cometer fraude o valor esperado da penalização tem de ser superior ou igual ao ganho esperado de cometer fraude. A expressão anterior é ainda equivalente a:

$$t(w,k) + \frac{q}{1-q}p(w,k) \geq t(\widehat{w},\widehat{k})$$

Lema 7.2 *Se a capacidade de gerar rendimento e a desutilidade do trabalho não são observáveis, o PAP ótimo é tal que a transferência máxima é atribuida ao agente mais pobre* $(\underline{w},\overline{k})$ *e é igual a* z *i.e.* $t(\underline{w},\overline{k}) = \max_{w,k} t(w,k) = z$.

Demonstração. De $MI_{w,k}$ sabemos também que $t(\underline{w},\overline{k}) \geq z$, logo $\max_{w,k} t(w,k) \geq z$. Temos de mostrar que no PAP ótimo não é possível termos $\max_{w,k} t(w,k) > z$. Por contradição, seja (w^*,k^*) tal que $t(w^*,k^*) = \max_{wk} t(w,k)$ e $t(w^*,k^*) > z$. Da restrição $IC_{w,k}$ sabemos que $t(w,k) + \frac{q}{1-q}p(w,k) \geq t(\widehat{w},\widehat{k})$, para todo o $(\widehat{w},\widehat{k})$. Uma vez que $t(w^*,k^*) \geq t(w,k)$ para todo o (w,k), só precisamos de assegurar que $t(w,k)+\frac{q}{1-q}p(w,k) \geq t(w^*,k^*) > z$. Deste modo $t(w,k) > z - \frac{q}{1-q}p(w,k)$. A partir da restrição $MIP_{w,k}$ sabemos que $p(w,k) \leq wl^*(w,k) + t(w,k) - z$. A manipulação desta condição leva-nos a $z - \frac{q}{1-q}p(w,k) \geq z - \frac{q}{1-q}\left[wl^*(w,k) + t(w,k) - z\right]$. Combinando as duas restrições anteriores temos $t(w,k) > z - \frac{q}{1-q}\left[wl^*(w,k) + t(w,k) - z\right]$ e, logo $t(w,k) > z - qwl^*(w,k)$ para todo o (w,k). Em vez disso, seja $t(w,k) = \max\left\{z - qwl^*(w,k), 0\right\}$ e $p(w,k) = wl^*(w,k) + t(w,k) - z \geq 0$. Todas as restrições são satisfeitas para o mesmo nível de q, e os custos totais são inferiores. Portanto, a solução deve ser tal que $t(w,k) \leq z$ para todo o (w,k) e, deste modo, $t(\underline{w},\overline{k}) = z = \max_{w,k} t(w,k)$. ■

Lema 7.3 *Se a capacidade de gerar rendimento e a desutilidade do trabalho não são observáveis, o PAP que minimiza os custos é tal que* $t(w,k) = \max\left\{z - qwl^*(w,k), 0\right\}$ *para todo o* (w,k).

Demonstração. Dado que $t(\underline{w},\overline{k}) = \max_{w,k} t(w,k) = z$, podemos reescrever $IC_{w,k}$ como $t(w,k)+\frac{q}{1-q}p(w,k) \geq z$ para todo o (w,k). Combinando esta expressão com $MIP_{w,k}$, isto implica que $t(w,k) \geq z - qwl^*(w,k)$ para (w,k). Para qualquer $q \in [0,1)$, resolvendo um problema simples de maximização sujeito apenas à restrição anterior e às restrições de não negatividade chegamos a $t(w,k) = \max\{z - qwl^*(w,k), 0\}$ para todo o (w,k). Finalmente, fixando $p(w,k) = wl^*(w,k) + t(w,k) - z$ asseguramos que as restrições $MIP_{w,k}$ e de não negatividade das multas são verificadas no problema original. ■

Para $0 \leq q \leq 1$, é possível identificar o conjunto de tipos que beneficia com o PAP:

$$B_1(q) = \{(w,k) : qwl^*(w,k) \leq z\}$$

É imediato que $B_0 \subseteq B_1(q)$ e que para $q < 1$ o conjunto B_0 é subconjunto estrito de B_1 (se $q = 1$, os dois conjuntos são iguais e se $q = 0$, B_1 é igual ao conjunto de todos os possíveis tipos). Como as nossas hipóteses implicam que, no ótimo, $q < 1$, podemos concluir que com informação incompleta há mais tipos que são beneficiados com o PAP. Todos os tipos que pertencem a $B_1(q)/B_0$ têm um rendimento privado que excede z mas recebem transferências do PAP. O principal tem assim um custo informacional com estes agentes que não teria numa situação de informação completa. À medida que q tende para 1, apesar de os custos com monitorização aumentarem, o custo informacional diminui. Note-se ainda que para $q = 0$ todos os tipos beneficiam com o PAP, recebendo todos uma transferência igual a z, o que corresponde ao *welfare state* puro. A Figura 7.4 mostra como o conjunto de tipos que beneficia com o PAP depende da probabilidade de monitorização. Seja $k = \phi_1(w,q)$ a função que, para um dado w e

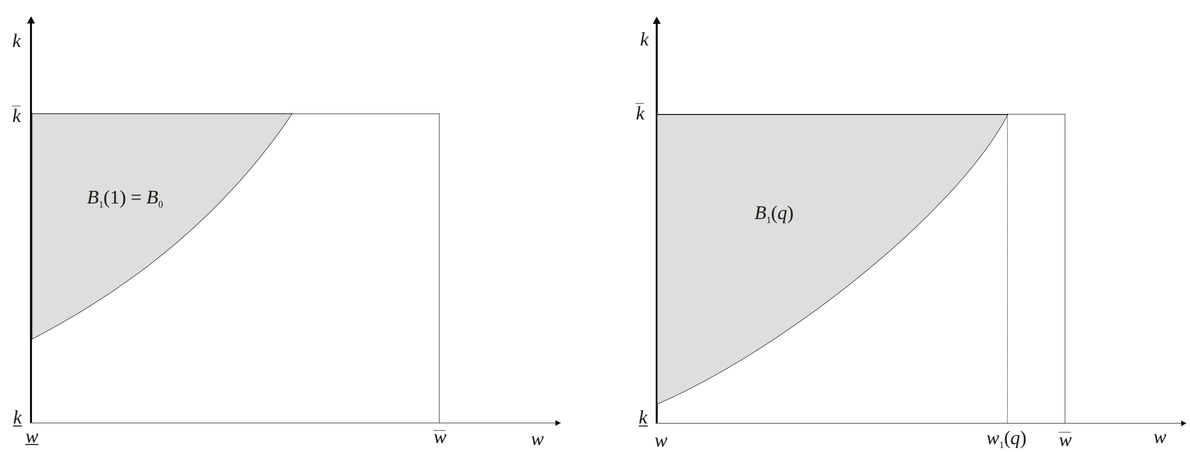

Figura 7.4: B_1 é o conjunto de tipos que beneficiam do PAP com informação incompleta como função de q. Se $q = 1$, $B_1 = B_0$ (painel da esquerda). Se $0 < q < 1$, $B_1 \supset B_0$ (painel da direita).

q, nos indica o valor de k tal que $qwl^*(w,k) = z$. Pelo teorema da função implícita

$$\frac{\partial k}{\partial w} = -\frac{q\left(l^* + w\frac{\partial l^*}{\partial w}\right)}{qw\frac{\partial l^*}{\partial k}} > 0$$

Logo a curva $\phi_1(w,q)$ é crescente em w. A Figura 7.3 ilustra o facto de poder acontecer que, para níveis de w mais elevados, não exista nenhum k para o qual $qwl^*(w,k) = z$. Designemos por $w_1(q)$ o valor de w tal que $qwl^*(w,\overline{k}) = z$. Podemos definir de forma explícita $\phi_1(w,q)$. Note-se que $qwl^*(w,k) = z$ é equivalente a $h_l^{-1}(\frac{w}{k}) = \frac{z}{qw}$, logo $\frac{w}{k} = h_l\left(\frac{z}{qw}\right)$ e, por conseguinte:

$$k = \phi_1(w,q) = \frac{w}{h_l\left(\frac{z}{qw}\right)}.$$

Lema 7.4 *Se a capacidade de gerar rendimento e a desutilidade do trabalho não são observáveis, o PAP que minimiza os custos inclui um nível positivo de monitorização se e só se* $g'(0) < \int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw$*, caso em que* q *é implicitamente definido por*

$$g'(q) = \int_{\underline{w}}^{\min[w_1(q),\overline{w}]}\int_{\max\left[\frac{w}{h_l\left(\frac{z}{qw}\right)},\underline{k}\right]}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw.$$

Demonstração. À medida que $q \to 0$, $qwl^*(w,k) < z$ para todo o $(w,k) \in [\underline{w},\overline{w}] \times \left[\underline{k},\overline{k}\right]$. Como $\overline{w}l^*(\overline{w},\underline{k}) > z$, por continuidade, existe um $q_1 > 0$ tal que $q_1\overline{w}l^*(\overline{w},\underline{k}) = z$.

Podemos substituir $t(w,k)$ por $z - qwh_l^{-1}(\frac{w}{k})$ na função objetivo do principal, que pode ser reescrita como:

$$\begin{array}{rl} \int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}}\left[z - qwh_l^{-1}(\frac{w}{k})\right]f(w,k)dkdw + g(q) & \text{para } q \leq q_1 \\ \int_{\underline{w}}^{\min[w_1(q),\overline{w}]}\int_{\max\left[\frac{w}{h_l\left(\frac{z}{qw}\right)},\underline{k}\right]}^{\overline{k}}\left[z - qwh_l^{-1}(\frac{w}{k})\right]f(w,k)dkdw + g(q) & \text{para } q > q_1. \end{array}$$

A função é contínua, bem como a sua primeira derivada

$$-\int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw + g'(q) \qquad \text{para } q \ \leq \ q_1 \tag{7.2}$$

$$-\int_{\underline{w}}^{\min[w_1(q),\overline{w}]}\int_{\max\left[\frac{w}{h_l\left(\frac{z}{qw}\right)},\underline{k}\right]}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw + g'(q) \qquad \text{para } q \ > \ q_1 \tag{7.3}$$

Uma vez $f(w,k) = 0$ para todo (w,k) com $k < \underline{k}$ e/ou $w > \overline{w}$, então (7.2) e (7.3) coincidem para $q \leq q_1$. Logo podemos usar a expressão (7.3) para todo $0 \leq q \leq 1$. Temos então uma solução interior $q \in (0,1)$ se e só se

$$g'(q) = \int_{\underline{w}}^{\min[w_1(q),\overline{w}]}\int_{\max\left[\frac{w}{h_l\left(\frac{z}{qw}\right)},\underline{k}\right]}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw.$$

dadas as nossas hipóteses iniciais, $q = 1$ nunca poderá ser ótimo. Por continuidade, se $g'(0) < \int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw$, então temos uma solução interior.

Se, no entanto, $g'(0) \geq \int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw$, então $q = 0$ é ótimo, para $q > 0$, temos $g'(q) > g'(0) \geq \int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw$, excluindo a possibilidade de uma solução interior.
$\blacksquare$

Começando a analisar o caso *benchmark* em que não há monitorização ($q = 0$), um aumento infinitesimal em q diminui os custos do PAP por intermédio das transferências, uma vez que estas são decrescentes em q. No caso de a economia ser muito pobre ou de um aumento infinitesimal em q representar custos com monitorização relativamente altos, a monitorização poderá não fazer parte do PAP ótimo. Uma vez que ter um custo marginal de monitorizar associado a um q muito pequeno superior ao rendimento total na economia não é um cenário muito realista ($g'(0) \geq \int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw$), o caso mais interessante e que vamos considerar é aquele em que $g'(0) < \int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw$ e que se traduz numa solução interior, isto é, $0 < q < 1$.

Sob a hipótese adicional de que $g'(0) < \int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw$, podemos agora combinar os Lemas anteriores para caracterizar o PAP ótimo:

Proposição 7.2 *Se a capacidade de gerar rendimento e a desutilidade do trabalho não são observáveis e* $g'(0) < \int_{\underline{w}}^{\overline{w}}\int_{\underline{k}}^{\overline{k}} wh_l^{-1}(\frac{w}{k})f(w,k)dkdw$, *o PAP ótimo inclui:*

- *um nível de monitorização q tal que* $g'(q) = \int_{\underline{w}}^{\min[w_1(q),\overline{w}]} \int_{\max\left[\frac{w}{h_l\left(\frac{z}{qw}\right)},\underline{k}\right]}^{\overline{k}} w h_l^{-1}(\frac{w}{k}) f(w,k) dk dw$;
- *transferências* $t(w,k) = \max\{z - qwl^*(w,k), 0\}$ *para todo o* (w,k).

7.5 Conclusões

Neste capítulo damos continuidade ao trabalho de Oliveira e Côrte Real (2006) analisando um modelo de seleção adversa em que os agentes diferem simultaneamente e de forma contínua na desutilidade do trabalho e na capacidade de gerar rendimento. Neste contexto é analisado o PAP ótimo quando se utiliza apenas o workfare como ferramenta de combate à fraude e quando se utiliza apenas a monitorização para o mesmo efeito. À semelhança do que acontece nos dois capítulos anteriores, o custo de utilizar o *workfare* é o de que ele reduz o montante de trabalho no setor privado, aumentando assim as transferências para os agentes beneficiados e, consequentemente, os custos do programa. No entanto, o workfare pode servir como ferramenta de *screening*, reduzindo as transferências para os agentes que não são pobres e este benefício pode ser superior ao custo anteriormente referido. Ficou neste capítulo provado que quando a capacidade de gerar rendimento e a desutilidade do trabalho não são observáveis um PAP que inclua o *workfare* como única ferramenta de combate à fraude é mais barato do que o *welfare state* puro.

Relativamente à monitorização, esta pode ser o melhor instrumento, dependendo da sua função custo, $g(q)$. No entanto, em economias muito pobres, com recursos e capacidade para monitorizar muito escassos, os custos de monitorizar podem ser muito elevados e, nesse caso, o PAP ótimo inclui *workfare*. Os resultados dependem não apenas da função custo de monitorizar mas também da distribuição de rendimento na economia.

À semelhança do que acontece nos dois capítulos anteriores e no trabalho de Oliveira e Côrte Real (2006), o modelo analisado tem a limitação de não incorporar a questão do financiamento do PAP. Para tal seria necessário incluir no modelo a restrição orçamental do Estado, tendo de haver necessariamente agentes que contribuam para financiar o programa.

Anexo

7.6 Demonstrações completas

Demontração do Lema 7.1 Por contradição, admitamos que existe um PAP ótimo $(t_0(w,k), r_0(w,k))$ que depende de w e de k. Seja $k'(w)$ o k que minimiza $r_0(w,k)$ para um dado w. Podemos demonstrar que esta solução é estritamente dominada por uma solução $(t_1(w,k), r_1(w,k))$ em que $r_1(w,k) = \min_k r_0(w,k) = r_0(w,k'(w))$ e $t_1(w,k) = t_0(w,k'(w))$.

Para ser ótima, a solução $(t_0(w,k), r_0(w,k))$ terá de satisfazer todas as restrições do problema 7.1. No entanto, a nova solução proposta, $(t_1(w,k), r_1(w,k))$,também satisfaz todas as restrições e tem custos inferiores, logo a solução original não podia ser ótima.

Para se fazer a demonstração é importante relacionar a solução original com a nova solução. Sabemos que $r_1(w,k) = r_0(w,k')$ o que, somando e subtraindo $r_0(w,k)$, é equivalente a:

$$r_1(w,k) = r_0(w,k) - \left[r_0(w,k) - r_0(w,k^{'})\right].$$

O segundo termo de $r_1(w,k)$ indica-nos a alteração no nível de *workfare* para o tipo (w,k). Também sabemos que $t_1(w,k) = t_0(w,k')$. Neste caso é mais difícil relacionar $t_1(w,k)$ com $t_0(w,k)$ pois a alteração na transferência depende de como $l^*(w,k)$ se relaciona com os níveis de *workfare* na solução original.

Vamos começar por distinguir dois casos: $l^*(w,k^{'}) \geq r_0(w,k^{'})$ e $r_0(w,k^{'}) > l^*(w,k^{'})$.

1. Se $l^*(w,k^{'}) \geq r_0(w,k^{'})$ há vários subcasos a analisar:

   (a) Podem existir valores de k tal que $l^*(w,k) \geq r_0(w,k) > r_0(w,k')$ e $l^*(w,k^{'}) \geq r_0(w,k)$ (a relação entre $l^*(w,k)$ e $l^*(w,k^{'})$ não é relevante). Neste caso se considerarmos a solução original as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ implicam que:

$$\begin{aligned} IC_{(w,k)} \quad &: \quad w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k)\right] + t_0(w,k) - kh\left[l^*(w,k)\right] \geq \\ &\quad\quad w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - kh\left(l^*(w,k)\right) \\ IC_{(w,k')} \quad &: \quad w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right) \geq \\ &\quad\quad w\left[l^*(w,k') - r_0(w,k)\right] + t_0(w,k) - k'h\left[l^*(w,k')\right] \end{aligned}$$

o que é equivalente a $t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] \geq t_0(w,k')$ e $t_0(w,k') \geq t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right]$, respectivamente. Logo, $t_0(w,k') = t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right]$. Por conseguinte, na nova solução proposta temos

$$t_1(w,k) = t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right].$$

Queremos demonstrar que a solução $(t_1(w,k), r_1(w,k))$ satisfaz as restrições $PC_{(w,k)}$, $IC_{(w,k)}$, $MI_{(w,k)}$. Comecemos pela restrição $PC_{(w,k)}$. Esta pode ser reescrita como

$$w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k^{'})\right] + t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0(w,k^{'})\right] - kh\left[l^*(w,k)\right] \geq wl^*(w,k) - kh\,[l^*(w,k$$

que é equivalente a

$$w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k)\right] + t_0(w,k) - kh\left[l^*(w,k)\right] \geq wl^*(w,k) - kh\left[l^*(w,k)\right]$$

Uma vez que esta esta expressão é equivalente à restrição $PC_{(w,k)}$ para a solução $(t_0(w,k), r_0(w,k))$, esta restrição verifica-se.

A restrição $IC_{(w,k)}$ na nova solução é:

$$\begin{aligned} & w\left[l^*(w,k) - r_1(w,k)\right] + t_1(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) \\ \geq \quad & w \max\left\{l^*(w,k) - r_1(\widehat{w},\widehat{k}), 0\right\} + t_1(\widehat{w},\widehat{k}) - kh\left(\max\left\{l^*(w,k), r_1(\widehat{w},\widehat{k})\right\}\right) \end{aligned}$$

e é equivalente a:

$$\begin{aligned} & w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k^{'})\right] + t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0(w,k^{'})\right] - kh\left[l^*(w,k)\right] \\ \geq \quad & w \max\left\{l^*(w,k) - r_1(\widehat{w},\widehat{k}), 0\right\} + t_1(\widehat{w},\widehat{k}) - kh\left(\max\left\{l^*(w,k), r_1(\widehat{w},\widehat{k})\right\}\right) \end{aligned}$$

ou ainda

$$\begin{aligned} & w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k)\right] + t_0(w,k) - kh\left[l^*(w,k)\right] \\ \geq \quad & w \max\left\{l^*(w,k) - r_0(\widehat{w},k'(\widehat{w})), 0\right\} + t_0(\widehat{w},k'(\widehat{w})) - kh\left(\max\left\{l^*(w,k), r_0(\widehat{w},k'(\widehat{w}))\right\}\right) \end{aligned}$$

Mas esta condição é satisfeita na solução original. Logo, $IC_{(w,k)}$ é verificada. Falta-nos apenas verificar $MI_{(w,k)}$ na nova solução:

$$w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k^{'})\right] + t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0(w,k^{'})\right] \geq z$$

O que é equivalente a $w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k)\right] + t_0(w,k) \geq z$. Ora esta condição é a restrição $MI_{(w,k)}$ para a solução $(t_0(w,k), r_0(w,k))$, logo $MI_{(w,k)}$ também se verifica.

(b) Podem existir valores de k tal que $l^*(w,k) \geq r_0(w,k) \geq l^*(w,k^{'}) \geq r_0(w,k')$. Neste caso, se considerarmos a solução original as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ implicam que:

$$\begin{aligned}
IC_{(w,k)} \quad &: \quad w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k)\right] + t_0(w,k) - kh\left[l^*(w,k)\right] \geq \\
&\quad\;\; w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - kh\left(l^*(w,k)\right) \\
IC_{(w,k')} \quad &: \quad w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right) \geq t_0(w,k) - k'h\left[r_0(w,k)\right]
\end{aligned}$$

o que é equivalente a $t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] \geq t_0(w,k')$ e $t_0(w,k') \geq t_0(w,k) - w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] - k'\left(h\left[r_0(w,k)\right] - h\left(l^*(w,k')\right)\right)$, respetivamente. Isto implica

$$\begin{aligned}
-wr_0(w,k) \quad &\geq \quad -wl^*(w,k') - k'\left(h\left[r_0(w,k)\right] - h\left(l^*(w,k')\right)\right) \\
wl^*(w,k') - k'h\left[l^*(w,k')\right] \quad &\geq \quad wr_0(w,k) - k'h\left[r_0(w,k)\right]
\end{aligned}$$

o que, dada a concavidade da função de utilidade, se verifica. Logo, este é um caso possível em termos de compatibilidade de incentivos. Repare-se que $l^*(w,k) > l^*(w,k^{'})$ implica que $k < k^{'}$.

Verifiquemos se a condição de participação para os agentes do tipo (w,k) é satisfeita. Sabemos que:

$$\begin{aligned}
& w\left[l^*(w,k)-r_1(w,k)\right]+t_1(w,k)-kh\left[l^*(w,k)\right] \\
= \; & w\left[l^*(w,k)-r_0(w,k')\right]+t_0(w,k')-kh\left[l^*(w,k)\right] \\
= \; & wl^*(w,k)-kh\left[l^*(w,k)\right]+t_0(w,k')-wr_0(w,k')
\end{aligned}$$

Esta igualdade ajuda-nos a mostrar as várias restrições na nova solução. Pela $PC_{(w,k')}$ sabemos que $t_0(w,k')-wr_0(w,k')\geq 0$. Logo

$$w\left[l^*(w,k)-r_1(w,k)\right]+t_1(w,k)-kh\left[l^*(w,k)\right]\geq wl^*(w,k)-kh\left[l^*(w,k)\right]$$

o que garante a satisfação de $PC_{(w,k)}$. Sabemos que:

$$\begin{aligned}
w\left[l^*(w,k)-r_1(w,k)\right]+t_1(w,k) &= w\left[l^*(w,k)-r_0(w,k')\right]+t_0(w,k') \\
&> w\left[l^*(w,k')-r_0(w,k')\right]+t_0(w,k')\geq z
\end{aligned}$$

onde a última desigualdade resulta da restrição $MI_{(w,k')}$ ser satisfeita na solução original. Mas isto garante que $MI_{(w,k)}$ é satisfeita na nova solução.
Vamos verificar se a $IC_{(w,k)}$ é satisfeita na nova solução. Se olharmos para o lado esquerdo desta restrição temos:

$$\begin{aligned}
& w\left[l^*(w,k)-r_1(w,k)\right]+t_1(w,k)-kh\left(l^*(w,k)\right) \\
\geq \; & w\left[l^*(w,k)-r_0(w,k)\right]+t_0(w,k)-kh\left(l^*(w,k)\right) \\
& +w\left[r_0(w,k)-r_0(w,k^{'})\right]-w\left[l^*(w,k')-r_0\left(w,k'\right)\right]-k'\left(h\left[r_0(w,k)\right]-h\left(l^*(w,k')\right)\right) \\
= \; & w\left[l^*(w,k)-r_0(w,k)\right]+t_0(w,k)-kh\left(l^*(w,k)\right)+ \\
& wr_0(w,k)-k'h\left[r_0(w,k)\right]-\left[wl^*(w,k')-k'h\left(l^*(w,k')\right)\right] \\
\geq \; & w\left[l^*(w,k)-r_0(w,k)\right]+t_0(w,k)-kh\left(l^*(w,k)\right) \\
\geq \; & w\max\left\{l^*(w,k)-r_1(\widehat{w},k),0\right\}+t_1(\widehat{w},k)-kh\left(\max\left\{l^*(w,k),r_1(\widehat{w},k)\right\}\right)
\end{aligned}$$

onde a primeira desigualdade resulta da relação entre $r_1(w,k)$ e $r_0(w,k)$ e do limite inferior de $t_0(w,k')$ deduzido acima e a segunda desigualdade resulta de

$wr_0(w,k) - k'h\left[r_0(w,k)\right] - \left[wl^*(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right)\right] > 0$ como se mostrou acima. Sabemos então que:

$$w\left[l^*(w,k) - r_1(w,k)\right] + t_1(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) \geq w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k)\right] + t_0(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right)$$

ou seja, o tipo (w,k) tem uma utilidade não inferior à que tinha na solução original. Para além disso, como a solução original satisfaz $IC_{(w,k)}$ temos que:

$$\begin{aligned} & w\left[l^*(w,k) - r_0(w,k)\right] + t_0(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) \\ \geq \; & w\max\left\{l^*(w,k) - r_0(\widehat{w},k'(\widehat{w})),0\right\} + t_0(\widehat{w},k'(\widehat{w})) - kh\left(\max\left\{l^*(w,k), r_0(\widehat{w},k'(\widehat{w}))\right\}\right) \quad \forall \widehat{w} \end{aligned}$$

Mas isto implica que:

$$\begin{aligned} & w\left[l^*(w,k) - r_1(w,k)\right] + t_1(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) \\ \geq \; & w\max\left\{l^*(w,k) - r_0(\widehat{w},k'(\widehat{w})),0\right\} + t_0(\widehat{w},k'(\widehat{w})) - kh\left(\max\left\{l^*(w,k), r_0(\widehat{w},k'(\widehat{w}))\right\}\right) \quad \forall \widehat{w} \end{aligned}$$

o que por sua vez é equivalente a

$$\begin{aligned} & w\left[l^*(w,k) - r_1(w,k)\right] + t_1(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) \\ \geq \; & w\max\left\{l^*(w,k) - r_1(\widehat{w},\widehat{k}),0\right\} + t_1(\widehat{w},\widehat{k}) - kh\left(\max\left\{l^*(w,k), r_0(\widehat{w},\widehat{k})\right\}\right) \quad \forall (\widehat{w},\widehat{k}) \end{aligned}$$

O que significa que a $IC_{(w,k)}$ é satisfeita na nova solução.

Como a nova solução é igual à solução original para o tipo (w,k'), para este tipo são satisfeitas as condições de participação, incentivos e rendimento mínimo.

(c) Podem existir valores de k tal que $l^*(w,k') > r_0(w,k) \geq l^*(w,k) \geq r_0(w,k')$. Se considerarmos a solução original as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ implicam que

$$\begin{aligned} IC_{(w,k)} &: \; t_0(w,k) - kh\left[r_0(w,k)\right] \geq w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - kh\left(l^*(w,k)\right) \\ IC_{(w,k')} &: \; w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right) \geq \\ & \quad\; w\left[l^*(w,k') - r_0(w,k)\right] + t_0(w,k) - k'h\left[l^*(w,k')\right] \end{aligned}$$

o que é equivalente a:

$$
\begin{aligned}
t_0(w,k') &\leq t_0(w,k) - w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] - k\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k)\right)\right)\\
t_0(w,k') &\geq t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] \quad \Leftrightarrow\\
t_0(w,k') &\geq t_0(w,k) - w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] - w\left[r_0(w,k) - l^*(w,k)\right]
\end{aligned}
$$

Para que as duas condições sejam satisfeitas temos de ter $w\left[r_0(w,k) - l^*(w,k)\right] \geq k\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k)\right)\right)$, o que tendo em conta a concavidade só é possível se $r_0(w,k) = l^*(w,k)$. Logo, na sua solução original não podemos ter $r_0(w,k) > l^*(w,k)$. Mas isto significa que caímos no caso (a), onde já mostrámos que todas as restrições eram satisfeitas na nova solução.

(d) Podem existir valores de k tal que $r_0(w,k) \geq l^*(w,k) > l^*(w,k') \geq r_0(w,k')$. Neste caso se considerarmos a solução original as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ implicam que:

$$
\begin{aligned}
IC_{(w,k)} &: \; t_0(w,k) - kh\left[r_0(w,k)\right] \geq w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - kh\left(l^*(w,k)\right)\\
IC_{(w,k')} &: \; w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right) \geq t_0(w,k) - k'h\left[r_0(w,k)\right]
\end{aligned}
$$

O que é equivalente a

$$
\begin{aligned}
t_0(w,k') &\leq t_0(w,k) - w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] - k\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k)\right)\right)\\
t_0(w,k') &\geq t_0(w,k) - w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] - k'\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k')\right)\right)
\end{aligned}
$$

Uma vez que $l^*(w,k) > l^*(w,k')$, sabemos que $k' > k$. Para que as duas condições acima apresentadas se verifiquem temos de ter

$$
\begin{aligned}
& -w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] - k\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k)\right)\right)\\
\geq\; & -w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] - k'\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k')\right)\right)
\end{aligned}
$$

que é equivalente a $wl^*(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right) \geq wl^*(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) + (k-k')h\left(r_0(w,k)\right)$. Se considerarmos $r_0(w,k) = l^*(w,k)$ (por forma reduzir as transferências eminimizar os custos do PAP) a expresão anterior passará a ser $wl^*(w,k') - k'h(l^*(w,k')) \geq wl^*(w,k) - k'h(l^*(w,k))$, o que é verdade dada a concavidade da função de utilidade individual ,e as restrições $IC_{(w,k)}$e $IC_{(w,k')}$ verificam-se. No entanto, ao assumirmos $r_0(w,k) = l^*(w,k)$, estamos a cair no caso (b), onde já demonstramos que todas as restrições eram satisfeitas na nova solução.

(e) Podem existir valores de k tal que $r_0(w,k) \geq l^*(w,k') > l^*(w,k) \geq r_0(w,k')$. Neste caso se considerarmos a solução original as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ implicam que:

$$\begin{aligned} IC_{(w,k)} &: \; t_0(w,k) - kh\left[r_0(w,k)\right] \geq w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - kh\left(l^*(w,k)\right) \\ IC_{(w,k')} &: \; w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right) \geq t_0(w,k) - k'h\left[r_0(w,k)\right] \end{aligned}$$

O que é equivalente a

$$\begin{aligned} t_0(w,k') &\leq t_0(w,k) - w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] - k\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k)\right)\right) \\ t_0(w,k') &\geq t_0(w,k) - w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] - k'\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k')\right)\right) \end{aligned}$$

Uma vez que $l^*(w,k') > l^*(w,k)$, sabemos que $k > k'$. Para que as duas condições acima apresentadas se verifiquem temos de ter

$$\begin{aligned} & -w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] - k\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k)\right)\right) \\ \geq \; & -w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] - k'h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k')\right) \end{aligned}$$

que é equivalente a $wl^*(w,k') - k'h(l^*(w,k')) \geq wl^*(w,k) - kh(l^*(w,k)) + (k - k')h(r_0(w,k))$. Como $(k-k') > 0$ e $r_0(w,k) \geq l^*(w,k')$ a condição anterior implica que $wl^*(w,k') - k'h(l^*(w,k')) \geq wl^*(w,k) - kh(l^*(w,k)) + (k - k')h(l^*(w,k'))$, o que é equivalente a:

$$wl^*(w,k') - kh\left(l^*(w,k')\right) \geq wl^*(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right)$$

o que é falso dada a concavidade da função de utilidade individual. Logo, na solução original não podemos ter $r_0(w,k) \geq l^*(w,k') > l^*(w,k) \geq r_0(w,k')$.

(f) Podem existir valores de k tal que $l^*(w,k') \geq r_0(w,k) \geq r_0(w,k') \geq l^*(w,k)$. Se considerarmos a solução original as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ implicam que:

$$\begin{aligned} IC_{(w,k)} &: \quad t_0(w,k) - kh\left[r_0(w,k)\right] \geq t_0(w,k') - kh\left[r_0(w,k')\right] \\ IC_{(w,k')} &: \quad w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right) \\ &\geq \quad w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k\right)\right] + t_0(w,k) - k'h\left[l^*(w,k')\right] \end{aligned}$$

O que é equivalente a

$$\begin{aligned} t_0(w,k') &\leq t_0(w,k) - k\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(r_0\left(w,k'\right)\right)\right) \\ t_0(w,k') &\geq t_0(w,k) - w\left[r_0\left(w,k\right) - r_0\left(w,k'\right)\right] \end{aligned}$$

Note-se que, uma vez que $l^*(w,k') > l^*(w,k)$ temos de ter $k > k'$. Para que as duas condições sejam satisfeitas tem de se verificar $w\left[r_0(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] \geq k\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(r_0(w,k')\right)\right)$, o que tendo em conta a concavidade só é possível se $r_0(w,k) = r_0(w,k')$. Logo, na solução original não podemos ter $r_0(w,k) > r_0(w,k')$. Se $r_0(w,k) = r_0(w,k')$ as restrições $PC_{(w,k')}$, $IC_{(w,k')}$ e $MI_{(w,k')}$ estão à partida verificadas.

(g) Podem existir valores de k tal que $r_0(w,k) \geq l^*(w,k') > r_0(w,k') \geq l^*(w,k)$. Mais uma vez, se considerarmos a solução original as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ implicam que:

$$\begin{aligned} IC_{(w,k)} &: \quad t_0(w,k) - kh\left[r_0(w,k)\right] \geq t_0(w,k') - kh\left[r_0(w,k')\right] \\ IC_{(w,k')} &: \quad w\left[l^*(w,k') - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right) \geq t_0(w,k) - k'h\left[r_0\left(w,k\right)\right] \end{aligned}$$

O que é equivalente a

$$\begin{aligned} t_0(w,k') &\leq t_0(w,k) - k\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(r_0(w,k')\right)\right) \\ t_0(w,k') &\geq t_0(w,k) - w\left[l^*(w,k') - r_0(w,k')\right] - k'\left(h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k')\right)\right) \end{aligned}$$

Uma vez que $l^*(w,k') > l^*(w,k)$ temos de ter $k > k'$. Para que as duas condições sejam satisfeitas tem de se verificar

$$wl^*(w,k') - k'h\left(l^*(w,k')\right) \geq wr_0(w,k') - kh\left(r_0(w,k')\right) + (k-k')h\left(r_0(w,k)\right).$$

Como $(k-k') > 0$ e $r_0(w,k) \geq l^*(w,k')$ a condição anterior implica que

$$wl^*(w,k') - kh\left(l^*(w,k')\right) \geq wr_0(w,k') - kh\left(r_0(w,k')\right),$$

o que é impossível, dada a concavidade da função de utilidade individual. Deste modo, na solução original não podemos ter $r_0(w,k) \geq l^*(w,k') > r_0(w,k') \geq l^*(w,k)$.

2. Se $r_0(w,k^{'}) > l^*(w,k^{'})$, como $r_0(w,k) > r_0(w,k^{'})$ já sabemos que $r_0(w,k) > l^*(w,k^{'})$, logo temos apenas três casos a analisar: $r_0(w,k) > r_0(w,k^{'}) \geq l^*(w,k)$; $l^*(w,k) \geq r_0(w,k) \geq r_0(w,k^{'})$ e $r_0(w,k) \geq l^*(w,k) \geq r_0(w,k^{'})$.

   (a) Se $r_0(w,k) \geq r_0(w,k^{'}) \geq l^*(w,k)$, as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ da solução original implicam:

$$\begin{aligned} IC_{(w,k)} &: \quad t_0(w,k) - kh\left[r_0(w,k)\right] \geq t_0(w,k') - kh\left[r_0(w,k')\right] \\ IC_{(w,k')} &: \quad t_0(w,k') - k'h\left[r_0(w,k')\right] \geq t_0(w,k) - k'h\left[r_0(w,k)\right] \end{aligned}$$

   O que é equivalente a:

$$\begin{aligned} t_0(w,k) - t_0(w,k') &\geq k\left[h\left[r_0(w,k)\right] - h\left[r_0(w,k')\right]\right] \\ k'\left[h\left[r_0(w,k)\right] - h\left[r_0(w,k')\right]\right] &\geq t_0(w,k) - t_0(w,k') \end{aligned}$$

   O que implica $k'\left[h\left[r_0(w,k)\right] - h\left[r_0(w,k')\right]\right] \geq k\left[h\left[r_0(w,k)\right] - h\left[r_0(w,k')\right]\right]$ e, logo, $k' \geq k$. Como a nova solução é igual à solução original para o tipo (w,k'), para este tipo são satisfeitas as condições de participação, incentivos e rendimento mínimo. Os outros tipos têm desutilidade do trabalho inferior, logo são necessariamente satisfeitas as suas condições de participação e rendimento mínimo. Note-se que se $r_0(w,k) = r_0(w,k')$ as restrições de compatibilidade de incentivos continuam a verificar-se, bem como as restrições de participação e rendimento mínimo, uma vez que $l^*(w,k) > l^*(w,k^{'})$ implica que $k < k^{'}$. Mas então, não podia ser ótimo termos $r_0(w,k) > r_0(w,k^{'})$ na solução original pois implicaria custos mais elevados do que $r_0(w,k) = r_0(w,k')$. Mas se na solução original, $r_0(w,k) = r_0(w,k')$, a nova solução é igual à solução original para estes dois tipos de agentes, são satisfeitas as condições de participação, incentivos e rendimento mínimo.

(b) Se $l^*(w,k) \geq r_0(w,k) \geq r_0(w,k^{'})$, as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ da solução original implicam:

$$\begin{aligned} IC_{(w,k)} &: \; w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k\right)\right] + t_0(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) \\ &\geq \; w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - kh\left(l^*(w,k)\right) \\ IC_{(w,k')} &: \; t_0(w,k') - k'h\left(r_0(w,k')\right) \geq t_0(w,k) - k'h\left(r_0(w,k)\right) \end{aligned}$$

O que é equivalente a

$$\begin{aligned} IC_{(w,k)} &: \; t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] \geq t_0(w,k') \\ IC_{(w,k')} &: \; t_0(w,k') \geq t_0(w,k) - k'\left[h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(r_0(w,k')\right)\right] \end{aligned}$$

Deste modo, $t_0(w,k) - w\left[r_0(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] \geq t_0(w,k) - k'\left[h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(r_0(w,k')\right)\right]$, que é equivalente a $wr_0(w,k') - k'h\left(r_0(w,k')\right) \geq wr_0(w,k) - k'h\left(r_0(w,k)\right)$ o que, pela concavidade da função de utilidade, é verdadeiro. Note-se que se $r_0(w,k) = r_0(w,k')$ as restrições de compatibilidade de incentivos continuam a verificar-se, bem como as restrições de participação e rendimento mínimo, uma vez que $l^*(w,k) > l^*(w,k^{'})$ implica que $k < k^{'}$. Mas então, não podia ser ótimo termos $r_0(w,k) > r_0(w,k^{'})$ na solução original pois implicaria custos mais elevados do que $r_0(w,k) = r_0(w,k')$. Mas se na solução original, $r_0(w,k) = r_0(w,k')$, a nova solução é igual à solução original para estes dois tipos de agentes, logo são satisfeitas as condições de participação, incentivos e rendimento mínimo.

(c) Se $r_0(w,k) \geq l^*(w,k) \geq r_0(w,k^{'})$, as restrições $IC_{(w,k)}$ e $IC_{(w,k')}$ da solução original implicam:

$$IC_{(w,k)} \quad : \quad t_0(w,k) - kh\left[r_0(w,k)\right] \geq w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] + t_0(w,k') - kh\left(l^*(w,k)\right)$$
$$IC_{(w,k')} \quad : \quad t_0(w,k') - k'h\left(r_0(w,k')\right) \geq t_0(w,k) - k'h\left(r_0(w,k)\right)$$

O que é equivalente a:

$$IC_{(w,k)} \quad : \quad t_0(w,k) - w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] - k\left[h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k)\right)\right] \geq t_0(w,k')$$
$$IC_{(w,k')} \quad : \quad t_0(w,k') \geq t_0(w,k) - k'\left[h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(r_0(w,k')\right)\right]$$

Deste modo, terá de se verificar $-w\left[l^*(w,k) - r_0\left(w,k'\right)\right] - k\left[h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(l^*(w,k)\right)\right] \geq -k'\left[h\left(r_0(w,k)\right) - h\left(r_0(w,k')\right)\right]$, que é equivalente a $wr_0\left(w,k'\right) - k'h\left(r_0(w,k')\right) \geq wl^*(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) + (k-k')h\left(r_0(w,k)\right)$. Pela concavidade da função de utilidade individual sabemos que $wr_0(w,k') - k'h\left(r_0(w,k')\right) \geq wl^*(w,k) - k'h\left(l^*(w,k)\right)$, o que é equivalente a $wr_0(w,k') - k'h\left(r_0(w,k')\right) \geq wl^*(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) + (k-k')h\left(l^*(w,k)\right)$. Como $(k-k') < 0$ e $r_0(w,k) \geq l^*(w,k)$ a condição anterior implica que $wr_0\left(w,k'\right) - k'h\left(r_0(w,k')\right) \geq wl^*(w,k) - kh\left(l^*(w,k)\right) + (k-k')h\left(r_0(w,k)\right)$. Isto significa que este caso é possível em termos das condições de compatibilidade de incentivos da solução original. Note-se que se $r_0(w,k) = l^*(w,k)$ as restrições de compatibilidade de incentivos continuam a verificar-se, bem como as restrições de participação e rendimento mínimo, uma vez que $l^*(w,k) > l^*(w,k^{'})$ implica que $k < k^{'}$. Mas então, não podia ser ótimo termos $r_0(w,k) > l^*(w,k)$ na solução original. Contudo se $r_0(w,k) = l^*(w,k)$, caímos no caso (b) onde já mostrámos que $r_0(w,k) = r_0(w,k^{'})$. Como a nova solução é igual à solução original para estes dois tipos de agentes, são satisfeitas as condições de participação, incentivos e rendimento mínimo.

Uma vez que todas as restrições são satisfeitas nos casos possíveis apresentados e a nova solução apresentada tem custos estritamente menores, a solução original não poderia ser ótima. Prova-se assim que, neste contexto informacional, uma solução ótima $t(w,k)$ $r(w,k)$ num PAP que inclua *workfare* como única ferramenta de combate à fraude não depende de k.■

Capítulo 8

Conclusões

Este trabalho representa uma oportunidade de reflexão sobre os flagelos da pobreza e exclusão social e sobre a importância e eficácia dos PAP no combate aos mesmos. No entanto, a existência de assimetria de informação (seleção adversa) entre o Estado e os candidatos aos benefícios dos programas pode comprometer a eficiência dos PAP. A seleção adversa em relação aos PAP está associada ao facto de o Estado desconhecer a verdadeira necessidade dos candidatos ou mesmo de ser incapaz de verificar algumas das exigências para admissão aos mesmos. De acordo com o GEP MSSS, em 2006 o Estado Português foi burlado por uma em cada seis famílias que recebiam RSI, ficando assim demonstrada a importância de estudar este problema

Deste modo, procuramos dar um contributo para a construção de PAP eficientes, que garantam que o maior número de pessoas vive acima do limiar da pobreza e que minimizem tanto o peso do Estado como o recurso à fraude por parte dos agentes que não se encontrem em situação de carência.

Nos capítulos 5 e 6 é apresentado um modelo genérico e estático de seleção adversa, com dois tipos de agentes, que nos permite estudar a eficiência do *workfare* e da monitorização enquanto instrumentos de combate à fraude num PAP que assegure que todos os agentes na economia vivem acima de um limiar da pobreza exogenamente definido, ao menor custo para o Estado. É feita a comparação em termos de custos totais de um programa que utilize exclusivamente *workfare* com outras alternativas que combinem *workfare* com monitorização, que utilizem exclusivamente monitorização *standard* e com o *welfare state* puro. Nesta formalização do problema com apenas dois tipos de agentes, partimos da modelização de Besley and Coate (1992). No entanto, para além da capacidade de gerar rendimento (w), os agentes podem também variar relativamente à desutilidade do trabalho. Cuff (2000) considera também a possibilidade de os agentes diferirem relativamente à desutilidade do trabalho, mas estuda a otimalidade do *workfare* numa perspetiva utilitarista. Besley and Coate (1992) e Cuff (2000) não consideram a utilização de monitorização enquanto instrumento de combate à fraude nos PAP. Quando a capacidade de gerar rendimento é informação privada dos agentes, sendo a única variável desconhecida do principal, e a desutilidade do trabalho é fixa, destacam-se os seguintes resultados:

- O PAP ótimo depende da fração de agentes do *Tipo Rico* na economia, dos custos de monitorização e do diferencial na produtividade dos dois tipos de agentes, podendo ser ótimo: (a) não utilizar nenhum dos instrumentos; (b) utilizar só *workfare*; (c) utilizar só monitorização; ou (d) utilizar ambos os instrumentos;

- O *workfare* pode ser utilizado como mecanismo de auto-seleção. Uma vez que o custo de oportunidade do *worfare* é mais elevado para os agentes com maior capacidade de gerar rendimento, o Estado consegue «separar» os dois tipos de agentes se oferecer aos agentes do *Tipo Pobre* um contrato com um montante de *workfare* suficientemente elevado para dissuadir os agentes do *Tipo Rico* de selecionarem esse contrato. Em contrapartida, aos agentes do *Tipo Rico* é oferecido um contrato em que não recebem transferências nem realizam *workfare*.

- A solução de *workfare* é particularmente atrativa quando há grandes diferenças de rendimento (pois, nesse caso, é possível separar os dois tipos de agentes com um nível baixo de *workfare*) e quando a fração de agentes do *Tipo Rico* é elevada;

- Os resultados alcançados no Capítulo 5 no caso em que o *workfare* é a única ferramenta de combate à fraude são compatíveis com os encontrados por Besley and Coate (1992);

- A monitorização também pode ser usada para dissuadir os agentes do *Tipo Rico* de declararem que são pobres. Neste caso, os agentes que revelam ser pobres são monitorizados com determinada probabilidade e aos agentes do *Tipo Rico* que forem detetados a cometer fraude é lhes imposta uma multa tal que os deixa apenas com o rendimento mínimo. Desde que a probabilidade de monitorizar quem revele ser do *Tipo Pobre* seja suficientemente elevada, os agentes do *Tipo Rico* não têm interesse em mentir.

- A utilização simultânea de *workfare* e monitorização pode ser eficiente. Por exemplo, se partirmos de uma solução que utilize apenas *workfare* como instrumento de combate à fraude, pode fazer sentido introduzir alguma monitorização porque isto permite reduzir o nível de *worfare* que é exigido aos agentes do *Tipo Pobre*, o que conduz a uma redução nas transferências para os mesmos;

- Em termos de investigação futura, seria interessante estudar se os resultados obtidos podem ser generalizados para o caso em que há custos ou benefícios de *workfare*. Se houver custos de *workfare*, $f(r)$ com $f'(r) > 0$, as curvas de isocustos serão negativamente inclinadas. Ora isto implica que o nível ótimo de *workfare* dos agentes do *Tipo Rico*, $\overline{r}$, continua a ser igual a zero. Relativamente a $\underline{r}$, se os custos marginais do *workfare* forem crescentes ($f''(r) > 0$) é de esperar que este seja igual ou inferior ao $\underline{r}$ ótimo na ausência de custos de workfare. De forma semelhante, se houver benefícios do *workfare*, desde que $f'(r) < \underline{w}$, ou seja os benefícios marginais do *workfare* sejam inferiores aos do setor privado, o *workfare* ótimo será igual (o declive da curva de isocustos será positivo mas inferior ao declive das curvas de indiferença dos agentes do *Tipo Pobre*). No entanto, a região dos parâmetros onde é ótimo usar *workfare* neste caso será maior.

Quando a desutilidade do trabalho é informação privada dos agentes, sendo a única variável desconhecida e a capacidade de gerar rendimento é fixa, destacam-se os seguintes resultados:

- A utilização de *workfare* como mecanismo de auto-seleção é ineficiente, sendo preferível a solução de *welfare state* puro a qualquer solução que envolva *workfare*;

- Em contrapartida, pode ser eficiente utilizar a monitorização como mecanismo dissuasor da fraude. Na solução que envolve apenas monitorização como ferramenta de combate à fraude, só os indivíduos que revelam ser do *Tipo Pobre* são monitorizados. Se um agente do *Tipo Rico* for detetado a cometer fraude paga uma multa que o deixa apenas com o rendimento mínimo;

- A probabilidade de ser detetada fraude ótima, é a probabilidade mínima que garante que nenhum agente do *Tipo Rico* quer cometer fraude;

- Os custos de monitorizar são decrescentes com a fração dos agentes do *Tipo Rico* (pois apenas são monitorizados os agentes do *Tipo Pobre*) e com o diferencial na desutilidade do trabalho (o que também pode ser traduzido no diferencial de rendimento na ausência do PAP). Quanto maior for esse diferencial, mais baixos são os custos de monitorização, uma vez que as multas no caso de fraude são crescentes com o diferencial de rendimento, o que leva a que a probabilidade de detetar a fraude não tenha de ser tão elevada para dissuadir o agente do *Tipo Rico* de cometer fraude. Por conseguinte, quanto maior for a fração de agentes do *Tipo Rico* e quanto maior for o diferencial de rendimento entre ricos e pobres, mais natural é que a solução de monitorização seja ótima.

No Capítulo 7 procuramos dar continuidade ao trabalho de Oliveira e Côrte Real (2006), analisando um modelo de seleção adversa em que os agentes diferem simultaneamente e de forma contínua na desutilidade do trabalho e na capacidade de gerar rendimento. Neste contexto analisamos o PAP ótimo quando se utiliza apenas o *workfare* como ferramenta de combate à fraude e quando se utiliza apenas a monitorização para o mesmo efeito, com base numa comparação com o *welfare state* puro. À semelhança do que acontece nos dois capítulos anteriores, o custo de utilizar o *workfare* é o de que ele reduz o montante de trabalho no setor privado, aumentando assim as transferências para os agentes beneficiados e, consequentemente, os custos do programa. No entanto, o *workfare* pode servir como ferramenta de auto-seleção, reduzindo as transferências para os agentes que não são pobres e este benefício pode ser superior ao custo anteriormente referido. Ficou provado neste capítulo que quando a capacidade de gerar rendimento e a desutilidade do trabalho não são observáveis:

- Um PAP que inclua o *workfare* como única ferramenta de combate à fraude não depende da desutilidade do trabalho e é mais barato do que o *welfare state* puro;

- Relativamente à monitorização, esta poderá ser o melhor instrumento, dependendo da sua função custo, $g(q)$;

- Em economias muito pobres, com recursos e capacidade para monitorizar muito escassos, os custos de monitorizar poderiam ser muito elevados e, nesse caso, o PAP ótimo poderia incluir *workfare*;

- A escolha entre *workfare* e monitorização depende não apenas da função custo de monitorizar mas também da distribuição de rendimento na economia.

Futuramente poderá ser interessante:

- No caso contínuo apresentado no Capítulo 7, e sendo a monitorização é a única ferramenta de combate à fraude, considerar que o nível de monitorização é condicional ao tipo que o agente revela, isto é $0 \leq q(w,k) \leq 1$, em vez de considerar que é a mesma para todos os agentes;

- Considerar a combinação de *workfare* e monitorização quando os agentes diferem simultaneamente e de forma contínua na desutilidade do trabalho e na capacidade de gerar rendimento;

- Demontrar as consequências de introduzir custos ou benefícios do *workfare* nos três modelos apresentados;

- Demonstrar as alterações nos resultados apresentados quando são considerados custos de deslocação entre os dois tipos de trabalho (trabalho no setor privado e *workfare*) na restrição orçamental dos agentes;

- Os modelos apresentados consideram que a função de utilidade dos agentes é quasilinear no rendimento. Esta hipótese, apesar de habitualmente utilizada na literatura, anula o efeito rendimento e um potencial efeito riqueza que poderia ser relevante analisar como requisito na seleção dos beneficiários dos PAP. Seria interessante estudar as implicações nos modelos propostos da inclusão de outro tipo de função de utilidade;

- Considerar nos modelos apresentados a questão do financiamento do PAP, incorporando nos modelos apresentados a restrição orçamental do Estado, tendo de haver necessariamente agentes que contribuem para financiar o programa. Se incluirmos a restrição orçamental é óbvio que a solução de *welfare state* puro não pode ser implementada pois nela todos os agentes recebem transferências do PAP. Num modelo em que fosse imposta a restrição orçamental do Estado, pode acontecer que o rendimento mínimo que é oferecido tenha de ser determinado endogenamente;

- Nos modelos apresentados neste trabalho, o PAP anunciado pelo Estado tem de ser implementado, ou seja, *ex-post* o Estado não pode alterar o programa proposto. Em particular, o nível de monitorização previsto no PAP tem de ser efetivamente realizado, mesmo que em equilíbrio nenhum agente cometa fraude. Seria interessante estudar nos modelos propostos as consequências de a monitorização não ter valor de compromisso (*commitment value*);

- Seria também interessante estudar os efeitos nos resultados obtidos de substituir a restrição de rendimento mínimo por uma restrição de utilidade mínima. Esta extensão dos modelos apresentados seria compatível com a teoria de justiça de Rawls (1971);

- Agenor (2005) defende que a investigação na área da pobreza se foca excessivamente em aspetos microeconómicos, não dando a devida atenção ao efeito que os PAP podem ter em variáveis macroeconómicas como o emprego e os salários. O nosso trabalho, bem como os trabalhos em que se baseia, segue também uma abordagem exclusivamente microeconómica. Como foi referido nos capítulos iniciais desta tese, os PAP são para muitos uma forma de reduzir as desigualdade na distribuição de rendimento, aumentar a empregabilidade e melhorar o acesso a cuidados de saúde e educação. No entanto, outros autores defendem que os PAP não passam de políticas assistencialistas que perpetuam a pobreza e servem essencialmente para ajudar os políticos a conquistar os eleitores. A realidade estará algures entre estes dois extremos. Seria interessante quantificar até que ponto os PAP podem ser determinantes no desempenho de algumas variáveis macroeconómicas acima referidas.

Bibliografia

[1] Agenor P (2005): The Macroeconomics of Poverty Reduction. Manchester School. University of Manchester, vol. 73(4), p. 369-434, 07

[2] Andersen T, Svarer M (2008): The role of *workfare* in striking balance between incentives and insurance in the labour market. CESIFO *Working Paper* n. 2267, Category 4: Labour Markets

[3] Akerlof G. (1970): The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism. *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 84, n. 3, p. 488-500.

[4] Barbier J (2000): Activation policies, *workfare* and "insertion", the *welfare state* in the age of globalization, lessons from the USA, France and the UK. Paper presented to the French-South African workshop

[5] Barnes, M (1999): New Deal: Welfare-to-Work in the U.K. University of Essex. Department ef Economics, Msc Economics Dissertation

[6] Beaudry, R. (2002): *Workfare* and Welfare: Britain's New Deal (Report Number 2). York University, Great Britain

[7] Beaudry P, Blackorby C (1998): Taxes and Employment Subsidies in Optimal Redistribution Program. NBER *Working Paper* n. 6355

[8] Besley T, Coate S (1992): *workfare* vs Welfare: Incentive Arguments For Work Requirements In Poverty-Alleviation Programs. *American Economic Review,* n. 82, p. 249-261

[9] Besley T, Coate S. (1995): The Design of Income Maintenance Programmes. *Review of Economic Studies,* n. 62, p. 187-221

[10] Black D, Smith J, Berger M, Noel B (1999): Is the Threat of Training More Effective than Training Itself? Experimental Evidence from the UI System. Manuscript, Department of Economics, University of Western Ontario

[11] *Boletim Estatístico Novembro de 2011*. Gabinete de Estratégia e Planeamento do Ministério da Solidariedade e Segurança Social

[12] Boyer M (2001): Mitigating insurance fraud : lump-sum awards, premium subsidies, and indemnity taxes. *The Journal of risck and insurance*, vol. 68. n. 3, p. 403- 435.

[13] Brett C (1998): Who should be on *workfare*? The use of work requirements as part of an optimal tax mix. *Oxford Economic Papers,* n. 50, p. 607-622

[14] Briggs A (1961): Cholera and society in the nineteenth century. *Past and Present*, n. 19

[15] Caleiras J (2004): Globalização, trabalho e desemprego. Trajectórias de exclusão e estratégias de enfrentamento. Paper presented to Congresso Luso-Afro-Brasileiro de Ciências Sociais, Coimbra/Portugal

[16] Cardoso A, Ramos G (2002): Integrated approaches to active welfare and employment policies - Portugal. European Foundation for the Improvement of Living Condition

[17] Cuff K (2000) Optimality of *workfare* with Heterogeneous Preferences. *Canadian Journal of Economics,* n. 33, p. 149-174

[18] Dionne G, Gagné R (2001): Deductible contracts against fraudulent claims: evidence from automobile insurance. *The Review of Economics and Statistics*, vol. 83, p. 290-301.

[19] Draibe S, Wilnês H (1988): *Welfare state*, Crise e Gestão da da Crise. ANPOCS, São Paulo, *Revista Brasileira de Ciências Sociais*, vol. 3, n. 6, p. 53-78

[20] *Estatísticas do Emprego 2011 - 3º trimestre.* Instituto Nacional de Estatística

[21] Figari F *et al* (2009): The effects of minimum income schemes on the working-age population in the European Union. SSO Research Note 5.

[22] Fredriksson H, Holmlund B(2003): Improving Incentives in Unemployment Insurance: a review of Recent Research . Institute for Labour Market Policy Evaluation (IFAU), Suécia

[23] Fredriksson H, Holmlund B (2006): Optimal unemployment Insurance Design: Time Limits, Monitoring, or *workfare*? *International Tax and Public Finance*, p. 565-585

[24] Garoupa N (1997): The Theory of Optimal Law Enforcement, *Journal of Economic Surveys,* n. 11, p. 267-295

[25] Geldof D (1999): New activation policies: promises and risks. In: Linking welfare and european foundation for the improvement of living and work conditions, p. 13-26

[26] Gough I (2000): Do welfare ao *workfare*: integração social ou trabalho compulsivo? Paper presented to the Seminário Europeu: Políticas e Instrumentos deCombate à Pobreza na União Europeia: A Garantia de um Rendimento Mínimo

[27] Handler J, Babcock A (2006): The faillure of *workfare*: another reason for a basic income guarantee. *Basic Income Studies*, vol. 1: Iss. 1, Article 3

[28] Herrmann P (2008): *Workfare* - The reinvantion of the social. MPRA Munich Personal RePEc Archive paper n. 9947

[29] Hespnha P *et al* (1999): Democracia e cidadania para o século XXI. In A acção social em debate. Lisboa: Direção Geral da Acção Social

[30] Hespanha P (1998): Work package 1: Social Policies. National Reports. TSER. Research. Portugal

[31] Hespanha P, *et al* (1997): Welfare society and *welfare state*. In ROCHE, Maurice and BERKEL, Rik van. European citizenship and social exclusion. Aldershot: Ashgate

[32] *Indicadores Sociais 2010*. Instituto Nacional de Estatística.

[33] *Inquérito ao rendimento e condições de vida 2010*. Instituto Nacional de Estatística.

[34] Khalil F (1997): Auditing without commitment. *The RAND Journal of Economics*, vol. 28, n.4, p. 629-640.

[35] Koch S *et al* (2005): *Workfare*: possibilities and limits. *Journal for Labour Market Research*, Vol. 38, Iss. 2/3, p. 419-440.

[36] Laville J (2000): Inserção e *workfare* na Europa: perspectivas histórica e ideológica. Reflexões a partir do exemplo francês. Seminário Europeu: políticas e instrumentos de combate à pobreza na União Europeia, a garantia de um rendimento mínimo.

[37] LeBlanc G (1998): Optimal Income Maintenance and The Unemployable. Concordia University (Canada), Department of Economics,Working Paper DP 9809

[38] Lodemel L, Trickey H (2001): An offer you can't refuse, *workfare* in international perspective. (1 ed.). Policy Press, Bristol.

[39] Mead L (1986): Beyond entitlement: the social obligations of citizenship. New York: Free Press

[40] Morgen S, Maskovsky J (2003): The antropology of welfare "reform": new perspectives on US urban poverty in the post-welfare era. *Annu. Rev. Anthropol*, n. 32, p. 315-38

[41] Moser M, (2011): A nova geração de políticas sociais no contexto europeu: *workfare* e medidas de ativação. R. Katal., Florianópolis, vol. 14, n. 1, p. 68-77.

[42] Musgrave R (2009): *Workfare*: a marginal employment subsidy for public and private sectors (2nd edition). MPRA Munich Personal RePEc Archive paper n. 14206.

[43] Oliveira M, Côrte-Real P (2006): Poverty alleviation programs: monitoring vs. *workfare*. MPRA Munich Personal RePEc Archive paper n. 913.

[44] Picard P (1996): Auditing claims in the insurance market with fraud: the credibility issue. *Journal of Public Economics*, p. 27-56.

[45] Polinsky A, Shavell S (2000): The Economics Theory of Public Enforcement Law. *Journal of Economic Literature, n.* 38, p. 45-76.

[46] Ravallion M (1999): The World Bank Research Observer, vol.14, n.1 (February).

[47] Rawls J (1971): A theory of justice. Harvard University Press, Cambridge.

[48] Rodrigues CF (2000): Anti-poverty effectiveness and efficiency of the Guaranteed Minimum Income Programme in Portugal. ISEG/ Universidade Técnica de Lisboa, Working Paper.

[49] Rosanvallon P (1995): La nouvelle question sociale: repenser l'Estat-providence. Paris: Editions du Seuil.

[50] Ruvalcaba M (2006): Modelos y regimenes de bienestar social en una perspectiva comparativa: Europa, Estados Unidos y America Latina. *Desacatos*, n. 21, p. 109-134

[51] Sachs J (2006): O Fim da Pobreza - como consegui-lo na nossa geração. Casa das Letras

[52] Sen A (2003): O Desenvolvimento como Liberdade. Lisboa, Gradiva

[53] Schroyen F, Torsvik G (1999): Work Requirements and Long Term Poverty. University of Bergen, Department of Economics, Working Paper 0899

[54] Skoufias E, Di Maro V (2006): Condicional cash transfers, adult work incentives, and poverty. Washington DC: World Bank. (World bank policy research work papers, 3973).

[55] Subbarao K (1997): PublicWorks as an Anty-Poverty Program: An Overview of Cross-Country Experience. *American Journal of Agricultural Economics* 79 (May), p. 78-83

[56] Tranaes T, Hansen CT (1999): Optimal *workfare* in a Society of Workers and Non workers. Manuscript EPRU, University of Copenhagen.

[57] Tranaes T, Hansen CT (1999): Optimal *workfare* in Unemployment Insurance, Institute of Economics, University of Copenhagen, Working Paper.

[58] Wilson S, Fretwell D (1996): Public Service Employment: A Review of Programmes in Selected OECD Countries and Transition Economies. Working Paper 6 on Regional Development Policies. OECD, Paris