

**OS DETERMINANTES DA INFLAÇÃO:
APLICAÇÃO AO CASO PORTUGUÊS**

Volume II

(Anexos)

Agostinho Silvestre Rosa

**Dissertação apresentada na Universidade de Évora para
obtenção do grau de Doutor em Economia**

Orientação: *Professor Doutor João Ferreira do Amaral*

Esta tese não inclui as críticas e
sugestões feitas pelo júri

Évora, Janeiro de 2002

**OS DETERMINANTES DA INFLAÇÃO:
APLICAÇÃO AO CASO PORTUGUÊS**

**Volume II
(Anexos)**

Agostinho Silvestre Rosa

**Dissertação apresentada na Universidade de Évora para
obtenção do grau de Doutor em Economia**

Orientação: *Professor Doutor João Ferreira do Amaral*

Esta tese não inclui as críticas e
sugestões feitas pelo júri



Évora, Janeiro de 2002

131 585

ÍNDICE

Volume II

ANEXOS

ANEXO I - TEORIA DAS RAÍZES UNITÁRIAS E COINTEGRAÇÃO	2
1. TESTES DE RAÍZES UNITÁRIAS.....	3
1.1 TESTES SOBRE A EXISTÊNCIA DE UMA RAIZ UNITÁRIA.....	3
1.1.1 <i>Testes que postulam como hipótese nula a existência de uma raiz unitária ...</i>	3
1.1.1.1 Testes de Dickey-Fuller (DF).....	3
1.1.1.2 Teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF).....	4
1.1.1.3 Testes Conjuntos e individuais de Dickey-Fuller.....	5
1.1.1.4 Estratégia aconselhável para a utilização dos testes de Dickey-Fuller	7
1.1.1.5 Testes de Phillips-Perron	9
1.1.2 <i>Testes que postulam como hipótese nula a estacionaridade.....</i>	12
1.1.2.1 Teste KPSS.....	12
1.1.3 <i>Breves notas sobre os testes de uma raiz unitária expostos</i>	14
1.1.4 <i>Testes de raízes unitárias em séries com quebras de estrutura.</i>	14
1.1.4.1 Testes de Raízes Unitárias com Ponto de Quebra de Estrutura (Tb) exógeno.....	15
1.1.4.1.1 Modelos com Tendência	15
1.1.4.1.2 Modelos sem Tendência	19
1.1.4.2 Testes de Raízes Unitárias com Ponto de Quebra de Estrutura (Tb) endógeno.....	19
1.1.4.2.1 Modelos com tendência	20
1.1.4.2.1.1 Métodos de escolha da data de quebra de estrutura (Tb).....	21
1.1.4.2.1.2 Métodos de seleccionar o "truncation lag parameter" (k).....	22
1.1.4.2.2 Modelos sem tendência.....	24
1.2 TESTES SOBRE A EXISTÊNCIA DE RAÍZES UNITÁRIAS DUPLAS.....	26
2. COINTEGRAÇÃO	28
INTRODUÇÃO.....	28
2.1 O CONCEITO DE COINTEGRAÇÃO	28

2.2	ESTIMAÇÃO DO VECTOR COINTEGRANTE POR OLS.....	30
2.3	COINTEGRAÇÃO E MECANISMO CORRECTOR DO ERRO.....	30
2.4	ALGUNS TESTES DE COINTEGRAÇÃO.....	34
2.4.1	<i>Testes cuja Hipótese Nula é a Ausência de Cointegração</i>	35
2.4.1.1	Teste CRDW.....	35
2.4.1.2	Testes de Engle e Granger (EG) e de Engle e Granger Aumentado (AEG).....	35
2.4.1.3	Testes de Phillips e Ouliaris.....	37
2.4.2	<i>Testes cuja Hipótese Nula é a Existência de Cointegração</i>	39
2.4.2.1	Teste de Shin.....	39
2.4.3	<i>Potência dos Testes de Cointegração</i>	42
2.5	O MÉTODO DE JOHANSEN.....	44
2.5.1	<i>Formulação do Método de Johansen</i>	44
2.5.2	<i>Testes de Johansen sobre o Espaço de Cointegração</i>	50
2.5.3	<i>Casos Possíveis de Acordo com as Restrições sobre os Termos Determinísticos</i>	52
2.5.3.1	Análise da Tabelas de Osterwald-Lenum(1992) e Johansen (1996).	55
2.5.3.2	Análise das Tabelas de Harbo et al. (98) e Pesaran, Shin e Smith (99)...	56
2.5.3.3	Problema da Introdução de Regressores Estacionários nos Modelos VAR.....	60
2.5.4	<i>O Problema da Identificação</i>	63
2.5.5	<i>Testes de Restrições Lineares sobre as Matrizes α e β</i>	65
2.5.5.1	Testes de Restrições Lineares sobre β	65
2.5.5.2	Testes de Restrições lineares sobre α	69
2.5.6	<i>Testes de Hipóteses sobre a Ausência de Intercepto ou Trend nas relações de cointegração e Testes de Especificação do Modelo a Estimar</i>	72
2.5.6.1	Testes de Hipóteses sobre a Ausência de Intercepto ou Trend nas Relações de Cointegração.....	72
2.5.6.2	Testes de Especificação.....	73
2.6	EXOGENEIDADE E CAUSALIDADE.....	74
2.6.1	<i>Conceitos de Exogeneidade</i>	74
2.6.1.1	Os Três Conceitos de Exogeneidade de EHR(1983).....	75
2.6.1.2	Testes de Exogeneidade.....	79

2.6.1.2.1	Teste Simples de Exogeneidade Fraca.....	79
2.6.1.2.2	Testes de Exogeneidade Fraca em Modelos de Mecanismo Corrector do Erro.....	80
2.6.1.2.3	Testes de Exogeneidade Forte e Super-Exogeneidade	82
2.6.2	<i>Causalidade de Granger</i>	83
2.6.2.1	Causalidade de Granger em Variáveis I(0).....	84
2.6.2.2	Causalidade de Granger em Variáveis I(1).....	86
ANEXO II – SÉRIES USADAS E ESTUDO DA SUA ESTACIONARIDADE		88
	<i>Quadro II.1 - Dados Anuais Utilizados: 1954-1995</i>	89
	<i>Descrição das Variáveis Anuais 1954-1995</i>	91
	<i>Descrição Suplementar de Variáveis Anuais 1960-95</i>	94
	<i>Gráficos das Variáveis Anuais 1954-1995</i>	96
	<i>Quadro II.2 - Testes sobre a existência de duas raízes unitárias</i>	100
	<i>Quadros II.3(a e b) - Testes de uma raiz unitária: ADF, PP e KPSS</i>	101
	Quadro II.3a: Testes de uma raiz unitária: ADF, PP e KPSS (com tendência) ..	101
	Quadro II.3b: Testes de uma raiz unitária: ADF, PP e KPSS (sem tendência) ..	103
	<i>Quadros II.4(a e b) - Testes de existência de uma raiz unitária em séries com quebra de estrutura (com escolha endógena de Tb)</i>	104
	Quadro II.4a - Modelo IO.....	104
	Quadro II.4b - Modelo AO	106
ANEXO III – MODELOS ESTIMADOS		108
ESTIMAÇÕES DO MODELO A		109
	<i>Modelo A – Procedimento</i>	110
	<i>MODELO A – LISTA DE QUADROS E FIGURAS</i>	111
ESTIMAÇÕES DO MODELO CURVA DE PHILLIPS		133
	<i>Modelo Curva de Phillips – Procedimento</i>	134
	<i>MODELO Curva de Phillips – LISTA DE QUADROS E FIGURAS</i>	135
ESTIMAÇÕES DO MODELO B		158
	<i>Modelo B – Procedimento</i>	159
	<i>MODELO B – LISTA DE QUADROS E FIGURAS</i>	160
ESTIMAÇÕES DO MODELO C		182

<i>Modelo C – Procedimento</i>	183
<i>MODELO C – LISTA DE QUADROS E FIGURAS</i>	184
Referências Bibliográficas do Volume II	206
<i>Índice de Quadros dos Anexos II e III</i>	<i>213</i>
<i>Índice de Figuras dos Anexos II e III</i>	<i>215</i>

ANEXOS

ANEXO I

Teoria das raízes unitárias e Cointegração

- ◆ Teoria dos testes de raízes unitárias
- ◆ Teoria da Cointegração

1. Testes de Raízes Unitárias

1.1 Testes sobre a existência de uma raiz unitária

Existem dois tipos de testes que postulam a existência de uma raiz unitária:

- a) Testes que postulam como hipótese nula a existência de uma raiz unitária;
- b) Testes que postulam como hipótese nula a estacionaridade.

Na prática, os testes do 1º tipo são os mais utilizados, com destaque para o teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) resultante do trabalho de Said e Dickey (1984).¹ Não vamos ser exaustivos na nossa exposição, mas simplesmente dar uma ideia base dos testes mais usados.

1.1.1 Testes que postulam como hipótese nula a existência de uma raiz unitária

1.1.1.1 Testes de Dickey-Fuller (DF)

Dickey e Fuller (1979, 1981) consideram um modelo do tipo:

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [1]$$

onde para se testar $H_0: \rho = \rho_0$ com $|\rho_0| < 1$ se pode recorrer ao rácio t tradicional, mas para testar a hipótese nula de existência de uma raiz unitária, $H_0: \rho = 1$, a distribuição t de Student deixa de ser válida, porque perante $\rho = 1$, a variável X_t deixa de ser estacionária e a distribuição da estatística:

$$t = \frac{\hat{\rho} - 1}{S_{\hat{\rho}}}$$

não é assintoticamente normal, nem simétrica. Neste caso Fuller(1976) obteve os pontos críticos, os quais dependem do modelo utilizado ter ou não constante e/ou tendência. Assim temos três casos:

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [1]$$

$$X_t = \mu + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [2]$$

$$X_t = \mu + \beta t + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [3]$$

¹ S. E. Said e D. A. Dickey (1984) - "Testing for Unit Roots in Autoregressive-Moving Average Models of Unknown Order", *Biometrika*, 71, 599-607 [apud Harris (1995, p. 34) entre outros].

modelos que podem ser reparametrizados com o objectivo de estimação pelo método dos mínimos quadrados:

$$\Delta X_t = (\rho - 1) X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [1']$$

$$\Delta X_t = \mu + (\rho - 1) X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [2']$$

$$\Delta X_t = \mu + \beta t + (\rho - 1) X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [3']$$

e a hipótese nula passa a ser:

$$H_0 : \rho - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad H_0 : \rho = 1$$

Após a estimação dos modelos 1', 2' ou 3', obtemos o rácio t que será comparado com os pontos críticos de Fuller (1976), \hat{t} , \hat{t}_μ , \hat{t}_τ consoante for o modelo 1, 2 ou 3. Trata-se de um teste unilateral esquerdo, pelo que se o rácio t for menor que o correspondente \hat{t} , \hat{t}_μ , \hat{t}_τ , rejeita-se H_0 , isto é, X_t é estacionária [I(0) na linguagem usual].

Na utilização dos testes de Dickey-Fuller, quando não for visível por inspecção visual a ausência de termos autónomos, é aconselhável começar por aplicar o teste DF ao modelo mais geral (com constante e tendência - Modelo 3). Se a hipótese nula for rejeitada conclui-se que a série é estacionária em torno de uma tendência linear.² A não rejeição de H_0 implica a necessidade de testar se a tendência é significativa, sob a hipótese nula. Na prática, para verificar se $\mu \neq 0$ e $\beta \neq 0$, sob a hipótese nula $(\rho=1)$ podemos estimar o modelo $\Delta X_t = \mu + \beta t + \varepsilon_t$, usando os rácios t habituais.³

Se a tendência não for significativa, estima-se o modelo 2 (sem tendência) e testa-se novamente a existência de uma raiz unitária. Se rejeitarmos agora a hipótese nula implica que a série é estacionária. Se não a rejeitarmos, vamos testar a significância da constante, sob a hipótese nula. Se o termo independente não for significativo estima-se o modelo 1 e testa-se novamente a existência de uma raiz unitária.

1.1.1.2 Teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

Como os testes de Dickey-Fuller (DF) assumem não autocorrelação de ε_t , na prática é necessário eliminar essa autocorrelação. Com esse objectivo foi desenvolvido o teste ADF que admite que X_t segue um processo autoregressivo de ordem p, AR(p), ao invés de DF que assume um AR(1).

² Veja Robalo Marques, 1998, p. 265.

³ Veja Robalo Marques, 1998, p. 262.

Perante um modelo AR(p):

$$X_t = \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad [4]$$

o teste ADF pode obter-se a partir do modelo reparametrizado na forma:

$$\Delta X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad [5]$$

testando a hipótese $H_0: \rho - 1 = 0$, de existência de uma raiz unitária contra a hipótese alternativa $H_a: \rho - 1 < 0$ de estacionaridade. Os pontos críticos continuam a ser os da tabela de Dickey-Fuller (Fuller, 1976, p. 373).⁴

Tal como nos testes DF, no teste ADF temos três modelos, acrescentando a constante, e a constante e tendência na equação 5.

Na prática, na escolha da ordem p do processo autoregressivo é aconselhável seguir uma abordagem do geral para o particular "começando com um número de defasamentos suficientemente elevado por forma a garantir que os resíduos não apresentam autocorrelação e deixando cair, em cada fase, o coeficiente do último defasamento desde que este se revele não significativo (e a sua exclusão não introduza autocorrelação nos resíduos)." (Robalo Marques, 1998, p. 275).

Os testes ADF partem do princípio que a série temporal X_t segue um AR(p), mas Said e Dickey (1984)⁵ legitimaram a sua utilização para todos os tipos de séries demonstrando que qualquer ARMA(p,1,q) pode ser aproximado por um processo AR(m) de ordem suficientemente elevada.

1.1.1.3 Testes Conjuntos e individuais de Dickey-Fuller

Como na prática não conhecemos os verdadeiros valores de μ e β , uma hipótese consiste, como vimos anteriormente, em testar a existência de tendência e/ou constante sob a hipótese nula, mas existe uma alternativa proposta por Dickey e Fuller(1981) em que se testa simultaneamente a existência de constante e/ou tendência e de uma raiz unitária. Considerando as regressões:

$$X_t = \mu + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [6]$$

$$X_t = \mu + \beta(t - 1 - T/2) + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [7]$$

⁴ Mackinnon (1991) permite calcular valores críticos em função do tamanho da amostra.

⁵ Said e Dickey (1984) – op. cit. [apud Robalo Marques (98, p. 276)].

onde t é a tendência e T o número de observações, Dickey e Fuller (1981) desenvolveram **três testes conjuntos**, baseados nas estatísticas Φ_1, Φ_2, Φ_3 :

$$H_0 : (\mu, \rho) = (0, 1) \quad [8]$$

aplica-se ao modelo 6, recorrendo à estatística:⁶

$$\Phi_1 = \left[(T-1) \hat{\sigma}_0^2 - (T-3) \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \right] / 2 \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad [9]$$

onde

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\sum_{t=2}^T (X_t - X_{t-1})^2}{T-1} \quad [10]$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\sum \hat{\varepsilon}_t^2}{T-3} \quad [11]$$

A equação (10) corresponde à variância da variável residual do modelo (6) sob a hipótese nula e a equação (11) à variância da variável residual do modelo (6) sob a hipótese alternativa (exactamente a expressão da equação 6).

Para o modelo (7) temos dois testes:

$$H_0 : (\mu, \beta, \rho) = (0, 0, 1) \quad [12]$$

cuja estatística é:

$$\Phi_2 = \left[(T-1) \hat{\sigma}_0^2 - (T-4) \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \right] / 3 \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad [13]$$

mantendo-se $\hat{\sigma}_0^2$ conforme equação (10), e a equação (11) modifica-se tomando $(T-4)$ no denominador, porque estimamos mais um parâmetro (β).

O outro teste é:

$$H_0 : (\mu, \beta, \rho) = (\mu, 0, 1) \quad [14]$$

cuja estatística é dada por:

$$\Phi_3 = \left[(T-1) \left(\hat{\sigma}_0^2 - (\bar{X}_t - \bar{X}_{t-1})^2 - (T-4) \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \right) \right] / 2 \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad [15]$$

onde $\bar{X}_0 = \sum_{t=2}^T X_t / (T-1)$ e $\bar{X}_{t-1} = \sum_{t=2}^T X_{t-1} / (T-1)$ [16]

Os pontos críticos para Φ_1, Φ_2, Φ_3 são dados por Dickey e Fuller (1981, p. 1063). Note que estes testes são testes "tipo F", de forma que se podem calcular sem recorrer às expressões anteriores. Φ_3 pode-se calcular sempre a partir dos resultados do Método dos Mínimos Quadrados e os outros dois também desde que tenhamos um modelo com

⁶ Veja Robalo Marques (1998, pp. 280-82) e Dickey e Fuller (1981, pp. 1057-1059).

desfasamentos para eliminar a autocorrelação residual (ADF). A fórmula a utilizar será:⁷

$$\Phi_i = F(m, T - k) = \frac{(RSS_R - RSS_{UR}) / m}{RSS_{UR} / (T - k)} \quad [17]$$

onde $m = n^\circ$ de restrições lineares,

$T = n^\circ$ de observações,

$k = n^\circ$ de parâmetros estimados na regressão sem restrições,

$RSS_R =$ Residual Sum of Squares of the restricted regression,

$RSS_{UR} =$ Residual Sum of Squares of the unrestricted regression.

No caso em que não existam desfasamentos (teste DF), a aplicação da fórmula (17) continua a ser possível de aplicar atendendo a que $RSS_R = \sum (\Delta X_t)^2$.⁸

Além dos testes conjuntos, Dickey e Fuller (1981) também apresentam valores críticos para **testes individuais** de nulidade da constante (*drift*) ou tendência (*trend*) sob a hipótese de existência de uma raiz unitária ($\rho=1$). Assim, a partir da equação (6) temos a hipótese:

$$H0: \mu = 0 \text{ dado } \rho = 1 \quad [17a]$$

para testar a nulidade da constante (μ) num modelo sem tendência, cuja estatística é o rácio t de $\hat{\mu}$ que designamos por $\tau_{\mu\mu}$.⁹

A partir da equação (7) temos as hipóteses:

$$H01: \mu = 0 \text{ dado } \rho = 1 \quad [17b]$$

$$H02: \beta = 0 \text{ dado } \rho = 1 \quad [17c]$$

para testar a nulidade da constante (μ) e a nulidade do coeficiente da tendência (β) num modelo com tendência com recurso às estatísticas dos rácios t de $\hat{\mu}$ (designado por $\tau_{\mu\tau}$)¹⁰ e de $\hat{\beta}$ (designado por $\tau_{\beta\tau}$).¹¹

1.1.1.4 Estratégia aconselhável para a utilização dos testes de Dickey-Fuller¹²

1º Passo: Estimar a equação seguinte:

⁷ Veja Gujarati (1995, p. 258) e Enders (1995, pp. 221-224).

⁸ Veja Holden e Perman (1994, p. 103). O modelo restringido, sem qualquer variável no lado direito, implica que $\Delta X_t = \varepsilon_t$ daí que o Somatório de ε_t ao quadrado (RSS_R) seja igual ao Somatório de ΔX_t ao quadrado.

⁹ Corresponde a $\tau_{\alpha\mu}$ nas tabelas de Dickey e Fuller (1981).

¹⁰ Corresponde a $\tau_{\alpha\tau}$ nas tabelas de Dickey e Fuller (1981).

¹¹ Sobre estes testes veja Robalo Marques (1998, p. 282) e Enders (1995, p. 223).

¹² De acordo com Robalo Marques (1998, pp. 282-286).

$$\Delta X_t = \mu + \beta t + (\rho - 1)X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad [18]$$

que corresponde a Equação (5) quando temos constante e tendência (modelo 3), incluindo um número de defasamentos suficiente para eliminar a autocorrelação residual.

2º Passo: Testar $\beta = 0$ e $\rho = 1$, usando a estatística Φ_3 :

$$H_0: (\mu, \beta, \rho) = (\mu, 0, 1)$$

$$H_a: (\mu, \beta, \rho) \neq (\mu, 0, 1)$$

Se H_0 não for rejeitada segue-se para o passo 5. Se H_0 for rejeitada segue-se para o passo 3.

3º Passo: A rejeição de H_0 no 2º passo implica uma das 3 situações:

$$a) (\beta \neq 0, \rho = 1) \quad b) (\beta = 0, \rho \neq 1) \quad c) (\beta \neq 0, \rho \neq 1)$$

Agora vamos testar $\rho = 1$. Se esta hipótese não for rejeitada usando os valores críticos da Distribuição Normal, concluímos que $(\beta \neq 0, \rho = 1)$, pelo que a série tem uma raiz unitária e uma tendência linear. De qualquer forma, segundo Robalo Marques (1998, p. 262), "na prática, para pequenas amostras e especialmente para valores pequenos do coeficiente β poderá ser preferível recorrer aos valores $\hat{\tau}_\tau$ da distribuição de Dickey-Fuller." Aliás, é isto que diz Harris (1995) ao referir que Banerjee et al.(1993) adverte que em amostras finitas, a distribuição DF pode ser melhor aproximação do que a distribuição Normal, mesmo que assintoticamente a última seja preferida. Como $|\tau_\tau| > |\tau_\mu| > |\tau|$ implica que ao adicionar a constante e tendência ao modelo aumenta (em valor absoluto) os valores críticos, tornando mais difícil rejeitar a hipótese nula, mesmo quando ela deve ser rejeitada, isto é, *se rejeitarmos a hipótese nula com constante e tendência é porque não há mesmo raiz unitária.*

Se rejeitarmos $H_0: \rho = 1$, então exclui-se a alínea a), restando as possibilidades b) e c).

4º Passo: Tanto na alínea b) como c), $\rho \neq 1$, isto é, não temos raiz unitária, então podemos utilizar os testes tradicionais. Podemos fazer um teste para a hipótese nula de que $\beta = 0$, usando o rácio t tradicional. Se não rejeitarmos H_0 implica que a série é estacionária sem tendência linear. Se a rejeitarmos, então a série é estacionária com tendência linear. Podemos fazer igualmente um teste para ver se a série tem ou não um intercepto significativo.

5º Passo: A não rejeição de H_0 no passo 2 implica que a série tem uma raiz unitária sem tendência ($\beta = 0$), mas pode ter um *drift*. Assim, podemos testar $\rho = 1$, assumindo ($\beta = 0$), usando os valores $\hat{\tau}_t$ de Dickey-Fuller que são invariantes em relação ao valor de μ . Isto permite reforçar a conclusão de que $\rho = 1$.

6º Passo: Sabendo que $(\beta, \rho) = (0, 1)$, podemos fazer o teste Φ_2 :

$$H_0: (\mu, \beta, \rho) = (0, 0, 1)$$

$$H_a: (\mu, \beta, \rho) \neq (0, 0, 1)$$

para testar se $\mu = 0$. Se H_0 não for rejeitada, a série será $I(1)$ sem *drift*. Se rejeitarmos H_0 , a série é $I(1)$ com *drift*.

7º Passo: Estimando o modelo (18) sem tendência (excluindo βt) podemos reforçar a conclusão do passo 6, utilizando o teste Φ_1 :

$$H_0: (\mu, \rho) = (0, 1)$$

$$H_a: (\mu, \rho) \neq (0, 1)$$

1.1.1.5 Testes de Phillips-Perron

Como vimos, o teste DF só é válido na ausência de autocorrelação residual. Para a corrigir utiliza-se o teste ADF, mas Phillips e Perron (1988) propuseram uma alternativa para abordar o problema da autocorrelação. A abordagem destes autores é denominada *abordagem não paramétrica*, porque não exige a estimação de parâmetros adicionais na regressão estimada como o ADF.

Admitindo que a série X_t é gerada pelo modelo:

$$X_t = \mu + X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [19]$$

$$\Leftrightarrow X_t = X_0 + \mu t + S_t \quad \text{com} \quad S_t = \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad [20]$$

onde ε_t não é um ruído branco. Ele pode sofrer de autocorrelação, mas verifica as condições:¹³

- a) $E(\varepsilon_t) = 0, \forall t$
- b) $\text{Sup}_t E(\varepsilon_t)^{\beta+\varepsilon} < \infty$ para algum $\beta > 2$ e $\varepsilon > 0$
- c) Quando $T \rightarrow \infty$, $\sigma^2 = \lim E(S_T^2/T)$ existe, com $\sigma^2 > 0$,
- d) ε_t é um processo "strong mixing" com coeficientes α_m que satisfazem a condição

¹³ Veja Robalo Marques (1998, p. 288).

$$\sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m^{1-2/\beta} < \infty$$

De forma idêntica aos testes de Dickey-Fuller, os testes de Phillips-Perron baseiam-se numa das regressões de Mínimos Quadrados:

$$X_t = \hat{\rho} X_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t \quad [21]$$

$$X_t = \hat{\mu} + \hat{\rho} X_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t \quad [22]$$

$$X_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta} \left(t - \frac{T}{2} \right) + \tilde{\rho} X_{t-1} + \tilde{\varepsilon}_t \quad [23]$$

onde apenas a equação (23) difere da correspondente regressão do teste DF porque centra o termo da tendência.

Os coeficientes das regressões 21 a 23 dependerão do rácio $\sigma_\varepsilon^2 / \sigma^2$ onde:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum E(\varepsilon_\varepsilon^2) \quad [24]$$

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} E \frac{S_T^2}{T} = E(\varepsilon_1)^2 + 2 \sum_{k=2}^{\infty} E(\varepsilon_1 \varepsilon_k) \quad [25]$$

A σ^2 chama-se variância de longo prazo e no caso dos testes DF, $\sigma^2 = \sigma_\varepsilon^2$. Na prática, estes dois parâmetros não são conhecidos, logo é necessário estimá-los de forma consistente. Se $\mu = 0$ no modelo (19) então o estimador do desvio-padrão da regressão em qualquer das regressões 21, 22 e 23 é um estimador consistente para σ_ε^2 , isto é:

$$\bar{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \bar{\varepsilon}_t^2 \quad [26]$$

onde $\bar{\varepsilon}_t$ representa os resíduos estimados de um dos modelos (21)-(23). Note que no caso particular do modelo (21) pode-se fazer:

$$\bar{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\sum (X_t - X_{t-1})^2}{T} \quad [27]$$

Se $\mu \neq 0$, o estimador obtido usando os resíduos do modelo (21) não é consistente. No entanto, o estimador obtido do modelo (22) ou (23) é consistente. Vamos, por uma questão de notação representar as estimativas dos desvios-padrão das regressões (21)-(23) por $\hat{\sigma}_\varepsilon$, $\dot{\sigma}_\varepsilon$ e $\tilde{\sigma}_\varepsilon$ respectivamente.

A obtenção de um estimador consistente para σ^2 leva-nos a reforçar as condições para ε_t , primeiro a condição b) é substituída por $\text{Sup}_t (E|\varepsilon_t|^{2\beta}) < \infty$ para algum $\beta > 2$, segundo temos de impor uma condição sobre o parâmetro m que define a truncagem nos

desfasamentos que serão usados na definição do estimador de σ^2 , a qual é a de que $m \rightarrow \infty$ quando $T \rightarrow \infty$ de forma que m seja $o(T^{1/4})$,¹⁴ isto é, o número de desfasamentos usados na estimação de autocorrelação dos resíduos aumenta com a dimensão da amostra, mas menos rapidamente do que a sua raiz de ordem quatro.¹⁵

Dadas estas condições, Newey e West (1987) sugeriram o seguinte estimador consistente para σ^2 :

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\bar{\varepsilon}_t)^2 + \frac{2}{T} \sum_{s=1}^m \left(1 - \frac{s}{m+1}\right) \sum_{t=s+1}^T \bar{\varepsilon}_t \bar{\varepsilon}_{t-s} \quad [28]$$

Aliás ele considera-o um estimador consistente para a variância de um variável estacionária que apresenta heteroscedasticidade e/ou autocorrelação de acordo com Robalo Marques (1998, p. 291).

Os ponderadores $(1-s/(m+1))$ na equação (28) garantem que $\bar{\sigma}^2 > 0$. Os resíduos $\bar{\varepsilon}_t$ representam os resíduos estimados de uma das equações 21 a 23, isto é, $\hat{\varepsilon}_t$, $\dot{\varepsilon}_t$ e $\tilde{\varepsilon}_t$ respectivamente.

Se $\mu = 0$ na equação (21) então o estimador (28) será consistente qualquer que seja o modelo utilizado. Se $\mu \neq 0$ apenas podem ser usados os resíduos do modelo (22) ou (23). Assim, usaremos as notações $\hat{\sigma}^2$, $\dot{\sigma}^2$ e $\tilde{\sigma}^2$ conforme o modelo usado na estimativa de σ^2 .

Considerando $H_0: \rho = 1$ em (21), (22) e (23) os testes assintoticamente válidos são respectivamente:

$$Z(t_{\hat{\rho}}) = \left(\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon}}{\hat{\sigma}} \right) t_{\hat{\rho}} - \frac{\hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_{\varepsilon}^2}{2\hat{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{\sum_{t=2}^T X_{t-1}^2 / T^2}} \quad [29]$$

$$Z(t_{\dot{\rho}}) = \left(\frac{\dot{\sigma}_{\varepsilon}}{\dot{\sigma}} \right) t_{\dot{\rho}} - \frac{\dot{\sigma}^2 - \dot{\sigma}_{\varepsilon}^2}{2\dot{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{\sum_{t=2}^T (X_{t-1} - \bar{X}_{t-1}) / T^2}} \quad [30]$$

$$Z(t_{\tilde{\rho}}) = \left(\frac{\tilde{\sigma}_{\varepsilon}}{\tilde{\sigma}} \right) t_{\tilde{\rho}} - \frac{T^3}{4\sqrt{3}} \frac{\tilde{\sigma}^2 - \tilde{\sigma}_{\varepsilon}^2}{\tilde{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{M}} \quad [31]$$

¹⁴ $m=O(T^{1/4})$ significa que $m/T^{1/4} \rightarrow 0$, quando $T \rightarrow \infty$.

¹⁵ Schwert (1989) sugeriu a utilização da regra para dados trimestrais: $m=\text{int}[4(T/100)^{1/4}]$. Newey e West (1994) sugere a escolha do tamanho da janela (Window Size) de acordo com $m=\text{int}[4(T/100)^{2/9}]$. Cruz e Lopes(1999) calculam o parâmetro de truncagem recorrendo à FAC e FACP dos resíduos da equação de

onde $M = |X'X|$, isto é, o determinante da matriz $(X'X)$ dos Mínimos Quadrados.

As estatísticas apresentadas têm, sob a hipótese nula, a mesma distribuição limite que a estatística DF de Dickey-Fuller e os pontos críticos são $\hat{\tau}$, $\hat{\tau}_\mu$, $\hat{\tau}_\tau$, respectivamente.

Embora haja outros testes que postulam como H_0 a existência de uma raiz unitária, como os de Schmidt-Phillips,¹⁶ vamos passar para outro tipo de testes, visto os dois que descrevemos serem os mais utilizados.

1.1.2 Testes que postulam como hipótese nula a estacionaridade

1.1.2.1 Teste KPSS

Este teste de Kwiatkowski et al. (1992),¹⁷ inverte a hipótese do teste de uma raiz unitária. A hipótese nula é a de que a série X_t é estacionária em tendência e hipótese alternativa é a de que X_t é $I(1)$.

Como os testes habituais tendem a não rejeitar a hipótese nula de existência de uma raiz unitária, por falta de potência, torna-se útil este teste ao apresentar uma hipótese contrária. Robalo Marques (1998, p. 308) aconselha a que se façam testes com base em ambas as hipóteses nulas. Se os dois estiverem de acordo é ótimo para a nossa conclusão.

O teste KPSS divide a série temporal em componentes. Admite que X_t é a soma de uma tendência determinística (βt), de um passeio aleatório (r_t) e de um resíduo estacionário (u_t).

$$X_t = \beta t + r_t + u_t \quad [32]$$

com $r_t = r_{t-1} + \varepsilon_t \quad [33]$

onde ε_t é i.i.d. $(0, \sigma_\varepsilon^2)$.¹⁸

A hipótese de estacionaridade corresponde a $\sigma_\varepsilon^2 = 0$. Como u_t é por hipótese estacionário, então, sob a hipótese nula, X_t é estacionária em tendência. $\sigma_\varepsilon^2 = 0$ implica $\varepsilon_t = 0, (\forall t)$ e portanto $r_t = r_{t-1}$, isto é, $r = \text{constante}$.

teste, assim escolhe-se para m um valor igual ao maior lag significativo (entre as autocorrelações e as autocorrelações parciais).

¹⁶ O leitor interessado poderá consultar Schmidt e Phillips (1992) ou Robalo Marques (1998, pp. 296-306).

¹⁷ Daqui em diante diremos KPSS(1992).

¹⁸ i.i.d. corresponde às iniciais inglesas "independent and identically distributed", isto é, corresponde a NID (normal and independent distributed) relaxando a condição da normalidade (veja Stewart, 1991, p. 25).

Se $\beta = 0$ na equação (32), então X_t , sob a hipótese nula, será um processo estacionário em torno de um nível r_0 , em vez de à volta de uma tendência. Assim, dada a regressão:

$$X_t = \alpha + \gamma t + z_t \quad [33]$$

Temos:

$$S_t = \sum_{i=1}^t \hat{z}_i \quad t = 1, 2, \dots, T \quad [34]$$

e
$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E(S_T^2) \quad [35]$$

onde \hat{z}_t são os resíduos da regressão (33) e a equação (35) é a variância de longo prazo.

Então um estimador consistente para σ^2 obtém-se pelo estimador de Newey-West:¹⁹

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{z}_t)^2 + \frac{2}{T} \sum_{s=1}^m \left(1 - \frac{s}{m+1}\right) \sum_{t=s+1}^T \hat{z}_t \hat{z}_{t-s} \quad [36]$$

A consistência de $\hat{\sigma}^2$ é assegurada se quando $T \rightarrow \infty$, o nº de desfasamentos tende para infinito. A taxa $m = o(T^{1/2})$ é satisfatória quer sob a hipótese nula, quer sob a hipótese alternativa.²⁰

Se pretendermos testar a estacionaridade em níveis ($\beta = 0$), os resíduos \hat{z}_t devem ser obtidos da regressão de X_t sobre a constante α , isto é, $\hat{z}_t = X_t - \bar{X}$.

A estatística do teste KPSS é dada por:

$$KPSS = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\hat{\sigma}^2} \quad [37]$$

expressão válida, quer para a estacionaridade em níveis ($\beta = 0$), quer para a estacionaridade em tendência, desde que os resíduos \hat{z}_t sejam apropriados.

Trata-se de um teste unilateral direito, cujos valores críticos se encontram em KPSS (1992, p. 166), η_μ para estacionaridade em níveis ($\beta = 0$), e η_τ para estacionaridade em tendência.²¹ Assim se $\hat{\eta}_\mu = KPSS_\mu > \eta_\mu$ implica que se rejeita a hipótese nula de estacionaridade em níveis; se $\hat{\eta}_\tau = KPSS_\tau > \eta_\tau$ então rejeita-se a hipótese nula de estacionaridade em tendência.

¹⁹ Tal como no teste de Phillips-Perron. O ponderador $(1-s/(m+1))$ corresponde à "Bartlett window" como refere Phillips e Perron (1988, p. 340) e KPSS(1992, p. 164).

²⁰ $m = o(T^{1/2})$ significa que $m/(T^{1/2}) \rightarrow 0$ quando $T \rightarrow \infty$.

²¹ Os símbolos lêem-se ETA(mu) e ETA(tau). Estes valores críticos podem também ser vistos em Robalo Marques (1998, p. 521).

Como na prática, o valor do teste pode ser sensível ao valor m do n° de defasamentos usados no cálculo de $\hat{\sigma}^2$, Robalo Marques (1998, p. 310) aconselha a calcular o valor do teste para sucessivos valores de m até que o valor de $\hat{\sigma}^2$ estabilize.

1.1.3 Breves notas sobre os testes de uma raiz unitária expostos

Nas páginas anteriores descrevemos 3 tipos de testes, mas há algo comum a todos: o n° de defasamentos da variável nos testes paramétricos, ou o "lag truncation parameter" nos testes não paramétricos que vai influenciar a conclusão final. Em termos de notação, na prática para os testes paramétricos temos o teste ADF(k), em que k corresponde ao n° de defasamentos da variável ΔX_t , necessários para eliminar a autocorrelação, por exemplo na equação (5). Por conseguinte, $k=p-1$ na equação (5) correspondente ao teste de uma raiz unitária. Se $k = 0$, estamos perante o teste DF.

Relativamente aos testes não paramétricos, podemos representar o teste de Phillips-Perron por PP(m), em que m representa o "lag truncation parameter" ou "window size" utilizado, que de acordo com Newey e West (1987) é a "Bartlett window".

Os modelos utilizados são 3, quer no teste ADF, quer no teste PP, com constante e tendência, só com constante ou sem ambas e os valores críticos, como vimos, são os de Fuller (1976),²² sendo a hipótese nula, a existência de raiz unitária.

Relativamente ao teste KPSS temos dois modelos e a hipótese nula é de estacionaridade (em níveis ou em tendência consoante os modelos). Podemos, na prática representar o teste como KPSS(m) onde à semelhança do teste PP, m representa o "lag truncation parameter" ou "window size" que permite uma estimação consistente da variância de longo prazo σ^2 .

1.1.4 Testes de raízes unitárias em séries com quebras de estrutura.

Se uma série tiver quebras de estrutura, os testes normais sobre a existência de uma raiz unitária podem indicar que a série é integrada quando de facto o que acontece é que a série é estacionária em dois períodos distintos. Diz-se, por conseguinte, que a série tem um quebra de estrutura, a qual temos de identificar. Por vezes é fácil de identificar graficamente, outras é difícil. A quebra de estrutura pode ocorrer por modificação da tendência ou da média da série ou de ambas e assim surgem vários modelos. A determinação do ponto de quebra de estrutura foi inicialmente considerado exógeno de

²² Também se podem utilizar os de Mackinnon (1991), melhores para amostras pequenas.

acordo com os trabalhos pioneiros de Perron (1989) e Perron(1990), mas posteriormente os trabalhos de Banerjee, Lumsdaine e Stock (1992), Zivot e Andrews (1992) e Christiano(1992) criticaram a exogeneidade da escolha do ponto de quebra de estrutura (Tb), conduzindo aos trabalhos de Perron e Vogelsang (1992a) e outros, os quais são resumidos em Perron(1994), onde Perron analisa e compara a escolha exógena de Tb com a escolha endógena proposta pelos autores anteriores. Finalmente Perron (1997) apresenta a sua metodologia de escolha de Tb endogenamente (incluindo valores críticos), confirmando parte das conclusões de Perron (1989) e compara-as com os resultados de Banerjee et al. (1992) e Zivot e Andrews (1992). Assim podemos dividir a nossa análise em dois grupos:

- a) testes de raízes unitárias com ponto de quebra de estrutura (Tb) exógeno;
- b) testes de raízes unitárias com ponto de quebra de estrutura (Tb) endógeno.

Cada grupo pode ser subdividido em modelos com tendência e modelos sem tendência.²³

1.1.4.1 Testes de Raízes Unitárias com Ponto de Quebra de Estrutura (Tb) exógeno

1.1.4.1.1 Modelos com Tendência

Uma das soluções podia ser a divisão da amostra em dois sub-períodos, mas tal como Perron salienta, este procedimento pode implicar que os testes de raízes unitárias em cada sub-amostra não tenham potência suficiente para rejeitar a hipótese nula (devido à redução da dimensão da amostra). Assim, vamos apresentar modelos válidos para todo o período amostral. Com diz Perron (1989), "the null hypothesis considered is that a given series (...) is a realization of a time series process characterized by the presence of a unit root and possibly a nonzero drift" (p. 1363). Contudo, a abordagem é generalizada para permitir uma quebra de estrutura num determinado período, Tb, tal que $0 < Tb < T$. Supõe-se que a quebra afecta a estrutura da série de forma permanente. A hipótese alternativa é a de que as séries são estacionárias em tendência determinística e sofrem uma quebra de estrutura que tem efeitos permanentes.²⁴

Há duas classes de modelos com quebras de estrutura:

- 1) Modelos *additive outlier* (AO) - a transição das séries para a nova estrutura faz-se de imediato;

²³ Modelos sem tendência com Tb determinado exogenamente são analisados por Perron (1990), onde se considera a variação da média da série. Perron e Vogelsang (92b) corrige Perron (90)[v. ponto 1.1.4.1.2].

2) Modelos *innovational outlier* (IO) - a transição das séries para a nova estrutura faz-se gradualmente, podendo ser afectada pela especificação dinâmica da componente residual.

De acordo com Perron (1989) temos três tipos de modelos sob a hipótese nula:²⁵

- A) Alteração exógena no nível da série (corresponde ao "crash" no estudo de Perron (89) ou seja alteração do intercepto);
- B) Alteração exógena na taxa de crescimento da série (ou seja alteração no declive);
- C) Alteração do intercepto e do declive simultaneamente.

Perron (1994) apresenta estes três tipos de modelos, onde se pode estabelecer a seguinte correspondência em termos dos modelos *additive outlier*: Modelo AO1, AO2 e AO3 de Perron (1994) correspondem aos modelos A, C e B de Perron (1989) respectivamente.

Nos modelos *additive outlier*, o teste efectua-se em dois passos:

1º passo: Retira-se a tendência determinística às séries;

2º passo: Faz-se o teste de existência de uma raiz unitária na série de resíduos obtida no 1º passo.

Assim temos:²⁶

Modelo AO1:

$$1^\circ \text{ passo: } y_t = \mu + \beta t + \theta DU_t + \tilde{y}_t \quad [38a]$$

$$2^\circ \text{ passo: } \tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=0}^k d_j D(Tb)_{t-j} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t \quad [38b]$$

Modelo AO2:

$$1^\circ \text{ passo: } y_t = \mu + \beta t + \theta DU_t + \gamma DT_t^* + \tilde{y}_t \quad [39]$$

2º passo: idêntico ao de AO1.

Modelo AO3:

$$1^\circ \text{ passo: } y_t = \mu + \beta t + \gamma DT_t^* + \tilde{y}_t \quad [40a]$$

$$2^\circ \text{ passo: } \tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t \quad [40b]$$

²⁴ Veja João Pereira (1995, p. 12) ou João Pereira (1996, p. 117).

²⁵ Para uma análise detalhada veja Perron (1989, p. 1364).

²⁶ Veja Perron (1994, p. 134).

Como assumido inicialmente todos os três modelos consideram séries temporais com tendência. Os símbolos utilizados nas equações dos modelos são:

μ = constante ou intercepto;

t = tendência;

T_b = ponto de quebra de estrutura;

$DU_t = 1$ se $t > T_b$ e zero nos outros períodos, correspondendo à alteração do intercepto;

$DT_t^* = t - T_b$ se $t > T_b$ e zero no outros períodos, correspondendo à alteração do declive;

$D(T_b)_t = 1$ se $t = T_b + 1$ e zero nos outros períodos;

\tilde{y}_t = resíduos do modelo estimado no 1º passo.

Os modelos são estimados pelo método dos mínimos quadrados seguindo o procedimento dos testes de Dickey-Fuller.

No 2º passo aparecem duas componentes nos modelos AO1 e AO2. A primeira componente de variáveis *dummy* $D(T_b)_{t-j}$ é necessária para que a distribuição assintótica da estatística t de α seja a mesma que nos modelos IO e para que seja invariante ao valor de k (Perron e Vogelsang, 1992a, p. 304).²⁷ A segunda componente tem o mesmo significado que a ordem de desfaseamento nos modelos ADF para corrigir a autocorrelação, cujo critério de escolha de k veremos adiante. O modelo AO3 não apresenta a primeira componente, tornando-se de mais fácil estimação. O teste de raiz unitária é feito recorrendo ao rácio t de ($\alpha = 1$), pois α desempenha aqui o papel que ρ desempenha nos modelos ADF. No entanto, $t_{\alpha=1}$ deve ser comparado com os valores críticos fornecidos por Perron (1989) [Modelo AO1, equivalente ao Modelo A, tabela IV.B e Modelo AO2 equivalente ao Modelo C, tabela VI.B] e Perron e Vogelsang (1993) [Modelo AO3, equivalente ao Modelo B, tabela I do *Erratum*]. O ponto crítico nas tabelas de Perron (89) é função do rácio ($\lambda = T_b/T$) ou seja da localização do ponto de quebra de estrutura na amostra de dimensão T , relativamente ao início da amostra.²⁸

Juntando os modelos A, B e C de Perron (1989) sob as hipóteses nula e alternativa, obtemos os modelos *innovational outlier* (IO):

Modelo A ("crash" Model) ou IO1:

²⁷ Aliás, isto faz parte do *Erratum* de Perron e Vogelsang (1993) feito a Perron(1989).

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t \quad [41]$$

Modelo B ("changing growth" Model):

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + \gamma DT_t^* + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t \quad [42]$$

Modelo C ("both effects") ou IO2:

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + \gamma DT_t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t \quad [43]$$

onde além dos símbolos já conhecidos temos:

$DT_t = t$ se $t > T_b$ e zero no outros períodos.

Estes modelos IO têm correspondência directa com os dois modelos IO de Perron(97) no caso de T_b determinado endogenamente. O Modelo A corresponde ao IO1 e o Modelo C a IO2. A correspondência também existe com os dois modelos IO de Perron(94), com a excepção de Perron (1994) considerar a variável DT^* em vez de DT no modelo IO2.

O modelo B na forma IO tem menos potência do que se o utilizarmos na forma AO3, segundo Perron (1989, p. 1381). Além disso, o modelo B da eq.(42) não permite testar a existência de uma raiz unitária sob a hipótese de que a função tendência "has a change in slope with the two segments joined at the time of the change." (Perron, 1989, p. 1381) Por isso, este autor apresenta outra equação para o modelo B na forma IO, em que a estatística $t_{\hat{\alpha}}$ tem uma distribuição assintótica idêntica à da estatística do modelo AO3, no entanto a eliminação de DU_t na hipótese nula é uma limitação.²⁹ Este deve ser um dos motivos porque tanto Perron (1994), como Perron (1997) utilizam na prática só os dois modelos IO mencionados (correspondentes a A e a C) e para o terceiro modelo utilizam AO3. A pouca utilização dos modelos AO1 e AO2 prende-se com a dificuldade de estimação do 2º passo.

Critério de escolha de k (ordem de desfasamento da 1ª diferença da série)

Perron (1989, 1990) escolhem k, para um dado T_b exógeno, partindo do geral para o particular, isto é, começando com um k max especificado a priori, de forma que o último desfasamento de Δy_t seja significativo a um determinado nível e os coeficientes

²⁸ Note que T_b no cálculo de λ corresponde por exemplo a 20 na amostra 1954-95 se $T_b=1973$, porque $1973-1954+1=20$.

²⁹ Veja Cruz e Lopes (1999, p. 240).

dos desfasamentos de ordem superior não o sejam. Perron (89, 94) utilizam a estatística t com uma distribuição normal assintótica, para um nível de significância de 10% (valor crítico aproximado a 1.6 para o teste bilateral). Perron (94) salienta que alternativamente podíamos usar um critério de selecção como o AIC, mas demonstrou que este é mais parcimonioso podendo não corrigir a autocorrelação residual.

1.1.4.1.2 Modelos sem Tendência

Perron (1990) completa o estudo de Perron (1989) ao considerar séries temporais sem tendência com variação da média. Ele estuda testes que permitem a presença de variação na média das séries quer sob a hipótese nula, quer sob a hipótese alternativa. De forma semelhante aos testes descritos anteriormente temos duas classes de modelos: AO e IO. Perron e Vogelsang(92b) corrige o 2º passo do modelo AO introduzindo as *dummies* $D(Tb)_{t-i}$. Vamos denomina-los por AOm e IOm em que m significa modelo só com intercepto (média).

Modelo AOm:

$$1^\circ \text{ passo: } y_t = \mu + \theta DU_t + \tilde{y}_t \quad [44a]$$

$$2^\circ \text{ passo: } \tilde{y}_t = \sum_{i=0}^k w_i D(Tb)_{t-i} + \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t \quad [44b]$$

Modelo IOm:

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t \quad [45]$$

O modelo IOm é similar ao modelo AOm (com dois passos), mas envolve apenas uma regressão pela estimação da função de tendência e a dinâmica do processo simultaneamente. Esta especificação implica que a variação da média da série não ocorre instantaneamente e o seu efeito no nível de y_t depende da dinâmica do processo.

Em ambos os modelos a hipótese a testar é $t_{\alpha=1}$, cujos valores críticos se encontram em Perron (1990, p. 158, tabela 4).

O significado dos símbolos é idêntico ao descrito nos modelos com tendência.

1.1.4.2 Testes de Raízes Unitárias com Ponto de Quebra de Estrutura (Tb) endógeno

Como já referimos, a determinação de Tb a priori (exogenamente) foi criticado nomeadamente por Banerjee et al. (1992), Zivot e Andrews (1992) e Christiano (1992) que argumentaram que a escolha da data da quebra de estrutura se deve correlacionar

com os dados. Perron (1994) faz uma síntese das formas de estimar o T_b endogenamente, baseado nos autores anteriores e apresenta valores críticos assintóticos (Perron, 1994, pp. 137-138). Esses valores críticos provêm dos seus trabalhos em co-autoria com Vogelsang, assim como de Zivot e Andrews (1992).

Com o objectivo de complementar os estudos de Banerjee et al. (1992) e Zivot e Andrews (1992), temos mais recentemente Perron (1997) que utiliza três modelos para testar a presença de uma raiz unitária permitindo a variação da função "trend", pelo menos uma vez, como fez Perron (1989).

Relativamente aos modelos sem tendência, com variação da média, Perron e Vogelsang(1992a) fornecem valores críticos para T_b determinado endogenamente.

1.1.4.2.1 Modelos com tendência

Vamos seguir de perto a exposição de Perron (1997), por ser a mais recente em modelos com quebra de estrutura, cujo T_b é determinado endogenamente:

1) Modelo IO1:

Este modelo corresponde ao modelo A de Perron (1989) com T_b determinado endogenamente:

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t \quad [46]$$

O modelo permite apenas uma variação no intercepto em ambas as hipóteses nula e alternativa. Assume-se que a variação ocorre gradualmente. Os símbolos já os conhecemos e a estimação é pelo método dos mínimos quadrados como nos modelos com T_b exógeno, no espírito de Dickey e Fuller (1979) e Said e Dickey (1984).³⁰ O teste de existência de uma raiz unitária é feito igualmente pelo recurso ao rácio $t_{\alpha=1}$ para testar $H_0: \alpha=1$ contra $H_a: \alpha<1$.

2) Modelo IO2:

Este modelo corresponde ao modelo C de Perron (1989), com T_b determinado endogenamente:

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + \gamma DT_t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t \quad [47]$$

³⁰ Said e Dickey (1984) – op. cit. [apud Perron(89, p. 1379)].

O modelo permite a variação do intercepto e do declive no período Tb.

3) Modelo AO:

Este modelo corresponde ao modelo AO3 de Perron(1994). Por conseguinte temos dois passos:

$$1^{\circ} \text{ passo: } y_t = \mu + \beta t + \gamma DT_t^* + \tilde{y}_t \quad [48a]$$

$$2^{\circ} \text{ passo: } \tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t \quad [48b]$$

Neste modelo permite-se a variação no declive "but both segments of the trend function are joined at the time of break." (Perron, 1997, p. 358). Aqui presume-se que a alteração ocorre rapidamente.

Vamos denotar por $t_{\hat{\alpha}=1}(i, Tb, k)$ ($i = IO1, IO2, AO$) a estatística t para testar $\alpha=1$ sob o modelo i com a data de quebra de estrutura Tb e o "truncation lag parameter" k. Nestas regressões, Tb e k são tratados como desconhecidos.

Vejamos como se escolhe endogenamente o ponto Tb e se selecciona k.

1.1.4.2.1.1 Métodos de escolha da data de quebra de estrutura (Tb)

Existem dois métodos de seleccionar Tb endogenamente:

- 1) O Tb é seleccionado pelo *valor que minimiza a estatística t para testar $\alpha=1$* . Se denotarmos esse valor por $t_{\hat{\alpha}=1}^*(i)$ temos:

$$t_{\hat{\alpha}=1}^*(i) = \text{Min}_{Tb \in (k+1, T)} t_{\hat{\alpha}=1}(i, Tb, k) \quad (i = IO1, IO2, AO) \quad [49]$$

As distribuições assintóticas de $t_{\hat{\alpha}=1}^*(IO1)$ e de $t_{\hat{\alpha}=1}^*(IO2)$ foram estudadas por Zivot e Andrews(1992) sob a condição de que os valores para o ponto de quebra estavam restringidos a uma subamostra que excluía valores do princípio e fim da amostra.³¹ Perron (1997) mostra que o seu resultado permanece válido para toda a amostra.

- 2) O Tb é escolhido pela *minimização* quer de $t_{\hat{\mu}}$ (estatística t associada ao coeficiente da alteração do intercepto (DU_t) no modelo IO1), quer de $t_{\hat{\gamma}}$ (estatística t associada ao coeficiente da variação no declive (DT_t ou DT_t^{*}) nos modelos IO2 e AO).

³¹ Por exemplo considerava-se Tb no intervalo (0.15T, 0.85T), conforme sugerido por Banerjee et al. (1992).

Se denotarmos a estatística t de $\alpha=1$ obtido por este procedimento por $t_{\alpha=1,\theta}^*(IO1)$ para o modelo IO1 e $t_{\alpha=1,\gamma}^*(i)$ ($i = IO2, AO$) para os modelos IO2 e AO temos:

$$t_{\alpha=1,\theta}^*(IO1) = t_{\hat{\alpha}=1}^*(IO1, T_b^*, k) \text{ onde } T_b^* \text{ é tal que:}$$

$$t_{\hat{\theta}}(T_b^*) = \text{Min}_{Tb \in (k+1, T)} t_{\hat{\theta}}(Tb, k) \quad [50]$$

e

$$t_{\alpha=1,\gamma}^*(i) = t_{\hat{\alpha}=1}^*(i, T_b^*, k) \text{ onde } T_b^* \text{ é tal que:}$$

$$t_{\hat{\gamma}}(T_b^*) = \text{Min}_{Tb \in (k+1, T)} t_{\hat{\gamma}}(Tb, k) \quad [51]$$

Este procedimento implica a necessidade de impor *a priori* o sinal de variação que neste caso está restringido ao "crash" ou queda no crescimento. No caso contrário de variação positiva seria necessário maximizar $t_{\hat{\theta}}$ ou $t_{\hat{\gamma}}$.³² Para evitar a necessidade desta suposição a priori do sinal da variação, o ponto de quebra, T_b , pode ser seleccionado pela *maximização do valor absoluto* de $t_{\hat{\theta}}$ ou de $t_{\hat{\gamma}}$. Neste caso, a estatística t de $\alpha=1$ denotar-se-á por: $t_{\alpha=1,|\theta|}^*(IO1)$ para o modelo IO1 e $t_{\alpha=1,|\gamma|}^*(i)$ ($i = IO2, AO$) para os modelos IO2 e AO.

Os valores críticos assintóticos no 2º método são os de Zivot e Andrews(1992) para o modelo IO1 e os de Vogelsang e Perron(1994)³³ para os outros 2 modelos, não sendo possível relaxar a necessidade da restrição dos pontos extremos da amostra como no 1º método.

1.1.4.2.1.2 Métodos de seleccionar o "truncation lag parameter" (k)

Perron (1997) considera dois métodos de selecção de k endogenamente:

O **primeiro** consiste no procedimento recursivo do geral para o particular, que já apontamos nos modelos com T_b exógeno, baseado na estatística t do coeficiente associado com o último desfasamento na autoregressão estimada. Este procedimento selecciona o valor k^* tal que o coeficiente do último desfasamento na autoregressão de ordem k^* é significativo e o último desfasamento na autoregressão de ordem maior que k^* não é significativo até uma ordem k max. Perron (1997) utiliza nas suas aplicações

³² Veja Perron (1994, p. 136). Lembremos que este procedimento é seguido por Christiano (1992).

³³ T. J. Vogelsang e P. Perron (1994) - "Additional Tests for Unit Root allowing for a Break in the Trend Function at an UnKnown Time", Manuscrito, Department of Economics, Cornell University, Ithaca, NY [apud Perron(1997)].

um teste bilateral de 10% baseado na distribuição normal assintótica. Em notação chama-lhe "t-sig".

O **segundo** é o método de Said e Dickey (1984).³⁴ Testa-se se os desfasamentos adicionais são conjuntamente significativos usando um teste F nos coeficientes estimados:

1º) Estimam-se autoregressões com k_{\max} e $(k_{\max} - 1)$ desfasamentos.

2º) Utiliza-se o teste F unilateral a 10% para ver se o coeficiente do desfasamento k_{\max} é significativo. Se for, k_{\max} é o k desejado; se não for, estima-se novamente o modelo com $(k_{\max} - 2)$ desfasamentos. O desfasamento $(k_{\max} - 1)$ é julgado significativo se, quer o teste F para $(k_{\max} - 2)$ *versus* $(k_{\max} - 1)$, quer o teste F para $(k_{\max} - 2)$ *versus* k_{\max} forem significativos baseado nos valores críticos de χ^2 a 10%. Vamos baixando k até rejeitarmos que desfasamentos adicionais sejam não significativos ou atingir o limite inferior de $k = 1$. Este procedimento denota-se "F-sig".

Como já vimos anteriormente, Perron prefere métodos de selecção do geral para o particular a critérios de selecção como o AIC porque pode seleccionar um k onde exista correlação nos resíduos

Perron (1997, pp. 362-363) apresenta os valores críticos para os três modelos descritos (e de acordo com os três métodos de cálculo de T_b). Além dos valores críticos assintóticos, quase todos idênticos aos apresentados em Perron (1994) para os modelos com T_b endógeno, cuja diferença é o facto de Perron (97) considerar o total da amostra para $t_{\alpha=1}^*$, Perron (97) calcula também os valores críticos para amostras finitas, considerando os dois métodos de cálculo de k (F-sig e t-sig). Nota-se que os valores críticos de Perron (1997) para amostras finitas com T_b endógeno são bastante menores que os valores críticos de Perron (1989) com T_b exógeno. Isto vai de encontro ao facto de Zivot e Andrews(92) concluir que "we find that there is less evidence against the unit-root hypothesis than Perron finds for many of the data series." Mas Perron (1997) conclui que a não imposição de informação *a priori* diminui a potência do teste, aumentando a probabilidade de não rejeitar $H_0: \alpha=1$, sendo ela falsa.³⁵

³⁴ Said e Dickey (1984) – op. cit. [apud Perron (1997, p. 359)].

³⁵ Veja Gujarati, 1995, p. 787.

1.1.4.2.2 Modelos sem tendência

No ponto 1.1.4.2.1 apresentamos, de acordo como Perron(1997), três modelos com tendência onde se determina T_b e k endogenamente. Igualmente, podemos determinar endogenamente T_b e k nos modelos sem tendência.

Nesta exposição vamos seguir Perron e Vogelsang(1992a). Ele considera duas classes de modelos (AO e IO) à semelhança dos discutidos no ponto 1.1.4.1.2. O modelo AO é melhor para séries que exibem um mudança brusca na média e o IO é melhor quando a variação se dá gradualmente.

Modelo AO:

$$1^\circ \text{ passo: } y_t = \mu + \theta DU_t + \tilde{y}_t, \quad t = 1, \dots, T \quad [52a]$$

$$2^\circ \text{ passo: } \tilde{y}_t = \sum_{i=0}^k w_i D(T_b)_{t-i} + \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t, \quad t = k+2, \dots, T \quad [52b]$$

Modelo IO:

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t, \quad t = k+2, \dots, T \quad [53]$$

A diferença entre estes modelos e os apresentados por Perron(1990) com T_b determinado exogenamente é essencialmente a inclusão das variáveis dummy $D(T_b)_{t-i}$ no 2º passo do modelo AO à semelhança dos modelos AO1 e AO2 com tendência. De acordo com Perron e Vogelsang(1992a, p. 304) as variáveis dummy "are needed to ensure that the t statistic on α [na equação 52b] has the same asymptotic distribution as in the IO model and, more important, that it be invariant to the value of the truncation lag parameter k ." Os modelos apresentados no caso exógeno já apresentam esta correção de acordo com Perron e Vogelsang(1992b).

As formas de seleccionar k endogenamente já foram discutidas no ponto 1.1.4.2.1.2. Perron e Vogelsang(1992a, p. 313), conclui que a selecção de k partindo do geral para o particular com início num k -max e utilizando a estatística t para eliminar os últimos coeficientes não significativos conduz a testes com maior potência em quase todos os casos estudados.

Os processos de seleccionar T_b endogenamente são dois:³⁶

1) *Minimizar a estatística t para testar $\alpha=1$* . Se denotarmos essa estatística por $t_{\hat{\alpha}=1}(i, T_b^*, k)$ temos:

³⁶ Perron e Vogelsang(1992a) não apresentam valores críticos para o 3º método (que consiste numa variante do 2º processo como vimos no ponto 1.1.4.2.1).

$$t_{\hat{\alpha}=1}(i, T_b^*, k) = \text{Min}_{T_b \in (k+2, T)} t_{\hat{\alpha}=1}(i, T_b, k) \quad (i = AO, IO) \quad [54]$$

2) *Minimizar a estatística* $t_{\hat{\theta}}$ (isto é, a estatística t para testar $\theta = 0$, em que θ é o coeficiente de DU_t , a mudança na média da série), obtendo a estatística $t_{\hat{\alpha}=1}(i, T_b(\hat{\theta}), k) \quad (i = AO, IO)$, onde $T_b(\hat{\theta})$ é tal que:

$$t_{\hat{\theta}}(T_b(\hat{\theta})) = \text{Min}_{T_b \in (k+2, T)} t_{\hat{\theta}}(T_b, k) \quad [55a]$$

O 2º processo "allows the imposition of the mild a priori restriction of a one-sided change in the mean while still treating the date of the breakpoint as unknown" (Perron e Vogelsang, 1992a, p. 304). Segundo estes autores esta imposição permite um acréscimo substancial na potência relativamente aos outros procedimentos. A imposição desta restrição significa que seleccionaremos T_b pela *maximização de* $t_{\hat{\theta}}$, se suspeitarmos de uma subida em vez de um "crash". Nesse caso $T_b(\hat{\theta})$ é tal que:

$$t_{\hat{\theta}}(T_b(\hat{\theta})) = \text{Max}_{T_b \in (k+2, T)} t_{\hat{\theta}}(T_b, k) \quad [55b]$$

Finalmente devemos criticar os testes de quebras de estrutura, porque de acordo com Franses e Haldrup(1994, p. 471) "in some situations it can be expected that the additive outliers will establish the wrong impression that a time series is stationary when it is actually integrated", ora na literatura normalmente o que se fala é que quebras de estrutura induzem erradamente à conclusão de processos com raízes unitárias. Franses e Haldrup(1994) alerta para a necessidade de procurar os *outliers* porque os dados irregulares tendem a produzir estacionaridade espúria. Cruz e Lopes (1999) ao analisar a possibilidade de várias quebras estruturais salienta que "no domínio dos testes de RUs que acomodam uma ou várias quebras constata-se que existe ainda um vasto campo de investigação por explorar"(p. 260) e critica que muitas vezes nada indica que tenha havido uma ou duas quebras na economia no período amostral, de forma que para a previsão o "modelo de RU poderá continuar a ser mais útil, mesmo quando a evidência obtida não é favorável"(p.260). Ainda segundo os mesmos autores "talvez a investigação deva centrar-se na questão da selecção do melhor modelo, isto é, na determinação tanto do número como do tipo de quebra" (p. 260). A existência de várias metodologias dificulta uma conclusão esclarecedora.

1.2 Testes sobre a existência de raízes unitárias duplas

Quando se suspeita da existência de mais do que uma raiz unitária nas séries temporais convém efectuar um teste sobre a existência de duas raízes unitárias. De acordo com Dickey e Pantula (1987) e Haldrup (1994) [em referência a Hasza e Fuller (1979)] partimos de uma regressão do tipo:

$$\Delta^2 X_t = (\rho_1 - 1)X_{t-1} + (\rho_2 - 1)\Delta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-2} \gamma_i \Delta^2 X_{t-i} + \varepsilon_t \quad [56]$$

para testar a existência de I(2) contra I(1) e no caso da hipótese nula ser rejeitada, testa-se I(1) contra I(0), relativamente à variável X_t .

Na equação (56) podemos colocar um intercepto ou um intercepto e uma tendência linear à semelhança do teste ADF para uma raiz unitária.³⁷ Assim teríamos:

$$\Delta^2 X_t = \mu + \beta t + (\rho_1 - 1)X_{t-1} + (\rho_2 - 1)\Delta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-2} \gamma_i \Delta^2 X_{t-i} + \varepsilon_t \quad [57]$$

Dickey e Pantula(1987) sugerem os seguintes passos:

1º passo: Testar a hipótese nula de I(2) contra a hipótese alternativa de I(1), isto é:

$$H_0: \rho_1 - 1 = \rho_2 - 1 = 0$$

$$H_a: \rho_1 - 1 = 0, (\rho_2 - 1) < 0$$

Mas para realizar este teste recorre-se ao rácio t de $(\hat{\rho}_2 - 1)$ na regressão:

$$\Delta^2 X_t = \mu + \beta t + (\rho_2 - 1)\Delta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-2} \gamma_i \Delta^2 X_{t-i} + \varepsilon_t \quad [58]$$

usando os valores críticos da tabela Dickey-Fuller. Note que estamos a impor que $\rho_1 - 1 = 0$ na equação (57), tanto na hipótese nula como na hipótese alternativa, o que é criticado por Haldrup (1994), pois este teste não é adequado quando temos um raiz explosiva ($\rho_1 - 1 > 0$).

2º passo: Se a hipótese nula de I(2) for rejeitada, testamos a hipótese nula de I(1) contra a alternativa de I(0), isto é:

$$H_0: \rho_1 - 1 = 0 (\rho_2 - 1 < 0)$$

$$H_a: \rho_1 - 1 < 0, (\rho_2 - 1 < 0)$$

utilizando o rácio t de $(\hat{\rho}_1 - 1)$ estimando a regressão (57), e os mesmos valores críticos da tabela Dickey-Fuller. Se rejeitarmos H_0 , então X_t é uma série estacionária.

³⁷ Conforme refere Robalo Marques (1998, p. 315).

Haldrup (1994) critica o procedimento de Dickey e Pantula (1987) ao concordar com Hasza e Fuller (1979) na utilização de um teste conjunto:

$$H_0: \rho_1 - 1 = \rho_2 - 1 = 0$$

$$H_a: \rho_1 - 1 = 0, \rho_2 - 1 < 0$$

cujas estatísticas são o F em vez do t de Student aplicado à regressão (56) ou (57) conforme tenha ou não, intercepto e/ou tendência e os valores críticos foram fornecidos por Hasza e Fuller (1979).³⁸

Dickey e Pantula (1987) prefere o teste t, porque nota algumas limitações no teste F, que apresenta menos potência por ser um teste que "does not take in account the one-sided nature of the alternative hypothesis" (Dickey e Pantula, 1987, p. 457).³⁹

Haldrup (1979), devido ao perigo de $(\rho_1 - 1)$ ser uma raiz explosiva não detectável pelo teste de Dickey e Pantula (1987) ao impor $\rho_1 - 1 = 0$, prefere utilizar a estatística F de Hasza e Fuller (1979). Se a hipótese nula de I(2) for rejeitada, então logo se recorre ao teste ADF para testar a hipótese $\rho - 1 = 0$ de existência de uma raiz unitária na mesma regressão. Como os testes de Hasza e Fuller (1979) admitem que X_t pode ser aproximado por um AR de ordem finita, mas por vezes tal não acontece, Haldrup (1994) estende a este caso os testes não paramétricos ou seja faz uma extensão do teste de Phillips-Perron para variáveis I(2).⁴⁰

Forma alternativa de realizar o 2º passo de Dickey e Pantula (1987)

De acordo com F. Peixe (1994, 1998) e Harris (1995, pp. 34-37) podemos utilizar o seguinte modelo no 2º passo de Dickey e Pantula (1987):

$$\Delta X_t = \mu + \beta t + (\rho_1 - 1)X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad [59]$$

Isto porque a equação (59) é uma reparametrização da equação (57) como se pode demonstrar. Este modelo corresponde a um AR(p).

Normalmente, de acordo com F. Peixe (1994, 1998) e Harris (1995, p. 37), a equação (57) [1º passo de Dickey e Pantula (87)] não tem tendência porque se supõe que as 1ªs diferenças não têm *trend*, mas a série em níveis [equação (59)] apresenta tendência.

³⁸ Veja também estes valores críticos em Robalo Marques (1998, p. 522).

³⁹ Veja também Robalo Marques (1998, p. 316).

⁴⁰ Não vamos descrever aqui o processo. O leitor interessado poderá ver Haldrup (1994) ou Robalo Marques (1998, pp. 318-322).

2. Cointegração

Introdução

A maioria das variáveis económicas nominais não são estacionárias. Este facto pôs em causa os métodos tradicionais de estimação dos parâmetros dos modelos económicos. A primeira abordagem consistia em utilizar todas as variáveis em diferenças, mas uma abordagem deste género ignorava as relações de equilíbrio que podiam existir nas variáveis em níveis, como a teoria económica sugere. Esta limitação foi ultrapassada pela introdução das variáveis em níveis no modelos econométricos,¹ nomeadamente através dos modelos de mecanismo corrector do erro (MCE)² onde a solução de equilíbrio (ou de longo prazo) é introduzida como uma variável adicional.

A necessidade de obter resíduos estacionários em modelos com variáveis integradas conduziu ao desenvolvimento do conceito de cointegração, sugerido por Granger(1981).³

2.1 O Conceito de Cointegração

Em termos simplificados diz-se que um conjunto de variáveis $I(1)$ estão cointegradas se existir uma combinação linear delas que seja $I(0)$. Essa combinação linear pode ser interpretada como uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis.

Suponhamos que temos duas variáveis x_t e y_t integradas de ordem d , isto é, $I(d)$. Geralmente a combinação linear⁴

$$z_t = x_t - \beta_2 y_t \quad [1]$$

é também uma variável integrada de ordem d , $I(d)$. No entanto, excepcionalmente z_t pode ser uma variável $I(d-b)$, $b > 0$, isto é, z_t pode ser integrada de ordem inferior. Neste caso temos um cointegração de ordem (d, b) entre as variáveis x_t e y_t .

A generalização para qualquer ordem de integração, bem como para qualquer número de variáveis é apresentada por Engle e Granger(1987):

¹ Defendido por Hendry e Mizon (1978) e Davidson et al.(1978).

² *Error Correction Model* (ECM) em inglês (veja Robalo Marques, 1998, p. 39).

³ C. W. Granger (1981) - "Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification", *Journal of Econometrics*, 16, 121-30 [apud Engle e Granger (87), e Engle e Yoo (87)].

⁴ Na equação (1) supõe-se $\beta_1=1$.

Supondo que X_t é um vector de N variáveis. As variáveis do vector X_t dizem-se cointegradas de ordem (d, b) e denota-se $X_t \sim CI(d, b)$, se:

- 1) cada variável de X for $I(d)$;
- 2) existir um vector $\beta(\neq 0)$, chamado *vector cointegrante*⁵, tal que $z_t = \beta'X_t$ é $I(d-b)$ com $d \geq b > 0$.

Para simplificar consideramos o caso de $d = b = 1$. Neste caso, a existência de cointegração entre as variáveis de X_t , que se consideram $I(1)$, implica que existe um combinação linear delas que é $I(0)$.

Quando temos apenas duas variáveis existe um único vector cointegrante. Demonstra-se⁶ que, neste caso, dois vectores seriam linearmente dependentes ou um deles faria com que z_t fosse $I(1)$ o que está contra a definição de cointegração. Quando temos mais que duas variáveis pode existir mais que um vector cointegrante. Se X_t tiver N variáveis existirão no máximo $N-1$ vectores de cointegração linearmente independentes, isto é, se denominarmos o número de vectores cointegrantes por r , então temos $r \leq N-1$. Se $r = N$ significa que as séries em estudo são estacionárias, logo o conceito de cointegração não tem interesse, pois qualquer relação linear entre variáveis estacionárias será estacionária.

O conceito de cointegração é assimilado ao conceito de equilíbrio de longo prazo, considerando-se que existe equilíbrio quando:

$$\beta' X_t = 0 \quad [2]$$

mas como normalmente a economia está fora do equilíbrio, a variável:

$$z_t = \beta' X_t \quad [3]$$

representa o *erro de equilíbrio* ou seja o desvio entre o valor efectivo e o valor de equilíbrio. Considera-se que este desvio ocorre no curto prazo, pois no longo prazo teríamos $\beta' X_t = 0$. A inexistência de cointegração significa a inexistência de relação de longo prazo entre as variáveis.

O ponto de vista de relação de equilíbrio exposto anteriormente nem sempre se adequa ao equilíbrio económico, é um conceito estatístico e a sua interpretação económica torna-se difícil quando existe mais que um vector cointegrante.⁷

⁵ Ou *vector de cointegração*.

⁶ Veja Robalo Marques (1998, p. 335).

⁷ Além disso, quando $r > 1$ temos o problema de identificação dos vectores, pois deixa de existir a unicidade do vector.

Quando $X_t \sim CI(2, 1)$ implica que $z_t \sim I(1)$, não temos um equilíbrio de longo prazo, embora possamos estabelecer uma relação entre z_t e outra variável que seja também $I(1)$.

Outro problema que se coloca nesta abordagem é a exclusão do vector cointegrante das variáveis $I(0)$, quando em termos económicos elas podem ter um multiplicador de longo prazo não nulo, por isso "a abordagem económica habitual consiste em excluir da solução de longo prazo apenas as variáveis cujos multiplicadores de longo prazo são zero, qualquer que seja a sua ordem de integrabilidade" (Robalo Marques, 1998, p. 338) mas em termos estatísticos temos problemas em estimar consistentemente o coeficiente da variável $I(0)$.

2.2 Estimação do Vector Cointegrante por OLS

O nosso objectivo é determinar o vector β no modelo (4) que satisfaça o conceito de cointegração:

$$\beta' X_t = z_t \quad [4]$$

Com todas as variáveis $I(1)$, geralmente z_t será $I(1)$, pelo que quase todos os vectores β em (4) implicarão um z_t com variância assintoticamente infinita, com excepção dos vectores cointegrantes. Como o método dos mínimos quadrados ordinários⁸ minimiza a variância de z_t , será normal que uma regressão OLS da equação (4) permita obter uma estimativa $\hat{\beta}$ do vector de cointegração. No ponto 2.4 apresentaremos testes para decidir se $\hat{\beta}$ é ou não um possível vector cointegrante.

2.3 Cointegração e Mecanismo Corrector do Erro

Os modelos de Mecanismo corrector do Erro tornaram-se importantes na análise de cointegração através do *Teorema de Representação de Granger*:⁹

Seja X_t um vector ($N \times 1$) de N variáveis, $X_t \sim CI(1,1)$, para o qual existem r vectores cointegrantes ($0 < r \leq N-1$) agrupados na matriz β de dimensão ($N \times r$) e característica r . Então existe a seguinte representação em MCE:¹⁰

⁸ OLS em inglês.

⁹ Assim denominado por Engle e Granger(1987) com Extensão de Hylleberg e Mizon(1989).

¹⁰ Veja Robalo Marques (1998, p. 345), F. Peixe (1994, p. 22), Hylleberg e Mizon(1989, pp. 117-118) e Engle e Yoo (1987, pp. 144 e 148).

$$A^*(L)(1-L)X_t = c - \alpha\beta' X_{t-1} + \varepsilon_t = c - \alpha z_{t-1} + \varepsilon_t \quad [5]$$

onde:

L = operador de desfasamento,

$$z_t = \beta' X_t$$

$$A^*(0) = I$$

$$A^*(L) = I + A_1^* L + A_2^* L^2 + \dots + A_{p-1}^* L^{p-1},$$

$$A_i^* = - \sum_{j=i+1}^p A_j, \quad i = 1, 2, \dots, p-1$$

c = vector ($N \times 1$) de constantes¹¹

ε_t = resíduo estacionário multivariado.

Esta definição de MCE é geral, para qualquer número de variáveis N . Se considerarmos apenas duas variáveis x_t e y_t teremos uma representação em MCE:¹²

$$\Delta x_t = a_0 + \alpha_1 z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} a_{1j} \Delta x_{t-j} + \sum_{j=1}^{p-1} a_{2j} \Delta y_{t-j} + \varepsilon_{1t} \quad [6]$$

$$\Delta y_t = b_0 + \alpha_2 z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} b_{1j} \Delta x_{t-j} + \sum_{j=1}^{p-1} b_{2j} \Delta y_{t-j} + \varepsilon_{2t} \quad [7]$$

onde $z_{t-1} = \beta' X_{t-1} = x_{t-1} - \beta_2 y_{t-1}$, isto é, $\beta' = [1 \quad -\beta_2]$ quando $X_t = (x_t, y_t)'$, e $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})$ são resíduos estacionários, α_1 e α_2 são coeficientes do termo corrector do erro em que pelo menos um será diferente de zero, z_{t-1} representa o desequilíbrio entre x_t e y_t no período anterior, isto é, o termo corrector do erro. Assim, na especificação dinâmica do modelo, a variação de uma variável é determinada pelo desvio do equilíbrio verificado no período anterior, assim como pelas variações passadas nas variáveis do sistema. O que distingue este modelo MCE dos modelos em diferenças é assim o termo corrector do erro que permite relacionar as variações das variáveis com as variáveis em níveis. Note que nas equações [6] e [7] todas as variáveis são $I(0)$, dado que x_t e y_t são $I(1)$.

Uma equação como a (5) representa um sistema de equações que não é mais que um VAR(p), o qual coloca em evidência os efeitos de longo prazo através de $\alpha\beta'$.

No caso de $r = 1$ é fácil estimar β e o modelo dinâmico pelo método dos mínimos quadrados ordinário de acordo com o *método de dois passos* proposto por Engle e Granger(1987):

¹¹ Inicialmente não considerado por Engle e Granger(1987), mas acrescentado por Engle e Yoo(1987).

¹² Significa que o vector $X_t = (x_t, y_t)'$.

Supondo que temos N variáveis¹³, basta seleccionar a variável que queremos modelar. Supondo que o vector de variáveis é $X_t' = [x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Nt}]$ e a variável a modelar é x_{1t} , então a *regressão de cointegração estática* é:¹⁴

$$x_{1t} = \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \dots + \beta_N x_{Nt} + z_t \quad [8]$$

1º passo:

Estima-se a equação (8) por OLS obtendo-se:

$$\hat{z}_t = x_{1t} - \sum_{j=2}^N \hat{\beta}_j x_{jt} = \hat{\beta}' X_t \quad [9]$$

onde $\hat{\beta}' = (1, -\hat{\beta}_2, \dots, -\hat{\beta}_N)$.

2º passo:

Estima-se, por OLS, a equação para x_{1t} seleccionada do sistema (5) substituindo z_{t-1} por \hat{z}_{t-1} .

Como não sabemos *a priori* se a variável x_{1t} é endógena e as outras variáveis exógenas, será conveniente estimar cada equação do VAR(p) e estudar a exogeneidade e causalidade.¹⁵

Engle e Granger(1987) justifica este procedimento em dois passos porque "the two-step estimator of a simple equation of an error correction system, obtained by taking $\hat{\beta}$ (...) as the true value, will have the same limiting distribution as the maximum likelihood estimator using the true value of β . Least squares standard errors will be consistent estimators of the true standard errors."(EG, 1987, p. 262). Além disso, $\hat{\beta}$ converge em probabilidade para β à medida que $T \rightarrow \infty$, isto é, $\hat{\beta}$ é $Op(T)$. Como o estimador OLS no caso clássico converge para β à medida que $T^{1/2} \rightarrow \infty$, podemos dizer que estamos perante a propriedade de super-consistência¹⁶ dos estimadores dos mínimos quadrados para a regressão de cointegração, uma vez que eles convergem para os verdadeiros valores a uma taxa superior à que se verifica no caso de estacionaridade. O método de Engle e Granger, embora obtenha estimativas consistentes do vector cointegrante, aquelas não são totalmente eficientes, existe enviesamento em amostras

¹³ Como com mais de duas variáveis não está garantida a unicidade do vector, podemos não estar a estimar o vector cointegrante, mas uma combinação linear dos vários que poderão existir. Quando $N > 2$ deve-se utilizar o Método de Johansen (ponto 2.5) ou agregar algumas variáveis com faz Botas e Sousa(1995, p. 12). Veja também F. Peixe(1994, p. 31).

¹⁴ Normalmente a regressão de cointegração é estimada com constante, excepto se dissermos o contrário. Veja Engle e Yoo(1987, p. 256) e Robalo Marques(1998, p. 384).

¹⁵ Veja ponto 2.6 e teste RVAR de Engle e Granger (1987, p. 266).

¹⁶ Veja F. Peixe (1994, p. 24).

finitas; além disso, a não normalidade da distribuição dos estimadores não permite inferência sobre a significância dos parâmetros.

Segundo Robalo Marques(1998, p. 376) uma forma de medir o enviesamento é $(1-R^2)$. Desta forma, quanto menor for R^2 na equação de cointegração (8) maior será o enviesamento, embora um R^2 grande não seja suficiente para eliminar a hipótese de enviesamento em virtude de uma variável adicional aumentar (ou pelo menos não diminuir) o R^2 .

Com o objectivo de evitar este enviesamento em amostras finitas recorre-se ao *método de um só passo*¹⁷ que consiste em estimar β directamente a partir da especificação dinâmica do modelo. De acordo com Robalo Marques (1998, p. 377) consideremos o modelo ADL(1,1):

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 x_t + \alpha_3 x_{t-1} + e_t \quad [10a]$$

que se pode reparametrizar na forma:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t \quad [10b]$$

onde $\beta_0 = \alpha_0 / (1 - \alpha_1)$; $\beta_1 = (\alpha_2 + \alpha_3) / (1 - \alpha_1)$; $u_t = (-\alpha_1 \Delta y_t - \alpha_3 \Delta x_t + \varepsilon_t) / (1 - \alpha_1)$ donde se conclui que u_t embora $I(0)$, ao conter Δx_t e Δy_t apresenta autocorrelação, e correlação com x_t , daí o enviesamento se estimarmos β a partir da equação (10b). O método de um só passo resolve o problema porque se estima β pela equação (10a) onde e_t é $I(0)$ e não sofre de autocorrelação. Se representarmos por $\hat{\beta}^*$ o estimador de β por este método temos:

$$\hat{\beta}_1^* = \frac{\hat{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_3}{1 - \hat{\alpha}_1} \quad [11]$$

Este método pode, em determinados casos, conduzir à obtenção de estimadores menos enviesados do que no método de dois passos.

Na prática pode-se utilizar a reparametrização de Bårdsen do modelo ADL. Generalizando o nosso modelo para ADL(p,m,n):¹⁸

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \alpha_j y_{t-j} + \sum_{j=0}^m \beta_j x_{t-j} + \sum_{j=0}^n \gamma_j z_{t-j} + e_t \quad [12]$$

Este pode ser reparametrizado de acordo com Bårdsen(1989):

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j^* \Delta y_{t-j} + \sum_{j=0}^{m-1} \beta_j^* \Delta x_{t-j} + \sum_{j=0}^{n-1} \gamma_j^* \Delta z_{t-j} +$$

¹⁷ Sugerido por Banerjee et al. (1986).

¹⁸ Veja Robalo Marques (1998, pp. 95-99) e Botas e Sousa(1995, pp. 15-17).

$$+ \mu_1 y_{t-1} + \mu_2 x_{t-1} + \mu_3 z_{t-1} + e_t \quad [13]$$

obtendo-se os multiplicadores de longo prazo por:

$$\theta_1 = -\frac{\mu_2}{\mu_1} \text{ e } \theta_2 = -\frac{\mu_3}{\mu_1} \quad [14]$$

O modelo (13) pode-se reparametrizar ainda na forma de MCE:

$$\begin{aligned} \Delta y_t = & \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j^* \Delta y_{t-j} + \sum_{j=0}^{m-1} \beta_j^* \Delta x_{t-j} + \sum_{j=0}^{n-1} \gamma_j^* \Delta z_{t-j} + \\ & + \mu_1 [y_{t-1} - \theta_1 x_{t-1} - \theta_2 z_{t-1}] + e_t \end{aligned} \quad [15]$$

Após estimar a equação (13) por OLS, determinam-se os multiplicadores de longo prazo por (14) e substituem-se em (15) obtendo-se o modelo dinâmico em que os coeficientes de curto e longo prazo foram estimados simultaneamente pela equação (13) de acordo com o método de um único passo.¹⁹ No entanto, este método pressupõe exogeneidade fraca das variáveis do lado direito e só permite um teste indirecto, *a posteriori*, de cointegração, de acordo com F. Peixe (1995, p. 9).²⁰

2.4 Alguns Testes de Cointegração

Nos pontos 2.2 e 2.3 dissemos que no caso de um único vector de cointegração²¹ poderíamos estimar o possível vector cointegrante através de uma regressão OLS, denominada regressão de cointegração. Como supomos que as variáveis consideradas são I(1), então testar a inexistência de cointegração entre as variáveis equivale a testar a existência de uma raiz unitária no vector de resíduos da regressão de cointegração, o que está de acordo com o conceito de cointegração apresentado no ponto 2.1.

Existem dois tipos de testes, à semelhança dos testes de raízes unitárias, como vimos no ponto 1: testes em que a hipótese nula é a *ausência de cointegração* (corresponde à existência de uma raiz unitária nos resíduos) e testes em que a hipótese nula é a *existência de cointegração* (corresponde à estacionaridade dos resíduos da regressão de cointegração).

¹⁹ Note que aqui z_t representa uma 3ª variável e não os resíduos da regressão de cointegração.

²⁰ Veja também Botas e Sousa (1995, pp. 15-17).

²¹ Cujá unicidade só podemos garantir à partida quando temos apenas duas variáveis, a não ser que apliquemos a metodologia de Johansen como veremos no ponto 2.5.

2.4.1 Testes cuja Hipótese Nula é a Ausência de Cointegração

2.4.1.1 Teste CRDW²²

Este teste sugerido por Sargan e Bhargava (1983) corresponde ao cálculo da estatística de DW para os resíduos \hat{z}_t , estimados na regressão de cointegração.

$$CRDW = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{z}_t - \hat{z}_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T \hat{z}_t^2} \quad [16]$$

Engle e Yoo(1987) e Banerjee et al.(1993, p. 209) fornecem valores críticos para este teste, reproduzidos em Robalo Marques (1998, p. 525). Quando a estatística CRDW for maior que os valores críticos rejeita-se H_0 , o que implica possibilidade de cointegração. Note-se que a distribuição desta estatística depende quer do número de variáveis incluídas na regressão de cointegração, quer do número de observações. Engle e Yoo(87, p. 158) concluíram que "this statistic does not appear to be too useful for testing co-integration". Assim, Robalo Marques (1998, p. 381) aconselha a utilizá-la só como indicador útil pela facilidade de cálculo, mas devemos realizar outros testes.

2.4.1.2 Testes de Engle e Granger (EG) e de Engle e Granger Aumentado (AEG)²³

Este é teste mais utilizado para testar a cointegração, sugerido por Engle e Granger(1987), daí o seu nome. De facto trata-se dos testes DF e ADF aplicados aos resíduos da regressão de cointegração, embora os valores críticos sejam diferentes dos de Dickey e Fuller porque também dependem do número de variáveis incluídas na regressão de cointegração, além do número de observações.²⁴

A regressão de cointegração inclui constante de acordo com Engle e Yoo(1987):

$$x_{1t} = \alpha + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \dots + \beta_N x_{Nt} + z_t \quad [17]$$

e os testes EG e AEG são implementados pela estimação, por OLS, das seguintes regressões respectivamente:

$$\Delta \hat{z}_t = (\rho - 1) \hat{z}_{t-1} + \varepsilon_t \quad [18]$$

$$\Delta \hat{z}_t = (\rho - 1) \hat{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta \hat{z}_{t-i} + \varepsilon_t \quad [19]$$

²² Abreviatura de "Cointegration Regression Durbin-Watson".

²³ Também denominados testes DF e ADF para H_0 : Ausência de Cointegração. Veja Gujarati(1995, pp. 726-27), Robalo Marques (1998, pp. 381-385), Mackinnon (1991) e Sandra Custódio (1998, p. 43).

²⁴ Note que nos caso do DF e ADF temos só uma variável para estudar a ordem de integração.

em que a $H_0: \rho - 1 = 0$, testa a ausência de cointegração entre as variáveis, contra a $H_a: \rho - 1 < 0$ de existência de cointegração.

O procedimento dos testes é idêntico ao que se faz para os testes DF e ADF utilizando o rácio t de $(\rho - 1)$ com excepção do valores críticos que são fornecidos por Engle e Yoo(1987) e por Mackinnon(1991).²⁵

Utiliza-se o teste AEG, Eq. (19)²⁶, quando existir autocorrelação nos resíduos ε_t da Eq. (18), porque o teste EG só é válido na ausência de autocorrelação de ε_t . A escolha de k é feita de forma a eliminar essa autocorrelação e o procedimento pode ser do geral para o particular como recomenda Robalo Marques(1998, p. 382) ou por um critério de selecção como o AIC mencionado por Engle e Yoo(1987, p. 157).

O teste EG é calculado um pouco arbitrariamente, pois temos de escolher uma variável como regressando e o "test statistic will differ depending on which series is used as the regressand" (Mackinnon, 1991, p. 269). Quando não há certeza de qual a variável mais adequada para endógena podemos fazer até N regressões de cointegração.

Mackinnon (1991) não fornece directamente os pontos críticos para os testes EG e AEG, mas fornece "response surfaces estimates of critical values" que permitem determinar os valores críticos em função do tamanho da amostra. Além disso apresenta também os valores críticos para testar cointegração num modelo com tendência, cuja regressão de cointegração é:

$$x_{1t} = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \dots + \beta_N x_{Nt} + z_t \quad [20]$$

Assim, para $N \geq 2$, temos valores críticos para testar a cointegração em modelos com constante ou com tendência.²⁷

Devemos notar²⁸ que nestes testes de cointegração tanto podemos utilizar a constante ou tendência nas regressões de cointegração, equações (17) e (20), e depois estimar a equação (18) ou (19) para elaborar o teste EG ou AEG respectivamente,²⁹ como podemos estimar uma regressão de cointegração sem constante como a equação (9) e depois implementar os testes de cointegração acrescentando constante e/ou

²⁵ Estes valores são reproduzidos por Robalo Marques (1998, p. 527). Os de Mackinnon têm a vantagem de ser determinados pelo investigador em função da amostra.

²⁶ À semelhança do teste ADF.

²⁷ Para $N=1$ a tabela de Mackinnon(1991) permite determinar valores críticos para os testes DF e ADF, ou seja para testes de raízes unitárias como vimos no ponto 1, para 3 modelos (sem constante, com constante e com constante + tendência). São estes os usados pelo *package* Microfit 4.0.

²⁸ Veja Banerjee et al. (1993, p. 212) e Robalo Marques (1998, p. 384), bem como o próprio Mackinnon (1991, p. 269).

²⁹ O *package* Microfit 4.0 utiliza esta metodologia. Veja Pesaran e Pesaran (1997, p. 116).

tendência às equações (18) e (19). Isto significa, por exemplo, que um teste com constante implica utilizar a eq. (17) e a eq. (19) ou a eq. (9) e a equação seguinte:

$$\Delta \hat{z}_t = \alpha + (\rho - 1)\hat{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta \hat{z}_{t-i} + \varepsilon_t \quad [21]$$

que não é mais que a equação (19) modificada com a inclusão de uma constante.

Os valores críticos de Mackinnon (1991) são calculados a partir da sua tabela pela fórmula:

$$C(p, T) = \beta_\infty + \frac{\beta_1}{T} + \frac{\beta_2}{T^2} \quad [22]$$

onde:

$C(p, T)$ = valor crítico para p %, dado T.

T = nº de observações usadas na regressão dos resíduos³⁰ ($N \geq 2$) ou na regressão ADF ($N=1$).

$\beta_\infty, \beta_1, \beta_2$ são parâmetros da tabela 1 de Mackinnon(1991, p. 275).

Por exemplo, o valor crítico a 5% de AEG(1) correspondente a uma regressão de cointegração com constante, 2 variáveis e 42 observações é dado por:

$$C(5\%, 40) = -3.3377 - 5.967/40 - 8.98/40^2 = -3.4925$$

Enquanto o valor crítico de ADF(1) com constante e uma das variáveis anteriores é:

$$C(5\%, 40) = -2.8621 - 2.738/40 - 8.36/40^2 = -2.9358.$$

Mackinnon(1991) só fornece valores críticos para o teste de cointegração para modelos com constante e tendência, mas Mackinnon (1994) permite obter também *p-values* assintóticos para modelos sem constante e com tendência quadrática.

2.4.1.3 Testes de Phillips e Ouliaris

À semelhança dos testes de raízes unitárias, também os testes de cointegração podem ser não paramétricos. Phillips e Ouliaris(1990) propôs 4 testes de cointegração não paramétricos, mas vamos apenas descrever dois deles que correspondem aos testes $\hat{Z}(\rho)$ e $\hat{Z}(t)$ de Phillips-Perron.³¹

Considere-se a regressão OLS:

$$\hat{z}_t = \hat{\rho} \hat{z}_{t-1} + \hat{v}_t \quad [23]$$

³⁰ T= nº de observações usadas na regressão de cointegração menos (k+1).

³¹ Nos artigos originais os testes chamam-se $\hat{Z}(\alpha)$ e $\hat{Z}(t)$ porque o coeficiente onde se aplica o teste de raiz unitária é α .

onde \hat{z}_t são os resíduos estimados pela regressão de cointegração. Os testes $\hat{Z}(\rho)$ e $\hat{Z}(t)$ de Phillips-Ouliaris são dados por:³²

$$\hat{Z}(\rho) = T(\hat{\rho} - 1) - \frac{1}{2}(\hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_v^2) \left(T^{-2} \sum_{t=2}^T \hat{z}_{t-1}^2 \right)^{-1} \quad [24]$$

onde:

$$\hat{\sigma}_v^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{v}_t^2 \quad [25]$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{v}_t)^2 + \frac{2}{T} \sum_{s=1}^m \left(1 - \frac{s}{m+1} \right) \sum_{t=s+1}^T \hat{v}_t \hat{v}_{t-s} \quad [26]$$

Note que as equações (25) e (26) são idênticas às equações (26) e (28) do ponto 1 sobre raízes unitárias (teste de Phillips-Perron).³³

$$\hat{Z}(t) = \left(\sum_{t=2}^T \hat{z}_{t-1}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \frac{(\hat{\rho} - 1)}{\hat{\sigma}^2} - \frac{1}{2} \frac{(\hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_v^2)}{\hat{\sigma}} \left(T^{-2} \sum_{t=2}^T \hat{z}_{t-1}^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad [27]$$

onde $\hat{\sigma}_v^2$ e $\hat{\sigma}^2$ são dados por (25) e (26) respectivamente.

Estes testes foram construídos com resíduos z_t de uma regressão de cointegração sem constante, mas a introdução de constante e/ou tendência na regressão de cointegração não altera a interpretação dos testes, mas tem implicações nos valores críticos. Phillips e Ouliaris (1990) apresenta valores críticos para modelos sem constante (*standard*), com constante (*demeaned*) e com constante e tendência (*demeaned and detrended*), embora sejam de pouca utilidade, visto serem feitos para T=500. Este problema é colmatado por Alfred Haug (1992) que calcula valores críticos de $\hat{Z}(\rho)$ para amostras pequenas (desde T=50) e recomenda-nos a utilização dos valores críticos de Mackinnon(1991) para $\hat{Z}(t)$, visto que, como Phillips e Ouliaris(1990, p. 175) provou que o teste ADF³⁴ e $\hat{Z}(t)$ têm a mesma distribuição assintótica, então os valores críticos são os mesmos.³⁵

³² Veja Phillips e Ouliaris (1990, p. 171) e Robalo Marques (1998, p. 386).

³³ Veja ponto 1.1.5.

³⁴ Neste caso leia-se AEG.

³⁵ Os valores críticos de $\hat{Z}(t)$ estimados por Phillips e Ouliaris (1990) no modelo com constante só divergem ligeiramente dos de Engle e Yoo(1987), o que se deve provavelmente ao diferente tamanho da amostra.

Phillips e Ouliaris (1990, p. 176) demonstra que $\hat{Z}(\rho) = Op(T)$, $\hat{Z}(t) = Op\left(T^{1/2}\right)$ e $ADF = Op\left(T^{1/2}\right)$, isto é, $\hat{Z}(\rho)$ diverge mais rapidamente quando $T \rightarrow \infty$ sob a alternativa de cointegração do que as outras duas estatísticas o que sugere que $\hat{Z}(\rho)$ tem provavelmente maior potência que as outras duas estatísticas em amostras de tamanho moderado logo "should be the test used to test cointegration" na opinião de Alfred Haug(1992).

Existem outros testes de cointegração cuja H_0 é a ausência de cointegração como por exemplo o teste MCE,³⁶ mas como "o teste de Johansen é paralelo ao teste MCE, mas com o sistema completo"(Robalo Marques, 1998, p. 399), não vamos apresentar este teste. No ponto 2.5 estudaremos o método de Johansen.

2.4.2 Testes cuja Hipótese Nula é a Existência de Cointegração

Não obstante haver mais do que um teste, vamos apenas descrever a metodologia de Shin (1994) que se relaciona com o teste KPSS dos testes de raízes unitárias.³⁷

2.4.2.1 Teste de Shin

Shin (1994) modifica o teste KPSS, utilizado nos testes de raízes unitárias, de forma a testar a hipótese nula de estacionaridade nos resíduos da regressão de cointegração.

Consideremos três regressões de cointegração, sem constante, com constante, e com constante mais tendência:

$$y_t = X_t' \beta + z_{1t} \quad [28]$$

$$y_t = \alpha + X_t' \beta + z_{2t} \quad [29]$$

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 t + X_t' \beta + z_{3t} \quad [30]$$

onde:

y_t é a variável I(1) considerada endógena;

X_t é um vector de (N-1) variáveis I(1);

z_{it} são resíduos das regressões de cointegração.

³⁶ O leitor interessado poderá consultar Peter Boswijk (1994), Robalo Marques (1998, pp. 388-399) e Maddala e Kim (1999, pp. 203-205). Veja também Ericsson e Mackinnon(1999)[disponível em www.bog.frd.fed.us, citado em 16-4-2000].

Assume-se que:³⁸

$$z_t = \gamma_t + v_{1t}, \quad \gamma_t = \gamma_{t-1} + \mu_t, \quad \Delta X_t = v_{2t}$$

onde $\mu_t \sim \text{i.i.d. } (0, \sigma_\mu^2)$, logo γ_t é um passeio aleatório. O escalar v_{1t} e o vector v_{2t} de dimensão (N-1) são estacionários. Então a *hipótese nula de cointegração* é:

$$H_0: \sigma_\mu^2 = 0$$

o que implica $\gamma_t = 0$ (hipótese $\gamma_0 = 0$)³⁹ e por conseguinte z_t é I(0).

A implementação do teste consiste em estimar $\hat{z}_{1t}, \hat{z}_{2t}, \hat{z}_{3t}$ através da regressão OLS das equações (28), (29) e (30) respectivamente, e calcular os processos das somas parciais destes resíduos S_{1t}, S_{2t}, S_{3t} . Sejam $\hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2, \hat{\sigma}_3^2$ os estimadores semiparamétricos consistentes da variância de longo prazo de v_{1t} , sob a hipótese nula.⁴⁰

As estatísticas dos testes para cada um dos três casos são obtidas por:

$$CI_1 = \frac{\sum_{t=1}^T S_{1t}^2}{T^2 \hat{\sigma}_1^2} \quad [31]$$

$$CI_2 = \frac{\sum_{t=1}^T S_{2t}^2}{T^2 \hat{\sigma}_2^2} \quad [32]$$

$$CI_3 = \frac{\sum_{t=1}^T S_{3t}^2}{T^2 \hat{\sigma}_3^2} \quad [33]$$

No entanto, os estimadores OLS geralmente apresentam enviesamento de 2ª ordem devido à correlação entre v_{1t} e v_{2t} , o que implica que o vector β estimado por OLS seja ineficiente, apesar de ser superconsistente. Além disso, a inferência é complicada em virtude de as distribuições limite dependerem de parâmetros perturbadores.

Para evitar o problema anterior podemos assumir a exogeneidade estrita de X_t relativamente a v_{1t} , mas na prática esta hipótese é muito restritiva, pelo que, uma forma alternativa de evitar o problema anterior consiste em utilizar um processo de estimação eficiente do vector β .

³⁷ Por exemplo para o teste de Lybourne e McCabe veja Robalo Marques (1998, p. 400) e para este e outros veja Maddala e Kim (1999, pp. 205 e ss.)

³⁸ Considerando z_t qualquer um dos resíduos z_{it} .

³⁹ A hipótese de $\gamma_0 = 0$ não implica perda de generalidade desde que a regressão de cointegração inclua uma constante. (veja Shin, 1994, p. 94).

⁴⁰ Sobre o cálculo do processo de somas parciais, bem como dos estimadores da variância de longo prazo veja ponto 1.1.2.1 ou KPSS (1992, pp. 163-164).

Shin(1994) utiliza um estimação OLS com introdução de *leads* e *lags* do vector ΔX_t , conforme definido por Saikkonen(1991).⁴¹

Partindo do pressuposto que z_t e v_{2t} são processo estacionários, podemos definir z_t^* como os resíduos da regressão de z_t sobre $\{v_{2,t-k}; v_{2,t-k+1}; \dots; v_{2t}; \dots; v_{2,t+k}\}$ como:

$$z_t = \sum_{j=-k}^k v_{2,t-j}' \pi_j + z_t^* \quad [34]$$

onde z_t^* não se apresenta correlacionado com $v_{2,t;j}$ para $j = -k, \dots, k$.

Como $v_{2t} = \Delta X_t$, podemos escrever a regressão de cointegração (sem constante) como:⁴²

$$y_t = X_t' \beta + \sum_{j=-k}^k \Delta X_{t-j}' \pi_j + z_t^* \quad [35]$$

De acordo com Shin(1994) dadas duas condições,⁴³ temos que $v_{1t} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} v_{2,t-j}' \pi_j + \varepsilon_t$, onde ε_t é um processo estacionário e $E(v_{2t}, \varepsilon_{t-j}) = 0$, pelo que $z_t^* = \varepsilon_t + \sum_{|j| > k} v_{2,t-j}' \pi_j$. Para $|j| > k$ com k suficientemente grande, π_j é aproximado a zero. Se $\pi_j=0$ para $|j| > k$ temos que $z_t^* = \varepsilon_t$, logo z_t^* é estritamente exógeno em relação a v_{2t} , eliminando-se o problema de endogeneidade na estimação OLS. No entanto, não podemos admitir que $\pi_j=0$ para $|j| > k$ com um k fixo. Devemos escolher k de forma que $k \rightarrow \infty$ quando $T \rightarrow \infty$, o que na prática corresponde à selecção de modelos por AIC ou SBC ou fazendo $k = \sqrt{T}$ dado que $k^3/T \rightarrow 0$ de acordo com Shin (1994, p. 97).

Assim, após escolher k , temos três *regressões de cointegração modificadas*, sem constante, com constante e com constante mais tendência:

$$y_t = X_t' \beta + \sum_{j=-k}^k \Delta X_{t-j}' \pi_j + z_{1t}^* \quad [36]$$

$$y_t = \alpha + X_t' \beta + \sum_{j=-k}^k \Delta X_{t-j}' \pi_j + z_{2t}^* \quad [37]$$

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 t + X_t' \beta + \sum_{j=-k}^k \Delta X_{t-j}' \pi_j + z_{3t}^* \quad [38]$$

⁴¹ P. Saikkonen (1991) - "Asymptotically Efficient Estimation of Cointegration Regressions", *Econometric Theory*, 7, 1-21 [apud Shin(94)]. Veja Sandra Custódio (1998, pp. 52-55).

⁴² Utiliza-se o mesmo valor de truncagem (k) para *leads* e *lags* por um questão de simplicidade.

⁴³ Veja Shin (1994, pp. 96-97).

cujos estimadores OLS são superconsistentes e assintoticamente eficientes. Segundo Robalo Marques (1998, p. 406), Stock e Watson (1993) designa estes estimadores OLS como *estimadores dos mínimos quadrados dinâmicos*.

Sejam z_{1t}^* , z_{2t}^* e z_{3t}^* os resíduos OLS estimados pelas equações (36), (37) e (38) e os processos de somas parciais destes resíduos calculados por:

$$\hat{S}_{1t} = \sum_{j=1}^t \hat{z}_{1j}^*, \quad \hat{S}_{2t} = \sum_{j=1}^t \hat{z}_{2j}^*, \quad \hat{S}_{3t} = \sum_{j=1}^t \hat{z}_{3j}^*$$

sendo $\hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2, \hat{\sigma}_3^2$ os estimadores semiparamétricos consistentes da variância de longo prazo de ε_t nas equações (36), (37) e (38) baseando-nos em z_{it}^* . A estimativa desta variância de longo prazo depende do *lag* do parâmetro de truncagem (m) utilizado.⁴⁴

As *estatísticas do teste de Shin modificadas* são dadas para os três modelos por:

$$C = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{S}_{1t}^2}{T^2 \hat{\sigma}_1^2} \quad [39]$$

$$C_{\mu} = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{S}_{2t}^2}{T^2 \hat{\sigma}_2^2} \quad [40]$$

$$C_{\tau} = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{S}_{3t}^2}{T^2 \hat{\sigma}_3^2} \quad [41]$$

onde C , C_{μ} , e C_{τ} corresponde a modelo sem constante, com constante e com constante mais tendência e os valores críticos para este teste⁴⁵ são fornecidos por Shin(1994, pp. 100-101) em função do nº de variáveis explicativas até ao máximo de 5 variáveis explicativas.

2.4.3 Potência dos Testes de Cointegração

Os estudos de diversos autores salientam a fraca potência dos testes de cointegração, tal como a fraca potência dos testes sobre raízes unitárias. Robalo Marques (98, p. 409) corrobora a recomendação de Shin (1994, p. 107) em elaborar na prática dois tipos de testes com hipóteses nulas contrárias (existência e ausência de cointegração).

⁴⁴ Veja estimador de Newey-West no ponto 1.1.2.1.

Sejam as hipóteses nulas:

H01: Ausência de Cointegração;

H02: Existência de Cointegração.

Então temos 4 hipóteses possíveis:

- a) Rejeita-se H01 e não se rejeita H02 \Rightarrow Forte evidência de cointegração;
- b) Não se rejeita H01 e rejeita-se H02 \Rightarrow Forte evidência sobre ausência de cointegração;
- c) Não podemos rejeitar nem H01, nem H02 \Rightarrow Os dados não são suficientemente informativos para tomar uma decisão;
- d) Rejeita-se quer H01, quer H02 \Rightarrow Põe-se em causa a validade e utilidade do modelo, pelo que devemos considerar um modelo alternativo.

Shin (1994) apresenta exemplos de testes de cointegração entre duas variáveis, quer utilizando o seu teste, quer o de Phillips e Ouliaris (1990). Se existirem mais que duas variáveis é necessário analisar se existe relação de cointegração entre os regressores. Pode existir mais que um vector cointegrante, e neste caso, o mais correcto é recorrer a um teste no modelo de cointegração multivariado como o de Johansen que desenvolveremos no ponto seguinte.

⁴⁵ Trata-se de um teste unilateral direito como o KPSS.

2.5 O Método de Johansen

A abordagem de Johansen(1988, 1991) e de Johansen e Juselius (1990) utilizando *estimadores de máxima verosimilhança* para determinar o espaço de cointegração abre caminho para resolver o problema colocado na estimação dos vectores de cointegração por outros métodos que normalmente impunham um só vector cointegrante e selecção de uma variável endógena *a priori*. Esta abordagem permite estimar os vectores cointegrantes, bem como elaborar testes de hipóteses sobre os coeficientes dos vectores cointegrantes, partindo de um Modelo Autoregressivo Vectorial (VAR) com erros Gaussianos.

A abordagem inicial diz respeito a variáveis $I(1)$, embora hoje esteja em estudo também modelos com variáveis $I(2)$. Aqui vamos descrever o modelo com variáveis $I(1)$ por ser aquele que nos interessa.⁴⁶

No ponto 2.5.1 apresentaremos uma formulação geral do método de Johansen, no ponto 2.5.2 os testes sobre o espaço de cointegração para determinar o número de vectores cointegrantes, no ponto 2.5.3 os cinco casos possíveis de acordo com as restrições sobre os termos determinísticos e respectivos valores críticos em função dos autores,⁴⁷ bem como o problema da introdução de regressores estacionários nos modelos VAR. No ponto 2.5.4 o problema da identificação quando temos mais que um vector cointegrante, no ponto 2.5.5 apresentamos os testes de restrições lineares sobre as matrizes α e β , em que β é a matriz de r vectores cointegrantes e α é a matriz dos coeficientes de ajustamento ou dos pesos e finalmente no ponto 2.5.6 apresentamos testes sobre ausência de termos determinísticos nas relações de cointegração (caso particular das restrições sobre β estudado no ponto anterior), bem como testes de especificação do modelo a estimar de acordo com Pesaran, Shin e Smith(99).

2.5.1 Formulação do Método de Johansen⁴⁸

Consideremos o VAR de ordem k com erros Gaussianos:

⁴⁶ O leitor interessado poderá consultar Johansen (1996, p. 132) e Rahbek, Kongsted e Jørgensen(1999), relativamente a modelos com variáveis $I(2)$.

⁴⁷ No ponto 2.5.3.2 introduzimos o modelo com variáveis $I(1)$ fracamente exógenas.

⁴⁸ Seguimos de perto Robalo Marques(1998, p. 411), Hansen e Juselius(1995, pp. 1-3) e Johansen(1996, p. 89).

$$X_t = \pi_1 X_{t-1} + \dots + \pi_k X_{t-k} + \mu_t + \phi D_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad [42]$$

onde:

X_t = vector (N×1) de variáveis estocásticas conjuntamente endógenas. São variáveis I(1).⁴⁹

μ_t = vector de termos determinísticos: constante e tendência.

D_t = Vector (s×1) de variáveis não estocásticas⁵⁰(variáveis sazonais,⁵¹ *dummies* de intervenção ou outros regressores considerados fixos e não estocásticos).⁵² São variáveis I(0).

ε_t = Vector (N×1) de variáveis aleatórias i.i.d. com média zero e matriz de variâncias-covariâncias Ω , isto é, $\varepsilon_t \sim$ i.i.d. $N(0, \Omega)$.

O modelo (42) pode ser reparametrizado na forma de *modelo corrector do erro*:

$$\Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta X_{t-k+1} + \Pi X_{t-1} + \mu_t + \phi D_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad [43]$$

onde:

$$\Gamma_i = -(\pi_{i+1} + \dots + \pi_k), \quad i = 1, \dots, k-1 \quad [44]$$

$$\Pi = -(I - \pi_1 - \dots - \pi_k) \quad [45]$$

e se utilizarmos somatórios temos o modelo (43) na forma:

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \Pi X_{t-1} + \mu_t + \phi D_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad [43']$$

onde:

$$\Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^k \pi_j, \quad i = 1, \dots, k-1 \quad [44']$$

$$\Pi = \sum_{i=1}^k \pi_i - I \quad [45']$$

A parametrização em MCE permite isolar a matriz $\Pi = \alpha\beta'$ de dimensão (N×N) denominada matriz de longo prazo e Γ_i (k-1 matrizes de dimensão N×N) descreve a dinâmica de curto prazo do processo.

Nos modelos iniciais de Johansen, a parametrização aparece:

⁴⁹ Normalmente todas I(1), embora não seja uma condição necessária de acordo com Hansen e Juselius(95, p. 1)

⁵⁰ Segundo Hansen e Juselius(95, p. 1) também se podem colocar aqui variáveis estocásticas fracamente exógenas. Sobre isto veja pontos 2.5.3.2 e 2.5.3.3.

⁵¹ Segundo Hansen e Juselius(95, p. 8), as variáveis sazonais centradas não afectam as distribuições assintóticas dos testes de cointegração de Johansen.

⁵² Veja Johansen (1996, p. 11).

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{k-1} \tilde{\Gamma}_i \Delta X_{t-i} + \Pi X_{t-k} + \mu_t + \phi D_t + \varepsilon_t \quad [46]$$

onde:

$$\tilde{\Gamma}_i = -(I - \pi_1 - \dots - \pi_i), \quad i = 1, \dots, k-1 \quad [47]$$

$$\Pi = -(I - \pi_1 - \dots - \pi_k) \quad [45]$$

o que conduz à mesma análise estatística de acordo com Johansen(1996, p. 89). Na nossa análise vamos considerar o modelo (43) com X_{t-1} no MCE, ao invés de X_{t-k} , pois em termos práticos torna-se mais fácil de trabalhar.

A matriz $\Pi_{(N \times N)}$ contém as soluções de longo prazo. Como todas as variáveis do sistema são $I(0)$, excepto X_{t-1} , então o sistema está em equilíbrio se $\Pi=0$ (variáveis não cointegradas) ou $\Pi X_{t-1} \sim I(0)$ [existência de cointegração]. O número de vectores cointegrantes r entre as variáveis X_t corresponde à característica de Π e podemos chamar-lhe ordem de cointegração. Em geral, se X_t for constituído só por variáveis $I(1)$, então $r \leq N-1$.

O método de Johansen consiste num teste sobre a característica da Matriz Π . Existem 3 casos:

- 1) Característica(Π) = N , isto é, a matriz Π tem característica completa, indicando que o vector X_t é estacionário. Com todas as variáveis estacionárias temos N vectores linearmente independentes, não há problema de regressão espúria.
- 2) Característica(Π) = 0 , isto é, a matriz Π é nula, logo não há nenhum vector cointegrante e assim o modelo (43) é um VAR tradicional de variáveis em primeiras diferenças. Não há relação de longo prazo.
- 3) $0 < \text{Característica}(\Pi) < r$ com $r < N$ então temos r vectores cointegrantes linearmente independentes.

No caso 3 temos que:

$$\Pi = \alpha \beta' \quad [48]$$

onde Π é de dimensão $(N \times N)$, α e β são matrizes de dimensão $(N \times r)$ e característica r . β é a matriz cujas colunas são os vectores cointegrantes, de forma que as combinações lineares $\beta' X_t$ são estacionárias, isto é, $\beta' X_t$ são relações estacionárias entre variáveis não estacionárias. α designa-se por *matriz dos coeficientes de ajustamento* ou *matriz dos pesos* porque os seus elementos representam os pesos com que cada vector cointegrante

entra em cada uma das equações das variáveis endógenas, medindo a velocidade de ajustamento de X_t ao erro de equilíbrio $\beta'X_{t-1}$.

O espaço gerado por β denomina-se espaço de cointegração. É isso que será testado pelos testes de Johansen (ponto 2.5.2), pois as estimativas dos vectores não são únicas, é necessário identificação para estabelecer testes de hipóteses sobre os coeficientes dos vectores estimados (ponto 2.5.4).

Considerando o modelo (43), um VAR de ordem 3 com dimensão de 4 variáveis, um vector de constantes μ e D_t constituído por 3 variáveis sazonais centradas,⁵³ vamos analisá-lo para $r=1$ e $r=2$.⁵⁴

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^2 \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \Pi X_{t-1} + \mu + \phi D_t + \varepsilon_t \quad [49]$$

onde $X_t' = [x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t}]$ e $D_t' = [d_{1t}, d_{2t}, d_{3t}]$, Γ_i são 2 matrizes (4×4), Π é uma matriz (4×4), ϕ é uma matriz (4×3) e μ um vector (4×1). São assim matrizes e vectores de parâmetros a estimar.

O modelo (49) pode-se escrever matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_{1t} \\ \Delta x_{2t} \\ \Delta x_{3t} \\ \Delta x_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{1,t-1} \\ \Delta x_{2,t-1} \\ \Delta x_{3,t-1} \\ \Delta x_{4,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{1,t-2} \\ \Delta x_{2,t-2} \\ \Delta x_{3,t-2} \\ \Delta x_{4,t-2} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,t-1} \\ x_{2,t-1} \\ x_{3,t-1} \\ x_{4,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \\ \phi_{41} & \phi_{42} & \phi_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{4t} \end{bmatrix} \quad [50]$$

1) Quando $r=1$ temos:

$$\Pi X_{t-1} = \alpha \beta' X_{t-1} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,t-1} \\ x_{2,t-1} \\ x_{3,t-1} \\ x_{4,t-1} \end{bmatrix} =$$

⁵³ Veja Robalo Marques(1998, p. 411). As variáveis centradas somam zero ao longo do ano.

⁵⁴ Veja Juselius(1991, pp. 342-343).

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \left[\beta_1 x_{1,t-1} + \beta_2 x_{2,t-1} + \beta_3 x_{3,t-1} + \beta_4 x_{4,t-1} \right] = \\
&= \begin{bmatrix} \alpha_1 \beta_1 x_{1,t-1} + \alpha_1 \beta_2 x_{2,t-1} + \alpha_1 \beta_3 x_{3,t-1} + \alpha_1 \beta_4 x_{4,t-1} \\ \alpha_2 \beta_1 x_{1,t-1} + \alpha_2 \beta_2 x_{2,t-1} + \alpha_2 \beta_3 x_{3,t-1} + \alpha_2 \beta_4 x_{4,t-1} \\ \alpha_3 \beta_1 x_{1,t-1} + \alpha_3 \beta_2 x_{2,t-1} + \alpha_3 \beta_3 x_{3,t-1} + \alpha_3 \beta_4 x_{4,t-1} \\ \alpha_4 \beta_1 x_{1,t-1} + \alpha_4 \beta_2 x_{2,t-1} + \alpha_4 \beta_3 x_{3,t-1} + \alpha_4 \beta_4 x_{4,t-1} \end{bmatrix} \quad [51]
\end{aligned}$$

e assim se justifica que α seja o peso com que o vector cointegrante entra na equação de cada variável endógena. No exemplo (51), α_1 é o peso com que o vector cointegrante entra na equação da variável x_{1t} .

Normalmente normaliza-se o vector cointegrante em relação a uma variável para facilitar a interpretação do vector cointegrante como o erro de equilíbrio de longo prazo. Suponhamos a normalização em relação a x_{1t} , então multiplicamos β por $1/\beta_1$ e α por β_1 , isto é, $\Pi = (\alpha\beta_1)[(1/\beta_1)\beta']$. Neste caso a equação de Δx_{1t} é dada na forma de MCE por:

$$\begin{aligned}
\Delta x_{1t} &= a_{11}\Delta x_{1,t-1} + a_{12}\Delta x_{2,t-1} + a_{13}\Delta x_{3,t-1} + a_{14}\Delta x_{4,t-1} + \\
&+ b_{11}\Delta x_{1,t-2} + b_{12}\Delta x_{2,t-2} + b_{13}\Delta x_{3,t-2} + b_{14}\Delta x_{4,t-2} + \\
&+ \tilde{\alpha}_1 \left[x_{1,t-1} + \frac{\beta_2}{\beta_1} x_{2,t-1} + \frac{\beta_3}{\beta_1} x_{3,t-1} + \frac{\beta_4}{\beta_1} x_{4,t-1} \right] + \\
&+ \mu_1 + \phi_{11}d_1 + \phi_{12}d_2 + \phi_{13}d_3 + \varepsilon_{1t} \quad [52]
\end{aligned}$$

onde $\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1\beta_1$ e $(1/\beta_1)\beta'X_t=0$ é o equilíbrio de longo prazo. Se $\beta'X_t \neq 0$ temos um erro de equilíbrio de longo prazo, sendo $\tilde{\alpha}_1$ a medida de velocidade média de convergência em direcção aquele equilíbrio. O erro de equilíbrio $x_{1t} - x_{1t}^*$ é $(1/\beta_1)\beta'X_t$ sendo

$$x_{1,t-1}^* = -\frac{\beta_2}{\beta_1} x_{2,t-1} - \frac{\beta_3}{\beta_1} x_{3,t-1} - \frac{\beta_4}{\beta_1} x_{4,t-1} \text{ na equação (52).}$$

2) Quando $r = 2$ temos.⁵⁵

⁵⁵ Note que na equação seguinte β' tem como elementos β_{ij} onde j é o n° da coluna (n° do vector) na matriz β e o n° de linha na matriz β' . Assim os vectores estão em linha.

$$\begin{aligned}
\Pi X_{t-1} = \alpha \beta' X_{t-1} &= \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{21} & \beta_{31} & \beta_{41} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{32} & \beta_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,t-1} \\ x_{2,t-1} \\ x_{3,t-1} \\ x_{4,t-1} \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11}x_{1,t-1} + \beta_{21}x_{2,t-1} + \beta_{31}x_{3,t-1} + \beta_{41}x_{4,t-1} \\ \beta_{12}x_{1,t-1} + \beta_{22}x_{2,t-1} + \beta_{32}x_{3,t-1} + \beta_{42}x_{4,t-1} \end{bmatrix} \quad [53]
\end{aligned}$$

Para simplificar vamos representar as relações de cointegração por:⁵⁶

$$[\beta_{11}x_{1,t-1} + \beta_{21}x_{2,t-1} + \beta_{31}x_{3,t-1} + \beta_{41}x_{4,t-1}] = CI_1$$

$$[\beta_{12}x_{1,t-1} + \beta_{22}x_{2,t-1} + \beta_{32}x_{3,t-1} + \beta_{42}x_{4,t-1}] = CI_2$$

então a equação(53) pode-se representar por:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} CI_1 \\ CI_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11}CI_1 + \alpha_{12}CI_2 \\ \alpha_{21}CI_1 + \alpha_{22}CI_2 \\ \alpha_{31}CI_1 + \alpha_{32}CI_2 \\ \alpha_{41}CI_1 + \alpha_{42}CI_2 \end{bmatrix} \quad [54]$$

Neste caso com 2 vectores de cointegração já não é tão fácil a interpretação em termos de equilíbrio de longo prazo porque uma combinação linear de dois vectores de cointegração ainda mantém as propriedades de estacionaridade. Isto envolve o problema de identificação a estudar no ponto 2.5.4.

Como anteriormente também podemos normalizar os vectores cointegrantes relativamente à variável x_{1t} multiplicando CI_1 por $(1/\beta_{11})$, CI_2 por $(1/\beta_{12})$, α_{11} por β_{11} e α_{12} por β_{12} obtendo a equação para Δx_{1t} :

$$\begin{aligned}
\Delta x_{1t} &= [a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \quad a_{14}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}_{t-1} + [b_{11} \quad b_{12} \quad b_{13} \quad b_{14}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}_{t-2} + \\
&+ \tilde{\alpha}_{11} \left[x_{1,t-1} + \frac{\beta_{21}}{\beta_{11}} x_{2,t-1} + \frac{\beta_{31}}{\beta_{11}} x_{3,t-1} + \frac{\beta_{41}}{\beta_{11}} x_{4,t-1} \right] + \\
&+ \tilde{\alpha}_{12} \left[x_{1,t-1} + \frac{\beta_{21}}{\beta_{12}} x_{2,t-1} + \frac{\beta_{31}}{\beta_{12}} x_{3,t-1} + \frac{\beta_{41}}{\beta_{12}} x_{4,t-1} \right] + \\
&+ \mu_1 + \phi_{11}d_1 + \phi_{12}d_2 + \phi_{13}d_3 + \varepsilon_{1t} \quad [55]
\end{aligned}$$

⁵⁶ Seguimos Juselius (1991, p. 343).

onde $\tilde{\alpha}_{11} = \alpha_{11}\beta_{11}$ e $\tilde{\alpha}_{12} = \alpha_{12}\beta_{12}$.

2.5.2 Testes de Johansen sobre o Espaço de Cointegração

A estimação do modelo (43) pelo método da Máxima Verosimilhança⁵⁷ impondo como restrição $\Pi=(\alpha\beta')$ permite-nos obter o *estimador de máxima verosimilhança* para β :

$$\hat{\beta}' = [\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_r] \quad [56]$$

onde $\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_r$ são estimativas dos r vectores próprios mais significativos, isto é, os vectores associados aos r maiores valores próprios. Os valores próprios⁵⁸ podem-se ordenar por ordem decrescente $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r \geq \lambda_{r+1} \geq \dots \geq \lambda_N$.

Como qualquer combinação linear de r vectores cointegrantes é também um vector cointegrante, os vectores de $\hat{\beta}'$ geram um espaço de cointegração.

Os testes propostos por Johansen(1988) e Johansen e Juselius(1990) para determinar a ordem de cointegração (r) são dois:⁵⁹

1) Teste do traço:

A hipótese nula é:

H_r : existem no máximo r vectores cointegrantes, $r = 0, \dots, N-1$.

contra a hipótese alternativa:

H_N : existem N vectores cointegrantes.

A estatística do teste do traço é dada por:

$$LR(r | N) = \lambda \text{ trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^N \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad [57]$$

A estratégia a seguir consiste em começar com $LR(0|N)$ até $LR(N-1|N)$. Se a última estatística significativa⁶⁰ for $LR(r|N)$, então existirão $r+1$ vectores cointegrantes.

2) Teste do máximo valor próprio:

A hipótese nula é:

⁵⁷ O leitor interessado poderá consultar Robalo Marques (1998, pp. 413-427) ou outros artigos originais. Para um resumo poderá consultar Hansen e Juselius(1995, pp. 6-8).

⁵⁸ *Eigenvalues* na língua inglesa.

⁵⁹ Trata-se de testes tipo "rácio de verosimilhança", embora não tenham como distribuição o habitual χ^2 (veja F. Peixe, 1994, p. 35 e Johansen e Juselius, 1990, p. 178).

⁶⁰ Que rejeita a hipótese nula H_r . Rejeita-se H_r se $LR(r|N)$ for maior que o valor crítico. Se $LR(r|N)$ for menor que valor crítico não podemos rejeitar H_r .

H_r: existem r vectores cointegrantes, r = 0, ..., N-1.

contra a hipótese alternativa:

H_{r+1}: existem r + 1 vectores cointegrantes.

A estatística do teste do máximo valor próprio é dada por:

$$LR(r | r + 1) = \lambda \max(r) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad [58]$$

A hipótese nula de existência de r vectores cointegrantes nestes testes LR corresponde à existência de (N-r) raízes unitárias, isto é, a hipótese nula de r vectores corresponde à hipótese de $\lambda_i=0$, para $i=r+1, \dots, N$. Assim testar a ordem de cointegração corresponde a determinar o número de valores próprios estatisticamente diferentes de zero. Se não houverem valores próprios estatisticamente diferentes de zero, não temos cointegração, existem N raízes unitárias no sistema.⁶¹

Qual a melhor estatística: traço ou máximo valor próprio?

Robalo Marques (98, p. 429) baseando-se em Juselius(1991) recomenda que "a utilização da estatística do máximo valor próprio é preferível quando as estimativas para os valores próprios discriminam de forma efectiva entre valores próprios grandes e pequenos, enquanto que a utilização da estatística do traço é preferível quando os valores próprios estimados têm valores muito próximos uns dos outros".

Quer as estatísticas do traço, quer do máximo valor próprio têm distribuições assintóticas que dependem de (N-r), isto é, só dependem do número de variáveis não estacionárias N. Daí os valores críticos têm de variar consoante o modelo (43) tem ou não constante, tem ou não tendência linear. Esse estudo é feito no ponto 2.5.3.

Quando introduzimos no VAR regressores estacionários, além dos termos determinísticos (5 casos) e das variáveis sazonais centradas que não alteram a distribuição assintótica,⁶² não temos ainda valores críticos apropriados, problema com proposta de resolução discutido no ponto 2.5.3.3.

Os valores críticos iniciais aparecem em Johansen (1988, Table I) para o VAR sem componentes determinísticas, em Johansen e Juselius(1990, Tables A1-A3) para o VAR com termo constante, em Osterwald-Lenum(1992) e Johansen(1996, Cap. 15)⁶³ para VAR's sem componentes determinísticas, com constante e com constante e *trend*

⁶¹ Para mais esclarecimentos veja Harris(1995, p. 87) e Hansen e Juselius(95, p. 7).

⁶² Veja Osterwald-Lenum (1992, p. 464).

⁶³ Johansen (1996) só apresenta valores críticos para o teste do traço.

linear,⁶⁴ dando origem a 5 casos como veremos no ponto 2.5.3.⁶⁵ No ponto 2.5.3.2 analisaremos tabelas de valores críticos que permitem introduzir no VAR variáveis I(1) fracamente exógenas.

Em amostras pequenas, de acordo com Harris(1995, p. 88) referindo Reimers(1992),⁶⁶ sugere-se ter em conta o número de parâmetros estimados no modelo e fazer um ajustamento para os graus de liberdade substituindo T em (57) e (58) por (T-Nk) onde T é o tamanho da amostra, N o número de variáveis e k a ordem do VAR. Uma forma equivalente de o fazer é ajustar os valores críticos para pequenas amostras através do rácio T/(T-Nk).⁶⁷

2.5.3 Casos Possíveis de Acordo com as Restrições sobre os Termos Determinísticos

Considerando que no modelo (43), $\mu_t = \mu + \delta t$, isto é, além da constante μ considerada em Johansen e Juselius (1990), Johansen (1994) acrescenta a tendência linear (t) ao VAR de cointegração. O modelo geral será:

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \Pi X_{t-1} + \mu + \delta t + \phi D_t + \varepsilon_t \quad [59]$$

Sob a hipótese de cointegração, o papel dos termos determinísticos $\mu_t = \mu + \delta t$ depende da relação entre os seus coeficientes e a matriz α_{\perp} .⁶⁸ Para estabelecer esta relação temos de decompor μ e δ :⁶⁹

$$\mu = \alpha \mu_1 + \alpha_{\perp} \mu_2 \quad [60]$$

$$\delta = \alpha \delta_1 + \alpha_{\perp} \delta_2 \quad [61]$$

onde:

$\mu_1 = (\alpha' \alpha)^{-1} \alpha' \mu$ = vector r-dimensional de interceptos nas relações de cointegração;

$\mu_2 = (\alpha' \perp \alpha_{\perp})^{-1} \alpha' \perp \mu$ = vector (N-r)-dimensional de declives de tendência linear

nos dados;

⁶⁴ Referimo-nos ao VAR na forma VECM, pois o VAR em níveis admite também trend quadrático no caso 5. (veja Osterwald-Lenum, 1992, p. 466 e Mackinnon et al., 1999, p. 568). No entanto PSS(99) não considera trend quadrático como veremos no ponto 2.5.3.2.

⁶⁵ Veja Ericsson e Mackinnon(1999, p. 3 e p. 28) para um resumo dos valores críticos que existem actualmente para testar a existência de cointegração, não apenas pelo método de Johansen.

⁶⁶ H. E. Reimers (1992) - "Comparisons of Tests for Multivariate Cointegration", *Statistical Papers*, 33, 335-59 [apud Harris(95, p. 88)].

⁶⁷ Veja Harris(1995, p. 122, nota 22).

⁶⁸ α_{\perp} é o complemento ortogonal de α , o que significa que $\alpha' \alpha_{\perp} = 0$ ou $\alpha' \perp \alpha = 0$.

⁶⁹ Seguimos Hansen e Juselius(1995, p. 5). Veja também Robalo Marques(1998, pp. 430-438).

$\delta_1 = (\alpha' \alpha)^{-1} \alpha' \delta$ = vector r-dimensional de coeficientes da tendência linear nas relações de cointegração;

$\delta_2 = (\alpha' \perp \alpha \perp)^{-1} \alpha' \perp \delta$ = vector (N-r)-dimensional de coeficientes da tendência quadrática nos dados.

Com esta decomposição dos termos determinísticos, o modelo (59) pode escrever-se:

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \alpha \begin{bmatrix} \beta \\ \mu_1 \\ \delta_1 \end{bmatrix}' \tilde{X}_{t-1} + \alpha \perp \mu_2 + \alpha \perp \delta_2 t + \phi D_t + \varepsilon_t \quad [62]$$

onde $\tilde{X}'_{t-1} = (X'_{t-1}, 1, t)$.

A partir de (62) podemos obter 5 submodelos⁷⁰ consoante as restrições que fizermos sobre os termos determinísticos:

- 1) Inexistência de termos determinísticos $\Rightarrow \mu_1 = \mu_2 = \delta_1 = \delta_2 = 0$;
- 2) Restringe-se a constante às relações de cointegração $\Rightarrow \mu_2 = \delta_1 = \delta_2 = 0$;
- 3) Existência de constante sem restrições $\Rightarrow \delta_1 = \delta_2 = 0$;
- 4) Constante sem restrições e tendência restringida às relações de cointegração $\Rightarrow \delta_2 = 0$;
- 5) Modelo sem restrições nos termos determinísticos [corresponde ao modelo da equação (59)].

Como é que se escolhe um ou outro modelo na prática?⁷¹

O **Modelo 1** sem componentes determinísticas nos dados ou nas relações de cointegração é raro na prática pois o intercepto é geralmente necessário para ter em conta as unidades de medida das variáveis em X_t .

O **Modelo 5** com constante e tendência sem restrições permite um *trend* quadrático em X_t , o que é difícil de justificar economicamente de acordo com Harris(1995, p. 96).

Assim, na prática devemos considerar os modelos 2, 3 e 4:

O **Modelo 2** utiliza-se *se não houver tendências lineares nos níveis dos dados*, tal que as primeiras diferenças tenham uma média zero. O intercepto é restringido ao modelo de longo prazo para ter em conta as unidades de medida das variáveis em X_t .

⁷⁰ Propostos por Johansen (1994). Veja também Johansen(1996, pp. 80-84)

⁷¹ Seguimos Harris(1995, p. 96) e Robalo Marques (1998, pp. 440-444). Veja também Osterwald-Lenum(1992, p. 466).

O **Modelo 3** utiliza-se *se houver tendências lineares nos níveis dos dados*. Assume-se que o intercepto na relação de cointegração (μ_1) se combina com μ_2 para dar o intercepto μ no modelo de curto prazo.

O **modelo 4** utiliza-se *se não houver tendências lineares quadráticas nos níveis dos dados*, condição suficiente para não haver uma tendência linear no modelo de curto prazo, mas como pode existir algum crescimento de longo prazo, por exemplo progresso técnico, este pode ser colocado na relação de longo prazo através de um *trend* linear.

Não é fácil escolher um destes 3 modelos. De acordo com Harris(1995, pp. 96-97) podemos fazer o *plot* do vector X_t em níveis (e 1^{as} diferenças) e examinar a existência de *trends*. *A inexistência de trends requer o modelo 2*, mas os *plots* não fornecem informação sobre a utilização do modelo 4, o qual se utiliza quando os dados disponíveis não tomam em conta alguns factores não medidos que induzem crescimento autónomo em X_t .⁷²

De acordo com Harris(1995, p. 97), Johansen(1992a) sugere o teste da hipótese conjunta da ordem de cointegração (r) e das componentes determinísticas baseado no chamado **Princípio de Pantula**:

- 1) Estimam-se os modelos 2, 3 e 4;
- 2) Dispõem-se os resultados desde a alternativa mais restritiva ($r=0$ e modelo 2) até à alternativa menos restritiva ($r=N-1$ e modelo 4) no formato:⁷³

H0:	r	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Teste traço	0	. → Begin	.	.
ou	⋮	.	.	.
λ -max.	N-1	.	.	End →.

onde (. . .)' representa as estatísticas do teste traço ou máximo valor próprio para cada um dos modelos;

- 3) Deslocamo-nos da alternativa mais restritiva (*Begin*) em direcção à menos restritiva (*End*), da esquerda para a direita (conforme setas), e paramos na 1^a vez que H0 não for rejeitada pelos testes traço ou λ -max.

⁷² Por exemplo Fitoussi et al.(1993, p.35) utiliza o *trend* na relação de longo prazo entre salários reais e desemprego como proxy para o crescimento da produtividade.

⁷³ O *package* CATS in RATS tem esta opção. Veja Hansen e Juselius(1995, p. 67).

Pesaran e Pesaran (1997, p. 135) aconselha a utilização do modelo 2 ou do modelo 4 consoante estão ausentes ou não as tendências lineares.⁷⁴

2.5.3.1 Análise da Tabelas de Osterwald-Lenum(1992) e Johansen (1996).

Osterwald-Lenum(1992) e Johansen(1996, Cap. 15) apresentam valores críticos para os 5 modelos apresentados. As tabelas de Osterwald-Lenum (1992) fornecem valores críticos para o teste traço e λ -max até $(N-r)=11$ e as tabelas de Johansen(1996, Cap. 15) fornecem valores críticos somente para o teste traço até $(N-r)=12$. As tabelas de Johansen foram calculadas por Bent Nieslen usando o programa DISCO, assim Johansen (96, p. 212) recomenda a consulta de Johansen e Nielsen (1993).⁷⁵

As tabelas de Osterwald-Lenum (1992) constituem um recálculo e extensão das 4 tabelas de Johansen (1988) e Johansen e Juselius(1990), mais duas novas tabelas, apresentando assim 6 tabelas, isto é, além dos 5 modelos apresentados anteriormente, temos mais um caso (Tabela 1.1* de Osterwald-Lenum correspondente à Tabela A₂ de Johansen e Juselius (90)) em que há diferença entre o modelo estimado [modelo 3] e o processo gerador dos dados (PGD) [modelo 2]. Esta tabela perdeu a utilidade após o procedimento proposto por Johansen (1992a) porque passou-se a estimar o modelo 2 neste caso.

Em resumo podemos apresentar o quadro seguinte onde se estabelece a correspondência entre os modelos 1 a 5 descritos anteriormente e as tabelas destes dois autores:

Quadro 1 - Correspondência entre Modelos e Tabelas de O-L e Johansen

Modelo	Restrições	Tabelas de Osterwald-Lenum ⁽¹⁾ (92)	Tabelas de Johansen ⁽²⁾ (96, Cap. 15)
1	$\mu_1 = \mu_2 = \delta_1 = \delta_2 = 0$	0	15.1
2	$\mu_2 = \delta_1 = \delta_2 = 0$	1*	15.2
3	$\delta_1 = \delta_2 = 0$	1	15.3
4	$\delta_2 = 0$	2*	15.4
5	Sem restrições	2	15.5

(1) Também reproduzidas em Robalo Marques (1998, pp. 537 - 542);

(2) Só para o teste traço e também disponíveis em Hansen e Juselius (1995, pp. 80-82).

⁷⁴ Veja no entanto as diferenças entre os 5 casos de Pesaran e Pesaran (97) e os de Johansen no ponto 2.5.3.2.

⁷⁵ S. Johansen e B. Nielsen (1993) - "Asymptotics for Cointegration Rank Tests in the Presence of Interventions Dummies - Manual for the Simulation Program DISCO, Manuscript, Institute of Mathematical Statistics, University of Copenhagen [apud Hansen e Juselius (95)]. Programa e Manual disponível em <http://www.math.ku.dk/nsjo>.

Que variáveis podemos colocar em D_t no modelo (59) para utilizar estes valores críticos com confiança? De acordo com Hansen e Juselius (1995, p. 8) só as variáveis sazonais centradas cuja soma é zero por construção não modificam a distribuição assintótica. Noutros casos será conveniente calcular novas tabelas para variáveis *dummies*. Além disso, a introdução de regressores estacionários no modelo constituem um problema como veremos no ponto 2.5.3.3.

2.5.3.2 Análise das Tabelas de Harbo et al. (98) e Pesaran, Shin e Smith (99)

Estes autores desenvolveram testes da ordem de cointegração em modelos condicionais, supondo que algumas das variáveis do modelo VAR, embora $I(1)$, são fracamente exógenas.⁷⁶ Isto significa que quando o número de variáveis exógenas for zero, temos um modelo idêntico ao (59); quando o número de variáveis exógenas for maior que zero o modelo (59) tem de ser reformulado. Assim particionando o vector X_t de N variáveis $I(1)$ em $X_t = (Y_t', Z_t')$ onde Y_t é um vector $(N_y \times 1)$ e Z_t um vector $(N_z \times 1)$, tal que $N_y + N_z = N$, vamos modelar Y_t condicionado nos valores passados de Y_t e nos valores presentes e passados de Z_t . Se Z_t for fracamente exógeno,⁷⁷ os parâmetros dos modelos condicional e marginal variam livremente, pelo que podemos estimar e testar eficientemente utilizando apenas o modelo condicional, sem necessidade de recorrer ao modelo marginal.

Com o objectivo de obter o modelo condicional de ΔY_t a partir da equação (59) vamos particionar $\varepsilon_t = (\varepsilon_{yt}', \varepsilon_{zt}')$ obtendo a matriz de variâncias-covariâncias:⁷⁸

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{yy} & \Omega_{yz} \\ \Omega_{zy} & \Omega_{zz} \end{bmatrix} \quad [63]$$

e depois podemos expressar ε_{yt} condicional em termos de ε_{zt} :

$$\varepsilon_{yt} = \omega \varepsilon_{zt} + \varepsilon_{ct} \quad \text{com } \omega = \Omega_{yz} \Omega_{zz}^{-1} \quad [64]$$

onde⁷⁹ $\varepsilon_{ct} \sim \text{IN}(0, \Omega_c)$, $\Omega_c = \Omega_{yy} - \omega \Omega_{zy}$ e ε_{ct} é independente de ε_{zt} . A substituição de (64) em (59), em conjunto com uma partição similar dos parâmetros vectoriais e matriciais:

$$\mu = (\mu'_y, \mu'_z)'; \quad \delta = (\delta'_y, \delta'_z)'; \quad \Pi = (\Pi'_y, \Pi'_z)';$$

⁷⁶ Ericsson e Mackinnon (1999, p. 5) estabelece a diferença e semelhança entre estes testes e os testes MCE tradicionais com uma única equação.

⁷⁷ Sobre o conceito de Exogeneidade Fraca veja ponto 2.6.1 e sobre a sua discussão nos processos $I(1)$ veja Johansen (1992c), assim como o ponto 2.6.1.2.2.

⁷⁸ Veja Pesaran, Shin e Smith (1999, p. 5) e Harbo et al. (1998, p. 389).

$$\Gamma = (\Gamma'_y, \Gamma'_z)'; \quad \Gamma_i = (\Gamma'_{yi}, \Gamma'_{zi})', \quad i=1, \dots, k-1;$$

permite obter o **modelo condicional ou parcial**⁸⁰ para ΔY_t em termos de X_{t-1} , ΔZ_t , $\sum \Delta X_{t-i}$, $i=1, \dots, k-1$:

$$\Delta Y_t = \mu_c + \delta_c t + \sum_{i=1}^{k-1} \Psi_i \Delta X_{t-i} + \Pi_{yy.z} X_{t-1} + \omega \Delta Z_t + \varepsilon_{ct} \quad [65]$$

onde "c" significa modelo condicional e temos:

$$\mu_c = \mu_y - \omega \mu_z;$$

$$\delta_c = \delta_y - \omega \delta_z;$$

$$\Psi_i = \Gamma_{yi} - \omega \Gamma_{zi}, \quad i=1, \dots, k-1;$$

$$\Pi_{yy.z} = \Pi_y - \omega \Pi_z;$$

$$\omega = \Omega_{yz} \Omega_{zz}^{-1}$$

Por uma questão de simplicidade não apresentamos as *dummies* D_t da equação (59), tal como fazem os autores que estamos a seguir.⁸¹ A introdução de *dummies* extra altera os valores críticos para o teste da ordem de cointegração (Harbo et al., 1998, p. 394), pelo que só as devemos adicionar ao modelo parcial, se conhecermos a ordem de cointegração, ou se forem *dummies* sazonais centradas que não alteram a distribuição.

O **modelo marginal** para ΔZ_t será:

$$\Delta Z_t = \mu_z + \delta_z t + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{zi} \Delta X_{t-i} + \Pi_z X_{t-1} + \varepsilon_{zt} \quad [66]$$

Segundo Johansen (1992b) e outros, Pesaran, Shin e Smith(1999)⁸² assume *exogeneidade fraca* de Z_t com respeito à matriz de longo prazo Π , assumindo:

$$\Pi_z = 0 \quad [67]$$

A suposição (67) implica que $\Pi_{yy.z} = \Pi_y$ na equação do modelo condicional (65). Assim, sob a suposição (67), das equações (59)⁸³ e (65), PSS(99) obtém o sistema de equações⁸⁴:

$$\Delta Y_t = \mu_c + \delta_c t + \sum_{i=1}^{k-1} \Psi_i \Delta X_{t-i} + \Pi_y X_{t-1} + \omega \Delta Z_t + \varepsilon_{ct} \quad [68]$$

⁷⁹ IN significa independente e normalmente distribuído na notação de PSS (99).

⁸⁰ Sobre o conceito de modelo condicional e marginal veja ponto 2.6, Gujarati (1995, pp. 759-761) e para uma versão mais desenvolvida Robalo Marques (1998, pp. 172-182).

⁸¹ Para o modelo condicional e marginal com introdução de D_t veja Covas (1996, p. 10).

⁸² Daqui em diante referido como PSS(99).

⁸³ Exclui-se *dummies* D_t para simplificação.

⁸⁴ Devemos notar que PSS(99) assume também que $\delta_z=0$ no modelo marginal ao contrário de Harbo et al. (1998). Aqui estamos a seguir PSS(99).

$$\Delta Z_t = \mu_z + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{zi} \Delta X_{t-i} + \varepsilon_{zt} \quad [69]$$

onde agora como $\delta_z = 0$ implica que $\delta_z = \delta_y$. E passamos a ter as seguintes relações:

$$\mu_c = -\Pi_y \eta + (\Gamma_y - \omega \Gamma_z + \Pi_y) \gamma \quad [70a]$$

$$\delta_c = -\Pi_y \gamma \quad [70b]$$

onde η e γ são vectores ($N \times 1$) de coeficientes desconhecidos no VAR(k):⁸⁵

$$A(L)(X_t - \eta - \gamma t) = \varepsilon_t \quad [71]$$

A restrição $\Pi_z = 0$ implica que as variáveis do vector Z_t não estão cointegradas entre si e além disso devemos ver Z_t como variáveis "long-run forcing" para Y_t .

A hipótese nula da ordem de cointegração (existência de r vectores cointegrantes) escreve-se:

$$Hr: \text{Característica } [\Pi_y] = r, \quad r = 0, \dots, N_y;$$

e os testes do traço e máximo valor próprio são semelhantes aos descritos no ponto 2.5.2, mas devemos ter o cuidado de substituir N por N_y (isto é, nº de variáveis endógenas).

A matriz Π_y na equação (68) é a matriz de longo prazo de dimensão ($N_y \times N$) dada por $\Pi_y = \alpha_y \beta'$, onde α_y é uma matriz ($N_y \times r$) e β uma matriz ($N \times r$) de r vectores cointegrantes.

Na estimação do modelo condicional (68) podemos considerar 5 casos, tal como vimos no ponto 2.5.3, consoante as restrições impostas sobre os termos determinísticos. Seguindo PSS(99) temos:⁸⁶

a) **Caso I** (Nem interceptos; Nem tendências):

$$\mu_c = \delta_c = 0 \Leftrightarrow \eta = \gamma = 0$$

$$\Delta Y_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Psi_i \Delta X_{t-i} + \Pi_y X_{t-1} + \omega \Delta Z_t + \varepsilon_{ct} \quad [72]$$

b) **Caso II** (Interceptos restringidos; Sem tendências):

$$\begin{cases} \mu_c = -\Pi_y \eta \\ \delta_c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \gamma = 0$$

⁸⁵ Para uma melhor compreensão veja PSS(99, p. 2). Aqui chamamos η ao parâmetro que PSS(99) chama μ_z , para evitar conflito de nomenclatura. Veja também Robalo Marques(1998, pp. 344 e 510).

⁸⁶ Corresponde aos 5 casos considerados no *package* Microfit 4.0. Sobre as diferenças nos casos III e V relativamente aos modelos 3 e 5 de Johansen (1996), quando não há variáveis exógenas, veja Quadro 2. É também útil ver Mackinnon et al.(1999, p. 568) que compara os 5 casos de PSS(99) com as tabelas de

$$\Delta Y_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Psi_i \Delta X_{t-i} + \Pi_y^* (X'_{t-1}, 1)' + \omega \Delta Z_t + \varepsilon_{ct} \quad [73]$$

onde $\Pi_y^* = \Pi_y (I_N, -\eta)$ com $I_N =$ matriz identidade ($N \times N$).

c) **Caso III** (Interceptos sem restrições; Sem tendências):

$$\begin{cases} \mu_c \neq 0 \\ \delta_c = 0 \end{cases}$$

$$\Delta Y_t = \mu_c + \sum_{i=1}^{k-1} \Psi_i \Delta X_{t-i} + \Pi_y X_{t-1} + \omega \Delta Z_t + \varepsilon_{ct} \quad [74]$$

d) **Caso IV** (Interceptos sem restrições; Tendências restringidas):

$$\begin{cases} \mu_c \neq 0 \\ \delta_c = -\Pi_y \gamma \end{cases}$$

$$\Delta Y_t = \mu_c + \sum_{i=1}^{k-1} \Psi_i \Delta X_{t-i} + \Pi_y^{**} (X'_{t-1}, t)' + \omega \Delta Z_t + \varepsilon_{ct} \quad [75]$$

onde $\Pi_y^{**} = \Pi_y (I_N, -\gamma)$.

e) **Caso V** (Interceptos sem restrições; Tendências sem restrições):

$$\begin{cases} \mu_c \neq 0 \\ \delta_c \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Estima-se o modelo da equação (68).}$$

Estes 5 casos foram elaborados para $N_z > 0$ (existência de variáveis fracamente exógenas), mas dá resultados para $N_y = N$ como um caso especial quando $N_z = 0$ (inexistência de variáveis fracamente exógenas) resumindo-se aos casos descritos no ponto 2.5.3, com as diferenças apontadas por PSS(99) nos casos III e V.

Relativamente aos valores críticos Harbo et al. (1998) fornece valores críticos do teste do traço para os casos I, II e IV ou seja para os modelos com termos determinísticos restringidos onde de acordo com os autores a distribuição limite para o teste de ordem de cointegração não apresenta parâmetros perturbadores.

PSS(99) fornece valores críticos para os teste do traço e máximo valor próprio para os 5 casos, salientando que para os casos I, II e IV os valores críticos assintóticos são similares aos de Harbo et al. (1998, Tabelas 2-4); contudo para os casos III e V os valores críticos quando $N_z = 0$ (inexistência de variáveis fracamente exógenas)⁸⁷ diferem

Osterwald-Lenum. Mackinnon et al.(1999) fornece valores críticos mais correctos para os 5 casos de PSS(99).

⁸⁷ Não podemos comparar para modelos com variáveis exógenas porque os valores críticos de Johansen(96) dizem respeito a modelos completos.

dos apresentados por Johansen (1996, Cap. 15) devido a diferenças na especificação das componentes determinísticas que se resume.⁸⁸

Quadro 2-Comparação dos modelos de PSS(99) e Johansen(1996)

Casos	Intercepto		Trend Linear		Trend Quadrático	
	PSS	Joh	PSS	Joh	PSS	Joh
I	N	N	N	N	N	N
II	Restringido	Restringido	N	N	N	N
III	Sem Restrição	Sem Restrição	N	S	N	N
IV	Sem Restrição	Sem Restrição	Restringido	Restringido	N	N
V	Sem Restrição	Sem Restrição	Sem Restrição	Sem Restrição	N	S

Fonte: PSS(1999, Appendix B).

Símbolos: N = inexistência do termo determinístico correspondente;
S = existência do termo determinístico correspondente.

Assim, no caso III Johansen calcula os valores críticos incluindo um *trend* linear no VAR (PSS não inclui) e no caso V Johansen inclui *trend* linear e quadrático (PSS só inclui *trend* linear). Por analogia com os testes de raízes unitárias, PSS(99) considera que os seus valores críticos dos casos I, III e V como generalizações multivariadas dos testes $\hat{\tau}$, $\hat{\tau}_\mu$ e $\hat{\tau}_\tau$ de Dickey-Fuller (79) e os valores críticos dos casos II e IV como equivalentes multivariados dos testes Φ_1 e Φ_3 de Dickey-Fuller (1981).

Os valores críticos fornecidos dependem de (N_{y-r}) , N_z e se o modelo contém interceptos e/ou tendências. PSS(99) fornece valores críticos para um máximo de 12 variáveis endógenas e 5 variáveis exógenas. Mackinnon, Haug e Michelis (99) estende estes valores críticos a 8 variáveis exógenas e estima-os com maior precisão. Os valores críticos de Harbo et al. (98) são muito mais limitados.⁸⁹

2.5.3.3 Problema da Introdução de Regressores Estacionários nos Modelos VAR

A existência de variáveis $I(0)$ fracamente exógenas no modelo altera as distribuições assintóticas de forma que os valores críticos fornecidos tanto por Harbo et al.(98), como PSS(99) deixam de ser aceitáveis.⁹⁰ Uma forma de evitar este problema é desenvolvida por Rahbek e Mosconi(1999) e consiste em aumentar o VAR incluindo a

⁸⁸ De acordo com PSS(99, Appendix B).

⁸⁹ Veja Harbo et al.(1998, Tables 2-4) onde temos um máximo de 7 variáveis (endógenas + exógenas) para os casos 4 e 2. E apenas 5 variáveis para o caso 1.

⁹⁰ Veja Harbo et al.(1998, p. 395) e PSS(1999, pp. 12-13).

soma cumulativa de cada variável I(0) como uma nova variável I(1) fracamente exógena que vai entrar no termo corrector do erro.

Consideremos o vector W_t de variáveis I(0) fracamente exógenas de dimensão $(w \times 1)$. Se na equação (59), substituímos D_t por W_t temos:⁹¹

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \Pi X_{t-1} + \mu + \delta t + \Phi W_t + \varepsilon_t \quad [76]$$

mas Rahbek e Mosconi(1999) demonstra que a distribuição limite do teste de ordem de cointegração para o modelo (76) depende do valor de correlações canónicas entre os erros acumulados,⁹² as quais caracterizam os parâmetros perturbadores. Para remover os parâmetros perturbadores Rahbek e Mosconi(99) sugere a extensão do modelo com a inclusão do processo acumulado no termo corrector do erro:⁹³

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \alpha \left(\beta' X_{t-1} + \beta'_w \sum_{i=1}^l W_i \right) + \mu + \delta t + \sum_{j=0}^l \varphi_j W_{t-j} + \varepsilon_t \quad [77]$$

Em (77) consideramos que além de W_t , também os valores desfasados deste vector entram no modelo até $t-l$. Considerando $\Phi = \sum_{j=0}^l \varphi_j$ e $\Phi_i = -\sum_{j=i+1}^l \varphi_j$, $i = 0, \dots, l-1$ de acordo com Rahbek e Mosconi(99, p. 81) podemos reparametrizar (77) como:

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \alpha \left(\beta' X_{t-1} + \beta'_w \sum_{i=1}^l W_i \right) + \mu + \delta t + \Phi W_t + \sum_{i=0}^{l-1} \Phi_i W_{t-i} + \varepsilon_t \quad [78]$$

onde α e β são matrizes $(N \times r)$, Φ e Φ_i são matrizes $(N \times N)$, Γ_i são matrizes $(N \times N)$ e β_w é uma matriz $(w \times r)$.

Note que a hipótese de que W_t não aparece na relação de cointegração é dada por:

$$\beta_w = 0 \quad [79]$$

o que equivale ao modelo da equação (76).⁹⁴ O teste rácio de verosimilhança desta hipótese segue uma distribuição χ^2 com rw graus de liberdade.⁹⁵

Rahbek e Mosconi(1999, pp. 85-87) ilustra este procedimento com base nos dados [ficheiro uk.wk1 no CATS] discutidos em Johansen e Juselius(1992) e Hansen e Juselius(1995), utilizando 5 variáveis endógenas I(1) e uma variável exógena I(0). Esta última trata-se da variação do preço do petróleo que é introduzida em D_t incluindo um

⁹¹ Estamos a excluir as variáveis dummies para simplificar, mas em D_t podíamos ter as dummies sazonais que não alteram os valores críticos.

⁹² Veja Rahbek e Mosconi(99, p. 80).

⁹³ A soma cumulativa de W_t pode-se calcular no Microfit 4.0 como CSUM(W_t).

⁹⁴ Mais concretamente ao modelo (77) retirando $\sum_{i=1}^l W_i$ do termo corrector do erro, visto que estamos a considerar alguns valores desfasados de W_t .

lag juntamente com variáveis sazonais centradas num modelo com constante [modelo 3] e $k=2$, o que na nossa terminologia se pode escrever:

$$\Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \alpha \beta' X_{t-1} + \mu + \varphi_0 W_t + \varphi_1 W_{t-1} + \phi S_t + \varepsilon_t \quad [80]$$

onde W_t é a variação do preço do petróleo, S_t o vector de *dummies* sazonais centradas e μ um vector de constantes. Pela análise anterior este modelo tem de ser modificado com a introdução de $\sum_{i=1}^t W_i$ no termo corrector do erro e como (80) tem μ e o nível médio de W_i é não nulo, Rahbek e Mosconi (99), seguindo Harbo et al.(98) diz que o *trend* linear tem de ser incluído.⁹⁶ Depois testa-se a inexistência desse *trend* linear. Assim, a abordagem sugerida seria analisar o modelo:

$$\Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \alpha \beta^* \begin{bmatrix} X_{t-1} \\ \sum_{i=1}^t W_i \\ t \end{bmatrix} + \mu + \varphi_0 W_t + \varphi_1 W_{t-1} + \phi S_t + \varepsilon_t \quad [81]$$

onde $\beta^* = [\beta', \beta'_w, \delta'_1]$.

Depois de determinar a ordem de cointegração podemos testar a inexistência de *trend* linear e a inexistência do preço do petróleo ($\sum_{i=1}^t W_i$) na relação de cointegração pela hipótese:

$$\beta^* = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \end{bmatrix} \quad [82]$$

cujo "LR test" é assintoticamente distribuído pelo χ^2 com $2r$ graus de liberdade.⁹⁷ Em (82) a hipótese nula é o modelo original (80), por conseguinte pode-se encarar como um teste de correcta especificação do modelo desenvolvido por Hansen e Juselius(95). Neste caso Rahbek e Mosconi(99) não pôde rejeitar a hipótese (82) o que significa que o modelo de Hansen e Juselius (95) está bem especificado.

O modelo aumentado (77) pode ser analisado dentro do contexto do modelo condicional com variáveis fracamente exógenas analisado no ponto 2.5.3.2. Assim, basta considerar que W_t é um subconjunto de ΔZ_t na equação (68) e $\sum_{i=1}^t W_i$ é um subconjunto de Z_t de forma que $\sum_{i=1}^t W_i$ aparece na relação de cointegração $\beta' X_{t-1}$ e as 1^{as}

⁹⁵ Sobre testes de hipóteses sobre β veja ponto 2.5.5.1.

⁹⁶ Harbo et al.(98) não fornece valores críticos para o caso 3, por isso temos que utilizar o caso 4. Utilizando PSS(99) poderíamos estimar directamente o caso III, embora Pesaran e Pesaran (97) também aconselhe os casos II e IV.

⁹⁷ Neste caso são $2r$ g. l. porque são só 2 parâmetros (β_w e δ_1) devido a W_i ser só uma variável.

diferenças de $\sum_{i=1}^l W_i$ (que correspondem a W_t) aparecem em $\sum_{i=1}^{k-1} \Psi_i \Delta X_{t-i}$. Em termos da equação (77) anterior significa que $l=k$.⁹⁸

2.5.4 O Problema da Identificação

A estimativa da matriz β dado o número de vectores cointegrantes r não é única. Isto acontece porque a matriz $\Pi = \alpha\beta'$ também pode ser obtida por $\Pi = \alpha\theta(\theta^{-1})\beta'$, sendo θ uma matriz qualquer, não singular, de dimensão $(r \times r)$. Isto significa⁹⁹ que as matrizes $\alpha^* = \alpha\theta$ e $\beta^* = \beta(\theta^{-1})'$ também permitem obter a matriz Π . Por conseguinte, quando determinamos r , obtemos o **espaço de cointegração**. É preciso proceder à identificação dos vectores de cointegração para se poder fazer testes de hipóteses sobre os seus parâmetros, excepto algumas hipóteses segundo Johansen (1996, p. 72).

No caso de um único vector de cointegração, a identificação é fácil, pois basta a restrição de normalização que consiste em atribuir o valor 1 a um dos coeficientes de β , correspondente a qualquer uma das variáveis $I(1)$ da relação;¹⁰⁰ no caso de mais de um vector cointegrante torna-se necessário mais restrições de identificação, em virtude de a combinação linear de 2 ou mais vectores ainda ser um vector de cointegração.¹⁰¹

A normalização¹⁰² de β normalmente faz-se na forma $\beta' = [I_r, -B]$ onde I_r é uma matriz identidade $(r \times r)$ e B uma matriz $r \times (N-r)$. Supondo que $X_t = (Y_t', Z_t')$ onde Y_t é um vector $(r \times 1)$ e Z_t um vector $[(N-r) \times 1]$, então $\beta' X_t = Y_t - BZ_t$, sendo $Y_t = BZ_t$ a solução de longo prazo.

Johansen (95)¹⁰³ impõe restrições as quais "are still rather arbitrary and limited, non-homogeneous restrictions are not allowed and restrictions can not be imposed across cointegrating vectors".¹⁰⁴

⁹⁸ Veja PSS(99, pp. 12-13).

⁹⁹ Veja Johansen (1996, pp. 71-72).

¹⁰⁰ O ponto 2.5.1 explica como se faz a normalização: por exemplo multiplica-se β por $1/\beta_1$ para normalizar em relação à variável x_{1t} .

¹⁰¹ Com r vectores de cointegração é necessário $(r-1)$ restrições por vector, que juntamente com mais uma restrição de normalização por vector permite a identificação do sistema de longo prazo. De acordo com Pesaran e Pesaran (97) podemos dizer que são necessárias r restrições "just-identifying" por vector. Johansen e Juselius (94) diz $(r-1)$ restrições "just-identifying" mais uma de normalização. Preferimos chamar "just-identifying" às r restrições por vector, pois são todas necessárias para identificação, embora só $(r-1)$ sejam impostas *a priori*, ou impostas por critérios estatísticos segundo os processos utilizados.

¹⁰² Leia-se "identificação exacta" (veja Johansen e Juselius, 94, pp. 21-22).

¹⁰³ Veja também Johansen e Juselius (1994, pp. 14-17).

¹⁰⁴ Citação dos acetatos sobre identificação das aulas do Prof. Stephen Hall, Curso "Dynamic Modelling and Cointegration" proferido no ISEG em Julho de 2000. Veja Johansen (1996, pp. 75-77) e PS(99, p. 1).

Pesaran e Shin(1999) desenvolve um instrumental geral para identificação, estimação e testes de hipóteses que permite restrições não lineares e "cross-equation", obtidas da teoria económica ou de outra informação relevante *a priori*. PS(99) estabelece que necessitamos de $k=r^2$ restrições *a priori* para identificação, onde k é o número total de restrições impostas (incluindo a de normalização). No caso de $r=1$, necessitamos apenas de uma restrição identificadora como já tínhamos dito atrás, que pode ser a normalização. Assim:

- Se $k < r^2 \Rightarrow$ Modelo Subidentificado;
- Se $k = r^2 \Rightarrow$ Modelo Exactamente identificado;
- Se $k > r^2 \Rightarrow$ Modelo Sobreidentificado.

Esta forma difere da identificação *standard* porque não temos de considerar a exogeneidade das variáveis e os termos dinâmicos não ajudam à identificação.¹⁰⁵ Considera-se assim a identificação dos termos de longo prazo e da dinâmica separadamente. O número de restrições identificadoras é função do número de vectores cointegrantes (r), o número de variáveis não tem influência. Como exemplo,¹⁰⁶ suponhamos a relação de cointegração com 3 variáveis e $r = 1$:

$$\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 = 0 \quad [83]$$

então $\beta_1=1$ é uma restrição suficiente para identificar o vector de cointegração.¹⁰⁷ Se tivermos 2 vectores cointegrantes:

$$\beta_{11} X_1 + \beta_{21} X_2 + \beta_{31} X_3 = 0 \quad [84a]$$

$$\beta_{12} X_1 + \beta_{22} X_2 + \beta_{32} X_3 = 0 \quad [84b]$$

necessitamos de $k = r^2 = 4$ restrições para identificar os vectores, isto é, as restrições de normalização (por exemplo $\beta_{11}=1$ e $\beta_{22}=1$) mais duas restrições (por exemplo $\beta_{21}=0$ e $\beta_{12}=0$).

Suponhamos agora que temos 4 variáveis e 3 vectores de cointegração:

$$\beta_{11} X_1 + \beta_{21} X_2 + \beta_{31} X_3 + \beta_{41} X_4 = 0 \quad [85a]$$

$$\beta_{12} X_1 + \beta_{22} X_2 + \beta_{32} X_3 + \beta_{42} X_4 = 0 \quad [85b]$$

$$\beta_{13} X_1 + \beta_{23} X_2 + \beta_{33} X_3 + \beta_{43} X_4 = 0 \quad [85c]$$

¹⁰⁵ De acordo com o Prof. Stephen Hall, curso citado.

¹⁰⁶ Exemplo do Prof. Stephen Hall, curso citado.

¹⁰⁷ É assim que se implementa no *package* Microfit 4.0.

então necessitamos de $k = r^2 = 9$ restrições identificadoras que podem ser 3 de normalização (ex.: $\beta_{11}=1, \beta_{22}=1, \beta_{33}=1$) e mais 6 impostas *a priori* (ex.: $\beta_{21}=\beta_{32}=\beta_{13}=-1$ e $\beta_{31}=\beta_{12}=\beta_{23}=0$), as quais devem ser impostas de acordo com a teoria económica.¹⁰⁸

2.5.5 Testes de Restrições Lineares sobre as Matrizes α e β

Desde os trabalhos de Johansen (1988) e Johansen e Juselius (1990) que se desenvolvem testes para averiguar a existência de relações lineares sobre as matrizes α e β . Estas restrições podem ser só sobre cada uma das matrizes ou sobre as duas em conjunto. As hipóteses seguem geralmente distribuições χ^2 *standard*. Normalmente pretende-se testar teorias económicas com estas restrições.

No nosso estudo vamos basear-nos essencialmente em Johansen e Juselius(90, 92, 94), Hansen e Juselius (95, pp. 9-10, 35-49), Harris (95, pp. 105-110), Robalo Marques(98, pp. 447-449), Johansen (1996, pp. 72-78, 106-112, 124-128), mas convém consultar também Pesaran e Pesaran (97, pp. 439-443) e Pesaran e Shin(99).

2.5.5.1 Testes de Restrições Lineares sobre β

De acordo com Johansen e Juselius (1990, 1992) podemos representar β por,

$$\beta = H\varphi \quad [86]$$

onde H é uma matriz conhecida que define as restrições lineares nos parâmetros de β e φ é uma matriz desconhecida cujos parâmetros é necessário estimar. Na ausência de restrições H é uma matriz identidade ($N \times N$), de forma que φ coincide com β sendo de dimensão ($N \times r$). No caso de $r=2$ e $N=3$ temos para zero restrições:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \\ \beta_{31} & \beta_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} \end{bmatrix} \quad [87]$$

A imposição de $(N-s)$ restrições sobre todos os vectores cointegrantes (isto é, sobre o espaço de cointegração), onde s representa o número de parâmetros estimados livremente implica que temos $H_{(N \times s)}$ e $\varphi_{(s \times r)}$ com $r \leq s \leq N$.¹⁰⁹ Dado H, estima-se φ para obter β através do método de máxima verosimilhança de Johansen, mas com mais restrições que no modelo apenas sujeito a r vectores cointegrantes. O novo conjunto de

¹⁰⁸ Veja Pesaran e Pesaran (1997, pp. 437-438).

¹⁰⁹ O subscrito dentro de parêntesis significa a dimensão das matrizes perante as restrições impostas.

máximos valores próprios (λ_i^*) permite testar $H_0: \Pi = \alpha\phi'H'$ contra $H_a: \Pi = \alpha\beta'$ através do **Rácio de Verosimilhança**:¹¹⁰

$$LR(H_0 | H_a) = T \sum_{i=1}^r \ln \left(\frac{1 - \lambda_i^*}{1 - \lambda_i} \right) \quad [88]$$

que tem uma distribuição χ^2 com $(N-s) \times r$ graus de liberdade.

No nosso exemplo (87), a imposição de **uma restrição** em todos os vectores de β , por exemplo $\beta_{2i} = -\beta_{1i}$ para $i = 1, 2$ implica:¹¹¹

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ -\beta_{11} & -\beta_{12} \\ \beta_{31} & \beta_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ -\varphi_{11} & -\varphi_{12} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} \end{bmatrix} \quad [89]$$

Note que uma restrição corresponde a $(N-s) = 1 \Rightarrow s = 2$ (pois $N=3$), logo $H_{(3 \times 2)}$ e $\varphi_{(2 \times 2)}$.

A imposição de **duas restrições** em todos os elementos de β , por exemplo $\beta_{2i} = -\beta_{1i}$ e $\beta_{3i} = 0.5\beta_{1i}$, $i = 1, 2$ implica:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ -\beta_{11} & -\beta_{12} \\ 0.5\beta_{11} & 0.5\beta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ -\varphi_{11} & -\varphi_{12} \\ 0.5\varphi_{11} & 0.5\varphi_{12} \end{bmatrix} \quad [90]$$

pois $(N-s) = 2 \Rightarrow s = 1$, logo $H_{(3 \times 1)}$ e $\varphi_{(1 \times 2)}$.

Agora podemos dividir β em subconjuntos de vectores. No caso de 2 subconjuntos temos:

$$\beta = (H_1\varphi_1, H_2\varphi_2) \quad [91]$$

onde $H_1\varphi_1$ diz respeito a r_1 vectores e $H_2\varphi_2$ a r_2 vectores tal que $r = r_1 + r_2$. Na ausência de restrições H_1 e H_2 são matrizes identidade ($N \times N$), φ_1 é ($N \times r_1$) e φ_2 é ($N \times r_2$). Supondo $r = 3$ e $N = 3$ temos para $r_1 = 1$ e $r_2 = 2$, no caso irrestrito:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{21} \\ \varphi_{31} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{12} & \varphi_{13} \\ \varphi_{22} & \varphi_{23} \\ \varphi_{32} & \varphi_{33} \end{bmatrix} \right\} = \\ = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} \end{bmatrix} \quad [92]$$

¹¹⁰ "Likelihood Ratio test" na língua inglesa.

¹¹¹ Estamos a seguir exemplos do Prof. Stephen Hall, curso citado.

Perante restrições a dimensão de H_1 é $(N \times s_1)$, de H_2 é $(N \times s_2)$, de φ_1 é $(s_1 \times r_1)$ e de φ_2 é $(s_2 \times r_2)$ onde s_1 e s_2 corresponde respectivamente ao número de parâmetros estimados livremente em cada subconjunto, isto é, temos $(N-s_1)$ restrições no 1º subconjunto e $(N-s_2)$ restrições no 2º subconjunto. Johansen e Juselius (1992) discute **dois tipos de testes** que se podem implementar neste caso:¹¹²

- a) Assume-se r_1 **vectores** de cointegração **conhecidos** e os outros r_2 vectores são estimados livremente:

$$\beta = (H, \varphi) \quad [93]$$

- b) Impõem-se as **mesmas restrições sobre r_1 vectores** e os outros r_2 vectores são estimados livremente:

$$\beta = (H\varphi_1, \varphi_2) \quad [94]$$

No caso a) com r_1 vectores conhecidos (isto é, $s_1 = r_1$) temos $H_1=H$ de dimensão $(N \times r_1)$ e φ_1 de dimensão $(r_1 \times r_1)$, sendo H_2 a matriz identidade $(N \times N)$ e $\varphi_2=\varphi$ de dimensão $(N \times r_2)$, [isto é, $s_2=N$], daí H representa os r_1 vectores conhecidos e φ os r_2 vectores sem restrições. O **rácio de verosimilhança** para testar esta hipótese é fornecido por JJ(92, p. 231), o qual é assintoticamente distribuído como um χ^2 com $(N-r)r_1$ graus de liberdade.¹¹³

No caso b) impõe-se as mesmas restrições sobre r_1 vectores e estimam-se os outros r_2 sem restrições, então temos $H_1=H$ de dimensão $(N \times s)$ e φ_1 de dimensão $(s \times r_1)$, [isto é, $s_1=s$], sendo H_2 a matriz identidade $(N \times N)$, logo φ_2 é de dimensão $(N \times r_2)$, [isto é, $s_2=N$]. O **rácio de verosimilhança** para testar esta hipótese é fornecido por JJ(1992, p. 234), o qual é assintoticamente distribuído como um χ^2 com $(N-s-r_2)r_1$ graus de liberdade.

No ponto 2.5.4 dissemos que é necessário identificar os vectores para estabelecer testes de hipóteses sobre os parâmetros de cada um. Nos três casos especiais expostos aqui isso não é necessário porque se impõe restrições sobre o espaço de cointegração, quer de existência das mesmas restrições sobre todos os vectores, quer de existência de um determinado vector no espaço de cointegração ou as mesmas restrições sobre um subconjunto de vectores do espaço de cointegração.¹¹⁴ No entanto, perante r vectores de cointegração, se quisermos impor restrições sobre cada um deles temos de identificá-los primeiro, para depois elaborar testes de hipóteses sobre "over-identifying restrictions".

¹¹² São hipóteses gerais tal como $\beta=H\varphi$ que podem ser testadas sem necessidade de implementar todas as restrições identificadoras. (veja ponto 2.5.4).

¹¹³ JJ significa Johansen e Juselius.

¹¹⁴ Veja Johansen (1996, pp. 72 e 75).

A identificação de longo prazo é desenvolvida por Johansen e Juselius (1994, pp. 14-17).¹¹⁵ Com esse objectivo temos de impor restrições identificadoras na hipótese linear geral:

$$\beta = (H_1\varphi_1, H_2\varphi_2, \dots, H_r\varphi_r) \quad [95]$$

onde H_i é $(N \times s_i)$, φ_i é $(s_i \times 1)$ com $1 \leq s_i \leq N$.

A condição de identificação para β_i é:

$$\text{Caract}(R'_i\beta) = \text{Caract}[R'_i(H_1\varphi_1, \dots, H_r\varphi_r)] = r - 1, \quad i = 1, \dots, r \quad [96]$$

onde "Caract" significa "Característica", R_i são as restrições no vector β_i tal que $R'_i\beta_i = 0$.¹¹⁶ Isto significa que é necessário $(r-1)$ restrições identificadoras que em conjunto com a normalização do vector dá origem às r restrições identificadoras por cada vector propostas por PS(99), conforme vimos no ponto 2.5.4, para termos identificação exacta.

O algoritmo proposto por Johansen e Juselius(94, p. 16) não permite estimar "cross-equation restrictions" sendo assim inferior ao algoritmo de Pesaran e Pesaran (1997, pp. 439-442) conforme explica PS(99). As $(r-1)$ restrições identificadoras por vector devem ser introduzidas de acordo com a teoria económica (Johansen, 1996, p. 75, Pesaran e Pesaran, 1997, pp. 437-438). A restrição de normalização depende da variável que pretendemos com coeficiente igual a 1.

O **rácio de verosimilhança** para testar $(k-r^2)$ restrições "over-identifying", onde k é o total de restrições impostas (incluindo restrições de normalização) e r^2 são as restrições "just-identifying" (incluindo restrições de normalização), é assintoticamente distribuído como um χ^2 com $(k-r^2)$ graus de liberdade.¹¹⁷ De acordo com o exposto anteriormente $(k-r^2)$ é o mesmo que $\sum_{i=1}^r (N - s_i + 1 - r)$ onde $(N - s_i + 1)$ é o número de restrições por vector (incluindo restrições de normalização).¹¹⁸

O **teste do Rácio de Verosimilhança (LR)** para testar H_0 contra H_a é normalmente dado por:

$$LR(H_0 | H_a) = -2 \ln Q(H_0 | H_a) \quad [97]$$

onde $Q(H_0 | H_a) = \frac{\text{Máx. Verosimilhança do modelo com restrição}(H_0)}{\text{Máx. Verosimilhança do modelo sem restrição}(H_a)}$

¹¹⁵ Veja Johansen (1996, pp. 75-76 e 110-112).

¹¹⁶ R é uma matriz ortogonal a H , como se pode ver em Johansen (96, p. 73), Hansen e Juselius(95, p. 36) ou Harris(95, pp.104-105 e 110-111). Este último explica bem a condição de identificação.

¹¹⁷ Veja Pesaran e Shin (1999, pp. 15-16).

¹¹⁸ Veja Johansen (1996, p. 112).

então podemos escrever:¹¹⁹

$$\begin{aligned} LR(H0 | Ha) &= -2 [\ln L(H0) - \ln L(Ha)] \\ &= -2 [LL(H0) - LL(Ha)] \\ &= -2 [LL(\hat{\theta}_R) - LL(\hat{\theta})] \end{aligned}$$

onde LL é o valor máximo de função logarítmica de máxima verosimilhança, $H0$ é a hipótese nula, Ha é a hipótese alternativa, $\hat{\theta}_R$ e $\hat{\theta}$ são estimadores de máxima verosimilhança dos parâmetros θ no modelo restringido e sem restrições respectivamente.

Assim, no caso do teste LR das $(k-r^2)$ restrições "over-identifying" testa-se $H0$ do modelo como k restrições contra Ha do modelo com r^2 restrições exactamente identificadoras:

$$LR(H0 | Ha) = -2 [LL(\hat{\theta}_R) - LL(\hat{\theta})] \quad [98]$$

onde $LL(\hat{\theta}_R)$ é o valor máximo da função logarítmica de máxima verosimilhança para o modelo $H0$ sobreidentificado com k restrições, e $LL(\hat{\theta})$ é o valor máximo da mesma função correspondente ao modelo Ha com r^2 restrições exactamente identificadoras.

2.5.5.2 Testes de Restrições lineares sobre α

À semelhança dos testes de restrições sobre β , também se podem elaborar testes de restrições lineares sobre a matriz α .¹²⁰

De acordo com Johansen e Juselius (1990) temos:

$$\alpha = A\psi \quad [99]$$

onde A é uma matriz $(N \times m)$ conhecida e ψ é uma matriz $(m \times r)$ de parâmetros a estimar, com $r \leq m \leq N$. O número de restrições impostas é $(N-m)$, onde m representa o número de parâmetros de α a estimar livremente. A utilidade de restrições sobre α prende-se com o teste de exogeneidade fraca de algumas variáveis do modelo.¹²¹ No caso de inexistência de restrições, a matriz A é uma matriz identidade $(N \times N)$ e ψ é $(N \times r)$ coincidindo com α . No caso de $N=3$ e $r=2$ com zero restrições temos:

¹¹⁹ De acordo com Stewart (1991, p. 132) e Pesaran e Pesaran (1997, p. 442). Veja também Gujarati(95, pp. 280-81).

¹²⁰ A matriz α chama-se "loading matrix" em língua inglesa.

¹²¹ Veja Johansen (1996, pp. 77-78 e 124-127), Harris (1995, pp. 98-104) e ponto 2.6.

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \\ \psi_{31} & \psi_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \\ \psi_{31} & \psi_{32} \end{bmatrix} \quad [100]$$

Agora suponhamos a imposição da restrição:

$$\alpha_{2j} = 0, \quad \text{para } j = 1, 2 \quad [101]$$

o que permite testar a **exogeneidade fraca** da variável x_{2t} .¹²² Isto significa que se não podermos rejeitar que todos os coeficientes α_{2j} correspondentes às relações de longo prazo [ECM's] na equação x_{2t} são nulos, então x_{2t} diz-se fracamente exógena.¹²³ Neste caso podemos estimar o modelo condicional, considerando x_{2t} fracamente exógena como vimos no ponto 2.5.3.2.

Em termos matriciais a restrição (101) representa-se por:

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ 0 & 0 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ 0 & 0 \\ \psi_{21} & \psi_{22} \end{bmatrix} \quad [102]$$

com $A_{(3 \times 2)}$ e $\psi_{(2 \times 2)}$, visto que se trata da imposição de **uma restrição** sobre todas as colunas de α , ou seja uma restrição sobre uma linha de α , temos $(N-m)=1 \Rightarrow m=2$. Como se trata da **mesma restrição em todas** as colunas de α , o **rácio de verosimilhança** para testar $H_0 : \Pi = A\psi\beta'$ contra $H_a : \Pi = \alpha\beta'$ é:

$$LR(H_0 | H_a) = T \sum_{i=1}^r \ln \left(\frac{1 - \lambda_i^{**}}{1 - \lambda_i} \right) \quad [103]$$

com uma distribuição χ^2 com $(N-m)r$ graus de liberdade,¹²⁴ onde λ^{**} são os máximos valores próprios do método de Johansen com a restrição $\Pi = A\psi\beta'$.

A imposição da restrição:

$$\alpha_{ij} = 0, \quad \text{para } i = 2, 3 \text{ e } j = 1, 2 \quad [104]$$

implica que estamos a testar a exogeneidade fraca das variáveis x_{2t} e x_{3t} .¹²⁵ Em termos matriciais temos:

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [105]$$

¹²² Variável x_{2t} de acordo com equação (54).

¹²³ Sobre conceito de exogeneidade fraca veja ponto 2.6.

¹²⁴ Harris(1995, p. 101) sugere que em pequenas amostras se deve corrigir o LR substituindo T por $T - (l/N)$ onde $l = (k \times N + n^\circ \text{ de componentes determinísticas}) \times N$, com $k = \text{ordem do VAR}$.

No caso de assumirmos **alguns coeficientes de α conhecidos**¹²⁶, a hipótese:

$$\alpha = (a, a \perp \psi) \quad [106]$$

onde a de dimensão $(N \times s)$ é conhecida com $s < r$, permite-nos testar as mesmas restrições em todos os "common trends", de acordo com Johansen (1996, p. 127) e o **rácio de verosimilhança** segue um χ^2 com $(N-r)s$ graus de liberdade.

Voltando ao *teste de exogeneidade fraca*, é possível, de acordo com Harris (1995, p. 100) testar $\alpha_{ij}=0$ separadamente e dizer que a variável x_{it} é fracamente exógena com respeito ao vector j , o que significa que o vector j não entra na equação de curto prazo da variável x_{it} , mas isto não significa que a variável seja fracamente exógena no sistema, pelo que não devemos confundir com o conceito de exogeneidade fraca da variável. De acordo com Harris (1995, p. 100) "it is also important to stress that testing for weak exogeneity in a particular cointegration vector presumes that this vector represents a structural long-run relationship between the variables in the model and not a linear combination, in which case α will also be a linear combination of the speed-of-adjustment coefficients, and testing for weak exogeneity in this context is not particularly meaningful". A sugestão é que na prática, testar restrições envolvendo α deve ser feito em conjunto com restrições que identificam β , no entanto temos de tomar cuidado, pois algumas restrições sobre α podem induzir falha na identificação de β e vice versa.¹²⁷

A restrição $\alpha = A\psi$ também se pode representar por:¹²⁸

$$B' \alpha = 0 \quad [107]$$

tal que B de dimensão $[N \times (N-m)]$ é ortogonal a A , isto é, $B'A=0$ (pois $B=A \perp$). Assim, na ausência de restrições, B é uma matriz nula. Para $N=3$ e $r=2$, com **uma restrição**, por exemplo na hipótese (101), temos como vimos em (102):

$$A_{(3 \times 2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B_{(3 \times 1)} = A \perp = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{pois } B' A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

¹²⁵ Referimo-nos às variáveis de acordo com equação (54).

¹²⁶ De facto trata-se de colunas da matriz α conhecidas.

¹²⁷ Veja Harris (1995, p. 116). Pesaran e Pesaran (97) apenas impõe restrições sobre β de forma que α é estimado sem restrições, evitando este problema.

¹²⁸ É nesta forma que o *package* CATS implementa o teste de hipóteses sobre α . Veja Hansen e Juselius(95, p. 45).

Assim, a matriz B tem um coeficiente não nulo precisamente na linha em que A tem todos os coeficientes nulos de forma que $B'A=0$. No caso de **duas restrições**, como por exemplo na hipótese (104), temos como vimos em (105):

$$A_{(3 \times 1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B_{(3 \times 2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.5.6 Testes de Hipóteses sobre a Ausência de Intercepto ou Trend nas relações de cointegração e Testes de Especificação do Modelo a Estimar.

De acordo com PSS(99), como vimos no ponto 2.5.3.2, temos 5 modelos de acordo com os termos determinísticos. A escolha de um destes modelos é algo difícil à primeira vista. Assim, podemos proceder a testes para ver se o intercepto deve estar presente nas relações de longo prazo (caso II) ou a tendência deve estar presente (caso IV). Além disso, podemos testar [testes de especificação] o caso IV contra o caso V e o caso II contra o caso III. Assim, só temos de partir dos modelos II ou IV [conforme não temos tendências lineares nos níveis dos dados (implica 1ªs diferenças com média zero) o que requer o modelo 2 como vimos no ponto 2.5.3] e testar se os modelos vizinhos são aceitáveis. A metodologia que vamos descrever é de Pesaran, Shin e Smith(1999),¹²⁹ aplicada também a modelos com variáveis fracamente exógenas.

2.5.6.1 Testes de Hipóteses sobre a Ausência de Intercepto ou Trend nas Relações de Cointegração

No caso II, sob H_r o *rácio de verosimilhança* para testar:¹³⁰

$$H_0 : \mu_c = 0 \Leftrightarrow H_0 : \text{Caso I} \quad [108]$$

segue uma distribuição de χ^2 com r graus de liberdade.¹³¹ A hipótese alternativa é o caso II.

No caso IV, sob H_r o *rácio de verosimilhança* para testar:

$$H_0 : \delta_c = 0 \Leftrightarrow H_0 : \text{Caso III} \quad [109]$$

segue uma distribuição de χ^2 com r graus de liberdade. A hipótese alternativa é o caso IV.

¹²⁹ Pode-se implementar usando o *package* Microfit 4.0.

¹³⁰ H_r significa a hipótese H_r : Caract $[\Pi_y]_r, r=0, \dots, N_y$.

¹³¹ Veja Johansen (1996, p. 162, Corolário 11.3) para o caso de $N_y=N$.

Estes testes correspondem à mesma restrição sobre β^* de acordo com a hipótese (86), onde $\beta_{ij}=0$, com i =intercepto ou trend, $j=1, \dots, r$. Note que os graus de liberdade na terminologia do ponto 2.5.5.1 são $(N-s)r$, mas como $(N-s)=1$ neste caso, implica r graus de liberdade.

2.5.6.2 Testes de Especificação

Podemos testar o caso II contra o caso III pela hipótese:

$$H_0 : \mu_c = -\Pi_y \eta \Leftrightarrow H_0 : \text{Caso II} \quad [110]$$

isto é, no caso III, sob H_r , o **rácio de verosimilhança** para a hipótese anterior segue um distribuição χ^2 com (N_y-r) graus de liberdade,¹³² e é dado por:¹³³

$$LR(\text{Modelo II} \mid \text{Modelo III}) = -2 \ln Q(\text{II} \mid \text{III}) = -2(LL_{II} - LL_{III}) \quad [111]$$

onde a hipótese alternativa é o caso III.

O teste do caso IV contra o caso V corresponde à hipótese:

$$H_0 : \delta_c = -\Pi_y \gamma \Leftrightarrow H_0 : \text{Caso IV} \quad [112]$$

isto é, no caso V, sob H_r , o **rácio de verosimilhança** para a hipótese anterior segue uma distribuição χ^2 com (N_y-r) graus de liberdade, e é dado por:

$$LR(\text{Modelo IV} \mid \text{Modelo V}) = -2 \ln Q(\text{IV} \mid \text{V}) = -2(LL_{IV} - LL_V) \quad [113]$$

onde a hipótese alternativa é o caso V.

A implementação destes modelos pode-se fazer pela estimação de dois modelos consecutivos donde se retira o valor máximo da função logarítmica de verosimilhança.¹³⁴

Além destes testes, para uma correcta especificação no caso de utilização de um modelo condicional perante utilização de variáveis assumidas fracamente exógenas, temos de testar a exogeneidade fraca. O melhor é testá-la a partir do modelo completo como proposto nos testes sobre a matriz α , antes de estimarmos o modelo parcial, excepto se o modelo completo for muito extenso. PSS(99) propõe como teste da restrição de exogeneidade fraca $\Pi_z=0$, primeiro testar a existência de cointegração entre as variáveis assumidas fracamente exógenas (deve rejeitar-se), segundo testar $\alpha_{zy}=0$ no modelo marginal, em que α_{zy} são os coeficientes das relações de cointegração obtidas no modelo condicional e introduzidas no modelo marginal. Esta última não se deve

¹³² Veja Johansen (1996, p. 161, Corolário 11.2) para o sistema completo ($N_y=N$).

¹³³ LL_i = valor máximo da função logarítmica de verosimilhança para o modelo i .

¹³⁴ O *package* Microfit 4.0, por exemplo, fornece estes valores em "system log-likelihood".

rejeitar para que as relações de cointegração estejam ausentes do modelo marginal, condição base da exogeneidade fraca.¹³⁵

2.6 Exogeneidade e Causalidade

2.6.1 Conceitos de Exogeneidade

Usualmente, no contexto das equações simultâneas, distingue-se dois conceitos de exogeneidade:

- 1) **Pré-determinação** - Uma variável é pré-determinada numa equação particular se for independente de erros contemporâneos e futuros nessa equação;
- 2) **Exogeneidade Estrita** - Uma variável é estritamente exógena se for independente dos erros contemporâneos, futuros e passados na equação relevante.

Assim habitualmente quando falamos de exogeneidade referimo-nos à exogeneidade estrita.

Consideremos o modelo:

$$y_t = \alpha_1 x_t + \beta_{11} y_{t-1} + \beta_{12} x_{t-1} + \varepsilon_{1t} \quad [114a]$$

$$x_t = \alpha_2 y_t + \beta_{21} y_{t-1} + \beta_{22} x_{t-1} + \varepsilon_{2t} \quad [114b]$$

com ε_{1t} e ε_{2t} mutuamente e temporalmente independentes.

De acordo com as definições anteriores x_t é uma variável pré-determinada na 1ª equação [114a] se for independente de $\varepsilon_{1,t+j}$ para $j \geq 0$, isto é, $E[x_t | \varepsilon_{1,t+j}] = x_t, \forall j \geq 0$.¹³⁶

Assim, se $\alpha_2 = 0$ implica que x_t é pré-determinada para y_t na 1ª equação.

Por outro lado, x_t é estritamente exógena na 1ª equação se for independente de $\varepsilon_{1,t+j}$ qualquer que seja j , isto é, $E[x_t | \varepsilon_{1,t+j}] = x_t, \forall j$. Assim, x_t é estritamente exógena para y_t apenas se $\alpha_2 = 0$ e $\beta_{21} = 0$, pois se $\beta_{21} \neq 0$, x_t depende de $\varepsilon_{1,t-1}$ através de y_{t-1} , logo x_t não é independente dos erros passados na 1ª equação.

De acordo com Robalo Marques (98, p. 171) nem a pré-determinação, nem a exogeneidade estrita são condições suficientes (ou necessárias) para uma inferência estatística eficiente, pois nenhuma especifica parâmetros de interesse. Engle, Hendry e

¹³⁵ Sobre estes testes veja PSS(1999, p. 15) e Johansen (1992c, p.322). Este último explica o significado de α_{zy} que de facto só coincide com α_z quando não houver cointegração entre as variáveis exógenas.

¹³⁶ Veja Robalo Marques(1998, p. 171) e Maddala (1992, p. 390).

Richard(1983) preenchem esta lacuna ao sugerirem três conceitos de exogeneidade definidos em relação a um conjunto de parâmetros de interesse: Exogeneidade Fraca, Exogeneidade Forte e Super-Exogeneidade.

2.6.1.1 Os Três Conceitos de Exogeneidade de EHR(1983)¹³⁷

Os conceitos de exogeneidade de EHR(83) estão ligados a outros conceitos como *causalidade de Granger* (a desenvolver no ponto 2.6.2) e *invariância estrutural* (cuja assunção na prática, sem ser testada, constitui a base da crítica de Lucas). Mas como dissemos anteriormente, a principal diferença em relação ao conceito de exogeneidade estrita é que estes conceitos são definidos em referência aos *parâmetros de interesse* (ou parâmetros em análise).

Com o objectivo de compreender a noção de **parâmetros de interesse**, consideremos duas variáveis y_t e x_t que têm uma distribuição normal bivariada¹³⁸ com médias, $E(y_t) = \mu_1$, $E(x_t) = \mu_2$ e com variâncias e covariâncias dadas por $var(y_t) = \sigma_1^2$, $var(x_t) = \sigma_2^2$ e $cov(y_t, x_t) = \sigma_{12}$.

A distribuição condicional de y_t dado x_t é:

$$y_t | x_t \sim IN(\alpha + \beta x_t, \sigma^2)$$

onde $\beta = \sigma_{12} / \sigma_2^2$; $\alpha = \mu_1 - \beta \mu_2$; $\sigma^2 = \sigma_1^2 - \sigma_{12}^2 / \sigma_2^2$.

Nós podemos escrever a distribuição conjunta de y_t e x_t como:¹³⁹

$$f(y_t, x_t) = g(y_t | x_t)h(x_t) \quad [115]$$

onde $g(y_t | x_t)$ é a distribuição condicional de y_t e $h(x_t)$ a distribuição marginal de x_t e podemos escrever o modelo como:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_{1t} \quad u_{1t} \sim IN(0, \sigma^2) \quad [116a]$$

$$x_t = \mu_2 + v_{2t} \quad v_{2t} \sim IN(0, \sigma_2^2) \quad [116b]$$

onde $cov(y_t, u_{1t}) = 0$ e $cov(u_{1t}, v_{2t}) = 0$ por construção. No conjunto de equações (116a) e (116b), x_t é "exógena".

Mas, por outro lado, podemos escrever a distribuição conjunta:

¹³⁷ EHR(1983) significa Engle, Hendry e Richard (1983).

¹³⁸ Estamos a considerar um exemplo de Maddala(1992, p. 391). Veja também Robalo Marques(98, pp. 187-90).

¹³⁹ Sobre a noção de distribuição conjunta, condicional e distribuição marginal veja Gujarati (1995, pp. 759-761). Uma versão mais desenvolvida está em Robalo Marques (98, pp. 172-182).

$$f(y_t, x_t) = h(x_t | y_t)g(y_t) \quad [117]$$

e escrever o modelo como:

$$x_t = \gamma + \delta y_t + u_{2t} \quad u_{2t} \sim IN(0, \omega^2) \quad [118a]$$

$$y_t = \mu_1 + v_{1t} \quad v_{1t} \sim IN(0, \sigma_1^2) \quad [118b]$$

onde $cov(y_t, u_{2t}) = cov(u_{2t}, v_{1t}) = 0$ por construção e os parâmetros da distribuição condicional de x_t dado y_t :

$$x_t | y_t \sim IN(\gamma + \delta y_t, \omega^2)$$

são agora $\delta = \sigma_{12} / \sigma_1^2$; $\gamma = \mu_2 - \delta \mu_1$; $\omega^2 = \sigma_2^2 - \sigma_{12}^2 / \sigma_1^2$. Agora, neste modelo y_t é a variável "exógena".

A questão que se coloca é qual é de facto a variável exógena, x_t ou y_t ? *A resposta depende dos parâmetros de interesse.* Assim, no exemplo anterior, se estamos interessados nos parâmetros $(\alpha, \beta, \sigma^2)$, x_t é a variável exógena e estimamos as equações (116a) e (116b), mas se pelo contrário estamos interessados nos parâmetros $(\gamma, \delta, \omega^2)$ então y_t é a variável exógena e estimamos as equações (118a) e (118b).

Este exemplo leva-nos à definição de **exogeneidade fraca** de acordo com EHR(83):

1) EXOGENEIDADE FRACA

Uma variável x_t diz-se **fracamente exógena** para estimar um conjunto de parâmetros λ se a inferência sobre λ condicional em x_t não envolve perda de informação. Isto é, dada a distribuição conjunta (115) onde a distribuição condicional $g(y_t | x_t)$ envolve os parâmetros λ , exogeneidade fraca de x_t implica que a distribuição marginal $h(x_t)$ não envolve os parâmetros λ .

No exemplo anterior (modelo 116) onde y_t e x_t têm uma distribuição normal bivarida há 5 parâmetros: $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_{12}$. Estes podem ser transformados¹⁴⁰ em dois conjuntos: $\lambda_1 = (\alpha, \beta, \sigma^2)$ e $\lambda_2 = (\mu_2, \sigma_2^2)$. Como se trata de dois conjuntos separados em que para a estimação de λ_1 não necessitamos da informação em λ_2 , x_t é fracamente exógena para estimar λ_1 .¹⁴¹ Neste caso λ_1 são os parâmetros do modelo condicional e λ_2 os parâmetros do modelo marginal. Por coincidência os **parâmetros de interesse** também são os parâmetros do modelo condicional, mas os parâmetros de interesse

¹⁴⁰ Veja Robalo Marques (98, p. 188) sobre o processo de transformação.

poderiam ser uma função dos parâmetros do modelo condicional $\psi = f(\lambda_1)$ que isso não invalidaria o conceito de exogeneidade fraca de x_t e a possibilidade do modelo condicional ser estimado eficientemente sem necessidade da análise do modelo marginal de x_t , e efectuar testes eficientemente.

2) EXOGENEIDADE FORTE

Se x_t for fracamente exógena e x_t não for causada no sentido de Granger¹⁴² por qualquer das variáveis endógenas do sistema, então x_t diz-se **fortemente exógena**.

Enquanto a exogeneidade fraca assegura inferência eficiente dos parâmetros de interesse condicional em x_t , a não causalidade de Granger valida a previsão de x_t e depois a previsão de y_t condicional nos x 's futuros.¹⁴³ Assim, a exogeneidade forte é necessária para efectuar estimação e previsão condicional.

Como exemplo considere o modelo:

$$y_t = \beta x_t + u_{1t} \quad [119a]$$

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 y_{t-1} + u_{2t} \quad [119b]$$

onde (u_{1t}, u_{2t}) têm uma distribuição normal bivariada e são temporalmente independentes, $var(u_{1t}) = \sigma_1^2$, $var(u_{2t}) = \sigma_2^2$ e $cov(u_{1t}, u_{2t}) = \sigma_{12}$. A forma reduzida do modelo obtém-se substituindo (119b) em (119a):

$$y_t = \beta \alpha_1 x_{t-1} + \beta \alpha_2 y_{t-1} + v_t \quad \text{com } v_t = \beta u_{2t} + u_{1t} \quad [120]$$

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 y_{t-1} + u_{2t} \quad [119b]$$

Agora multiplicando (119b) por $(\beta + \sigma_{12} / \sigma_2^2)$ e subtraindo o resultado de (120) obtemos o modelo condicional de y_t dado x_t :

$$y_t = b x_t + c_1 x_{t-1} + c_2 y_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma^2) \quad [121]$$

onde $b = \beta + \sigma_{12} / \sigma_2^2$; $c_i = -\gamma_i (\sigma_{12} / \sigma_2^2)$; $u_t = u_{1t} - (\sigma_{12} / \sigma_2^2) u_{2t}$; $\sigma^2 = \sigma_1^2 - \sigma_{12}^2 / \sigma_2^2$.¹⁴⁴

Se $\sigma_{12} = 0$ implica que x_t é fracamente exógena para estimar β em (119a) pois a distribuição marginal de x_t não envolve os parâmetros de interesse $\lambda_1 = (\beta, \sigma_1^2)$. Na

¹⁴¹ Note que λ_1 é função de λ_2 , mas como λ_2 não é função de λ_1 está garantida a exogeneidade fraca de acordo com Robalo Marques (98, p. 186 e p. 189).

¹⁴² Maddala(92, p. 393) prefere dizer " x_t não for precedida" utilizando a palavra "precedência" em vez de "causalidade de Granger" utilizada por EHR(83). O significado é o mesmo. Alguns autores não gostam do termo "causalidade" neste sentido. Veja o conceito no ponto 2.6.2.

¹⁴³ Veja EHR(83, p. 286).

¹⁴⁴ A expressão para σ^2 deduz-se de $var(u_t)$. Veja Gujarati (1995, pp. 767-768).

estimação de λ_1 não necessitamos da informação em $\lambda_2 = (\alpha_1, \alpha_2, \sigma_2^2)$, sendo λ_1 e λ_2 de variação livre.¹⁴⁵ Contudo a 2ª equação (119b) mostra que x_t depende de y_{t-1} , isto é, x_t é causado no sentido de Granger por y_t , daí x_t não é fortemente exógena.¹⁴⁶

3) SUPER-EXOGENEIDADE

Se x_t for fracamente exógena e se todos os parâmetros λ do modelo condicional forem invariantes a qualquer variação na distribuição marginal de x_t , então x_t diz-se **super-exógena**.

Esta definição implica a necessidade de definir **modelo condicional estruturalmente invariante** que é aquele em que todos os seus parâmetros são invariantes para qualquer alteração na distribuição das variáveis condicionantes (isto é, na distribuição marginal de x_t na definição anterior). Associada a esta definição está a de **parâmetro invariante**. Diz-se que um parâmetro é invariante para uma classe de intervenções se ele se mantém constante perante essas intervenções.

Um modelo condicional estruturalmente invariante assegura a possibilidade de se fazerem *simulações de políticas*, apesar de haver alterações ou intervenções nos parâmetros do modelo marginal. Essas alterações podem derivar de alterações nos gostos, na tecnologia, nas políticas económicas, choques petrolíferos, etc. De acordo com a nossa divisão em λ_1 (parâmetros para o modelo condicional) e λ_2 (parâmetros para o modelo marginal), estamos a dizer que as intervenções só alteram λ_2 , deixando λ_1 invariante, para o que é necessário que λ_1 não seja função de λ_2 .

A suposição de modelos condicionais estruturalmente invariantes sem serem testados é a base da crítica de Lucas.

A super-exogeneidade é uma condição suficiente mas não necessária para inferência sob intervenções, visto que pode haver invariância dos parâmetros sem exogeneidade fraca. No entanto, para se fazer inferência eficiente condicional em x_t em processos sujeitos a intervenções e assegurar simulações de políticas válidas é necessário verificar-se a super-exogeneidade.

No nosso exemplo anterior, x_t é fracamente exógena para estimação dos parâmetros de interesse $(\alpha, \beta, \sigma^2)$ em (116a), mas x_t não é super-exógena porque se nós

¹⁴⁵ Veja Robalo Marques (1998, p. 196).

¹⁴⁶ Para maior desenvolvimento deste assunto poderá consultar Robalo Marques (98, pp. 196-197).

modificarmos os parâmetros do modelo marginal (μ_2, σ_2^2) , isto produzirá variações em $(\alpha, \beta, \sigma^2)$.¹⁴⁷

2.6.1.2 Testes de Exogeneidade

2.6.1.2.1 Teste Simples de Exogeneidade Fraca

Os exemplos apresentados anteriormente sugerem que testar a exogeneidade fraca, em muitos casos, corresponde a testar a existência de covariância nula entre a variável residual do modelo condicional e a variável residual do modelo marginal. Por exemplo do modelo (120) e (119b) anterior temos os modelos condicional e marginal respectivamente:

$$y_t = bx_t + c_1x_{t-1} + c_2y_{t-1} + u_t \quad [121]$$

$$x_t = \alpha_1x_{t-1} + \alpha_2y_{t-1} + u_{2t} \quad [119b]$$

Se $cov(u_t, u_{2t}) = 0$ implica que x_t é fracamente exógena para estimar os parâmetros b , c_1 e c_2 . O teste para testar $cov(u_t, u_{2t}) = 0$ pode ser implementado:

- 1) Estima-se por OLS a equação que pensamos representar o modelo marginal (neste caso 119b) e calculamos o vector de resíduos (neste caso u_{2t}).
- 2) Testa-se se esses resíduos são significativos no que pensamos ser o modelo condicional (neste caso 121) [neste caso u_{2t} significativo significa que σ_{12}/σ_2^2 é diferente de zero, pois $u_t = u_{1t} - (\sigma_{12}/\sigma_2^2)u_{2t}$].

Normalmente este teste pode ser feito pelo teste LM, mas neste caso, como temos apenas uma variável (resíduos estimados na equação marginal) o teste LM é equivalente ao rácio t tradicional.¹⁴⁸

Neste exemplo como $cov(u_t, u_{2t}) = cov[u_{1t} - (\sigma_{12}/\sigma_2^2)u_{2t}, u_{2t}]$ e $cov(u_{1t}, u_{2t}) = \sigma_{12}$, no procedimento para testar $cov(u_t, u_{2t}) = 0$, estamos de facto a testar $\sigma_{12} = 0$, o que implica $cov(u_t, u_{2t}) = 0$.

No entanto, o teste de exogeneidade fraca é muitas vezes mais difícil do que este teste simples. Por exemplo, se o nosso modelo tiver um Mecanismo Corrector do Erro (MCE), além da necessidade da covariância entre os resíduos ser nula, a equação do

¹⁴⁷ Note que λ_1 é função de λ_2 , o que está contra a definição de modelo estruturalmente invariante.

¹⁴⁸ De acordo com Robalo Marques (1998, p. 198) este processo de testar exogeneidade fraca foi originalmente sugerido por Robert Engle (1984) - "Wald, Likelihood Ratio and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics", in *Handbook of Econometrics*, vol. 2 [apud Robalo Marques (98, p. 198)].

modelo marginal não deve conter o *termo corrector do erro* para que exista exogeneidade fraca. No próximo ponto desenvolveremos testes em modelos MCE, estabelecendo ligação com o que dissemos no ponto 2.5.3.2 acerca da estimação de modelos parciais quando temos algumas variáveis fracamente exógenas, e no ponto 2.5.5.2 onde aprendemos a impor restrições sobre a matriz α com o objectivo de testar a exogeneidade fraca.¹⁴⁹

2.6.1.2.2 Testes de Exogeneidade Fraca em Modelos de Mecanismo Corrector do Erro

Consideremos o modelo VAR(k) representado em MCE:

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \Pi X_{t-1} + \varepsilon_t \quad [122]$$

onde em relação ao modelo (43') excluimos os termos determinísticos e as variáveis sazonais para simplificação. Admitindo um **único vector cointegrante** e particionando $X_t = (y_t, Z_t')$ onde y_t é uma variável e Z_t é um vector de (N-1) variáveis, podemos derivar o modelo MCE uni-equacional com $\Pi = \alpha\beta'$, sendo α e β vectores (N×1) e podemos normalizar $\beta' = (1, -\delta')$ e particionar $\alpha' = (\alpha_1, \alpha_2')$ onde α_1 é um escalar e α_2 um vector (N-1)×1, e $(-\delta)$ é também um vector (N-1)×1.¹⁵⁰ Daqui resulta:

$$\Pi = \alpha\beta' = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -\alpha_1\delta' \\ \alpha_2 & -\alpha_2\delta' \end{bmatrix} \quad [123]$$

A normalização de β juntamente com a hipótese de um único vector cointegrante identifica o vector, excluindo a possibilidade das variáveis Z_t estarem cointegradas entre si. Note que se $\beta = (0, \delta')$ então as variáveis estariam cointegradas entre si.¹⁵¹

O modelo VAR(k) pode-se escrever de acordo com a partição anterior:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11}(L) & \pi_{12}(L) \\ \pi_{21}(L) & \pi_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ Z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad [124]$$

onde $\varepsilon_t \sim N(0, \Omega)$ e $\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix}$. Dentro desta matriz de variâncias-covariâncias Ω ,

$\sigma_1^2 = \text{var}(\varepsilon_{1t})$ é um escalar, $\sigma_{12} = \text{cov}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})$ é um vector 1×(N-1), $\sigma_{21} = \text{cov}(\varepsilon_{2t}, \varepsilon_{1t})$ é um vector (N-1) × 1, e Ω_{22} é uma matriz (N-1) × (N-1) de variâncias-covariâncias de ε_{2t} .

¹⁴⁹ Convém observar também o que dissemos no ponto 2.5.6.2.

¹⁵⁰ Esta suposição simplificadora é feita por Urbain(1992) para evitar problemas de identificação. Veja Urbain (1992, pp. 191-194).

No modelo (124), $\pi_{11}(L)$ é um polinómio escalar, $\pi_{12}(L)$ é um vector $1 \times (N-1)$ de polinómios escalares, $\pi_{21}(L)$ é um vector $(N-1) \times 1$ de polinómios escalares e $\pi_{22}(L)$ é uma matriz $(N-1) \times (N-1)$ de polinómios escalares.

Agora podemos derivar o *modelo condicional* de y_t dado Z_t multiplicando o sistema Z_t por $(\sigma_{12} \cdot \Omega_{22}^{-1})$ e subtraindo o resultado à equação em y_t . Fazamos $(\sigma_{12} \cdot \Omega_{22}^{-1}) = \omega$ como Johansen (1992c) e Harbo et al. (1998), então temos:¹⁵²

$$y_t - \omega Z_t = [\pi_{11}(L) - \omega \pi_{21}(L)]y_{t-1} + [\pi_{12}(L) - \omega \pi_{22}(L)]Z_{t-1} + \varepsilon_{1t} - \omega \varepsilon_{2t} \quad [125]$$

e o *modelo marginal* será:

$$Z_t = \pi_{21}(L)y_{t-1} + \pi_{22}(L)Z_{t-1} + \varepsilon_{2t} \quad [126]$$

Este sistema pode-se representar na forma de MCE.¹⁵³ Assim o *modelo condicional* vem:

$$\Delta y_t = \omega \Delta Z_t + (\alpha_y - \omega \alpha_z) \beta' X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} (\Gamma_{yi} - \omega \Gamma_{zi}) \Delta X_{t-i} + \varepsilon_{y_t} - \omega \varepsilon_{z_t} \quad [127]$$

e o *modelo marginal* de Z_t :

$$\Delta Z_t = \alpha_z \beta' X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{zi} \Delta X_{t-i} + \varepsilon_{z_t} \quad [128]$$

onde substituímos α_1 e α_2 por α_y e α_z etc. para reforçar a que variáveis os coeficientes e os resíduos dizem respeito e estabelecer ligação com o ponto 2.5.3.2, onde estudamos estes modelos de acordo com PSS(99).¹⁵⁴

Continuando com o exemplo de $\beta' = (1, -\delta')$ e $\alpha' = (\alpha_1, \alpha_2')$, isto é, $r=1$ e só uma variável endógena (y), temos:

$$\Pi_y = (\alpha_y - \omega \alpha_z) \beta' = (\alpha_1 - \omega \alpha_2) [1 \quad -\delta'] = [\alpha_1 - \omega \alpha_2, \quad -\alpha_1 \delta' + \omega \alpha_2 \delta']$$

onde $\omega = \sigma_{12} \cdot \Omega_{22}^{-1}$ e α_1 e α_2 significam o mesmo que α_y e α_z respectivamente.

$$\Pi_z = \alpha_z \beta' = \alpha_2 [1 \quad -\delta'] = [\alpha_2, \quad -\alpha_2 \delta']$$

Considerando os parâmetros de interesse $\psi = (\alpha_1, \delta')$, podemos dizer que no modelo condicional MCE uni-equacional para y_t , Z_t é fracamente exógeno sse $\alpha_2 = 0$. Note que $\alpha_2 = 0$ implica que δ entra apenas no modelo condicional, não necessitamos

¹⁵¹ Veja Robalo Marques (98, p. 462).

¹⁵² O leitor interessado no desenvolvimento econométrico destas matrizes pode consultar Robalo Marques (1998, pp. 463-465).

¹⁵³ De acordo com Johansen (1992c) e Harbo et al. (1998).

¹⁵⁴ Veja em particular as equações (65) e (66) que são iguais às (127) e (128) com excepção dos termos determinísticos e mais de uma variável endógena nas primeiras.

de informação adicional no modelo marginal para estimar eficientemente os parâmetros de longo prazo α e β . Se os parâmetros de interesse fossem os coeficientes quer do longo, quer do curto prazo da equação em y_t do VAR(k) cointegrado, isto é, $\psi = (\pi_{11}(L), \pi_{12}(L), \alpha_1, \delta')$ com $L = 0, \dots, k$, então Z_t seria fracamente exógeno sse:

$$1) \alpha_2 = 0;$$

$$2) \sigma_{12} = 0.$$

Note que $\sigma_{12} = 0 \Rightarrow \omega = 0 \Rightarrow (\Gamma_{yi} - \omega\Gamma_{zi}) = \Gamma_{yi}$, logo os parâmetros de curto prazo também não precisam da informação do modelo marginal (Γ_{zi}).

Na prática, o teste de exogeneidade fraca para os parâmetros de longo prazo α e β é fácil de fazer no contexto do método de Johansen. Basta fazer:

$$H_0: \alpha_z = 0 \Leftrightarrow H_0: \alpha_2 = 0 \quad [129]$$

e usar esta restrição linear na matriz α , e utilizar o teste LR, o qual segue uma distribuição χ^2 com $r \times N_z$ graus de liberdade como vimos no ponto 2.5.5.2. Neste caso $N_z = (N-1)$, pois temos só uma variável supostamente endógena (y_t) e $(N-1)$ restrições na matriz α . Isto significa que as linhas da matriz α [neste caso vector α , pois $r=1$] correspondente às N_z equações são zero.

Este teste para os parâmetros de interesse de longo prazo é suficiente para rejeitar a exogeneidade fraca, mesmo se os parâmetros de curto prazo também se incluem nos parâmetros de interesse totais, embora não seja suficiente para não a rejeitarmos.

Afinal qual o interesse do modelo condicional parcial se tivermos de estimar o modelo completo para testar a exogeneidade fraca? Para evitar modelar todo o sistema podemos fazer a análise de cointegração no modelo condicional parcial, obtendo os vectores de cointegração [só possível se o modelo condicional parcial conter pelo menos tantas equações quanto o nº de vectores cointegrantes, de acordo com Johansen (1992b, p. 401)]. Depois testa-se a presença de vectores cointegrantes no modelo marginal por exemplo pelo teste F (Johansen, 1992c, p. 323) ou pelo teste do rácio t tradicional no MCE de Z_t no caso do método de dois passos de Engle e Granger (Urbain, 1992, p. 198 e Robalo Marques, 1998, p. 468 citando Engle e Granger, 1987, p. 273).¹⁵⁵

2.6.1.2.3 Testes de Exogeneidade Forte e Super-Exogeneidade

1) EXOGENEIDADE FORTE

- a) Testa-se a exogeneidade fraca;
- b) Testa-se a não causalidade de Granger.

A existência de causalidade de Granger de y_t para x_t é suficiente para que não exista exogeneidade forte de x_t . No ponto 2.6.2 estudaremos a causalidade de Granger.

2) SUPER-EXOGENEIDADE:

- a) Testa-se a exogeneidade fraca;
- b) Testa-se a invariância dos parâmetros λ_1 do modelo condicional perante alterações dos parâmetros do modelo marginal (λ_2).

Relativamente à alínea b) Robalo Marques (98, pp. 211-212) apresenta dois tipos de teste:

- 1) Teste sugerido por Hendry(88):¹⁵⁶
 - a) Estabelece-se a constância de λ_1 e a não constância de λ_2 ;
 - b) Com λ_1 constante e λ_2 não constante, então λ_1 deve ser invariante a λ_2 .
- 2) Teste sugerido por Engle e Hendry(93):¹⁵⁷
 - a) Estabelece-se a constância de λ_1 e a não constância de λ_2 ;
 - b) Desenvolve-se o modelo marginal para x_t até que este seja empiricamente constante. Por exemplo, juntando *dummies* e/ou outras variáveis modela-se a forma como λ_2 varia no tempo;
 - c) Testa-se a significância destas *dummies* e/ou outras variáveis quando incluídas no modelo condicional. Se elas forem significativas no modelo condicional, então é sinónimo de invariância de λ_1 do modelo condicional a alterações de λ_2 no modelo marginal.

2.6.2 Causalidade de Granger

O conceito de causalidade de Granger foi introduzido por Granger (1969).¹⁵⁸ Granger parte da premissa de que o futuro não pode causar o presente ou o passado, isto

¹⁵⁵ Veja o que dissemos no ponto 2.2.6.2, de acordo com PSS(99), acerca dos testes sobre assunção de exogeneidade fraca das variáveis Z_t .

¹⁵⁶ David F. Hendry (1988) - "The Encompassing Implication of Feedback versus Mechanisms in Econometrics", *Oxford Economic Papers*, 40(1), 132-149 [apud Robalo Marques(98, p. 211)].

¹⁵⁷ Robert F. Engle e David F. Hendry (1993) - "Testing Superexogeneity and Invariance in Regression Models", *Journal of Econometrics*, 56, 119-139 [apud Robalo Marques(98, p. 212)].

¹⁵⁸ Aliás popularizado, pois de acordo com Gujarati(1995, p. 620), o seu teste foi sugerido por N. Wiener(1956)-"The Theory of Prediction", in E. F. Beckenback (ed.) - *Modern Mathematics for*

é, a causa não pode ocorrer depois do efeito. Se o acontecimento A ocorre depois do acontecimento B, sabemos que A não pode causar B. Ao mesmo tempo, se A ocorre antes de B, não implica necessariamente que A cause B.

Assim, se os valores passados de x_t contribuem para melhorar as previsões do valor corrente de y_t , tudo o resto constante, diz-se que x_t causa y_t no sentido de Granger.

2.6.2.1 Causalidade de Granger em Variáveis $I(0)$

Considere as series temporais x_t e y_t . A série x_t **não causa no sentido de Granger** y_t se na regressão de y_t sobre y_t 's desfasados e x_t 's desfasados, os coeficientes dos x_t 's forem zero.¹⁵⁹ Em termos práticos dada a regressão:¹⁶⁰

$$y_t = \mu_1 + \sum_{i=1}^k \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_i x_{t-i} + \varepsilon_{1t} \quad [130]$$

testa-se a hipótese nula:¹⁶¹

$$H_0 : \beta_i = 0, \quad i = 1, \dots, k \quad [131]$$

pelo teste F. A hipótese nula diz-nos que x_t não causa y_t no sentido de Granger. A estatística do teste F é dada por:

$$F = \frac{(RSS_R - RSS_{UN})/k}{RSS_{UN}/(T-h)} \sim F(k, T-h) \quad [132]$$

onde RSS_R é a soma de quadrados dos resíduos no modelo restringido (sem x_{t-i}), estimado por OLS, RSS_{UN} é a soma de quadrados dos resíduos do modelo sem restrições, h é o nº de parâmetros estimados no modelo sem restrições ($2k+1$ neste caso), T é o nº de observações e k é o nº de restrições (nº de β 's neste caso).

Se $F > F(k, T-h) \Rightarrow$ rejeita-se $H_0 \Rightarrow x_t$ causa y_t no sentido de Granger e podemos representar este sentido da causalidade por $x_t \rightarrow y_t$.

Se à equação (130) juntarmos a equação em x_t para termos o sistema completo:

$$x_t = \mu_2 + \sum_{i=1}^k \gamma_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^k \delta_i x_{t-i} + \varepsilon_{2t} \quad [133]$$

Engineers, McGraw-Hill, New York, pp. 165-190 [apud Gujarati(95)], daí devia chamar-se teste de Wiener-Granger.

¹⁵⁹ Este é o teste de Granger(69). Existem outros testes de causalidade de Granger segundo Robalo Marques(98, p. 164) e Maddala(92, p. 394) fornece um teste sugerido por Sims(1972). Veja também Nunes Santos(1989).

¹⁶⁰ De acordo com Maddala(1992, p. 393) o tamanho do desfasamento k é em certa medida arbitrário, embora Nunes Santos (89, p. 344) sugira a forma de o determinar. Aliás é um dos critérios de selecção da ordem k do VAR (veja Robalo Marques, 1998, p. 157).

¹⁶¹ Veja F. Peixe(94, p. 83).

podemos, seguindo Gujarati(1995, p. 621),¹⁶² distinguir 4 casos de acordo com a direcção de causalidade à Granger ou inexistência dela:

- 1) $x_t \rightarrow y_t$, isto é, *causalidade unidireccional* de x_t para y_t se $\beta_i \neq 0$ na equação (130) e $\gamma_i = 0$ na equação (133);
- 2) $y_t \rightarrow x_t$, isto é, *causalidade unidireccional* de y_t para x_t se $\beta_i = 0$ na equação (130) e $\gamma_i \neq 0$ na equação (133);
- 3) Causalidade bilateral ou *sistema de feedback* se $x_t \rightarrow y_t$ e $y_t \rightarrow x_t$, isto é, $\beta_i \neq 0$ na equação (130) e $\gamma_i \neq 0$ na equação (133);
- 4) Independência das variáveis se $\beta_i = 0$ e $\gamma_i = 0$.

A causalidade de Granger pode estender-se ao caso de mais de duas variáveis, por exemplo suponhamos X_t e Y_t dois vectores de variáveis. O VAR(k) com variáveis multidimensionais Y e X escreve-se:

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ X_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11,1} & A_{12,1} \\ A_{21,1} & A_{22,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ X_{t-1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} A_{11,k} & A_{12,k} \\ A_{21,k} & A_{22,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-k} \\ X_{t-k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad [134]$$

onde $\varepsilon_t = [\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}]'$ é um processo ruído branco.

- Diz-se que X não causa Y no sentido de Granger sse $A_{12,i} = 0$ ($i = 1, \dots, k$);
- Diz-se que Y não causa X no sentido de Granger sse $A_{21,i} = 0$ ($i = 1, \dots, k$).

Por exemplo no VAR(1) com 3 variáveis:¹⁶³

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ y_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \\ y_{3,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{bmatrix} \quad [135]$$

considerando $X_t = (y_{2t}, y_{3t})'$ podemos ver que X_t não causa y_{1t} no sentido de Granger porque $A_{12,1} = (0, 0)$. E y_{1t} causa X_t no sentido de Granger porque $A_{21,1} = (0.1, 0)' \neq (0, 0)'$. Testar a causalidade de Granger no caso multidimensional não é tão fácil como parece, pois é necessário testar a significância estatística de um bloco de coeficientes. Pesaran e Pesaran (1997, pp. 276-277) dá exemplo da implementação do *teste de não causalidade de Granger em bloco*.

Pesaran e Pesaran (97, pp. 131 e 423) especifica que dado o VAR(k) anterior, (134), supondo que Y_t tem N_1 variáveis e X_t tem N_2 variáveis, o *rácio de verosimilhança* para testar:

¹⁶² Veja também Nunes Santos (1989, pp. 336-337).

$$H_0 : A_{12,i} = 0 \quad [136]$$

isto é, X_t não causa Y_t no sentido de Granger, segue uma distribuição χ^2 com $N_1 \times N_2 \times k$ graus de liberdade.

Pesaran e Pesaran (97, pp. 131), felizmente de acordo com McKenzie (98, p. 84), avisa que estes testes podem dar resultados errados quando existe raízes unitárias nas variáveis do VAR. Assim, perante raízes unitárias sem cointegração deve-se usar o VAR com as 1^{as} diferenças e quando houver cointegração um VAR com MCE, ou seja um VAR restringido como vimos no método de Johansen. No ponto seguinte vamos discutir o teste de causalidade de Granger perante variáveis I(1).

2.6.2.2 Causalidade de Granger em Variáveis I(1)

Como já vimos, o teste de causalidade de Granger do ponto anterior só é válido perante variáveis estacionárias. Perante variáveis integradas temos dois casos:

- 1) Se não houver cointegração entre elas, o teste de causalidade pode ser feito como sugerido no ponto 2.6.2.1, a partir das variáveis em diferenças. Trabalhamos assim com variáveis estacionarizadas;
- 2) Se houver cointegração, a causalidade pode ocorrer por duas vias diferentes: pelos coeficientes da dinâmica de curto prazo e pela relação de longo prazo (termo corrector do erro).

Vejamos como se elabora o teste de causalidade de Granger quando temos variáveis I(1). Suponhamos duas variáveis I(1), x_t e y_t . Se utilizarmos o método de dois passos de Engle e Granger temos:

- a) Regressão de cointegração:

$$y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_t + z_t \quad [137]$$

- b) Modelo MCE:

$$\Delta y_t = a_0 + \sum_{i=1}^{k_1} a_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^{k_2} a_{2i} \Delta x_{t-i} + \alpha_1 \hat{z}_{t-1} + \varepsilon_{1t} \quad [138a]$$

$$\Delta x_t = b_0 + \sum_{i=1}^{k_1} b_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^{k_2} b_{2i} \Delta x_{t-i} + \alpha_2 \hat{z}_{t-1} + \varepsilon_{2t} \quad [138b]$$

e diz-se que x_t não causa y_t no sentido de Granger se a hipótese nula:

$$H_0 : a_{2i} = \alpha_1 = 0 \quad (i = 1, \dots, k_2) \quad [139]$$

¹⁶³ Exemplo de Robalo Marques (1998, p. 166).

não for rejeitada. Ora a diferença em relação à hipótese (131) reside na necessidade da relação de longo prazo não ser também significativa na equação de y_t .¹⁶⁴

Em termos do modelo condicional e marginal desenvolvidos no ponto 2.5.3.2 e 2.6.1.2.2, se os coeficientes de ΔY_{t-i} no modelo marginal de Z_t com exogeneidade fraca forem todos zero [por exemplo, na equação (69) do ponto 2.5.3.2] de forma que podemos substituir ΔX_{t-i} por ΔZ_{t-i} , dizemos que o bloco Z_t , além de fracamente exógeno, é também **fortemente exógeno** com respeito a β , pois Y_t não causa Z_t no sentido de Granger.¹⁶⁵ Note que no VAR de cointegração quando o parâmetro de interesse é β , o teste de exogeneidade forte de Z_t coincide com o teste de não causalidade de Granger de Z_t .

Com o objectivo de exemplificar a causalidade de Granger num VAR(3) com 4 variáveis, suponhamos que temos um vector de variáveis $X_t = (x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t})'$ cuja representação em MCE podemos observar na equação (50) do ponto 2.5.1. Assumindo a existência de dois vectores de cointegração ($r = 2$), a relação de longo prazo é dada pela equação (54) do ponto 2.5.1.

Relativamente à variável x_{4t} :

- Se $\alpha_{41} = \alpha_{42} = 0 \Rightarrow x_{4t}$ é fracamente exógena para β .
- Se $a_{41} = a_{42} = a_{43} = b_{41} = b_{42} = b_{43} = \alpha_{41} = \alpha_{42} = 0$ diz-se que x_{4t} não é causada no sentido de Granger pelas outras 3 variáveis, pelo que é fortemente exógena.

Relativamente ao bloco de variáveis (x_{3t}, x_{4t}) :

- Se $\begin{cases} \alpha_{31} = \alpha_{32} = 0 \\ \alpha_{41} = \alpha_{42} = 0 \end{cases}$ temos que x_{3t} e x_{4t} são fracamente exógenas para β ;
- Se $\begin{cases} a_{31} = a_{32} = b_{31} = b_{32} = \alpha_{31} = \alpha_{32} = 0 \\ a_{41} = a_{42} = b_{41} = b_{42} = \alpha_{41} = \alpha_{42} = 0 \end{cases}$

Podemos dizer que estas duas variáveis (x_{3t}, x_{4t}) não são causadas no sentido de Granger pelas primeiras duas variáveis (x_{1t}, x_{2t}) . Isto significa que o bloco (x_{3t}, x_{4t}) é fortemente exógeno.

¹⁶⁴ O *Microfit* permite testar directamente a hipótese H_0 da equação (139) pelo teste Wald a partir do ECM de y_t .

¹⁶⁵ Veja Harris (1995, p. 99) e Johansen (1992c, p. 322).

ANEXO II

Séries usadas e estudo da sua estacionaridade

- ◆ Dados e respectivas fontes
- ◆ Análise gráfica
- ◆ Testes de Raízes unitárias

Quadro II.1 - Dados Anuais Utilizados: 1954-1995

Unidade: %

ANOS	P	U	Wp	CTUpev	PM
1954:1	0,86580086580086	3,90769760516783	8,36282766848912	2,42331747574385	-2,76106637324407
1955:1	3,43347639484979	3,54829946507901	2,47362616112949	0,61445058492498	3,03088217100411
1956:1	2,90456431535269	2,91692656820084	3,50717841279082	2,12699938630398	2,53809632320861
1957:1	1,61290322580645	2,87466692940563	2,16934943464540	-0,87680053569477	2,75445736418964
1958:1	1,58730158730160	2,77740023504079	-0,13829908967264	-5,04108871359517	-5,95152789149468
1959:1	1,17187499999998	2,97677339323078	4,82935377321301	1,63685544536871	-2,18719395911349
1960:1	2,70270270270272	2,39885428901161	6,70673145791776	2,54904260236282	2,63176820111064
1961:1	1,87969924812030	3,04045940067201	7,77589832544205	4,90068882679193	-2,73185239391511
1962:1	2,58302583025829	3,20499870532528	5,96830796117445	-4,81945949161342	-0,19419947663014
1963:1	1,79856115107915	3,33232057384663	10,29620871220980	6,37138140945464	1,47070437892449
1964:1	3,53356890459364	3,42909912722671	9,28663310110824	4,46049321033302	3,90800744112121
1965:1	3,41296928327646	2,62160374238963	10,60858392089930	3,53752340147706	0,46635010552147
1966:1	5,28052805280528	1,83318755956141	8,86946427850861	6,44414716738835	1,25134633375588
1967:1	5,32915360501569	2,53669423721415	14,60781402228950	10,38411353977000	-1,80748935802246
1968:1	5,95238095238095	3,05638126920046	8,90237500993278	3,79959690463763	-4,79111391224472
1969:1	8,98876404494380	2,56260955365354	11,07782260124120	9,57482564905001	0,83186270143636
1970:1	6,44329896907216	2,67398733459666	14,73801997290640	6,11981061001230	6,46419066032193
1971:1	11,86440677966100	2,42473400646202	14,12174011288700	4,97998718866313	3,84818865919592
1972:1	10,60606060606060	1,79028201208361	13,81670368420330	5,74832099320415	1,98446291201919
1973:1	13,11154598825830	1,42993105536567	16,88917282476210	13,45737428642000	11,05609241832060
1974:1	25,08650519031140	2,13501422765634	35,21643746548460	30,16014712991030	40,02864601673360
1975:1	15,21438450899030	3,99002401577965	31,02818666623450	37,31770021122730	10,79786750895690
1976:1	20,04801920768310	5,73572740741360	18,73085077827920	13,34650521679650	12,85699753205000
1977:1	27,40000000000000	6,72553830886805	14,05846054311280	8,78907339575068	26,88940065154340
1978:1	21,97802197802200	7,25843618866191	11,19889248813050	8,73524498745961	20,55335547090810
1979:1	24,19562419562420	7,32877389214340	14,72094771959650	9,63574193799723	33,15486730680420
1980:1	16,58031088082900	6,92784238619807	21,78290702648380	20,63131858790990	24,11554561386920
1981:1	19,95555555555550	7,32769206013699	23,84498472790310	20,82690803993450	22,07243468156180
1982:1	22,37865876250460	7,10673003468891	24,76306767915640	22,32933036663680	14,71668427159020
1983:1	25,52225249772930	8,31879281403562	20,17839704361210	16,93156960345690	26,53893934258960
1984:1	29,30535455861070	9,06472058709584	8,65362643449736	11,40692879726850	31,09424299490560
1985:1	19,30609960828200	9,56087206708437	20,01521314304910	17,68534906413840	10,11629805590010
1986:1	11,67917448405250	9,86001370166238	19,89404991605670	15,76174588613790	-9,07359852782674
1987:1	9,43581128377433	8,70396339056088	14,80740218743790	9,09747873275533	5,92435380834397
1988:1	9,60212201591513	7,65329463768881	10,84326650442700	9,32422930525783	6,98738236058989
1989:1	12,58470474346560	7,03924821710359	15,75188842262270	13,16924008315010	8,10288201790113
1990:1	13,37059329320720	6,83493769516632	16,86494467152930	9,82553358293083	2,46546562480112
1991:1	11,35857461024500	6,34629738641023	17,37612106947850	14,41592598478150	-0,29808991527537
1992:1	8,93999999999999	5,23885657993687	15,96299751703620	13,56393625421320	-5,28158342834988
1993:1	6,50816963466128	6,62182330864016	8,40137310185123	6,16515987061554	0,37584020686658
1994:1	5,21416874946135	7,97114398380672	4,30442220652110	1,06854139604777	2,99253483933763
1995:1	4,12024901703800	8,34581045419396	9,74694832182765	6,64305101607165	1,56783162528820

Fonte: Veja "Descrição das Variáveis Anuais: 1954-95".

Quadro II.1 - Dados Anuais Utilizados: 1954-1995 (continuação)

Unidade: %

ANOS	E	PF	SPA	M	y
1954:1	0,00000000000000	-2,76106637324406	0,79395018103666	8,85464694116651	5,17728515681872
1955:1	0,00000000000000	3,03088217100411	1,39488664090917	5,64027432638241	3,09147976337674
1956:1	0,00000000000000	2,53809632320861	1,89712226576424	6,74099312658045	3,60488344017558
1957:1	0,00000000000000	2,75445736418964	1,67301982693813	8,28290120551351	4,61755499105387
1958:1	-0,71428571428571	-5,27492017848386	1,64168181739677	7,67538109679460	6,05946191369846
1959:1	0,00000000000000	-2,18719395911349	1,45673290619978	6,85606689130738	3,99157837915580
1960:1	-0,08278777445793	2,71680515809531	1,30686867956227	6,16179979013114	4,79159773269244
1961:1	0,51546391752577	-3,23066340727967	0,05063915752268	2,19581976771797	3,58018049054571
1962:1	-0,18709073900840	-0,00712206234081	0,29045306400891	12,51953815599460	10,52824250386250
1963:1	0,18744142455478	1,28086208822498	-0,07946273899793	13,59896695656000	3,83971395421301
1964:1	0,23485204321279	3,66454912940348	0,29021214420625	16,80152480695520	6,05332642815828
1965:1	-0,09385265133738	0,56072901590709	1,15103819315502	10,22912928657690	9,41096774900439
1966:1	-0,09376465072670	1,34637340680495	1,35012270443380	13,76488748886180	4,55373336419926
1967:1	-0,37365716954693	-1,43920989944966	1,22849613522066	15,43756687884040	4,15333412904761
1968:1	-3,90484739676843	-0,92228014781931	1,37416679512882	5,49869556492073	5,07289760598886
1969:1	-0,80142475512020	1,64648277712121	1,86722207647674	26,71268240984810	2,43484049373264
1970:1	0,53715308863027	5,89537040746178	2,84213284856239	16,53477449655790	8,47492081684889
1971:1	0,63063063063062	3,19739428084824	2,06399975994613	19,98809940067600	10,48876456621490
1972:1	1,09289617486337	0,88192817783523	0,96611632809288	22,47790144222170	10,37835357592510
1973:1	-1,74496644295302	13,02840007055860	1,68268533076015	28,78180725305550	4,92088856994835
1974:1	1,36054421768710	38,14906687556940	-1,00425243550303	13,60527680539350	2,91463933538039
1975:1	3,07371173963580	7,49381742343032	-3,81158530875777	11,33311459507270	-5,09508087522081
1976:1	9,48038176033934	3,08421994645791	-5,31947547997471	17,66863053121730	2,29005662970021
1977:1	27,63941526800220	-0,58760424033910	-4,10274346517447	16,47650180872590	6,01659785256752
1978:1	25,56084296397010	-3,98809642787988	-6,27740993220159	20,76803841313950	6,16534651718381
1979:1	17,96311146752210	12,87839533078510	-5,80059443585313	31,23358848592950	7,10102339691112
1980:1	3,35681723995025	20,08452749248850	-8,48576170205483	28,37144387474610	4,76421847236541
1981:1	5,82010582010581	15,35845077407600	-12,46345400054420	23,98958703051160	2,17481900906116
1982:1	14,40677966101700	0,27087958553806	-8,54790780119619	24,09187833046380	2,16327159399914
1983:1	25,72298325722980	0,64901107515902	-6,71235285914639	16,84338023999610	0,97171935299147
1984:1	21,44177449168210	7,94822748895574	-10,17366247857620	24,84372789829110	-1,04188059630762
1985:1	12,70833333333330	-2,29977251971893	-10,28422313590130	24,32436228398630	1,63641130274679
1986:1	7,62331838565020	-15,51421863210570	-5,89957110680564	19,76706190674670	3,31988161390269
1987:1	7,16960696124684	-1,16194617878290	-5,52664816436241	17,03402388790860	7,63221697813012
1988:1	5,05477127208209	1,83962238469162	-3,17292177846692	18,28754728928570	5,33999286368434
1989:1	3,14187677159481	4,80988459933915	-2,12927048285520	13,07102509801760	6,64862944018647
1990:1	3,18339952587667	-0,69578430675323	-5,02844580143211	8,95225716999790	7,85944267399972
1991:1	-0,72841744941831	0,43348511536387	-5,99756409939106	24,78388656054000	3,36986231108036
1992:1	-3,20869325129175	-2,14160780207237	-2,94641173988981	17,00188218144280	3,13009945497980
1993:1	6,09725477067291	-5,39261319830852	-6,09715875415043	7,15259097993137	-0,68732425829241
1994:1	4,27644664651139	-1,23125772738124	-6,06888317176033	9,11463107960257	1,48914783190639
1995:1	-1,97158814414040	3,61060605024688	-5,74211757413980	8,01375634493264	2,30730651451829

Fonte: Veja "Descrição das Variáveis Anuais: 1954-95".

DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS ANUAIS 1954-1995

P = Taxa de inflação [calculada a partir do IPC anual para o Continente (sem habitação)]

Fonte: IPC fornecido gentilmente pelo INE, Direcção Regional do Alentejo.

U = Taxa de desemprego (sentido lato)

Fonte: Séries Longas para a Economia Portuguesa, Banco de Portugal, 1999.

Wp = Taxa de variação dos salários nominais médios privados.

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999" e no TCO do SPA fornecido gentilmente pelo Banco de Portugal.

Fórmulas:

$$Wp = (SMP_t/SMP_{t-1}-1)*100$$

$$SMP = \text{Rem. Privado}/\text{TCO privado}$$

$$\text{Rem Privado} = \text{Remunerações Totais} - \text{Remunerações do SPA}$$

$$\text{TCO privado} = \text{TCO} - \text{TCO do SPA}$$

Remunerações Totais = Ordenados e Salários + Contribuições Sociais e fictícias dos empregados.

Siglas:

SMP = Salário médio do sector privado

TCO = Trabalhadores por conta de outrem

SPA = Sector público administrativo.

CTUPEV = Taxa de variação do CTUP das empresas, base VAB.

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

Fórmulas:

$$CTUPEV = (CTUPe_t/CTUPe_{t-1}-1)*100$$

$$CTUPe = \text{Rem privado}/\text{VAB}_{\text{pct}} \text{ privado}$$

$$\text{VAB}_{\text{pct}} \text{ privado} = \text{VAB}_{\text{pct}} - \text{Rem SPA}_{\text{pct, p. SPC}}$$

$$\text{Rem SPA}_{\text{pct, p. SPC}} = \text{Rem SPA}/\text{Deflator SPC}(\text{cp})$$

Siglas:

CTUPe = Custo de trabalho por unidade produzida para a empresas, base VAB.

SPC(cp) = Serviços prestados à colectividade (componente pública) da rubrica 9 da CAErev.1

Rem SPA_{pct}, p. SPC = Remunerações do SPA a preços constantes, deflacionados pelo deflador de SPC(cp).

PM = Taxa de inflação implícita nas importações

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

Fórmulas:

$$PM = (IBS_{pc} / IBS_{pct} - 1) * 100$$

IBS_{pc} = Importações de bens e serviços a preços correntes

IBS_{pct} = Importações de bens e serviços a preços constantes do ano anterior

E = Taxa de câmbio efectiva nominal do escudo (pelo incerto; (-) significa apreciação ou valorização).

Fonte: Cálculos efectuados com base nos dados (ITCE) de Abel Mateus (1998).

1954-59: Cálculos de Abel Mateus em relação à £, \$, FF e DM.

1960-95: Cálculos do BP em relação a 22 moedas, de acordo com Mateus(98).

Fórmulas:

$$TCE = (ITCE_t / ITCE_{t-1} - 1) * 100$$

$$E = [100 / (100 + TCE) - 1] * 100$$

Siglas: ITCE = índice de taxa de câmbio efectiva nominal do Escudo pelo certo.

TCE = Taxa de câmbio efectiva nominal do Escudo pelo certo.

PF = Taxa de inflação implícita nas importações em moeda externa.

Cálculo: Partindo do princípio que a taxa de câmbio efectiva abrange os países donde importamos a maior parte de mercadorias, e como E representa a taxa de câmbio pelo incerto, isto é, o preço de uma unidade de moeda estrangeira em unidades de moeda nacional (M_d / M_f) temos que:

$$IPF = IPM / IE \Leftrightarrow PF = (IPM / IE - 1) * 100$$

[veja Dornbusch e Fischer (1982), 2ª edição, p. 618]

Siglas: IPM = índice de preços implícito nas importações

IE = índice de taxa de câmbio efectiva nominal pelo incerto.

SPA = Peso do Saldo do Sector Público Administrativo no PIBpm(pc)

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

$$\text{SPA} = [\text{Cap.}(+) \text{ ou Nec.}(-) \text{ Financiamento das Adm. Públicas} / \text{PIBpm(pc)}] * 100$$

$$\text{Cap.}(+) \text{ ou Nec.}(-) \text{ Financiamento} = \text{Receita Total} - \text{Despesa Total}$$

$$\text{Adm. Públicas} = \text{Adm. Central (Estado + Fundos e Serviços Autónomos + Inst.}$$

Particulares sem fim lucrativo) + Adm. Local e Regional + Segurança Social.

M = Taxa de variação do Stock Nominal de Moeda (M2')

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

Fórmulas:

$$M = (M2'_t / M2'_{t-1} - 1) * 100$$

$$M2' = M1' + \text{Quase Moeda (sector residente não financeiro)}$$

$$M1' = \text{Circulação Monetária} + \text{DO}$$

Quase Moeda (s. r. não financeiro) = DP, com pré-aviso e de poupança + outras responsabilidades quase monetárias.

Siglas:

DO = Depósitos à ordem.

DP = Depósitos a prazo.

Y = Taxa de variação do PIBpm real.

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

$$Y = (\text{PIBpct}_{,t} / \text{PIBpct}_{,t-1} - 1) * 100$$

$$\text{PIBpct} = \text{PIBpc} / \text{Deflador do PIB}$$

MY = Taxa de variação do stock nominal de moeda corrigida pela taxa de crescimento real do PIBpm (aprox. M - Y).

$$\text{MY} = (\text{IM}/\text{IY} - 1) * 100$$

IM = índice de crescimento do stock nominal de moeda

IY = índice de crescimento real do PIBpm.

DESCRIÇÃO SUPLEMENTAR DE VARIÁVEIS ANUAIS 1960-95:
(Variáveis do Quadro I do "Anexo ao Cap. 2" não utilizadas no estudo econométrico)

Py = Taxa de inflação implícita no PIBpm

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

Fórmula: $Py = [PIBpm(pc)/PIBpm(\text{preços ano anterior}) - 1]*100$.

W = Taxa de variação dos salários nominais médios totais.

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999".

Fórmulas:

$$W = (SMT_t/SMT_{t-1})*100$$

$$SMT = \text{Rem. Totais}/TCO$$

onde SMT = Salário médio total.

Q = Taxa de variação da produtividade média do trabalho

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999".

Fórmulas:

$$Q = (PMT_t/PMT_{t-1} - 1)*100.$$

$$PMT = PIBpct / N$$

Siglas: PMT = Produtividade média do trabalho

N = Emprego total

CTUP = Taxa de variação do custo do trabalho por unidade produzida total

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

Fórmulas:

$$CTUP = (CTUPT_t/CTUPT_{t-1})*100$$

$$CTUPT = \text{Rem totais}/PIBpm_{pct}$$

onde CTUPT = Custo de trabalho por unidade produzida total

CTUPE = Taxa de variação do CTUP das empresas, base PIB.

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

Fórmulas:

$$CTUPE = (CTUPem_t/CTUPem_{t-1})*100$$

$$CTUPem = \text{Rem privado}/PIB_{pct} \text{ privado}$$

$$PIB_{pct} \text{ privado} = PIBpm_{pct} - \text{Rem SPA}_{pct}$$

$$\text{Rem SPA}_{pct} = \text{Rem SPA}/\text{Deflator PIB}$$

Siglas:

CTUPem = Custo de trabalho por unidade produzida para a empresa, base PIB.

Rem SPA_{pct} = Remunerações do SPA a preços constantes, deflacionados pelo deflador do PIB

Wg = Taxa de Variação do salário médio das Administrações Públicas

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999" e no TCO do SPA fornecido gentilmente pelo Banco de Portugal.

Fórmulas:

$$Wg = (SM_{SPA,t}/SM_{SPA,t-1}-1)*100$$

$$SM_{SPA} = \text{Rem. do SPA/TCO do SPA}$$

onde SM_{SPA} = Salário médio do Sector Público Administrativo.

PI = Peso da Procura Interna no PIBpm

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

$$\text{Fórmula: } [(X_{pct77} - M_{pct77})/PIB_{pm,pct77}] * (-1) + 100$$

≡ $[(C+G+I)_{pct77}/PIB_{pm,pct77}] * 100$ que traduz o peso da proc. interna no PIB.

TT = Evolução anual dos termos de troca

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

$$\text{Fórmula: } TT = (I_{px} / I_{pm} - 1) * 100$$

I_{px} = Índice de preços implícito nas exportações (base móvel).

I_{pm} = Índice de preços implícito nas importações (base móvel).

GA = Grau de Abertura da Economia

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

$$\text{Fórmula: } \{[(X_{pct77} + M_{pct77})/2]/PIB_{pm,pct77}\} * 100$$

X_{pct77} = Exportações de Bens e Serviços a preços constantes de 1977.

M_{pct77} = Importações de Bens e Serviços a preços constantes de 1977.

BTC = Peso do Saldo da Balança de Transacções Correntes no PIBpm(pc)

Fonte: Cálculos efectuados com base nas "Séries Longas ..., 1999"

$$\text{Fórmula: } BTC = [\text{Saldo da BTC} / PIB_{pm}(pc)] * 100$$

Dívida Pública = Peso da Dívida Pública no PIBpm(pc)

Fonte: Cálculos efectuados utilizando o *Stock* da Dívida Pública de Abel Mateus (98) e o PIBpm das "Séries Longas ..., 1999".

$$\text{Fórmula: } \text{Dívida Pública} = [\text{Stock da Dívida Pública}/PIB_{pm}(pc)] * 100$$

Fig. II.1 - Taxa de inflação

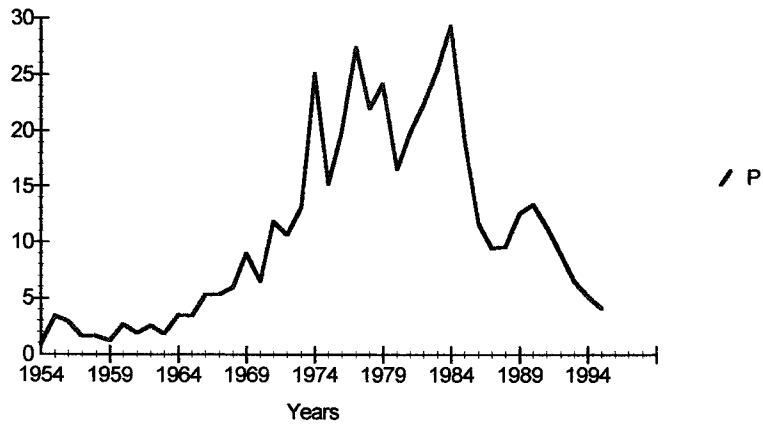


Fig. II.2 - Taxa de desemprego (sentido lato)

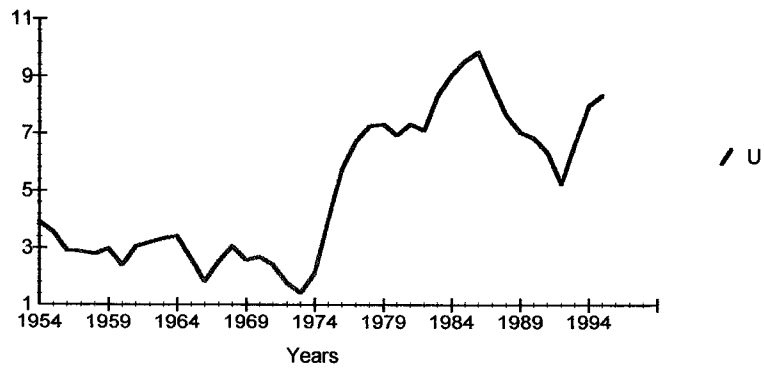


Fig. II.3 - Taxa de variação dos salários nominais médios privados

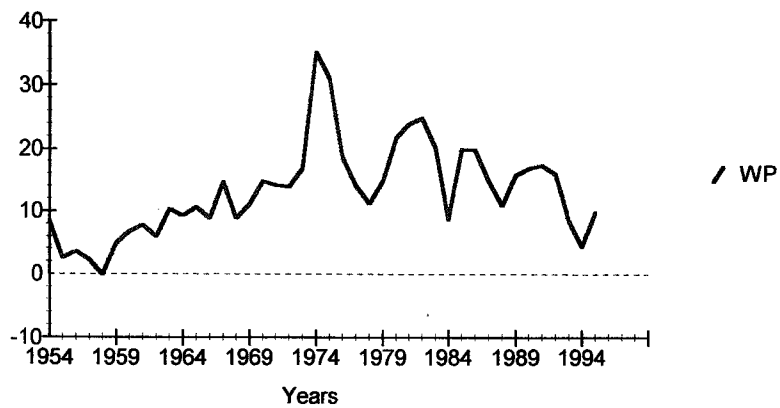


Fig. II.4 - Taxas de variação dos custos unitários de trabalho das empresas

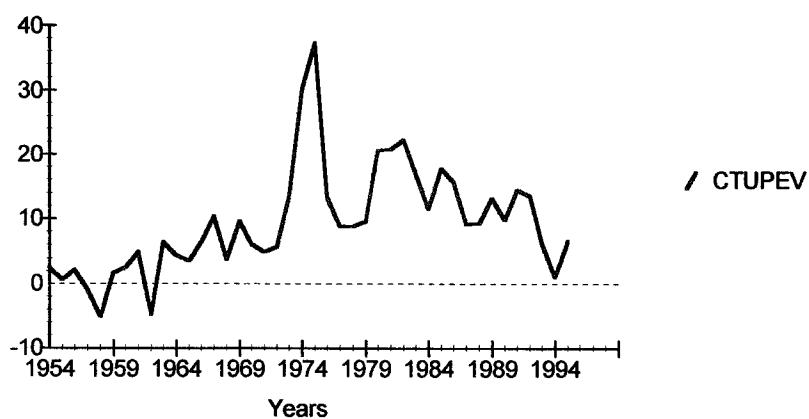


Fig. II.5 - Taxa de inflação implícita nas importações

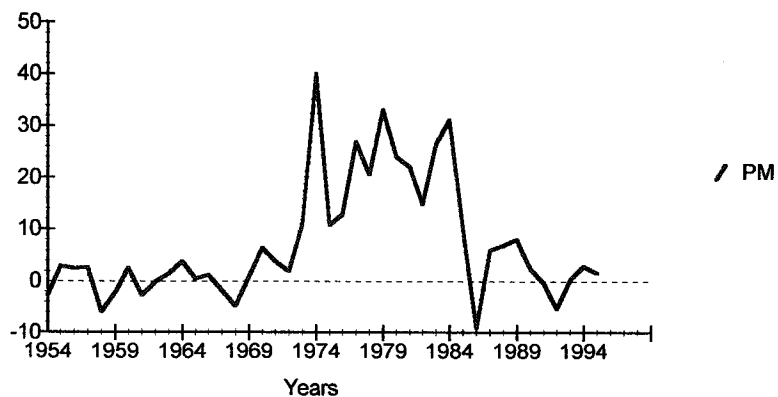


Fig. II.6 - Taxa de variação do stock nominal de moeda (M2)

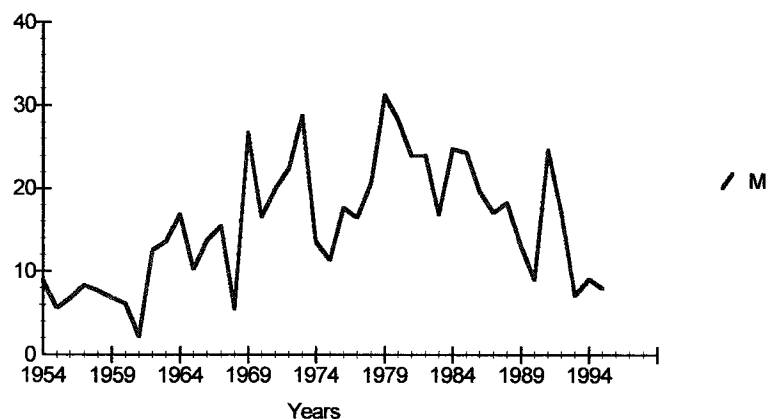


Fig. II.7 - Taxa de variação do stock nominal de moeda corrigida pela taxa de variação real do PIBpm

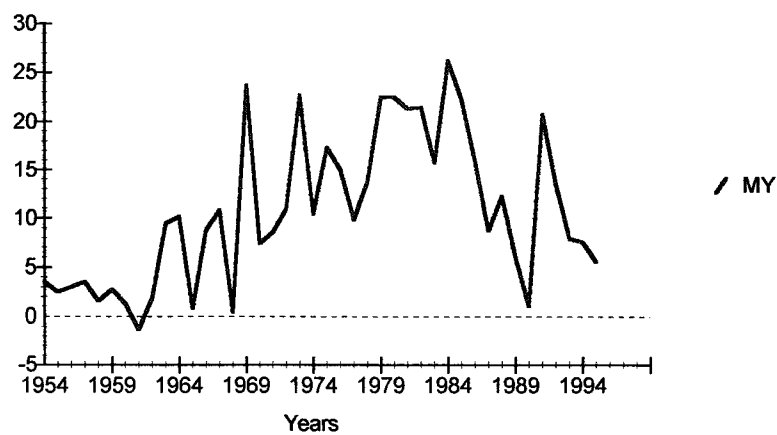


Fig. II.8 - Taxa de variação real do PIBpm

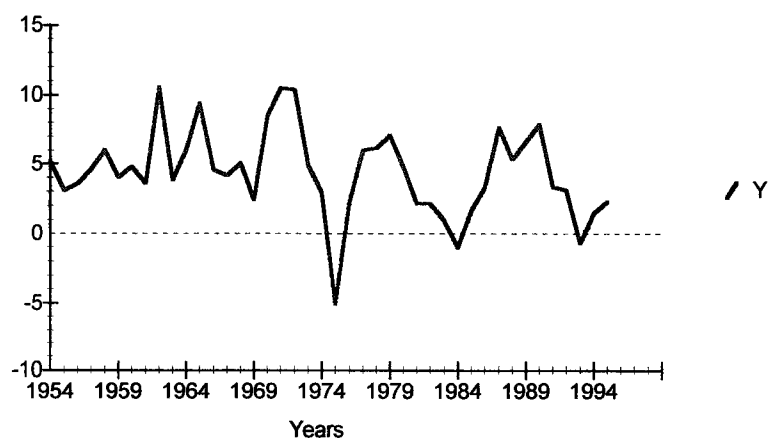


Fig. II.9 - Peso do Saldo do Sector Público Administrativo no PIBpm(pc)

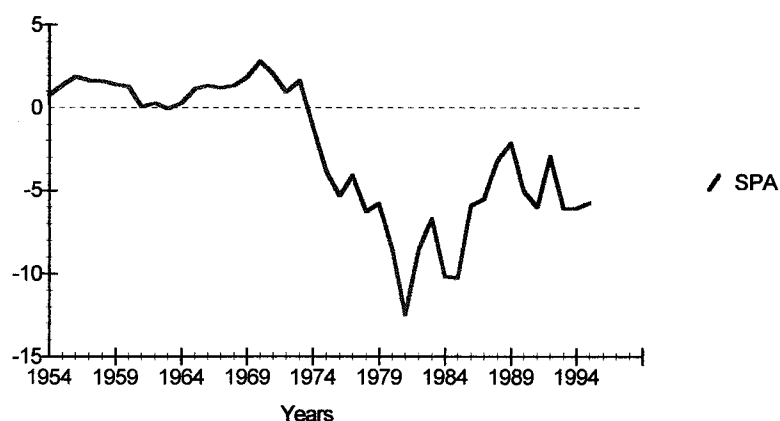


Fig. II.10 - Taxa de câmbio efectiva nominal do Escudo (pelo incerto)

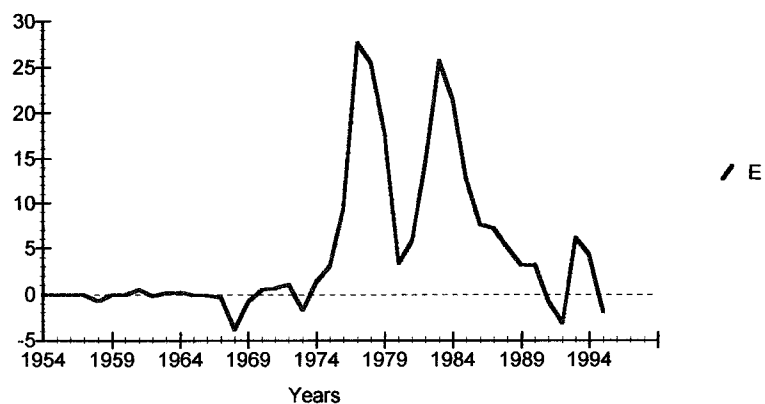
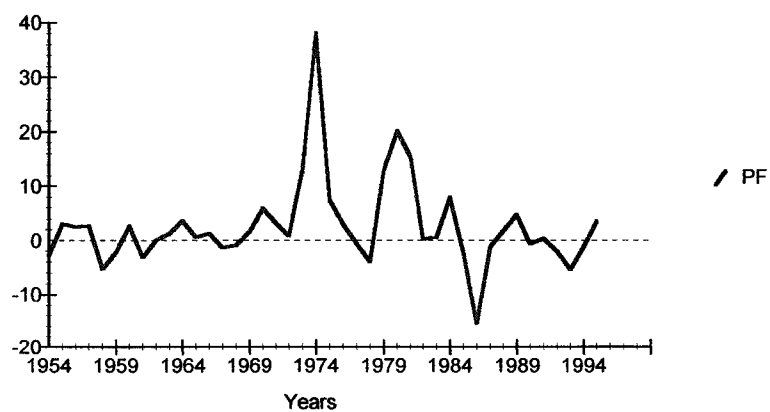


Fig. II.11 - Taxa de inflação implícita nas importações em moeda externa



Fonte das Figs. II: Quadro II.1. Veja "Descrição das Variáveis Anuais: 1954-95".

**Quadro II.2 - Testes sobre a existência de duas raízes unitárias
(Modelo com constante, Dados anuais: 1954-1995)**

Variáveis (1)	Teste de Dickey-Pantula(1987)							
	1º passo				2º passo		2º passo alternativo	
	k	τ_{β_2}	LM(1) (versão F)	Q(4)	k	τ_{β_1}	k+1	τ_{β_1}
U	0	-3.7914 ^a	0.7766[.384]	1.667[.797]	0	-1.3184	1	-1.3183
P	3	-4.3814 ^a	3.1880[.084]	1.515[.824]	3	-1.2100	4	-1.2200
WP	1	-5.9006 ^a	1.7575[.194]	3.920[.417]	1	-2.2119	2	-2.2119
CTUPEV	0	-6.3341 ^a	0.7275[.399]	6.510[.164]	0	-2.9512 ^b	1	-2.9512 ^b
PM	1	-7.2401 ^a	1.6488[.208]	1.312[.859]	1	-1.5911	2	-1.5911
E	2	-6.0322 ^a	0.0028[.958]	0.069[.999]	2	-1.2958	3	-1.2958
PF	1	-6.6865 ^a	1.9630[.170]	4.820[.306]	1	-3.1175 ^b	2	-3.1175 ^b
SPA	1	-6.2116 ^a	2.9966[.092]	3.511[.476]	1	-1.0536	2	-1.0535
M	0	-9.2595 ^a	3.5795[.066]	4.376[.357]	0	-2.4106	1	-2.4106
Y	4	-5.4509 ^a	0.2246[.639]	2.154[.708]	4	-2.1093	5	-2.1093
MY	1	-7.6901 ^a	0.7247[.400]	1.458[.834]	1	-1.7117	2	-1.7117

^a = significativo a 1%; ^b = significativo a 5%; ^c = significativo a 10%.

(1) Veja "Descrição das Variáveis Anuais: 1954-95".

Nota: "significativo" significa que se rejeita a hipótese H0.

**Quadro II.2 - Testes sobre a existência de duas raízes unitárias (continuação)
(Modelo com constante, Dados anuais: 1954-1995)**

Variáveis (1)	Teste de Hasza e Fuller (1979)			
	k	F	LM(1) (versão F)	Q(4)
U	0	8.196 ^b	0.3257[.572]	0.7176 [.949]
P	3	10.489 ^a	3.3027[.079]	1.5154[.824]
WP	0	26.982 ^a	0.1609[.691]	1.3212[.858]
CTUPEV	0	28.485 ^a	0.1437[.707]	0.3708[.985]
PM	0	37.763 ^a	2.7504[.106]	4.1811[.382]
E	0	17.595 ^a	2.8316[.101]	2.3696[.668]
PF	0	43.937 ^a	0.2620[.612]	0.3646[.985]
SPA	5	2.9359	4.8973[.036]	2.7151[.606]
	0	23.5373 ^a	0.9325[.341]	7.7643[.101]
M	0	51.2023 ^a	1.5618[.219]	1.3893[.846]
Y	0	44.8937 ^a	1.6496[.207]	5.4258[.246]
MY	0	61.9592 ^a	3.6786[.063]	3.5951[.464]

(1) Veja "Descrição das Variáveis Anuais: 1954-95".

Notas:

Sobre modelos e hipóteses dos testes veja ponto 1.2 do Anexo I "Testes sobre a existência de raízes unitárias duplas" cuja correspondência da simbologia é: $\beta_1 = \rho_1 - 1$, $\beta_2 = \rho_2 - 1$, $k = p - 2$, $k + 1 = p - 1$.

Valores críticos: τ_{β_1} e $\tau_{\beta_2} \rightarrow$ Fuller(1976), F \rightarrow Hasza e Fuller(1979), ambos para T=50.

O k foi seleccionado começando com k-max=5 e removendo sequencialmente o último lag se insignificante ao nível de 5% até obter um lag significativo.

A maioria dos cálculos foram elaborados no RATS for Windows (version 4.31).

O 2º passo alternativo e teste LM(1) calculados pelo Microfit 4.0: 2º passo faz-se ADF variável(k+1).

LM - Teste LM para autocorrelação residual (H0: ausência de autocorrelação). [Veja Anexo III].

Q (.) - Estatística de Ljung-Box usada para testar se um grupo de autocorrelações é significativamente diferente de zero. H0: ausência de autocorrelação até à ordem (.). Se rejeitarmos H0, isto significa que pelo menos uma autocorrelação é diferente de zero. Q(.) segue um χ^2 com (.) graus de liberdade. [veja Enders (1996, p. 31) e Thomas DOAN, RATS User's Manual (1996, p. F3)]

Quadro II.3a: Testes de uma raiz unitária: ADF, PP e KPSS

- Início dos testes em modelos com tendência.

- Dados Anuais: 1954-1995.

Variáveis (I)	Teste ADF								
	Mod.	k	$\tau_{\rho-1}$	Φ_3	Φ_1	$\tau_{\beta\tau}$	$\tau_{\mu\tau}; \tau_{\mu\mu}$	LM(1) versão F	Q(4)
U	1 (CT)	1	-2.7045	3.7310	-	0.35499	0.65376	0.0229[.881]	0.4167[.981]
	2 (C)	1	-1.3184	-	1.0989	-	0.67161	0.3257[.572]	0.7176[.949]
	3	1	0.0062	-	-	-	-	0.8506[.362]	1.6257[.804]
P	1 (CT)	4	0.1810	1.9547	-	-2.00035	0.75003	1.4327[.241]	1.0307[.905]
	2 (C)	4	-1.2200	-	0.7906	-	0.30231	3.3027[0.79]	1.2263[.874]
	3	4	-0.4035	-	-	-	-	3.5883[.068]	1.1935[.879]
WP	1 (CT)	0	-2.6171	3.5181	-	-0.40330	0.03824	2.1974[.147]	3.2652[.514]
	2 (C)	0	-2.5083	-	3.1465	-	0.03865	0.9367[.339]	3.2865[.511]
	3	0	-1.1433	-	-	-	-	0.0523[.820]	6.2557[.181]
CTUPEV	1 (CT)	0	-2.9286	4.3813	-	-0.39471	0.09621	2.0579[.160]	3.1887[.527]
	2 (C)	0	-2.7556	-	3.8021	-	0.09724	0.7465[.393]	2.7305[.604]
	3	0	-1.6869	-	-	-	-	0.0488[.826]	5.4528[.244]
PM	1 (CT)	0	-2.9254	4.3947	-	-0.44068	0.06767	0.1144[.737]	3.4769[.481]
	2 (C)	0	-2.9753 ^b	-	4.4290 ^c	-	1.6800 [.101]	0.1679[.684]	3.5199[.475]
	3	0	-2.4026 ^b	-	-	-	-	0.6111[.439]	4.8191[.306]
E	1 (CT)	1	-3.1178	5.0270	-	-0.51914	-0.06815	2.3556[.134]	1.8286[.767]
	2 (C)	1	-3.0771 ^b	-	4.7395 ^c	-	1.5524 [.129]	2.8316[.101]	2.369[.668]
	3	1	-2.6108 ^b	-	-	-	-	4.1643[.048]	5.2668[.261]
PF	1 (CT)	0	-4.0229 ^b	8.1044 ^b	-	-0.1610 [.873]	1.3396 [.188]	2.4627[.125]	3.0103[.556]
	2 (C)	0	-4.0740 ^a	-	8.3072 ^a	-	1.3566 [.183]	2.5592[.118]	2.9995[.558]
	3	0	-3.8039 ^a	-	-	-	-	1.7010[.200]	3.2652[.514]
SPA	1 (CT)	6	-4.0676 ^b	8.2772 ^b	-	-3.4250 [.002]	-3.0674 [.005]	0.0486[.945]	1.5873[.811]
	2 (C)	6	B	-	-	-	-		
	3	6	B	-	-	-	-		
M	1 (CT)	0	-3.3368 ^c	5.7622 ^c	-	-0.55642	-0.01862	1.2739[.266]	1.6775[.795]
	2 (C)	0	-3.2701 ^b	-	5.3470 ^b	-	2.9492 [.005]	2.1216[.153]	2.2486[.690]
	3	0	A	-	-	-	-		
Y	1 (CT)	3	-4.8501 ^a	11.8366 ^a	-	-2.0593 [.048]	4.4895 [.000]	0.1021[.751]	0.2665[.992]
	2 (C)	3	B	-	-	-	-		
	3	3	B	-	-	-	-		
MY	1 (CT)	0	-3.9708 ^b	8.0139 ^b	-	1.5896 [.120]	3.4038 [.002]	2.0737[.158]	3.7729[.438]
	2 (C)	0	-3.6045 ^b	-	6.4972 ^b	-	2.9550 [.005]	4.1011[.050]	4.9019[.298]
	3	0	A	-	-	-	-		

A - Rejeita-se que a série tenha constante nula.

B - Rejeita-se que a série tenha tendência nula.

^a = significativo a 1%;

^b = significativo a 5%;

^c = significativo a 10%.

(I) Veja "Descrição das Variáveis Anuais: 1954-95".

Nota1: "significativo" significa que se rejeita hipótese H0.

Nota2: veja continuação do Quadro II.3a na pág. seguinte.



Quadro II.3a: Testes de uma raiz unitária: ADF, PP e KPSS (continuação)

Variáveis (1)	Teste PP			Teste KPSS		
	Mod.	m	$Z(\tau_{p-1})$	m_t m_μ	$\hat{\eta}_t$	$\hat{\eta}_\mu$
U	1 (CT)	1	-2.0957	2	0.15137 ^b	0.83395 ^a
	2 (C)	1	-0.8124	3		
	3	1	0.3076			
P	1 (CT)	5	-1.1008	2	0.27959 ^a	0.52559 ^b
	2 (C)	5	-1.6513	3		
	3	5	-0.7998			
WP	1 (CT)	0	-2.6171	1	0.30630 ^a	0.77076 ^a
	2 (C)	0	-2.5083	1		
	3	0	-1.1433			
CTUPEV	1 (CT)	0	-2.9286	1	0.25425 ^a	0.79008 ^a
	2 (C)	0	-2.7556	1		
	3	0	-1.6869			
PM	1 (CT)	12	-3.2212 ^c	1	0.31277 ^a	0.31266
	2 (C)	12	-3.2261 ^b	3		
	3	12	-2.7104 ^a			
E	1 (CT)	3	-2.1295	1	0.21283 ^b	0.42535 ^c
	2 (C)	3	-2.1919	2		
	3	3	-1.8929			
PF	1 (CT)	12	-3.9074 ^b	12	0.11993	0.12002
	2 (C)	12	-3.9713 ^a	12		
	3	12	-4.0589 ^a			
SPA	1 (CT)	8	-2.3253	8	0.08104	0.78810 ^a
	2 (C)	8	-1.3916	3		
	3	8	-0.9289			
M	1 (CT)	0	-3.3368 ^c	1	0.33254 ^a	0.55741 ^b
	2 (C)	0	-3.2701 ^b	2		
	3	0	-1.2938			
Y	1 (CT)	4	-3.8334 ^b	4	0.05999	0.25768
	2 (C)	4	-3.7568 ^a	4		
	3	4	-1.9516 ^b			
MY	1 (CT)	0	-3.9708 ^b	1	0.31724 ^a	0.55695 ^b
	2 (C)	0	-3.6045 ^b	3		
	3	0	-1.8900 ^b			

Notas do Quadro II-3a:

Modelos: 1 (CT) - Modelo 1 tem constante e tendência;
 2 (C) - Modelo 2 tem constante;
 3 - Modelo sem constante, nem tendência.

Símbolos:

τ_{p-1} corresponde a $\tau_\tau, \tau_\mu, \tau$ conforme o modelo 1, 2 ou 3.

$Z(\tau_{p-1})$ corresponde a $Z(t_{\tilde{p}-1}), Z(t_{\hat{p}-1}), Z(t_{\tilde{p}-1})$ conforme o modelo 1, 2 ou 3. [De acordo com simbologia usada no ponto 1.1 do Anexo I]

$\hat{\eta}_t$ corresponde a estacionaridade em tendência e $\hat{\eta}_\mu$ a estacionaridade em níveis.

Notas do Quadro II-3a (continuação):

Cálculos:

O k foi seleccionado começando com $k\text{-max}=6$ no modelo com trend e removendo sequencialmente o último *lag* se insignificante ao nível de 5% até obter um *lag* significativo.

O m foi calculado por recurso à FAC dos resíduos da equação do teste, escolhendo o maior *lag* significativo a 5% (entre as autocorrelações), isto é, o maior coeficiente de autocorrelação dentro da banda de $\pm 2\sigma$ [feito no *Microfit 4.0* por *Cor resids* da equação do teste PP, por ex. `dy inpt t y(-1)` ou `y inpt t y(-1)` ou, para ser mais correcto, `y inpt trenddf y(-1)`, e no caso do KPSS a equação do teste é `y inpt t e y inpt consoante tem ou não tend`, a que corresponde m_t e m_μ]. (veja Cruz e Lopes(99), p. 219, nota pé página 9). Por recurso à fórmula $m = \text{int}[4(T/100)^{2/9}]$ de Newey e West(94), teríamos $m=3$ no nosso caso.

Sobre Testes individuais veja Enders(1995, p. 223) e Robalo Marques (1998, pp.281-286). Note que no caso de rejeitarmos H_0 de existência de uma raiz unitária, podemos recorrer à distribuição normal t-Student para testar CT e C. Nestes casos em vez de $\tau_{\beta\tau}$, $\tau_{\mu\tau}$ e $\tau_{\mu\mu}$ temos $t_{\beta\tau}$, $t_{\mu\tau}$ e $t_{\mu\mu}$ (com p-values do *Microfit 4.0* entre parêntesis). Neste caso os testes individuais foram feitos pelo t-rácio normal numa regressão do tipo: ex. `dspa inpt trenddf spa(-1) dspa{1-6}` no *Microfit*, para a série SPA, em que `trenddf` é o *trend* centrado.

$\tau_{\beta\tau} \rightarrow H_0: \beta=0$, dado $\rho-1=0$ no modelo 1; $\tau_{\mu\tau} \rightarrow H_0: \mu=0$, dado $\rho-1=0$ no modelo 1;

$\tau_{\mu\mu} \rightarrow H_0: \mu=0$, dado $\rho-1=0$ no modelo 2.

A maioria dos cálculos foram elaborados no Programa *RATS (version 4.31)*, excepto quando é expressamente referido o Programa *Microfit 4.0*. Utilizaram-se algumas "procedures" úteis para elaborar cálculos de raízes unitárias no RATS, disponíveis na Página WEB da Estima (www.estima.com) em 27/4/2000, com algumas adaptações: URAUTO.src; URADF.src; URTT.src; UNITROOT.src; KPSS.src.

Sobre LM(1) e Q(4) veja notas do Quadro II.2.

Valores críticos: ADF [Fuller(1976) e Dickey-Fuller(1981)], PP [Fuller(1976)], KPSS [KPSS(1992)].

Quadro II.3b: Testes de uma raiz unitária: ADF, PP e KPSS

- Início dos testes em modelos com constante, sem tendência

- Dados Anuais: 1954-1995.

Variáveis	Teste ADF							Teste PP		Teste KPSS	
	Mod.	k	$\tau_{\rho-1}$	Φ_1	$\tau_{\mu\mu}$	LM(1) versão F	Q(4)	m	$Z(\tau_{\rho-1})$	m_μ	$\hat{\eta}_\mu$
SPA	2 (C) ¹	7	-1.0715	0.7590	-0.60652	1.4605[.239]	1.3502[.853]	8	-1.3916	3	0.78810 ^a
	3	7	-0.4856	-	-	1.5424[.226]	1.5606[.816]	8	-0.9289		
Y	2(C)	0	-3.8907 ^a	7.5807 ^a	3.0991 [.004]	0.3851[.539]	6.6077[.158]	4	-3.7568 ^a	4	0.25768
	3	0	A	-	-			4	-1.9516 ^b		

1. A existência de autocorrelação no SPA com $k=6$ seleccionado pelo método anterior, detectada por LM(1), leva-nos a escolher outro *lag*. Tentamos seleccionar k começando com $k\text{-max}=5$, que selecciona $k=0$, mas detecta-se autocorrelação residual por Q-Ljung-Box, logo o *lag* a escolher é $k=7$ que é o seleccionado começando com $k\text{-max}=10$.

A- Rejeita-se que a série tenha constante nula. (rácio-t tradicional)

Quadros II.4(a e b) - Testes de existência de uma raiz unitária em séries com quebra de estrutura (com escolha endógena de Tb).

Quadro II.4a - Modelo IO

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t$$

Séries	Amostra	T	Método	Tb	k	Parâmetros estimados			$t_{\hat{\alpha}=1}$	Valores críticos ¹	
						$\hat{\theta}$ (DU)	$\hat{\delta}$ (DTb)	$\hat{\alpha}$		k (t-sig)	∞
U	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1973	1	1.550 ^a	-1.047	0.696 ^a	-4.50 ^c	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1985	1	0.009	0.274	0.937 ^a	-1.07	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1973	1	1.550 ^a	-1.047	0.696 ^a	-4.50^b	"	"
P	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1969	5	2.320	-4.014	0.756 ^a	-1.61	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1983	4	-5.704 ^a	6.527	0.974 ^a	-0.31	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1969	5	2.320	-4.014	0.756 ^a	-1.61	"	"
Wp	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1968	1	6.134 ^a	-0.779	0.369 ^b	-4.05	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1975	5	-7.147 ^b	-2.057	1.204 ^a	0.73	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1968	1	6.134 ^a	-0.779	0.369 ^b	-4.05 ^c	"	"
CTUP-EV	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1971	1	8.054 ^a	-5.794	0.265	-4.42 ^c	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1975	5	-9.246 ^b	-14.22 ^c	1.453 ^a	1.36	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1971	1	8.054 ^a	-5.794	0.265	-4.42^b	"	"
PM	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1971	0	5.932 ^c	-6.405	0.500 ^a	-3.51	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1983	2	-5.869 ^c	14.815	0.712 ^a	-1.97	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1971	0	5.932 ^c	-6.405	0.500 ^a	-3.51	"	"
E	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1972	1	-4.283 ^b	-6.764	0.526 ^a	-4.05	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1985	3	-3.693 ^b	5.466	0.872 ^a	-1.09	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1974	1	4.732 ^b	-3.915	0.494 ^a	-4.03 ^c	"	"
PF	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1973	0	-0.269	33.352 ^a	0.286 ^b	-6.25^a	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1983	1	-4.877 ^c	9.088	0.167	-4.61^b	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1970	1	2.818	-2.531	0.218	-4.32^b	"	"
SPA	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1972	6	-3.756 ^a	4.192 ^b	0.453 ^a	-4.97^b	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1972	6	-3.756 ^a	4.192 ^b	0.453 ^a	-4.97^b	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1961	6	0.714	0.794	0.845 ^a	-1.74	"	"
M	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1960	0	7.086 ^b	-11.36 ^c	0.360 ^b	-4.05	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1984	6	-10.81 ^a	9.310	0.894 ^a	-0.53	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1961	0	7.603 ^b	0.526	0.368 ^b	-4.00 ^c	"	"

¹ Valores críticos a 5%, para comparar com $t_{\hat{\alpha}=1}$, de acordo com Perron e Vogelsang (1992a) - "Nonstationarity and Level Shifts with an Application to Purchasing Power Parity", JBES, 10(3), 301-320.

Quadro II.4a - Modelo IO (continuação)

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t$$

Séries	Amostra	T	Método	Tb	k	Parâmetros estimados			$t_{\hat{\alpha}=1}$	Valores críticos	
						$\hat{\theta}$ (DU)	$\hat{\delta}$ (DTb)	$\hat{\alpha}$		k (t-sig)	∞
Y	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1971	3	-2.847 ^a	6.126 ^b	-0.367	-5.73^a	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1971	3	-2.847 ^a	6.126 ^b	-0.367	-5.73^a	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1960	0	0.054	-0.994	0.437	-3.79	"	"
MY	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1967	0	8.115 ^a	-13.381 ^b	0.201	-5.09^b	-4.76	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1985	6	-12.299 ^a	1.975	0.960 ^a	-0.20	-4.26	-4.19
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1967	0	8.115 ^a	-13.381 ^b	0.201	-5.09^b	"	"

^a = Significativo a 1%;

^b = Significativo a 5%;

^c = Significativo a 10%.

Notas:

No caso dos coeficientes do modelo o nível de significância refere-se à hipótese do coeficiente ser nulo, (teste t de Student), enquanto no caso de $t_{\hat{\alpha}=1}$ se refere a hipótese da existência de uma raiz unitária de acordo com os modelos de Perron e Vogelsang (1992a), cujos valores críticos são fornecidos por estes autores: nas últimas 2 colunas apresentamos esses valores ao nível de 5%, primeiro para amostra finita (T=50) de acordo com o método de escolha de k, segundo para T = ∞. A indicação do nível de significância na coluna de $t_{\hat{\alpha}=1}$ é feita de acordo a amostra finita (k-sig), valores críticos no artigo citado.

$t_{\hat{\alpha}=1}$ a **bold** significa que se rejeita a existência de uma raiz unitária pelo menos a 5 %.

Seleção de k: Procedimento recursivo do geral para o particular começando com LAGMAX=6 e utilizando um nível de significância de 10% conforme descrito no ponto 1.1.4.2.1.2 do Anexo I. Este procedimento chama-se "t-sig" de acordo com Perron (1997).

Quadro II.4b - Modelo AO

1º passo: $y_t = \mu + \theta DU_t + \tilde{y}_t$

2º passo: $\tilde{y}_t = \sum_{i=0}^k w_i D(Tb)_{t-i} + \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t$

Séries	Amostra	T	Método	Tb	k	Parâmetros estimados ²		$t_{\hat{\alpha}=1}$	Valores críticos	
						$\hat{\theta}$ (DU)	$\hat{\alpha}$		k (t-sig)	∞
U	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1972	1	4.012 ^a	0.707 ^a	-4.19	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1989	1	2.169 ^b	0.929 ^a	-1.56	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1975	1	4.705 ^a	0.582 ^a	-3.73 ^b	"	"
P	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1983	0	1.338	0.842 ^a	-1.99	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1989	5	-3.007	0.858	-1.44	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1970	5	12.316 ^a	0.859 ^a	-0.92	"	"
Wp	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1972	1	8.861 ^a	0.454 ^a	-4.31	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1989	0	-1.234	0.719 ^a	-2.57	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1969	1	9.629 ^a	0.377 ^b	-3.94 ^b	"	"
CTUP-EV	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1970	1	10.452 ^a	0.265	-4.46 ^c	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1989	0	-0.929	0.683 ^a	-2.74	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1972	5	10.943 ^a	0.869 ^b	-0.39	"	"
PM	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1967	0	10.759 ^a	0.531 ^a	-3.55	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1985	2	-7.835 ^c	0.825 ^a	-1.21	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1972	0	12.379 ^a	0.509 ^a	-3.49 ^c	"	"
E	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1971	1	8.502 ^a	0.529 ^a	-4.10	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1988	3	-3.704	0.845 ^a	-1.30	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1975	6	9.753 ^a	0.684 ^a	-1.60	"	"
PF	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1973	0	2.464	0.284 ^b	-6.29 ^a	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1984	0	-5.744 ^b	0.359 ^b	-4.29 ^b	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1969	1	3.868	0.217	-4.40 ^b	"	"
SPA	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1974	6	-7.373 ^a	-0.111	-5.34 ^a	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1974	6	-7.373 ^a	-0.111	-5.34 ^a	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1987	3	-2.614	0.909 ^a	-1.18	"	"
M	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1960	0	10.006 ^a	0.362 ^b	-4.51 ^c	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1988	0	-3.513	0.556 ^a	-3.36	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1968	0	9.584 ^a	0.441 ^a	-3.76 ^b	"	"

² Embora tenha colocado ^a, ^b ou ^c em $\hat{\alpha}$, não tem significado devido a modelo sem constante.

Quadro II.4b - Modelo AO (continuação)

1º passo: $y_t = \mu + \theta DU_t + \tilde{y}_t$

2º passo: $\tilde{y}_t = \sum_{i=0}^k w_i D(Tb)_{t-i} + \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t$

Séries	Amostra	T	Método	Tb	k	Parâmetros estimados		$t_{\hat{\alpha}=1}$	Valores críticos	
						$\hat{\theta}$ (DU)	$\hat{\alpha}$		k (t-sig)	∞
Y	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1968	3	-1.266	-0.344	-5.63 ^a	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1973	3	-2.558 ^a	-0.165	-4.49 ^a	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1961	0	0.070	0.449 ^a	-4.06 ^b	"	"
MY	1954-95	42	Min $t_{\hat{\alpha}=1}$	1967	0	9.802 ^a	0.203	-5.21 ^a	-4.67	-4.44
			Min $t_{\hat{\theta}}$	1988	1	-2.193	0.629 ^a	-2.42	-3.68	-3.61
			Max $t_{\hat{\theta}}$	1968	0	10.556 ^a	0.301 ^b	-4.57 ^a	"	"

Veja as notas sobre o Quadro II.4a.

Nota: sobre estes testes de existência de uma raiz unitária em séries com quebra de estrutura com o ponto de quebra (Tb) determinado endogenamente veja ponto 1.1.4.2 (nomeadamente ponto 1.1.4.2.2) do Anexo I.

Fonte: Cálculos efectuados no Programa RATS, version 4.31.

ANEXO III

Modelos Estimados

- ◆ Modelo A
- ◆ Modelo curva de Phillips
- ◆ Modelo B
- ◆ Modelo C

Estimações do Modelo A

MODELO A:

Dados Anuais: 1954-95.

Variáveis I(1) endógenas: P, CTUPEV

Variáveis I(0) exógenas: PF, E, MY

Aplicámos a metodologia de Rahbek e Mosconi(99), de forma que temos:

Variáveis I(1) exógenas: csumpf, csume, csummy

o que implica termos no modelo de curto prazo:

$dcsumpf(-1) = PF(-1)$ etc.

Procedimento:

- 1) Selecção da ordem k do VAR;
- 2) Teste de Cointegração (teste traço) para os 5 casos, utilizando o VAR(k) com o objectivo de determinar r;
- 3) Selecção do melhor VAR de Cointegração dos 5 casos;
- 4) Testes de CI para o modelo seleccionado;
- 5) Testes de Hipóteses sobre Beta:
 - a) Testes CSUM's=0 de acordo com Rahbek e Mosconi(99),
 - b) Outros testes de Hipóteses sobre Beta;
- 6) Análise Recursiva da relação de longo prazo (teste de constância de Beta);
- 7) Estimação do modelo de curto prazo;
- 8) Testes CUSUM e CUSUMSQ de estabilidade Estrutural;
- 9) Capacidade Preditiva do Modelo (*Multivariate Dynamic Forecasts*);
- 10) Modelo Parcimonioso (eliminação dos coeficientes não significativos).

MODELO A – LISTA DE QUADROS E FIGURAS

1º) Seleccção da ordem k do VAR:

Quadro IIIA-1: *Seleccção da ordem k do VAR*

2º) Teste de Cointegração (teste traço) para os 5 casos, utilizando o VAR(k) com o objectivo de determinar r :

Quadro IIIA-2: *Teste de Traço para os 5 modelos do Método de Johansen de acordo com os termos determinísticos*

3º) Seleccção do melhor VAR de Cointegração dos 5 casos:

Quadro IIIA-3: *Seleccção do melhor VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen*

4º) Testes de CI para o modelo seleccionado:

Quadro IIIA-4: *Testes de Cointegração para o modelo seleccionado*

5º) Testes de Hipóteses sobre Beta:

Quadro IIIA-5: *Testes de Hipóteses sobre Beta*

6º) Análise Recursiva da relação de longo prazo (teste de constância de Beta):

Fig. IIIA-1a: *Teste de Constância do Espaço de Cointegração*

Fig. IIIA-1b: *Eigenvalues não nulos*

Fig. IIIA-1c: *Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente*

Fig. IIIA-1d: *Parâmetros da matriz α estimados recursivamente*

7º) Estimacção do modelo de curto prazo:

Quadro IIIA-6a: *Estimacção da Equacção de DP*

Quadro IIIA-6b: *Estimacção da Equacção de DCTUPEV*

8º) Testes CUSUM e CUSUMSQ de estabilidade Estrutural:

1) Equacção de DP:

Fig. IIIA-2'a: *Plot dos resíduos para a equacção de DP*

Fig. IIIA-2a: *Teste CUSUM na equacção de DP*

Fig. IIIA-2b: *Teste CUSUMSQ na equacção de DP*

2) Equacção de DCTUPEV:

Fig. IIIA-2'b: *Plot dos resíduos para a equacção de DCTUPEV*

Fig. IIIA-2c: *Teste CUSUM na equacção de DCTUPEV*

Fig. IIIA-2d: *Teste CUSUMSQ na equacção de DCTUPEV*

9º) Capacidade Preditiva do Modelo (*Multivariate Dynamic Forecasts*):

1) Previsão Dinâmica Multivariada (Quadros):

a) Equação de DP:

Quadro IIIA-7a: *Multivariate dynamic forecasts for the level of P*

Quadro IIIA-7b: *Multivariate dynamic forecasts for the change in P*

b) Equação de DCTUPEV:

Quadro IIIA-7c: *Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV*

Quadro IIIA-7d: *Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV*

2) Previsão Dinâmica Multivariada (Figuras correspondentes aos Quadros):

a) Equação de DP:

Fig. IIIA-3a: *Multivariate dynamic forecasts for the level of P*

Fig. IIIA-3b: *Multivariate dynamic forecasts for the change in P*

b) Equação de DCTUPEV:

Fig. IIIA-3c: *Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV*

Fig. IIIA-3d: *Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV*

10º) Modelo Parcimonioso (eliminação dos coeficientes não significativos):

Quadro IIIA-8a: *Equações Parcimoniosas de DP*

Quadro IIIA-8b: *Equações Parcimoniosas de DCTUPEV*

Notas sobre os testes de diagnóstico nas equações parcimoniosas

Quadro IIIA-1

Seleção da ordem k do VAR

Modelo: P CTUPEV; csumpf, csume, csummy & PF E MY
Dados Anuais: 1954-1995.¹

Estatísticas multivariadas:²

VAR	k=4	k=3	k=2	k=1
Testes de Autocorrelação:				
LB(T/4)	$\chi^2(20) = 31.706[0.05]$	$\chi^2(24) = 36.389[0.05]$	$\chi^2(28) = 36.839[0.12]$	$\chi^2(32) = 44.854[0.07]$
LM(1)	$\chi^2(4) = 3.338[0.50]$	$\chi^2(4) = 4.809[0.31]$	$\chi^2(4) = 1.698[0.79]$	$\chi^2(4) = 6.592[0.16]$
LM(4)	$\chi^2(4) = 2.604[0.63]$	$\chi^2(4) = 4.068[0.40]$	$\chi^2(4) = 4.587[0.33]$	$\chi^2(4) = 6.899[0.14]$
Teste de Normalidade:³				
	$\chi^2(4) = 0.851[0.93]$	$\chi^2(4) = 2.560[0.63]$	$\chi^2(4) = 0.253[0.99]$	$\chi^2(4) = 0.299[0.99]$

Estatísticas univariadas:⁴

VAR	k=4				k=3			
	Equação	LM(1)	ARCH(4)	BJ(2)	SEE	LM(1)	ARCH(3)	BJ(2)
ΔP	.20792 [.648]	3.3000 [.509]	.98719 [.610]	2.4005	3.9713 [.046]	3.3495 [.341]	1.8995 [.387]	2.5042
$\Delta CTUPEV$	3.4394 [.064]	1.1447 [.887]	.25358 [.881]	4.4035	2.2139 [.137]	2.0795 [.556]	1.4928 [.474]	3.9318

VAR	k=2				k=1			
	Equação	LM(1)	ARCH(2)	BJ(2)	SEE	LM(1)	ARCH(1)	BJ(2)
ΔP	1.6260 [.202]	2.4209 [.298]	.21771 [.897]	2.4915	1.8017 [.180]	.042266 [.837]	.70144 [.704]	2.4174
$\Delta CTUPEV$.013620 [.907]	1.3793 [.502]	.61306 [.736]	3.7003	2.2072 [.137]	5.6033 [.018]	.37040 [.831]	4.2546

Nota1: Entre parêntesis rectos - p-value.

Nota2: Veja Johansen (1996, p. 20) e F. Peixe (1994, p. 77).

Estatísticas Univariadas calculados no *Microfit 4.0*:

$LM(1) = \chi^2_{SC}(1)$; $ARCH(k) = \chi^2_{ARCH}(k)$; $BJ(2) = \chi^2_N(2)$; SEE = desvio padrão da regressão.

Veja Pesaran e Pesaran (1997, pp. 86-87 e 116). A regressão de cada equação foi feita por OLS, considerando a matriz Π sem restrições.⁵

Estatísticas Multivariadas calculados no *CATS in RATS* com `dettrend=cimean`:

LM(1) e LM(4) são testes LM para 1ª e 4ª ordem de autocorrelação calculado pelo CATS usando uma regressão auxiliar proposta por Godfrey e LB(T/4) é o teste Ljung-Box. [veja Hansen e Juselius(1995, p. 73)].

Conclusão - k escolhido: k=2

¹ Começamos com k=4 para manter sempre o mesmo n° de observações (38 obs.) em todas as regressões independente da ordem k. No CATS temos de mudar "range": exemplo para obter sempre 38 obs é necessário fazer para lag=2, "range" 1956:1 1995:1.

² Calculadas pelo CATS in RATS.

³ Baseado em Doornik e Hansen (1994) - *An Omnibus test for univariate and multivariate normality*, Working Paper, Nuffield College, Oxford, de acordo com Hansen e Juselius(1995).

⁴ Calculadas pelo Microfit 4.0. O teste ARCH é até à ordem k, sendo k a ordem do VAR, pois estamos a seguir Hansen e Juselius(95) e Johansen (96, p. 25).

⁵ Por exemplo para equação de ΔP , VAR(4) introduzimos no Mfit4 em OLS: `dp inpt dp{1-3} dctupev{1-3} pf{1-3} e{1-3} my{1-3} p(-1) ctupev(-1) csumpf(-1) csume(-1) csummy(-1) pf e my.`

Quadro IIIA-2

Teste de Traço para os 5 modelos do Método de Johansen
de acordo com os termos determinísticos

H0: r=	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
0	37.362**	40.557**	37.724**	42.468**	42.280**
1	3.021	5.729	4.700	8.636	8.497

** significativo a 5 %;

Fonte: Cálculos efectuados no *CATS in RATS*, version 1, com *proc=rank*, *lags=2*.

Quadro IIIA-3

Seleção do melhor modelo VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen

Modelo: P CTUPEV; csumpf, csuume, csummy & PF E MY

VAR(k) com k= 2

Nº de vectores cointegrantes: r= 1

		Modelo I	Modelo II	Modelo III	Modelo IV	Modelo V
LL (system log-likelihood)		-178.5136	-178.5127	-177.3400	-177.3243	-177.0106
Equação de ΔP	\bar{R}^2	.67518	.67481	.68164	.68097	.67460
	SEE	2.4921	2.4935	2.4672	2.4698	2.4943
	$\chi_{SC}^2(1)$.047267[.828]	.047670[.827]	.064071[.800]	.066892[.796]	.052099[.819]
	$\chi_{FF}^2(1)$.10852[.742]	.11009[.740]	.086483[.769]	.092985[.760]	.13269[.716]
	$\chi_N^2(2)$	1.6559[.437]	1.6492[.438]	.98799[.610]	.97201[.615]	.43500[.805]
	$\chi_H^2(1)$.88868[.346]	.89431[.344]	.80371[.370]	.81401[.367]	.88624[.346]
	$\chi_{ARCH}^2(2)$	3.7475[.154]	3.7828[.151]	3.2654[.195]	3.3196[.190]	3.3227[.190]
Equação de ΔCTUPEV	\bar{R}^2	.76821	.76846	.76118	.76173	.75287
	SEE	3.3779	3.3761	3.4287	3.4248	3.4879
	$\chi_{SC}^2(1)$.028353[.866]	.023676[.878]	.011084[.916]	.015631[.901]	.012341[.912]
	$\chi_{FF}^2(1)$.0059486[.939]	.0049724[.944]	.8115E-4 [.993]	.6984E-3 [.979]	.5165E-6 [1.00]
	$\chi_N^2(2)$.93091[.628]	.90130[.637]	.70057[.704]	.67591[.713]	.68671[.709]
	$\chi_H^2(1)$.073269[.787]	.071927[.789]	.068158[.794]	.050706[.822]	.048471[.826]
	$\chi_{ARCH}^2(2)$	1.2522[.535]	1.2940[.524]	1.5268[.466]	1.4562[.483]	1.3847[.500]
Testes de Ausência de intercepto e/ou tendência na relação de cointegração			H0: Inpt=0; $\chi^2(1)=$.0016675 [.967]		H0: trend=0; $\chi^2(1)=$.031384 [.859]	
Testes de Especificação			LR(Mod II Mod III)= $-2(LL_{II} - LL_{III})=2.3454 []^{(1)}$		LR(Mod IV Mod V)= $-2(LL_{IV} - LL_{V})=0.6274 []^{(2)}$	

(1) $-2*[-178.5127-(-177.3400)]=2.3454 < \chi^2(1)$ a 5 e a 10% respectivamente 3.84146 e 2.70554 implica que não podemos rejeitar Modelo II contra III, embora o valor esteja muito próximo de se rejeitar a 10%.

(2) $-2*[-177.3243-(-177.0106)]=0.6274 < \chi^2(1)$ a 5 e a 10% respectivamente 3.84146 e 2.70554 implica que não podemos rejeitar Modelo IV contra V.

Nota: Metodologia proposta por Pesaran, Shin e Smith (1999).

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

1) Na determinação de LL, \bar{R}^2 , SEE e testes de diagnóstico usamos o ECM dado pelo método de Johansen usando "CV's obtained under Johansen's just-identifying restrictions" no *Microfit 4.0*.

2) Utilizamos ARCH(k), em que k é a ordem do VAR, conforme Hansen e Juselius (95) e Johansen(96, p. 25).

$\chi_i^2(.)$ com i = SC, FF, N, H, ARCH corresponde respectivamente aos testes LM, RESET, BJ, Het, ARCH, mas na versão LM \Rightarrow seguem uma distribuição χ^2 com g. l. entre parêntesis (.). [veja sua descrição mais à frente]

Conclusão -Modelo Escolhido: Estatisticamente não podemos rejeitar o Modelo I, embora em termos teóricos seja conveniente um modelo do 2 a 4 conforme vimos no ponto sobre Cointegração. Assim, vamos optar por escolher o **modelo II**.

Quadro IIIA-4

Testes de Cointegração para o modelo seleccionado

Cointegration with restricted intercepts and no trends in the VAR
 Cointegration LR Test Based on Maximal Eigenvalue of the Stochastic Matrix

 40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
 List of variables included in the cointegrating vector:
 P CTUPEV CSUMPF CSUME CSUMMY
 Intercept
 List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
 CSUMPF CSUME CSUMMY
 List of I(0) variables included in the VAR:
 PF E MY
 List of eigenvalues in descending order:
 .58134 .13344 .0000 0.00 0.00 0.00

Null	Alternative	Statistic	95% Critical Value	90% Critical Value
r = 0	r = 1	34.8281	24.9700	22.5400
r <= 1	r = 2	5.7288	17.8000	15.6800

 Use the above table to determine r (the number of cointegrating vectors).

Cointegration with restricted intercepts and no trends in the VAR
 Cointegration LR Test Based on Trace of the Stochastic Matrix

 40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
 List of variables included in the cointegrating vector:
 P CTUPEV CSUMPF CSUME CSUMMY
 Intercept
 List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
 CSUMPF CSUME CSUMMY
 List of I(0) variables included in the VAR:
 PF E MY
 List of eigenvalues in descending order:
 .58134 .13344 .0000 0.00 0.00 0.00

Null	Alternative	Statistic	95% Critical Value	90% Critical Value
r = 0	r >= 1	40.5569	35.4600	32.2800
r <= 1	r = 2	5.7288	17.8000	15.6800

 Use the above table to determine r (the number of cointegrating vectors).

Cointegration with restricted intercepts and no trends in the VAR
 Choice of the Number of Cointegrating Relations Using Model Selection Criteria

 40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
 List of variables included in the cointegrating vector:
 P CTUPEV CSUMPF CSUME CSUMMY
 Intercept
 List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
 CSUMPF CSUME CSUMMY
 List of I(0) variables included in the VAR:
 PF E MY
 List of eigenvalues in descending order:
 .58134 .13344 .0000 0.00 0.00 0.00

Rank	Maximized LL	AIC	SBC	HQC
r = 0	-204.8683	-220.8683	-234.3794	-225.7535
r = 1	-187.4543	-210.4543	-229.8764	-217.4767
r = 2	-184.5899	-212.5899	-236.2342	-221.1389

 AIC = Akaike Information Criterion SBC = Schwarz Bayesian Criterion
 HQC = Hannan-Quinn Criterion

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

CONCLUSÃO: Não podemos rejeitar r=1 quer pelo teste do traço, quer pelo teste do máximo valor próprio. Os critérios de selecção AIC, SBC e HQC também seleccionam o modelo com r=1.

Quadro IIIA-5

Testes de Hipóteses sobre Beta

Vector cointegrante sem restrições	Restrição identificadora: $\beta_1=1$	Restrições sobre betas das variáveis acumuladas $H01: \beta_3=\beta_4=\beta_5=0$	Teste conjunto de hipótese $H01$ mais intercepto=0 $H02: \beta_3=\beta_4=\beta_5=\beta_6=0$
P -.040930 (-1.0000)	P 1.0000 (*NONE*)	P 1.0000 (*NONE*)	P 1.0000 (*NONE*)
CTUPEV .048691 (1.1896)	CTUPEV -1.1896 (.50818)	CTUPEV -.84496 (.19674)	CTUPEV -1.0049 (.25380)
CSUMPF -.0047665 (-.11645)	CSUMPF .11645 (.16551)	CSUMPF .0000 (*NONE*)	CSUMPF -.0000 (*NONE*)
CSUME .4931E-3 (.012048)	CSUME -.012048 (.082616)	CSUME -.0000 (*NONE*)	CSUME .0000 (*NONE*)
CSUMMY .6081E-3 (.014856)	CSUMMY -.014856 (.023139)	CSUMMY .0000 (*NONE*)	CSUMMY -.0000 (*NONE*)
Intercept .041944 (1.0248)	Intercept -1.0248 (1.3717)	Intercept -1.5713 (1.0009)	Intercept -.0000 (*NONE*)
Teste LR das restrições	-	$\chi^2(3)=$ 6.1484 [.105]	$\chi^2(4)=$ 8.2510 [.083]

Nota: Entre parêntesis curvos está o desvio padrão, excepto no vector sem restrições em que temos dentro de parêntesis o vector normalizado. Entre parêntesis rectos o p-value. Por cima de cada parâmetro de Beta esta a variável correspondente.

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Conclusão: Embora não se possa rejeitar $H02$ a 5%, rejeita-se a 10%, pelo que devemos manter o intercepto, e assim o **modelo II**. A eliminação do intercepto significava a opção pelo modelo I.

Fig. IIIA-1a: Teste de Constância do Espaço de Cointegração⁶

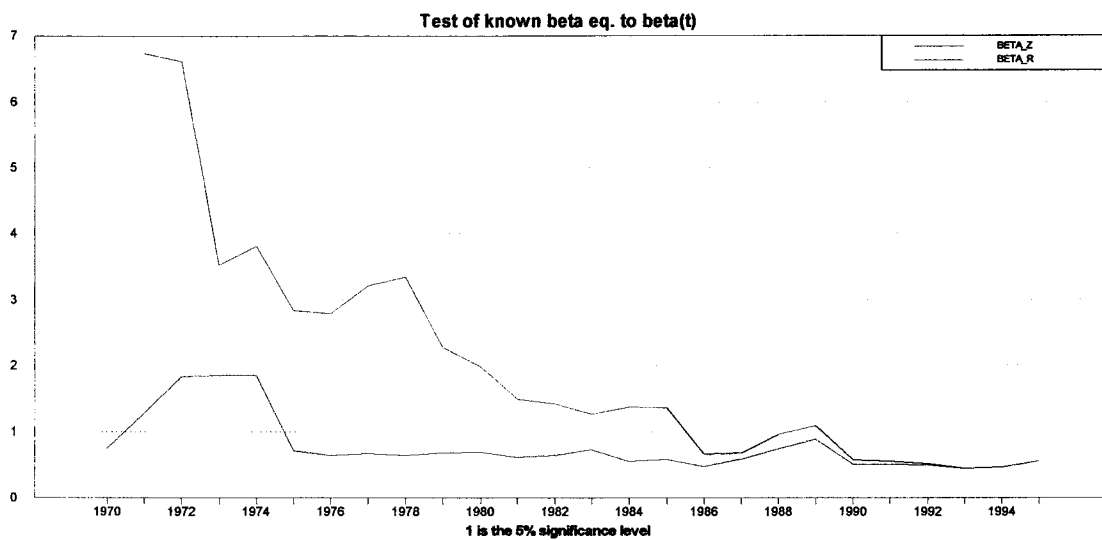
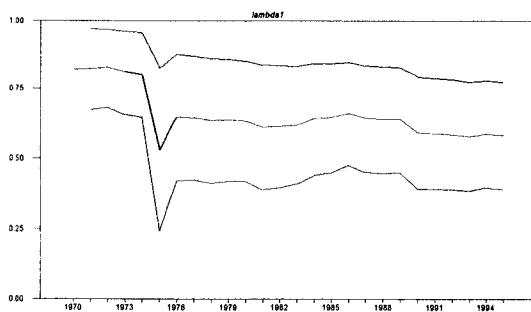


Fig. IIIA-1b: Eigenvalues não nulos



⁶ Sobre este teste veja Hansen e Juselius (95, p. 22). A estimação recursiva foi elaborada no CATS in RATS.

Fig. IIIA-1c: Parâmetros do vetor de cointegração (β) estimados recursivamente

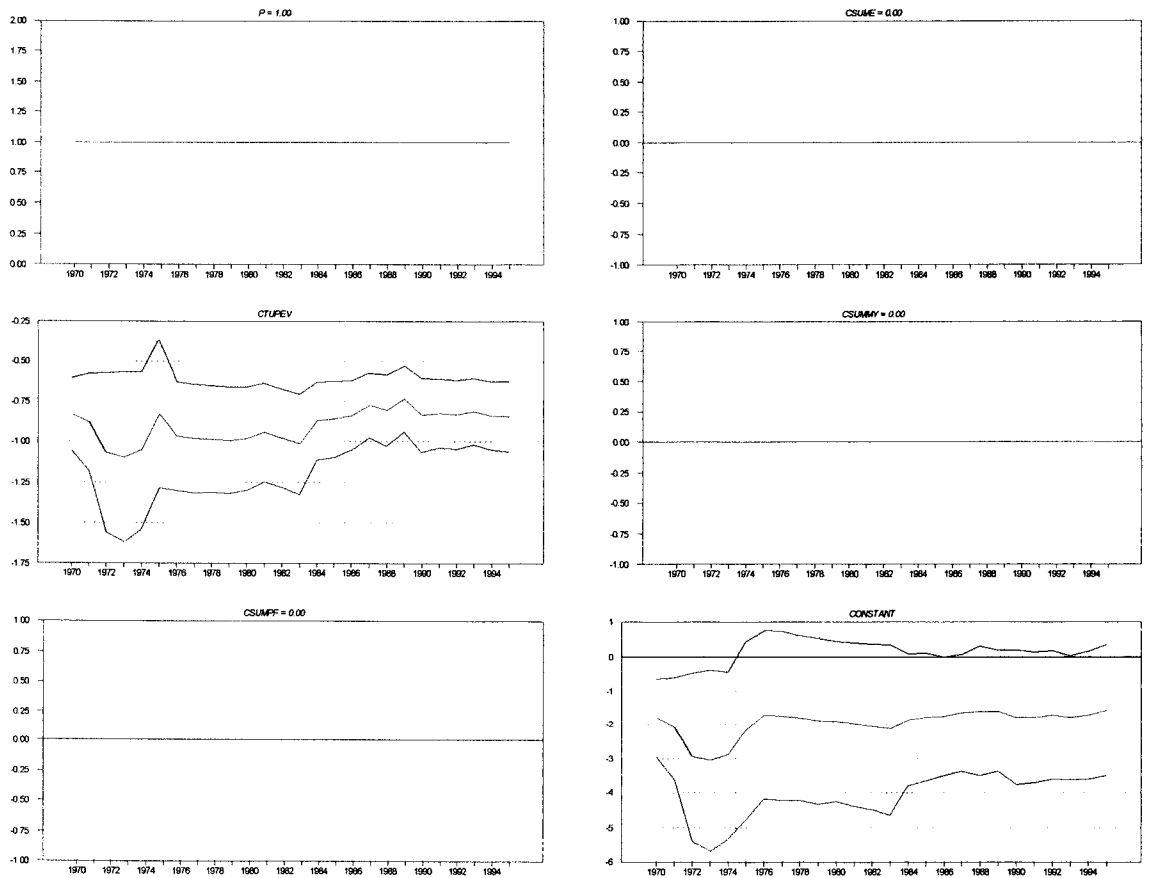
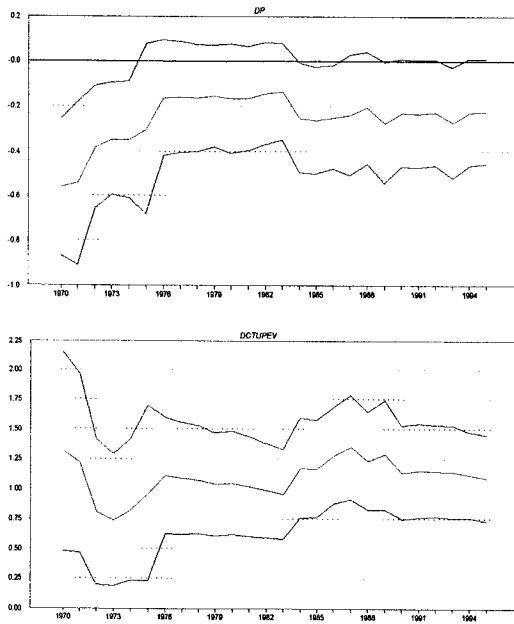


Fig. IIIA-1d: Parâmetros da matriz α estimados recursivamente



Quadro IIIA-6a: Estimação da Equação de DP

```

ECM for variable P estimated by OLS based on cointegrating VAR(2)
*****
Dependent variable is dP
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Regressor          Coefficient          Standard Error          T-Ratio[Prob]
dP1                -.13094              .13514                  -.96890[.340]
dCTUPEV1          -.14102              .088466                 -1.5940[.121]
dCSUMPF1          -.13399              .070824                 -1.8919[.068]
dCSUME1           -.31481              .12952                  -2.4306[.021]
dCSUMMY1          -.094394            .057906                 -1.6301[.113]
ecm1(-1)          -.22478              .13146                  -1.7099[.097]
PF                 .38510              .053440                 7.2062[.000]
E                  .40548              .098814                 4.1035[.000]
MY                 .013959             .058343                 .23927[.812]
*****
List of additional temporary variables created:
dP = P-P(-1)
dP1 = P(-1)-P(-2)
dCTUPEV1 = CTUPEV(-1)-CTUPEV(-2)
dCSUMPF1 = CSUMPF(-1)-CSUMPF(-2)
dCSUME1 = CSUME(-1)-CSUME(-2)
dCSUMMY1 = CSUMMY(-1)-CSUMMY(-2)
ecm1 = 1.0000*P -.84496*CTUPEV + .0000*CSUMPF -.0000*CSUME + .0
000*CSUMMY -1.5713
*****
R-Squared          .74941      R-Bar-Squared      .68474
S.E. of Regression 2.3949      F-stat. F( 8, 31) 11.5883[.000]
Mean of Dependent Variable .017169      S.D. of Dependent Variable 4.2654
Residual Sum of Squares 177.8073      Equation Log-likelihood -86.5940
Akaike Info. Criterion -95.5940      Schwarz Bayesian Criterion -103.1939
DW-statistic        1.9947      System Log-likelihood -190.5285
*****

Diagnostic Tests
*****
* Test Statistics *      LM Version          *      F Version          *
*****
* A:Serial Correlation*CHSQ( 1)= .3013E-3[.986]*F( 1, 30)= .2259E-3[.988]*
*
* B:Functional Form *CHSQ( 1)= .012307[.912]*F( 1, 30)= .0092328[.924]*
*
* C:Normality *CHSQ( 2)= 1.6739[.433]*      Not applicable
*
* D:Heteroscedasticity*CHSQ( 1)= .56876[.451]*F( 1, 38)= .54812[.464]*
*****
A:Lagrange multiplier test of residual serial correlation
B:Ramsey's RESET test using the square of the fitted values
C:Based on a test of skewness and kurtosis of residuals
D:Based on the regression of squared residuals on squared fitted values

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Test of Residuals (OLS Case)
*****
Dependent variable is dP
List of the variables in the regression:
dP1          dCTUPEV1          dCSUMPF1          dCSUME1          dCSUMMY1
ecm1(-1)    PF                E                MY
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Lagrange Multiplier Statistic      CHSQ( 2)= 3.4939[.174]
F Statistic                        F( 2, 29)= 1.3878[.266]
*****

```

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Quadro IIIA-6b: Estimação da Equação de DCTUPEV

```

ECM for variable CTUPEV estimated by OLS based on cointegrating VAR(2)
*****
Dependent variable is dCTUPEV
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Regressor          Coefficient      Standard Error      T-Ratio[Prob]
dP1                .017531          .20863              .084029[.934]
dCTUPEV1          .093686         .13657              .68597[.498]
dCSUMPF1          .063468         .10934              .58047[.566]
dCSUME1           -.55071          .19996              -2.7541[.010]
dCSUMMY1          -.0058727       .089397             -.065692[.948]
ecm1(-1)          1.0894          .20295              5.3681[.000]
PF                .22330          .082501             2.7066[.011]
E                 -.17401         .15255              -1.1407[.263]
MY                .11262          .090071             1.2504[.221]
*****
List of additional temporary variables created:
dCTUPEV = CTUPEV-CTUPEV(-1)
dP1 = P(-1)-P(-2)
dCTUPEV1 = CTUPEV(-1)-CTUPEV(-2)
dCSUMPF1 = CSUMPF(-1)-CSUMPF(-2)
dCSUME1 = CSUME(-1)-CSUME(-2)
dCSUMMY1 = CSUMMY(-1)-CSUMMY(-2)
ecm1 = 1.0000*P -.84496*CTUPEV + .0000*CSUMPF -.0000*CSUME + .0000*CSUMMY -1.5713
*****
R-Squared          .76884          R-Bar-Squared      .70918
S.E. of Regression 3.6973          F-stat. F( 8, 31) 12.8882[.000]
Mean of Dependent Variable .15072          S.D. of Dependent Variable 6.8562
Residual Sum of Squares 423.7804          Equation Log-likelihood -103.9643
Akaike Info. Criterion -112.9643          Schwarz Bayesian Criterion -120.5642
DW-statistic       1.6961          System Log-likelihood -190.5285
*****

Diagnostic Tests
*****
* Test Statistics *          LM Version          *          F Version          *
*****
* A:Serial Correlation*CHSQ( 1)= 2.9354[.087]*F( 1, 30)= 2.3759[.134]*
*
* B:Functional Form *CHSQ( 1)= 1.3563[.244]*F( 1, 30)= 1.0530[.313]*
*
* C:Normality *CHSQ( 2)= 1.5202[.468]*          Not applicable
*
* D:Heteroscedasticity*CHSQ( 1)= 1.0689[.301]*F( 1, 38)= 1.0433[.314]*
*****
A:Lagrange multiplier test of residual serial correlation
B:Ramsey's RESET test using the square of the fitted values
C:Based on a test of skewness and kurtosis of residuals
D:Based on the regression of squared residuals on squared fitted values

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Test of Residuals (OLS Case)
*****
Dependent variable is dCTUPEV
List of the variables in the regression:
dP1          dCTUPEV1          dCSUMPF1          dCSUME1          dCSUMMY1
ecm1(-1)    PF                E                MY
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Lagrange Multiplier Statistic CHSQ( 2)= 1.2308[.540]
F Statistic F( 2, 29)= .46034[.636]
*****

```

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

1) Equação de DP

Fig. IIIA-2'a: Plot dos resíduos para equação de DP

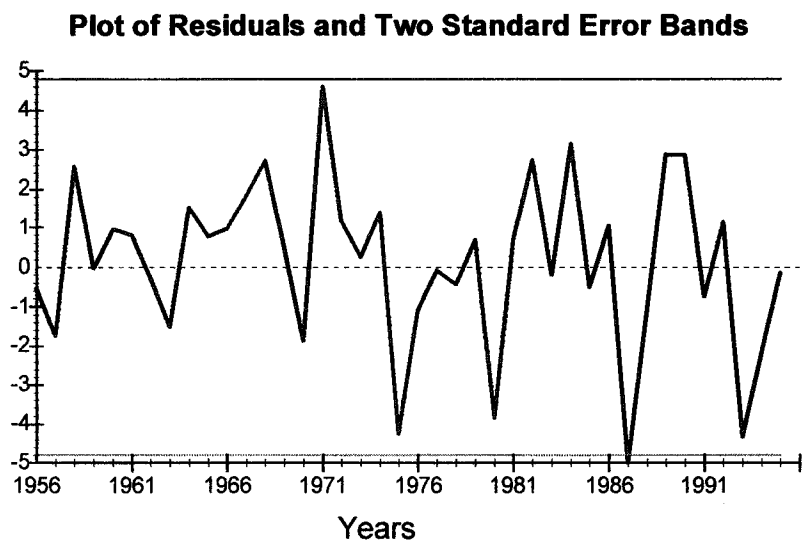


Fig. IIIA-2a: Teste CUSUM na Equação de DP

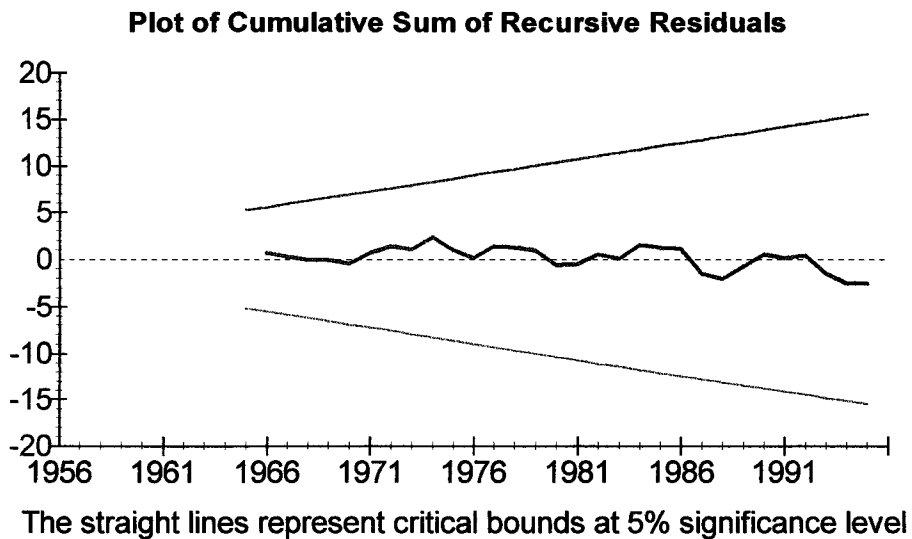
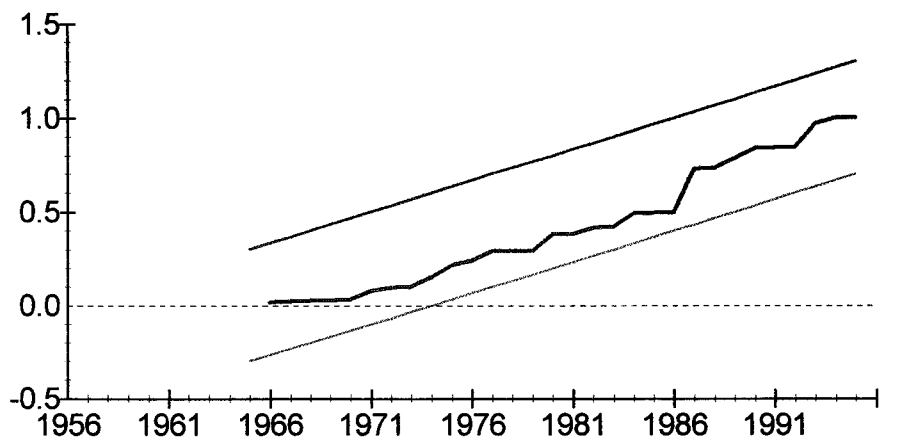


Fig. IIIA-2b: Teste CUSUMSQ na Equação de DP

Plot of Cumulative Sum of Squares of Recursive Residuals



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

2) Equação de DCTUPEV:

Fig. IIIA-2'b: Plot dos resíduos para equação de DCTUPEV

Plot of Residuals and Two Standard Error Bands

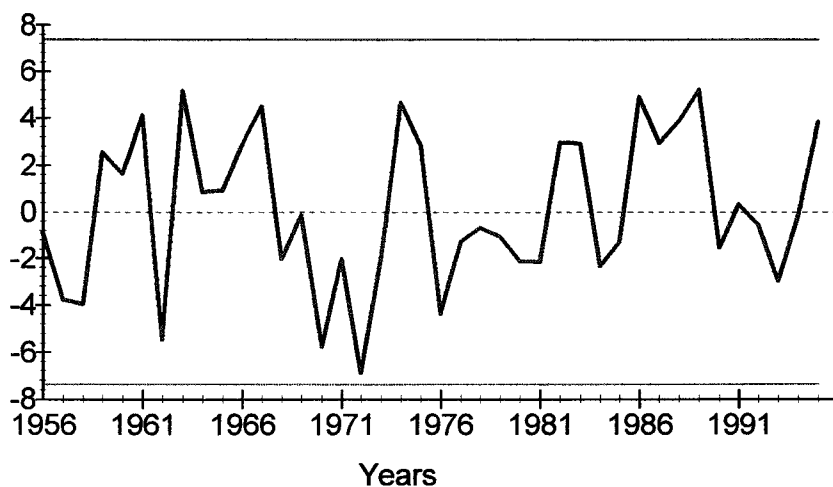
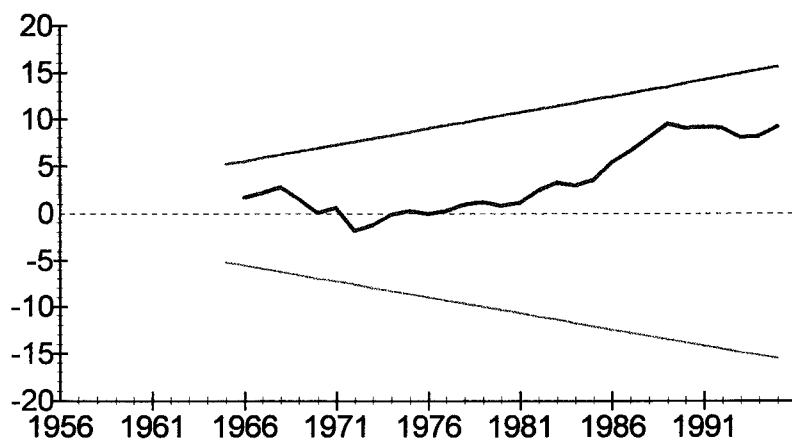


Fig. IIIA-2c: Teste CUSUM na Equação de DCTUPEV

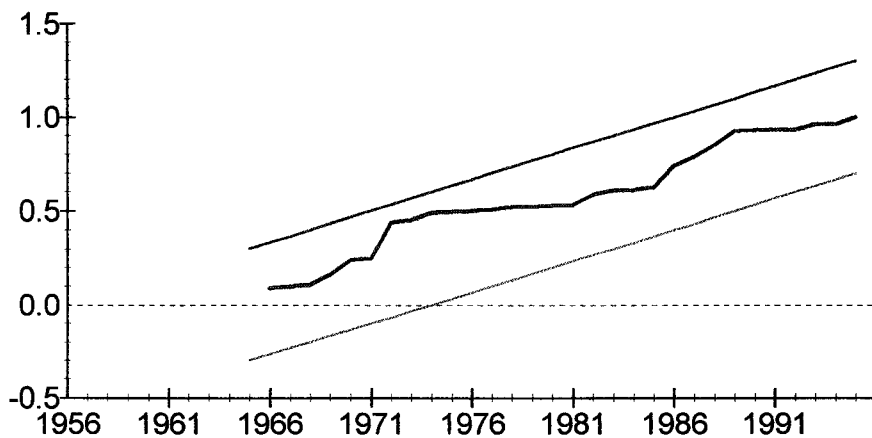
Plot of Cumulative Sum of Recursive Residuals



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

Fig. IIIA-2d: Teste CUSUMSQ na Equação de DCTUPEV

Plot of Cumulative Sum of Squares of Recursive Residuals



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

Fonte das Figuras anteriores: Elaboradas no *Microfit 4.0*.



**Previsão Dinâmica multivariada
(Quadros IIIA-7)**

Modelo estimado para o período: 1956-1994
Previsão efectuada para 1995.

a) Equação de DP:

Quadro IIIA-7a

Multivariate dynamic forecasts for the level of P

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	4.1202	4.3088	-.18860

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	.13145	-.18860
Mean Absolute	1.6597	.18860
Mean Sum Squares	4.5450	.035570
Root Mean Sum Squares	2.1319	.18860

Quadro IIIA-7b

Multivariate dynamic forecasts for the change in P

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	-1.0939	-.90532	-.18860

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	.13145	-.18860
Mean Absolute	1.6597	.18860
Mean Sum Squares	4.5450	.035570
Root Mean Sum Squares	2.1319	.18860

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

b)Equação de Dctupev:

Quadro IIIA-7c

Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV

 39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	6.6431	2.2874	4.3556

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	.070317	4.3556
Mean Absolute	2.7125	4.3556
Mean Sum Squares	10.4783	18.9717
Root Mean Sum Squares	3.2370	4.3556

Quadro IIIA-7d

Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV

 39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	5.5745	1.2189	4.3556

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	.070317	4.3556
Mean Absolute	2.7125	4.3556
Mean Sum Squares	10.4783	18.9717
Root Mean Sum Squares	3.2370	4.3556

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

**Previsão dinâmica Multivariada
(Figuras IIIA-3 correspondentes aos quadros IIIA-7)**

a) Equação de DP:

Fig. IIIA-3a

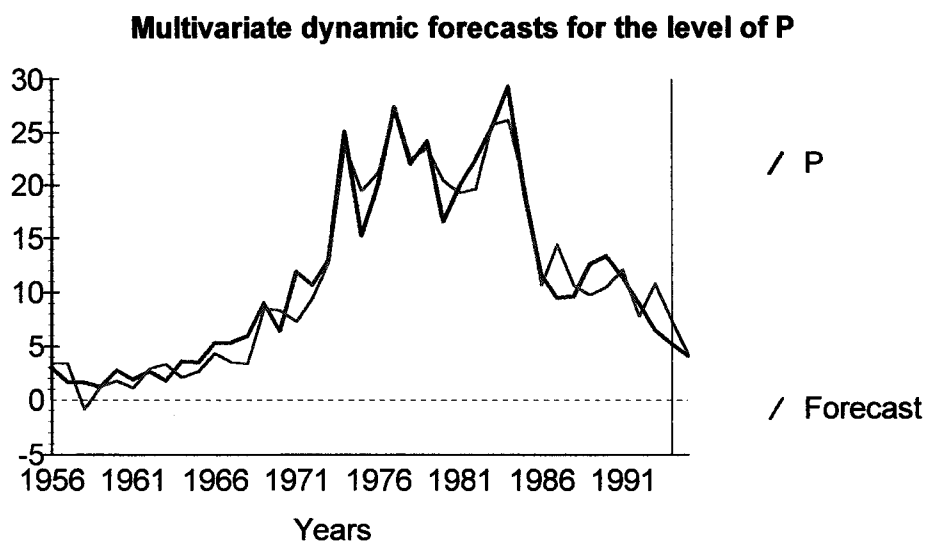
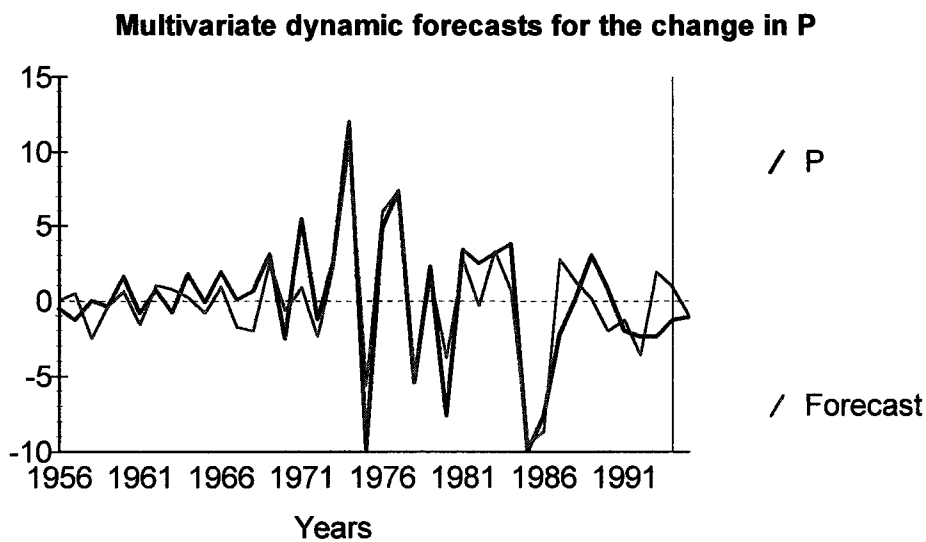


Fig. IIIA-3b



b) Equação de Dctupev:

Fig. IIIA-3c

Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV

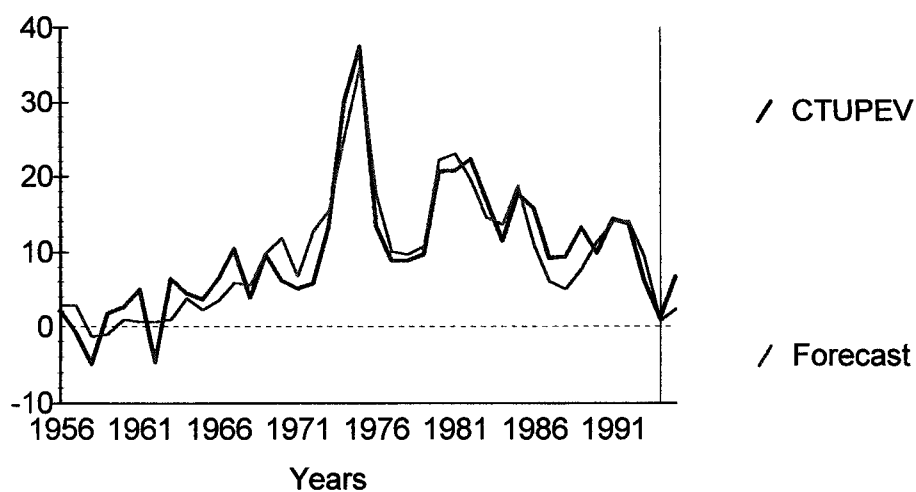
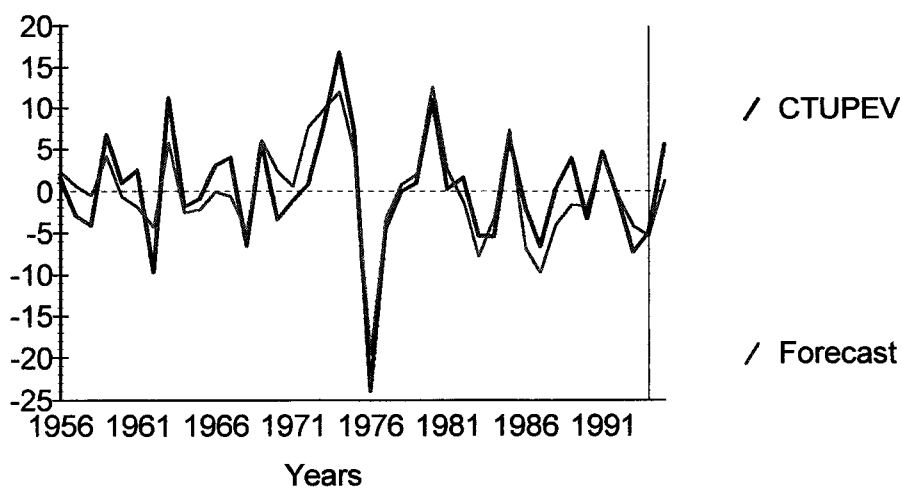


Fig. IIIA-3d

Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV



Fonte das Figuras anteriores: Elaboradas no *Microfit 4.0*.

Quadro IIIA-8a: Equações Parcimoniosas de DP

Variável Dependente: DP

Método de Estimação: OLS.

ECM1= 1.0000*P -.84496*CTUPEV -1.5713

estimado no modelo A: P CTUPEV; csumpf, csume, csummy & PF E MY

Equação/ Regressores	DPA1	DPA2	DPA3	DPA4	DPA5	DPA6
	T=41 [55-95]	T ₁ =36, T ₂ =5 [55-90]	T=41 [55-95]	T=41 [55-95]	T=41 [55-95]	T=25 [71-95]
Inpt	.21750 [.604]	.49692 [.258]	.43816 [.257]	.69819 [.148]	.75981 [.053]	1.5672 [.017]
ECM1(-1)	-.11563 [.101]	-.12855 [.065]	-.14247 [.028]	-.14336 [.042]	-.16470 [.009]	-.21185 [.010]
DPF	.29770 [.000]	.29811 [.000]	.33303 [.000]	.29757 [.000]	.33734 [.000]	.37034 [.000]
DE	.43446 [.000]	.47723 [.000]	.43125 [.000]	.39925 [.000]	.41937 [.000]	.41603 [.000]
Dum87	-	-	-7.7229 [.003]	-	-8.1832 [.001]	-9.6171 [.001]
CEE	-	-	-	-1.8169 [.062]	-	-
SME	-	-	-	-	-2.8724 [.019]	-3.7545 [.011]
\bar{R}^2	.62437	.68479	.69673	.65011	.73432	.80634
SEE	2.5928	2.4984	2.3297	2.5024	2.1806	2.3433
DW	2.2510	2.4934	2.3298	2.4437	2.7216	2.3355
LM(1, T-k-1)	.74364 [.394]	2.7657 [.106]	1.2405 [.273]	2.3860 [.131]	8.0355 [.008]*	2.7438 [.115]
RESET(1, T-k-1)	1.1262 [.296]	1.3663 [.251]	.34230 [.562]	.33575 [.566]	.24001 [.627]	.94005 [.345]
BJ(2)	3.8395 [.147]	4.8415 [.089]*	3.9596 [.138]	.26806 [.875]	1.4988 [.473]	.77508 [.679]
Het(1, T-2)	.074810 [.786]	.005353 [.942]	.25294 [.618]	.12258 [.728]	.73797 [.396]	2.1684 [.154]
ARCH(2, T-k-2)	.34448 [.711]	.17968 [.836]	1.2204 [.308]	.21474 [.808]	2.5100 [.097]*	.32867 [.724]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	1.5697 [.197]	-	-	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	2.0222 [.114]	-	-	-	-

Entre parêntesis rectos - P-value. No caso dos coeficientes estimados trata-se do teste t de Student para H₀: β=0.

* Teste Diagnóstico significativo a algum nível conforme indica p-value.

Quadro IIIA-8a: Equações Parcimoniosas de DP (continuação)

Equação/Regr essores	DPA7	DPA8	DPA9	DPA10	DPA11
	T=22 [74-95]	T=22 [74-95]	T=41 [55-95]	T=22 [74-95]	T=22 [74-95]
Inpt	-.02326 [.974]	-.26704 [.689]	.056805 [.892]	.499918 [.432]	1.3627 [.041]
ECM1(-1)	-.08825 [.352]	-	-	-.13558 [.106]	-.19271 [.015]
DPF	.32002 [.000]	.31862 [.000]	.29674 [.000]	.36510 [.000]	.37862 [.000]
DE	.46607 [.000]	.51082 [.000]	.48962 [.000]	.45406 [.000]	.42521 [.000]
Dum87	-	-	-	-8.2126 [.010]	-9.4658 [.001]
CEE	-	-	-	-	-
SME	-	-	-	-	-3.5344 [.014]
\bar{R}^2	.68808	.68949	.60633	.77890	.84034
SEE	3.0827	3.0757	2.6543	2.5953	2.2055
DW	1.9450	2.0890	2.3673	1.8144	2.6660
LM(1, T-k-1)	.00155 [.969]	.099706 [.756]	1.5182 [.226]	.17090 [.685]	3.5061 [.081]*
RESET(1, T-k-1)	.51061 [.485]	.65466 [.429]	1.5615 [.219]	.19086 [.668]	.63940 [.436]
BJ(2)	2.0613 [.357]	1.0754 [.584]	.94412 [.624]	2.5246 [.283]	.39692 [.820]
Het(1, T-2)	.41023 [.529]	.85690 [.366]	.039493 [.844]	.92234 [.348]	2.7987 [.110]
ARCH(2, T-k-2)	.99994 [.390]	2.2985 [.131]	.25426 [.777]	.12794 [.881]	.86018 [.444]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	-	-	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	-	-	-	-

Nota: veja à frente a descrição sobre os testes de diagnóstico utilizados.

Quadro IIIA-8b: Equações Parcimoniosas de DCTUPEV

Variável Dependente: DCTUPEV

Método de Estimação: OLS.

ECM1= 1.0000*P - .84496*CTUPEV -1.5713

estimado no modelo A: P CTUPEV; csumpf, csume, csummy & PF E MY

Equação/ Regressores	DCA1	DCA2	DCA3	DCA4	DCA5
	T=41 [55-95]	T ₁ =36, T ₂ =5 [55-90]	T=25 [71-95]	T=25 [71-95]	T=41 [55-95]
Inpt	.88126[.233]	.91269[.275]	1.0026[.413]	2.3583[.091]	.68512[.325]
E(-1)	-.66401[.000]	-.66087[.000]	-.64851[.000]	-.78285[.000]	-.63841[.000]
ECM1(-1)	1.0951[.000]	1.0749[.000]	1.0493[.000]	1.1723[.000]	1.1052[.000]
PF	.30934[.000]	.29774[.000]	.31822[.001]	.31339[.000]	.19542[.022]
EN	-	-	-	-5.0032[.067]	-
DUM7475	-	-	-	-	7.6570[.018]
\bar{R}^2	.69893	.69501	.74146	.77132	.73546
SEE	3.7185	3.8515	3.9080	3.6754	3.4856
DW	1.6996	1.6943	1.5788	1.7679	1.6255
LM(1, T-k-1)	1.6462[.208]	1.7992[.190]	1.06648[.212]	.35674[.557]	1.6139[.212]
RESET(1, T-k-1)	.27467[.603]	.25619[.616]	.83867[.371]	.39501[.537]	.84887[.363]
BJ(2)	.47978[.787]	.54598[.761]	.15334[.926]	.12241[.941]	1.3524[.509]
Het(1, T-2)	.065504[.799]	.13607[.715]	.39919[.534]	.2197E-3[.988]	.18644[.668]
ARCH(2, T-k-2)	.38592[.683]	.24435[.785]	.037285[.963]	.14885[.863]	1.3732[.267]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	.49761[.776]	-	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	.55858[.694]	-	-	-

Entre parêntesis rectos - P-value. No caso dos coeficientes estimados trata-se do teste t de Student para H₀: β=0.

* Teste Diagnóstico significativo a algum nível conforme indica p-value.

Quadro IIIA-8b: Equações Parcimoniosas de DCTUPEV (continuação)

Equação/Regr essores	DCA6	DCA7
	T=22 [74-95]	T=22 [74-95]
Inpt	2.5453[.077]	1.6350[.240]
E(-1)	-.80658[.000]	-.72037[.000]
ECM1(-1)	1.2032[.000]	1.1661[.000]
PF	.29830[.001]	.20061[.035]
EN	-	-
DUM7475	-	6.6278[.066]
\bar{R}^2	.78425	.81393
SEE	3.7301	3.4640
DW	1.6326	1.3912
LM(1, T-k-1)	.95302[.343]	2.0222[.174]
RESET(1, T-k-1)	.24619[.626]	.91495[.353]
BJ(2)	.20610[.902]	1.0129[.603]
Het(1, T-2)	.061623[.806]	.21735[.646]
ARCH(2, T-k-2)	.15206[.860]	.54683[.590]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	-

Nota: veja a seguir a descrição sobre os testes de diagnóstico utilizados.

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

NOTAS SOBRE OS TESTES DE DIAGNÓSTICO NAS EQUAÇÕES PARCIMONIOSAS

Testes de Diagnóstico: Optamos por colocar a versão F dos testes de diagnóstico em virtude de Robalo Marques(98) citando Kiviet(86)⁷ salientar que em pequenas amostras a versão F é preferível, excepto BJ porque não se aplica esta versão, logo apresentamos a versão LM que segue um $\chi^2(2)$. Os graus de liberdade dos testes F estão entre parêntesis curvos em função de k e T: T=n° de observações utilizadas na regressão; k=n° de coef estimados; T₁=subamostra usada na estimação; T₂=Período pós-amostal (teste de previsão) ou segunda subamostra (teste de estabilidade, só possível com T₁>k e T₂>k).

Descrição dos testes de Diagnóstico:

LM - Estatística LM do teste de Godfrey(1978)⁸ para testar a hipótese nula de ausência de autocorrelação.

RESET - Estatística do teste RESET de Ramsey(1969)⁹ para testar a hipótese nula de correcta especificação do modelo.

BJ - Estatística do teste de Jarque-Bera para testar a hipótese nula de erros Gaussianos (Normalidade) [baseado em Bera e Jarque(1981)¹⁰]

Het - Estatística do teste cuja hipótese nula é a homoescedasticidade dos resíduos [veja Pesaran e Pesaran(1997)]

ARCH - Estatística do teste de Engle (1982)¹¹ cuja hipótese nula é a ausência de heteroescedasticidade condicional autoregressiva.

Chow - Estatística do teste de Capacidade Preditiva (2º teste de Chow(1960)), cuja hipótese nula é a capacidade preditiva no período pós-amostal.

Cov - Estatística do teste de Estabilidade Estrutural dos coeficientes da regressão (1º teste de Chow(1960)) cuja hipótese nula é a estabilidade dos parâmetros [também conhecido por teste de análise de covariância]

⁷ J. F. Kiviet (1986) - "On the Rigour of Some Misspecifications Tests for Modelling Dynamic Relationships", *Review of Economic Studies*, 53, 241-61 [apud Robalo Marques(1998, p. 117)].

⁸ L. G. Godfrey (1978) - "Testing Against General Autoregressive and Moving Average Errors Models When the Regressions Include Lagged Dependent Variables" *Econometrica*, 46(6), Novembro, 1293-301.

⁹ J. B. Ramsey (1969) - "Tests for Specification Errors in Classical Linear Least Squares Regression Analysis", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 31, 350-71 [apud Robalo Marques (1998)].

¹⁰ A. K. Bera e C. M. Jarque (1981) - "An Efficient Large-Sample Test for Normality of Observations and Regression Residuals", *Australian National University Working Papers in Econometrics*, 40, Canberra [apud Pesaran e Pesaran (1997)].

¹¹ Robert F. Engle (1982) - "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, 50(4) Julho, 987-1007.

Estimações do Modelo curva de Phillips

MODELO: Curva de Phillips com variável CTUPEV = f[U, E(P)]

[2ª equação dos modelos A, B e C].

Dados Anuais: 1954-95.

Variáveis I(1) endógenas: CTUPEV, P

Variável I(1) exógena: U

Variável I(0) exógena: PF

Dummy: Dum7475

A aplicação da metodologia de Rahbek e Mosconi(99) implica que temos também:

Variável I(1) exógena: csumpf

o que implica que temos no modelo de curto prazo:

$dcsumpf(-1) = PF(-1)$.

Nota 1: Inicialmente considera-se U como variável endógena, mas após teste de exogeneidade fraca conclui-se que se pode considerar U como exógena neste modelo.

Nota 2: PF é introduzida como fonte externa de expectativas inflacionistas.

Nota 3: Dum7475 corresponde ao período pós-25 de Abril para representar o impacto da Revolução.

Procedimento:

- 1) Selecção da ordem k do VAR, primeiro com U endógena e depois com U exógena (após teste de exogeneidade fraca de U);
- 2) A partir daqui, o mesmo procedimento que no modelo A.

MODELO Curva de Phillips – LISTA DE QUADROS E FIGURAS

1º) Selecção da ordem k do VAR:

Quadro III-1a: *Selecção da ordem k do VAR [com U endógeno]*

Quadro III-1b: *Selecção da ordem k do VAR [com U exogenamente fraco]*

2º) Teste de Cointegração (teste traço) para os 5 casos, utilizando o VAR(k) com o objectivo de determinar r:

Quadro III-2a: *Teste do Traço para os 5 modelos do Método de Johansen de acordo com os termos determinísticos [com U endógeno e Exógeno]*

Quadro III.2b: *Teste de Exogeneidade Fraca de U*

3º) Selecção do melhor VAR de Cointegração dos 5 casos:

Quadro III-3: *Selecção do melhor VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen*

4º) Testes de CI para o modelo seleccionado:

Quadro III-4: *Testes de Cointegração para o modelo seleccionado*

5º) Testes de Hipóteses sobre Beta:

Quadro III-5: *Testes de Hipóteses sobre Beta*

6º) Análise Recursiva da relação de longo prazo (teste de constância de Beta):

Fig. III-1a: *Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1970*

Fig. III-1a': *Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1976*

Fig. III-1b: *Eigenvalues não nulos pós-1970*

Fig. III-1b': *Eigenvalues não nulos pós-1976*

Fig. III-1c: *Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1970*

Fig. III-1c': *Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1976*

Fig. III-1d: *Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1970*

Fig. III-1d': *Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1976*

7º) Estimação do modelo de curto prazo:

Quadro III-6a: *Estimação da Equação de DCTUPEV*

Quadro III-6b: *Estimação da Equação de DP*

8º) Testes CUSUM e CUSUMSQ de estabilidade Estrutural:

1) Equação de DCTUPEV:

Fig. III-2'a: *Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV*

Fig. III-2a: *Teste CUSUM na equação de DCTUPEV*

Fig. III-2b: *Teste CUSUMSQ na equação de DCTUPEV*

2) Equação de DP:

Fig. III-2'b: *Plot dos resíduos para a equação de DP*

Fig. III-2c: *Teste CUSUM na equação de DP*

Fig. III-2d: *Teste CUSUMSQ na equação de DP*

9º) Capacidade Preditiva do Modelo (Multivariate Dynamic Forecasts):

1) Previsão Dinâmica Multivariada (Quadros):

a) Equação de DCTUPEV:

Quadro III-7a: *Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV*

Quadro III-7b: *Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV*

b) Equação de DP:

Quadro III-7c: *Multivariate dynamic forecasts for the level of P*

Quadro III-7d: *Multivariate dynamic forecasts for the change in P*

2) Previsão Dinâmica Multivariada (Figuras correspondentes aos Quadros):

a) Equação de DCTUPEV:

Fig. III-3a: *Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV*

Fig. III-3b: *Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV*

b) Equação de DP:

Fig. III-3c: *Multivariate dynamic forecasts for the level of P*

Fig. III-3d: *Multivariate dynamic forecasts for the change in P*

10º) Modelo Parcimonioso (eliminação dos coeficientes não significativos):

Quadro III-8a: *Equações Parcimoniosas de DCTUPEV*

Quadro III-8b: *Equações Parcimoniosas de DP*

Quadro III-1a

Seleção da ordem k do VAR

Modelo: CTUPEV P U; csumpf & PF dum7475

Nota: Estamos a considerar U como I(1) e endógeno.

Estatísticas multivariadas:¹

VAR	k=3	k=2	k=1
Testes de Autocorrelação:			
LB(T/4)	$\chi^2(54) = 76.313[0.02]$	$\chi^2(63) = 81.990[0.05]$	$\chi^2(72) = 92.538[0.05]$
LM(1)	$\chi^2(9) = 14.023[0.12]$	$\chi^2(9) = 8.027[0.53]$	$\chi^2(9) = 11.392[0.25]$
LM(4)	$\chi^2(9) = 2.343[0.98]$	$\chi^2(9) = 4.042[0.91]$	$\chi^2(9) = 7.201[0.62]$
Teste de Normalidade:²			
	$\chi^2(6) = 7.185[0.30]$	$\chi^2(6) = 5.770[0.45]$	$\chi^2(6) = 13.648[0.03]$

Estatísticas univariadas:³

VAR(k)		k=3	k=2	k=1
Equação	Estatísticas			
Δ CTUPEV	LM(1)	.19305[.660]	.2358E-4[.996]	.18567[.667]
	ARCH(k)	1.6030[.659]	1.2493[.535]	.64548[.422]
	BJ(2)	.024884[.988]	.37822[.828]	1.4692[.480]
	SEE	3.6783	3.6786	4.1050
Δ U	LM(1)	.14781[.701]	.053381[.817]	7.2926[.007]
	ARCH(k)	5.1256[.163]	5.6519[.059] ⁽¹⁾	2.3787[.123]
	BJ(2)	3.2333[.199]	2.3018[.316]	.64634[.724]
	SEE	.62465	.58695	.64900
Δ P	LM(1)	12.6541[.000]	1.8198[.177]	1.1005[.294]
	ARCH(k)	2.1614[.540]	.34648[.841]	.081891[.775]
	BJ(2)	1.4652[.481]	1.9737[.373]	8.2935[.016]
	SEE	2.8483	3.0154	3.5849

⁽¹⁾ $F(2, 26) = 2.2033[.131]$ e segundo Kiviet (86), referido por Robalo Marques(98) a versão F é melhor em pequenas amostras, logo não poderemos rejeitar a ausência de heteroscedasticidade condicional autoregressiva.

Nota1: Entre parêntesis rectos - p-value.

Nota2: Veja Johansen (1996, p. 20) e F. Peixe (1994, p. 77).

Estatísticas Univariadas calculados no *Microfit 4.0*:

LM(1) = $\chi^2_{SC}(1)$; ARCH(k) = $\chi^2_{ARCH}(k)$; BJ(2) = $\chi^2_N(2)$; SEE = desvio padrão da regressão.

Veja Pesaran e Pesaran (1997, pp. 86-87 e 116). A regressão de cada equação foi feita por OLS, considerando a matriz Π sem restrições.⁴

Estatísticas Multivariadas calculados no *CATS in RATS* com `dettrend= cimean`:

LM(1) e LM(4) são testes LM para 1ª e 4ª ordem de autocorrelação calculado pelo CATS usando uma regressão auxiliar proposta por Godfrey e LB(T/4) é o teste Ljung-Box. [veja Hansen e Juselius(1995, p. 73)].

Conclusão - k escolhido: k=2

¹ Calculadas pelo CATS in RATS.

² Baseado em Doornik e Hansen (1994) - *An Omnibus test for univariate and multivariate normality*, Working Paper, Nuffield College, Oxford, de acordo com Hansen e Juselius(1995).

³ Calculadas pelo Microfit 4.0. Usamos sempre o período 1957-95.

⁴ Por exemplo para VAR(3), eq. DCTUPEV usámos: `dctupev inpt dctupev{1-2} du{1-2} dp{1-2} pf{1-2} ctupev(-1) u(-1) p(-1) csumpf(-1) pf dum7475`.

Quadro III -1b

Seleção da ordem k do VAR

Modelo: CTUPEV P; U csumpf & du PF dum7475

Nota: Estamos a considerar U como I(1) e exogenamente fraca, após teste de exogeneidade fraca de U elaborado no modelo CTUPEV P U; csumpf & pf dum7475.

Estatísticas multivariadas:⁵

VAR	k=3	k=2	k=1
Testes de Autocorrelação:			
LB(T/4)	$\chi^2(24) = 29.501 [0.20]$	$\chi^2(28) = 31.702 [0.29]$	$\chi^2(32) = 46.250 [0.05]$
LM(1)	$\chi^2(4) = 11.289 [0.02]$	$\chi^2(4) = 1.962 [0.74]$	$\chi^2(4) = 4.292 [0.37]$
LM(4)	$\chi^2(4) = 1.306 [0.86]$	$\chi^2(4) = 2.512 [0.64]$	$\chi^2(4) = 5.606 [0.23]$
Teste de Normalidade:⁶			
	$\chi^2(4) = 2.676 [0.61]$	$\chi^2(4) = 2.914 [0.57]$	$\chi^2(4) = 12.305 [0.02]$

Estatísticas univariadas:⁷

VAR(k)		k=3	k=2	k=1
Equação	Estatísticas			
Δ CTUPEV	LM(1)	.20602[.650]	.032942[.856]	.27509[.600]
	ARCH(k)	1.0353[.793]	.14979[.928]	.088136[.767]
	BJ(2)	.042093[.979]	.25002[.882]	1.4059[.495]
	SEE	3.6346	3.6208	3.8386
Δ P	LM(1)	12.9883[.000]	1.8882[.169]	.96307[.326]
	ARCH(k)	2.2432[.523]	.34287[.842]	.096793[.756]
	BJ(2)	1.4680[.480]	1.9911[.370]	6.7190[.035]
	SEE	2.9095	3.0705	3.6253

Nota: Veja Johansen (1996, p. 20) e F. Peixe (1994, p. 77).

Estatísticas Univariadas calculados no *Microfit 4.0*:

LM(1) = $\chi^2_{SC}(1)$; ARCH(k) = $\chi^2_{ARCH}(k)$; BJ(2) = $\chi^2_N(2)$; SEE = desvio padrão da regressão.

Veja Pesaran e Pesaran (1997, pp. 86-87 e 116). A regressão de cada equação foi feita por OLS, considerando a matriz II sem restrições.⁸

Estatísticas Multivariadas calculados no *CATS in RATS* com dettrend=cimean:

LM(1) e LM(4) são testes LM para 1ª e 4ª ordem de autocorrelação calculado pelo CATS usando uma regressão auxiliar proposta por Godfrey e LB(T/4) é o teste Ljung-Box. [veja Hansen e Juselius(1995, p. 73)].

Conclusão - k escolhido: k=2.

⁵ Calculadas pelo CATS in RATS.

⁶ Baseado em Doornik e Hansen (1994) - *An Omnibus test for univariate and multivariate normality*, Working Paper, Nuffield College, Oxford, de acordo com Hansen e Juselius(1995).

⁷ Calculadas pelo Microfit 4.0. Usamos sempre o período 1957-95.

⁸ Por exemplo para VAR(3), eq. DCTUPEV usámos: dctupev inpt dp{1-2} dctupev{1-2} pf{1-2} du{1-2} p(-1) ctupev(-1) csumpf(-1) u(-1) pf du dum7475.

Quadro III - 2a

Teste do traço para os 5 modelos do Método de Johansen de acordo com os termos determinísticos

Modelos	H0: r=	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
CTUPEV, U, P; Csumpf & PF	0	49.494**	61.679**	58.981**	66.238**	62.135**
	1	13.563	25.729** ⁽¹⁾	23.032 ⁽¹⁾	24.349	20.707
	2	3.406	9.982	7.352	7.373	4.030
CTUPEV, U,P; Csumpf & PF dum7475	0	58.429**	68.554**	65.667**	73.638**	69.386**
	1	13.457	23.582	20.746	22.811	18.923
	2	3.214	10.022	7.211	7.336	3.541
CTUPEV, P; U Csumpf & du PF	0	41.279**	44.074**	41.420**	45.393**	41.674**
	1	8.343	10.583	7.929	8.250	5.690
CTUPEV, P; U Csumpf & du PF dum7475	0	51.352**	53.212**	50.367**	55.063**	51.055**
	1	8.620	10.182	7.370	7.820	4.512

** significativo a 5% [Valores críticos de PSS(99)].

⁽¹⁾Valor quase idêntico ao valor crítico.

Fonte: Cálculos efectuados no CATS in RATS, version 1, com *proc=rank*, *lags=2*.

Conclusão: Em geral não podemos rejeitar $r=1$ por este teste. Devemos notar que no primeiro caso excluindo o modelo 1, o princípio de Pantula leva à escolha do modelo 3 ou melhor do 4 se considerarmos que o valor da estatística está próximo do valor crítico. Embora os valores críticos não sejam apropriados para a introdução de *dummies*, esta *dummy* parece não alterar substancialmente a estatística, daí não altera a conclusão utilizando os mesmos valores críticos.

Quadro III -2b

Teste de Exogeneidade Fraca⁹ de U

Modelo	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
LR test	$\chi^2(1)= 1.94 [0.16]$	$\chi^2(1)= 1.92 [0.17]$	$\chi^2(1)= 3.58 [0.06]$

Nota: A hipótese nula é $H_0: \alpha_U = 0$.

Conclusão: Não podemos rejeitar a exogeneidade fraca de U

⁹ Elaborado no CATS in RATS pela restrição $B'\alpha=0$ com $B'=[0 \ 1 \ 0]$ seleccionando $r=1$ no modelo com CTUPEV U P; csumpf & PF dum7475, lag 2.

Quadro III-3

Seleção do melhor modelo VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen

Modelo - Phillips curve: CTUPEV P; U CSUMPF & dU PF dum7475

VAR(k) com k = 2

Nº de vectores cointegrantes: r = 1

		Modelo I	Modelo II	Modelo III	Modelo IV	Modelo V
LL (system log-likelihood)		-199.6521	-199.5031	-198.0972	-195.9743	-194.3203
Equação de ΔCTUPEV	\bar{R}^2	.73407	.74094	.73867	.74492	.74619
	SEE	3.5356	3.4896	3.5049	3.4627	3.4541
	$\chi^2_{SC}(1)$.20669[.649]	.20103[.654]	.12984[.719]	.1786E-3[.989]	.026798[.870]
	$\chi^2_{FF}(1)$.096161[.756]	.081056[.776]	.0027988[.958]	.0058104[.939]	.020741[.885]
	$\chi^2_N(2)$.76223[.683]	.52512[.769]	.55660[.757]	1.5935[.451]	1.2852[.526]
	$\chi^2_H(1)$	1.8842[.170]	1.8084[.179]	1.8430[.175]	2.3464[.126]	2.4207[.120]
	$\chi^2_{ARCH}(2)$.43672[.804]	.51474[.773]	.0089578[.996]	.18559[.911]	.24594[.884]
Equação de ΔP	\bar{R}^2	.48650	.47715	.48734	.52283	.53210
	SEE	3.0565	3.0842	3.0540	2.9464	2.9177
	$\chi^2_{SC}(1)$.78907[.374]	.67844[.410]	1.0310[.310]	2.1752[.140]	2.6498[.104]
	$\chi^2_{FF}(1)$	2.0169[.156]	2.2565[.133]	.15051[.698]	.20175[.653]	.064225[.800]
	$\chi^2_N(2)$	4.2557[.119]	5.3608[.069]	6.6943[.035]	6.5185[.038]	4.7810[.092]
	$\chi^2_H(1)$.27767[.598]	.40254[.526]	.034730[.852]	.0063632[.936]	.1318E-3[.991]
	$\chi^2_{ARCH}(2)$.15647[.925]	.14736[.929]	.28496[.867]	.23680[.888]	.12301[.940]
Testes de Ausência de intercepto e/ou tendência na relação de cointegração			H0: Inpt=0; $\chi^2(1) =$.29816[.585]		H0: trend=0; $\chi^2(1) =$ 4.2457[.039]	
Testes de Especificação			LR(Mod II Mod III)= -2(LL _{II} -LL _{III})=2.8118 [] ⁽¹⁾		LR(Mod IV Mod V)= -2(LL _{IV} -LL _V)= [] ⁽²⁾	

(1) $-2*[-199.5031-(-198.0972)]=2.8118 < \chi^2(1)$ a 5% (3.84146) mas $> \chi^2(1)$ a 10% (2.70554) implica que não podemos rejeitar Modelo II contra III a 5%, mas rejeita-se a 10%.

(2) $-2*[-195.9743-(-194.3203)]=3.308$ então não podemos rejeitar Modelo IV contra modelo V a 5%, mas rejeita-se a 10%.

Nota: Metodologia seguida por Pesaran, Shin e Smith (1999).

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Na determinação de LL, \bar{R}^2 , SEE e testes de diagnóstico usamos o ECM dado pelo método de Johansen usando "CV's obtained under Johansen's just-identifying restrictions" no *Microfit 4.0*.

$\chi^2_i(\cdot)$ com i = SC, FF, N, H, ARCH corresponde respectivamente aos testes LM, RESET, BJ, Het, ARCH, mas na versão LM \Rightarrow seguem uma distribuição χ^2 com g. l. entre parêntesis (.). [veja sua descrição mais à frente]

Conclusão -Modelo Escolhido: Modelo IV.

Quadro III-4

Testes de Cointegração para o modelo seleccionado

Cointegration with unrestricted intercepts and restricted trends in the VAR
 Cointegration LR Test Based on Maximal Eigenvalue of the Stochastic Matrix

 40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
 List of variables included in the cointegrating vector:
 CTUPEV P U CSUMPF Trend
 List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
 U CSUMPF
 List of I(0) variables included in the VAR:
 DU PF DUM7475
 List of eigenvalues in descending order:
 .69305 .17758 .0000 .0000 0.00

Null	Alternative	Statistic	95% Critical Value	90% Critical Value
r = 0	r = 1	47.2433	24.8800	22.5300
r <= 1	r = 2	7.8199	18.0800	15.8200

 Use the above table to determine r (the number of cointegrating vectors).

Cointegration with unrestricted intercepts and restricted trends in the VAR
 Cointegration LR Test Based on Trace of the Stochastic Matrix

 40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
 List of variables included in the cointegrating vector:
 CTUPEV P U CSUMPF Trend
 List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
 U CSUMPF
 List of I(0) variables included in the VAR:
 DU PF DUM7475
 List of eigenvalues in descending order:
 .69305 .17758 .0000 .0000 0.00

Null	Alternative	Statistic	95% Critical Value	90% Critical Value
r = 0	r >= 1	55.0632	35.3700	32.5100
r <= 1	r = 2	7.8199	18.0800	15.8200

 Use the above table to determine r (the number of cointegrating vectors).

Cointegration with unrestricted intercepts and restricted trends in the VAR
 Choice of the Number of Cointegrating Relations Using Model Selection Criteria

 40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
 List of variables included in the cointegrating vector:
 CTUPEV P U CSUMPF Trend
 List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
 U CSUMPF
 List of I(0) variables included in the VAR:
 DU PF DUM7475
 List of eigenvalues in descending order:
 .69305 .17758 .0000 .0000 0.00

Rank	Maximized LL	AIC	SBC	HQC
r = 0	-219.5960	-235.5960	-249.1070	-240.4811
r = 1	-195.9743	-217.9743	-236.5520	-224.6914
r = 2	-192.0644	-218.0644	-240.0198	-226.0028

 AIC = Akaike Information Criterion SBC = Schwarz Bayesian Criterion
 HQC = Hannan-Quinn Criterion

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

CONCLUSÃO: Não podemos rejeitar $r=1$ tanto pelo teste traço, como pelo teste do máx. valor próprio, e os critérios de selecção AIC, SBC e HQC também seleccionam o modelo com $r=1$.

Quadro III-5

Testes de Hipóteses sobre Beta

Vector sem restrições	Restrição identificadora:	Restrições sobre betas das variáveis acumuladas	Teste conjunto de hipótese H01 mais trend=0	Teste do coeficiente de U igual a zero	Teste conjunto H03 e H01:
	$\beta_1=1$	H01: $\beta_4=0$	H02: $\beta_4=\beta_5=0$	H03: $\beta_3=0$	H04: $\beta_3=\beta_4=0$
CTUPEV .034177 (-1.0000)	CTUPEV 1.0000 (*NONE*)	CTUPEV 1.0000 (*NONE*)	CTUPEV 1.0000 (*NONE*)	CTUPEV 1.0000 (*NONE*)	CTUPEV 1.0000 (*NONE*)
P -.021136 (.61844)	P -.61844 (.12156)	P -.57925 (.10873)	P -.57909 (.12697)	P -.61617 (.11542)	P -.57419 (.092534)
U -.027017 (.79050)	U -.79050 (.97695)	U .039740 (.44945)	U -.70089 (.38871)	U 0.00 (*NONE*)	U .0000 (*NONE*)
CSUMPF .0024292 (-.071077)	CSUMPF .071077 (.071970)	CSUMPF .0000 (*NONE*)	CSUMPF .0000 (*NONE*)	CSUMPF .020561 (.033200)	CSUMPF -.0000 (*NONE*)
Trend -.010572 (.30933)	Trend -.30933 (.16083)	Trend -.16847 (.072576)	Trend -.0000 (*NONE*)	Trend -.23097 (.12070)	Trend -.16416 (.053878)
Teste LR das restrições	-	$\chi^2(1)=$ 1.1189 [.290]	$\chi^2(2)=$ 5.5801 [.061]	$\chi^2(1)=$.73900 [.390]	$\chi^2(2)=$ 1.1266 [.569]

Nota: Entre parêntesis curvos está o desvio padrão, excepto no vector sem restrições em que temos dentro de parêntesis o vector normalizado. Entre parêntesis rectos o p-value. Por cima de cada beta esta a variável correspondente.

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Conclusão: O trend é significativo a 10 % e não podemos rejeitar a exclusão de U da relação de Cointegração, pelo que a melhor relação de cointegração parece ser $CTUPEV = 0.57419*P + 0.16416*T$, isto é, a variação dos custos unitários de trabalho são função da taxa de inflação e têm tido um tendência crescente.

Fig. III-1a: Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1970¹⁰

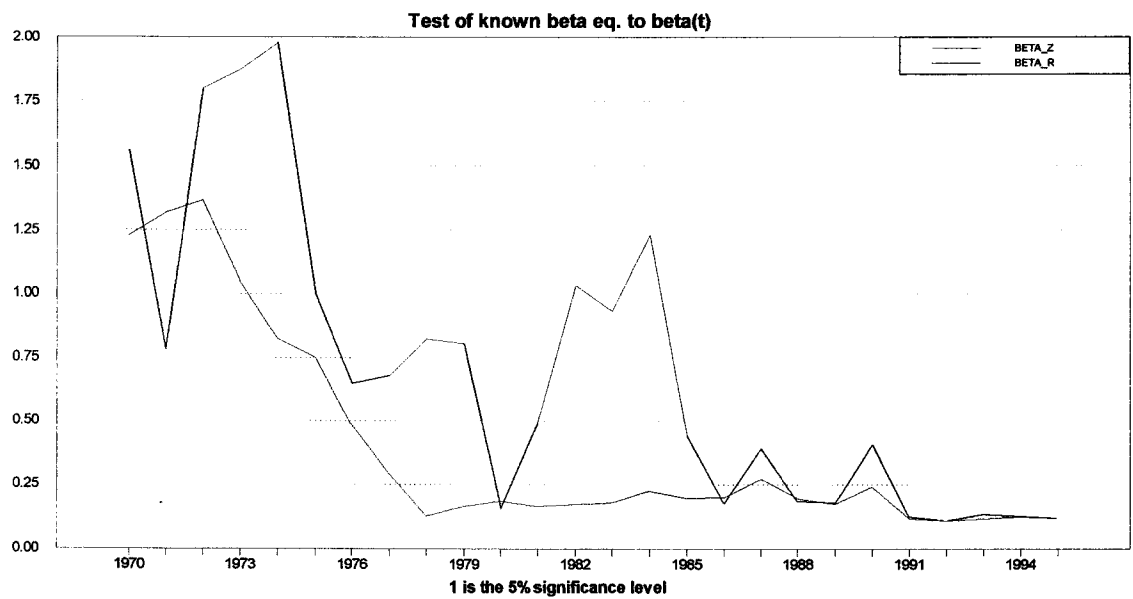
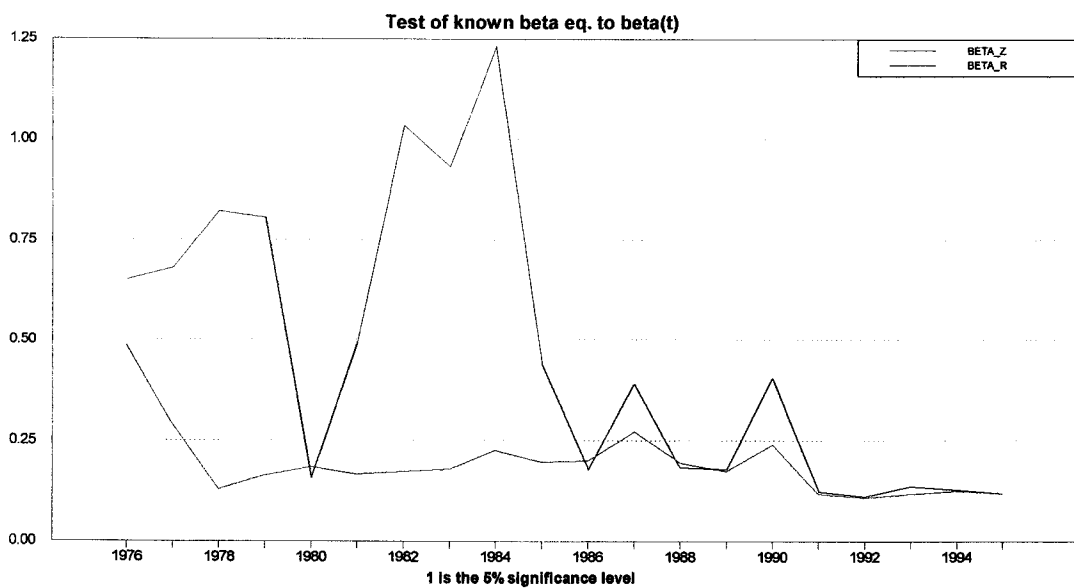


Fig. III-1a': Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1976.



¹⁰ Sobre este teste veja Hansen e Juselius (95, p. 22). A estimação recursiva foi elaborada no CATS in RATS.

Fig. III-1b: Eigenvalues não nulos pós-1970

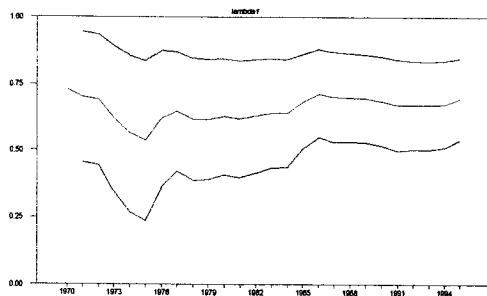


Fig. III-1b': Eigenvalues não nulos pós-1976

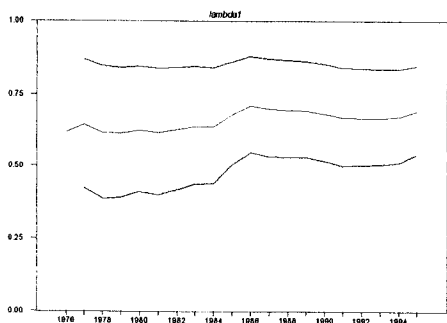


Fig. III-1c: Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1970

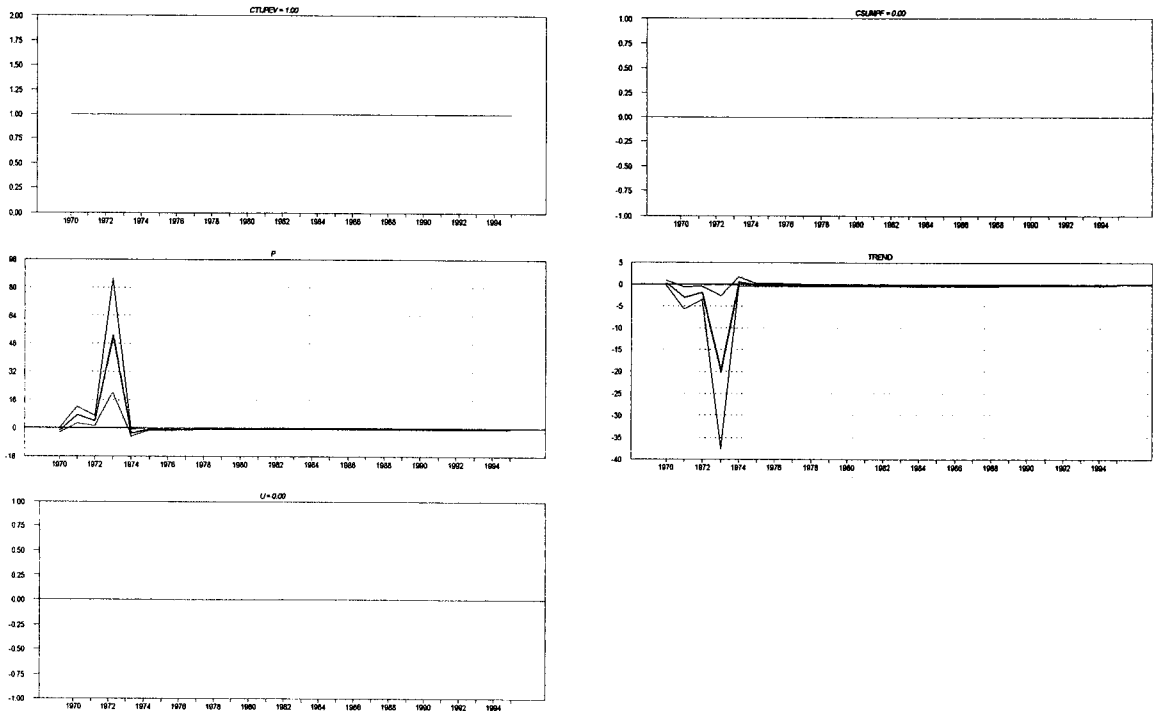


Fig. III-1c': Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1976

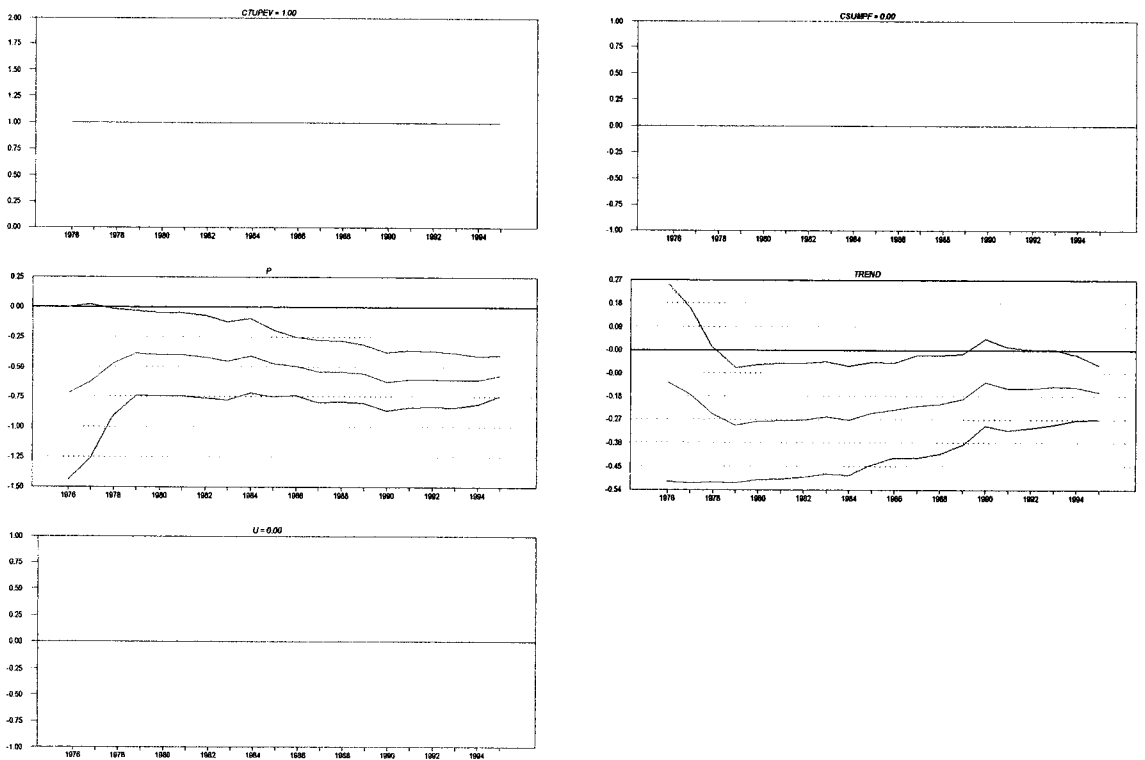


Fig. III-1d: Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1970

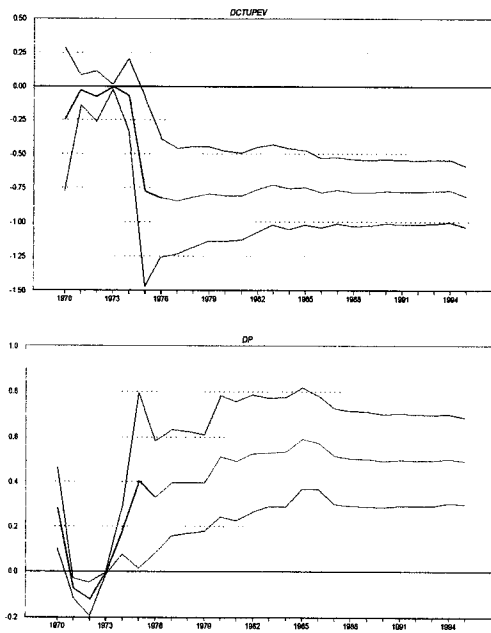
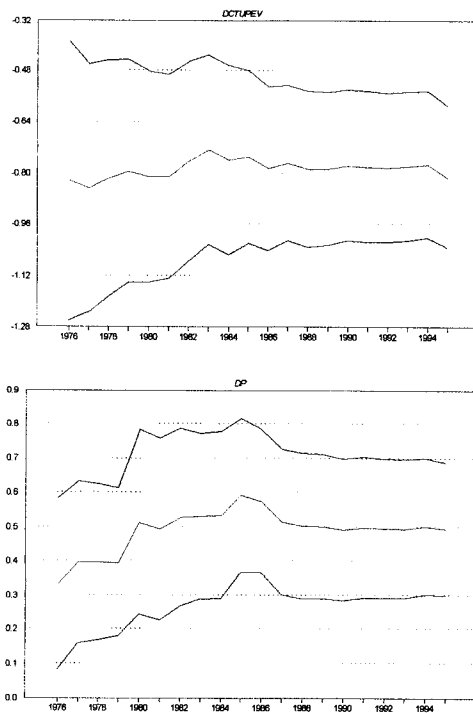


Fig. III-1d': Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1976



Quadro III-6a: Estimação da Equação de DCTUPEV

```

ECM for variable CTUPEV estimated by OLS based on cointegrating VAR(2)
*****
Dependent variable is dCTUPEV
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Regressor                Coefficient          Standard Error        T-Ratio[Prob]
Intercept                 -1.1067              .60934                -1.8162[.079]
dCTUPEV1                  .0016038             .11900                .013477[.989]
dP1                       -.14214              .18108                -.78496[.438]
dU1                       -1.7303              .88013                -1.9659[.058]
dCSUMPF1                  .25557               .10299                2.4814[.019]
ecm1(-1)                 -.81492              .12644                -6.4449[.000]
DU                        -1.4356              .93530                -1.5349[.135]
PF                         .072830              .086227               .84463[.405]
DUM7475                   14.3411              4.0190                3.5683[.001]
*****
List of additional temporary variables created:
dCTUPEV = CTUPEV-CTUPEV(-1)
dCTUPEV1 = CTUPEV(-1)-CTUPEV(-2)
dP1 = P(-1)-P(-2)
dU1 = U(-1)-U(-2)
dCSUMPF1 = CSUMPF(-1)-CSUMPF(-2)
ecm1 = 1.0000*CTUPEV - .57419*P + .0000*U - .0000*CSUMPF - .16416*T
rend
*****
R-Squared                .79975              R-Bar-Squared          .74807
S.E. of Regression       3.4413              F-stat. F( 8, 31)     15.4755[.000]
Mean of Dependent Variable .15072              S.D. of Dependent Variable 6.8562
Residual Sum of Squares  367.1172             Equation Log-likelihood -101.0936
Akaike Info. Criterion  -110.0936             Schwarz Bayesian Criterion -117.6935
DW-statistic             1.9487              System Log-likelihood  -196.5376
*****

Diagnostic Tests
*****
* Test Statistics *      LM Version *          F Version *
*****
* A:Serial Correlation*CHSQ( 1)= .022391[.881]*F( 1, 30)= .016802[.898]*
*
* B:Functional Form *CHSQ( 1)= .013635[.907]*F( 1, 30)= .010230[.920]*
*
* C:Normality *CHSQ( 2)= 1.1026[.576]* Not applicable *
*
* D:Heteroscedasticity*CHSQ( 1)= 2.1285[.145]*F( 1, 38)= 2.1357[.152]*
*****
A:Lagrange multiplier test of residual serial correlation
B:Ramsey's RESET test using the square of the fitted values
C:Based on a test of skewness and kurtosis of residuals
D:Based on the regression of squared residuals on squared fitted values

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Test of Residuals (OLS Case)
*****
Dependent variable is dCTUPEV
List of the variables in the regression:
Intercept    dCTUPEV1    dP1          dU1          dCSUMPF1
ecm1(-1)    DU          PF           DUM7475
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Lagrange Multiplier Statistic    CHSQ( 2)= .10507[.949]
F Statistic                      F( 2, 29)= .038188[.963]
*****

```

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Quadro III-6b: Estimação da Equação de DP

```

ECM for variable P estimated by OLS based on cointegrating VAR(2)
*****
Dependent variable is dP
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Regressor                Coefficient          Standard Error        T-Ratio[Prob]
Intercept                 -.33809              .53121                -.63646[.529]
dCTUPEV1                  -.36043              .10374                -3.4743[.002]
dP1                       .061552             .15786                .38991[.699]
dU1                       -.85072              .76728                -1.1087[.276]
dCSUMPF1                  -.19104              .089787              -2.1277[.041]
ecml(-1)                  .49249              .11023                4.4677[.000]
DU                        .097013             .81537                .11898[.906]
PF                        .38252              .075172              5.0886[.000]
DUM7475                   -2.3193             3.5037                -.66197[.513]
*****
List of additional temporary variables created:
dP = P-P(-1)
dCTUPEV1 = CTUPEV(-1)-CTUPEV(-2)
dP1 = P(-1)-P(-2)
dU1 = U(-1)-U(-2)
dCSUMPF1 = CSUMPF(-1)-CSUMPF(-2)
ecml = 1.0000*CTUPEV -.57419*P + .0000*U -.0000*CSUMPF -.16416*T
rend
*****
R-Squared                .60678              R-Bar-Squared        .50530
S.E. of Regression       3.0001              F-stat. F( 8, 31)    5.9794[.000]
Mean of Dependent Variable .017169             S.D. of Dependent Variable 4.2654
Residual Sum of Squares  279.0102             Equation Log-likelihood -95.6049
Akaike Info. Criterion  -104.6049            Schwarz Bayesian Criterion -112.2049
DW-statistic             2.2496              System Log-likelihood -196.5376
*****

Diagnostic Tests
*****
* Test Statistics *      LM Version *      F Version *
*****
* A:Serial Correlation*CHSQ( 1)= 1.7040[.192]*F( 1, 30)= 1.3348[.257]*
*
* B:Functional Form *CHSQ( 1)= .29762[.585]*F( 1, 30)= .22489[.639]*
*
* C:Normality *CHSQ( 2)= 7.5254[.023]* Not applicable *
*
* D:Heteroscedasticity*CHSQ( 1)= .026785[.870]*F( 1, 38)= .025463[.874]*
*****
A:Lagrange multiplier test of residual serial correlation
B:Ramsey's RESET test using the square of the fitted values
C:Based on a test of skewness and kurtosis of residuals
D:Based on the regression of squared residuals on squared fitted values

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Test of Residuals (OLS Case)
*****
Dependent variable is dP
List of the variables in the regression:
Intercept      dCTUPEV1      dP1      dU1      dCSUMPF1
ecml(-1)      DU      PF      DUM7475
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Lagrange Multiplier Statistic CHSQ( 2)= .21076[.900]
F Statistic F( 2, 29)= .076805[.926]
*****

```

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

1) Equação de DCTUPEV

Fig. III-2 a: Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV

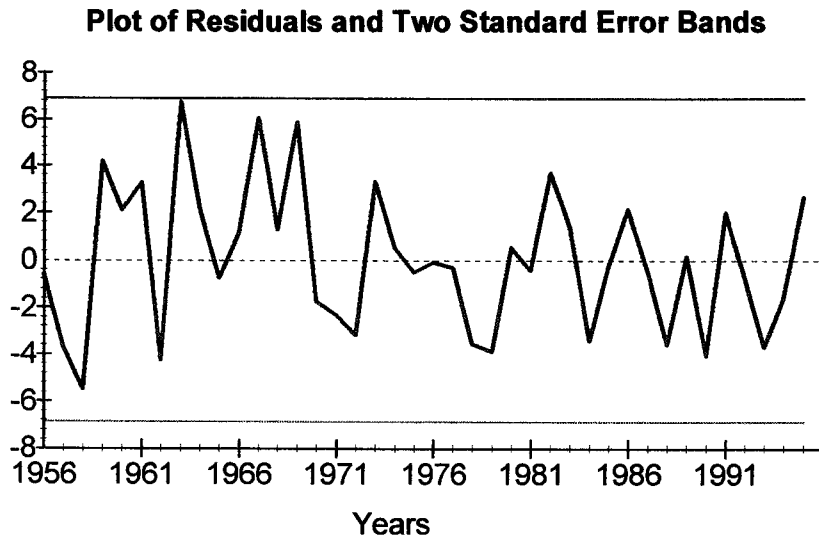
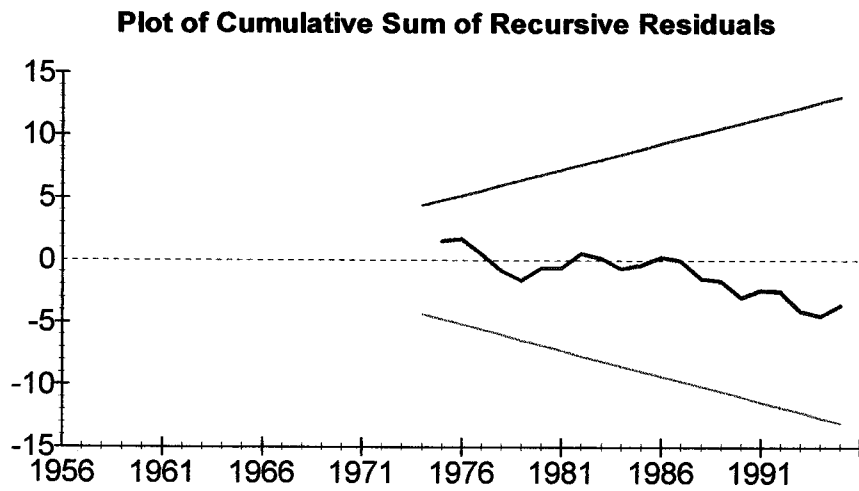


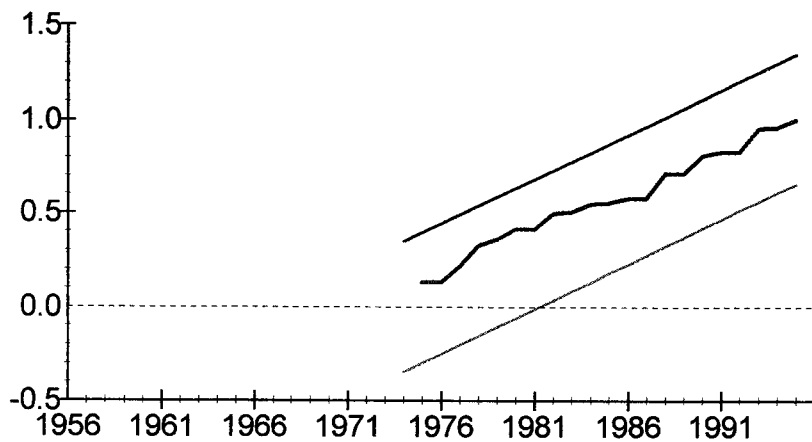
Fig. III-2a: Teste CUSUM na Equação de DCTUPEV



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

Fig. III -2b: Teste CUSUMSQ na Equação de DCTUPEV

Plot of Cumulative Sum of Squares of Recursive Residuals



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

2) Equação de DP:

Fig. III-2'b: Plot dos resíduos para a equação de DP

Plot of Residuals and Two Standard Error Bands

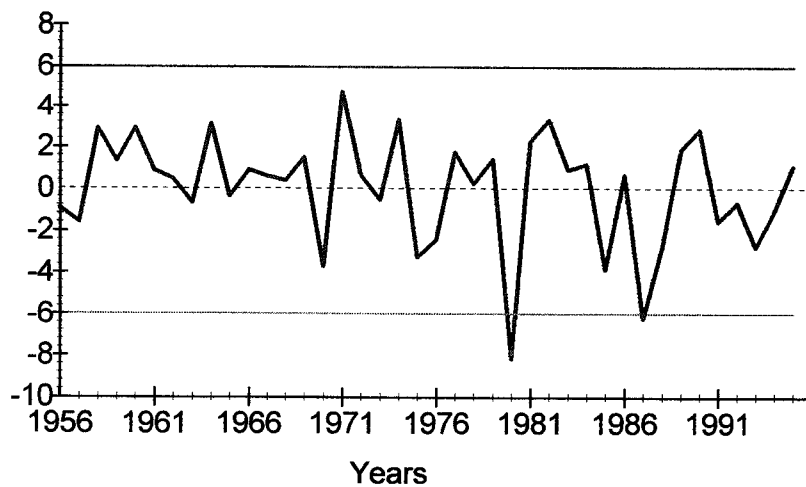
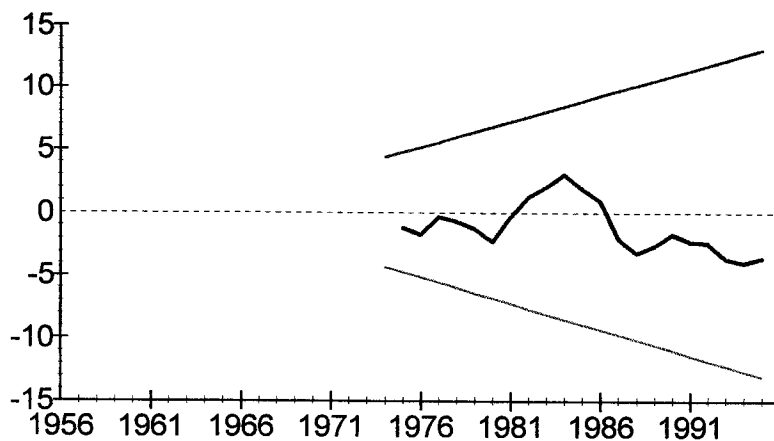


Fig. III-2c: Teste CUSUM na Equação de DP

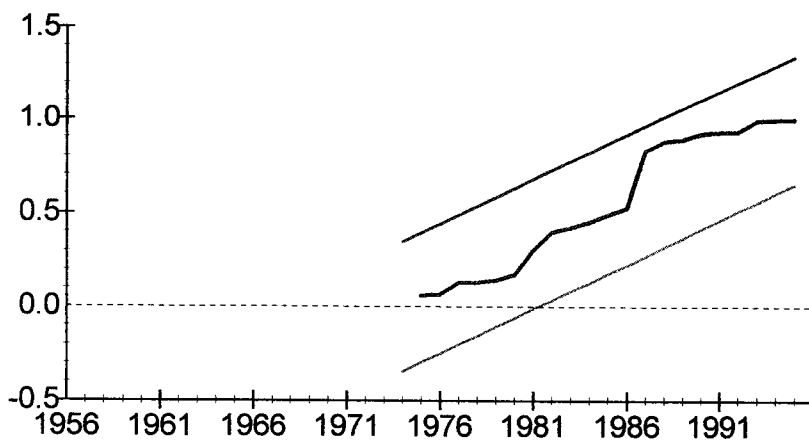
Plot of Cumulative Sum of Recursive Residuals



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

Fig. III-2d: Teste CUSUMSQ na Equação de DP

Plot of Cumulative Sum of Squares of Recursive Residuals



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

Fonte das Figuras anteriores: Elaboradas no *Microfit 4.0*.

Previsão Dinâmica Multivariada (Quadros III-7)

Modelo estimado para o período: 1956-1994
Previsão efectuada para 1995.

a) Equação de DCTUPEV:

Quadro III-7a

Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r = 1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	6.6431	2.5886	4.0545

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period	Forecast Period
	1956 to 1994	1995 to 1995
Mean	-.0000	4.0545
Mean Absolute	2.4273	4.0545
Mean Sum Squares	9.2460	16.4388
Root Mean Sum Squares	3.0407	4.0545

Quadro III-7b

Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r = 1.
List of variables included in the cointegrating vector:
CTUPEV P U CSUMPF Trend
List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
U CSUMPF
List of I(0) variables included in the VAR:
DU PF DUM7475

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	5.5745	1.5200	4.0545

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period	Forecast Period
	1956 to 1994	1995 to 1995
Mean	-.0000	4.0545
Mean Absolute	2.4273	4.0545
Mean Sum Squares	9.2460	16.4388
Root Mean Sum Squares	3.0407	4.0545

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

b)Equação de DP:

Quadro III-7c

Multivariate dynamic forecasts for the level of P

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	4.1202	3.3055	.81474

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	-.0000	.81474
Mean Absolute	2.1024	.81474
Mean Sum Squares	7.0523	.66380
Root Mean Sum Squares	2.6556	.81474

Quadro III-7d

Multivariate dynamic forecasts for the change in P

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	-1.0939	-1.9087	.81474

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	-.0000	.81474
Mean Absolute	2.1024	.81474
Mean Sum Squares	7.0523	.66380
Root Mean Sum Squares	2.6556	.81474

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

**Previsão Dinâmica Multivariada
(Figuras III-3 correspondentes aos quadros III-7)**

a) Equação de DCTUPEV:

Fig. III-3a

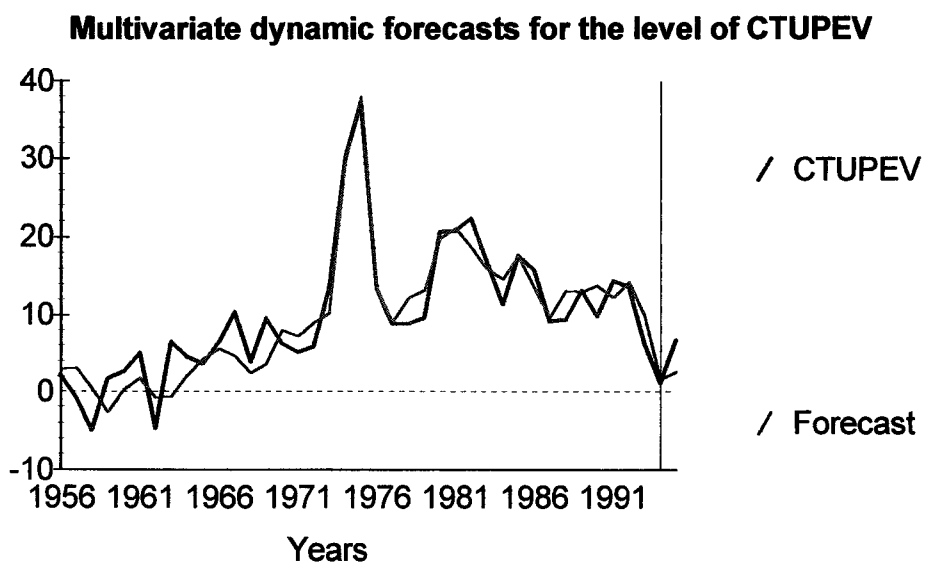
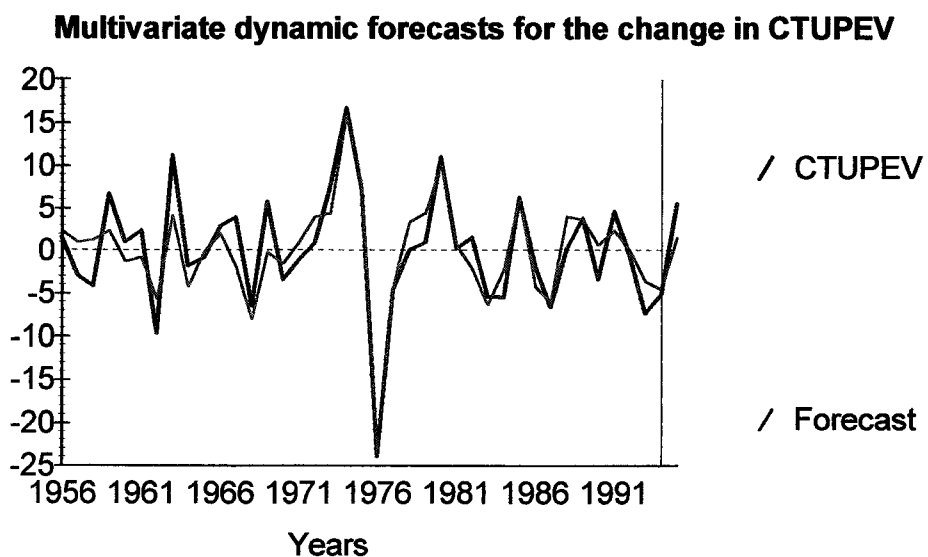


Fig. III-3b



b) Equação de DP:

Fig. III-3c

Multivariate dynamic forecasts for the level of P

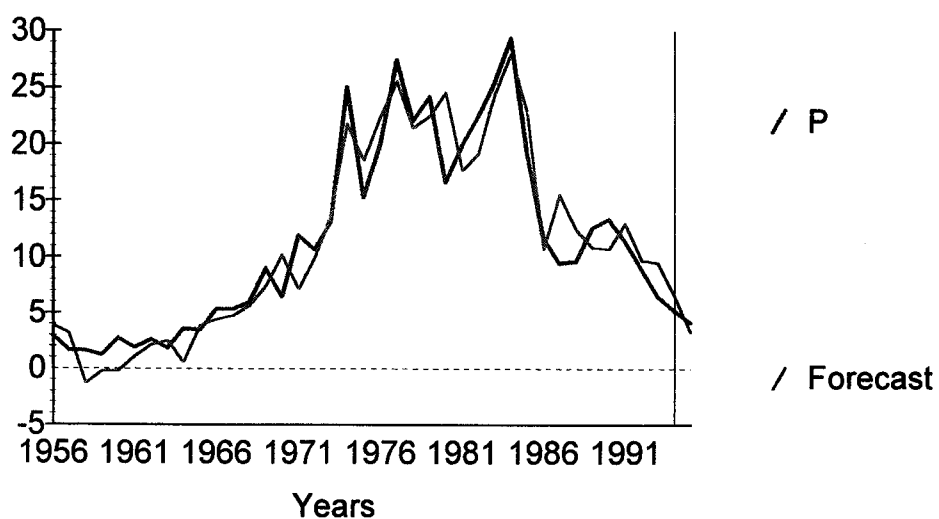
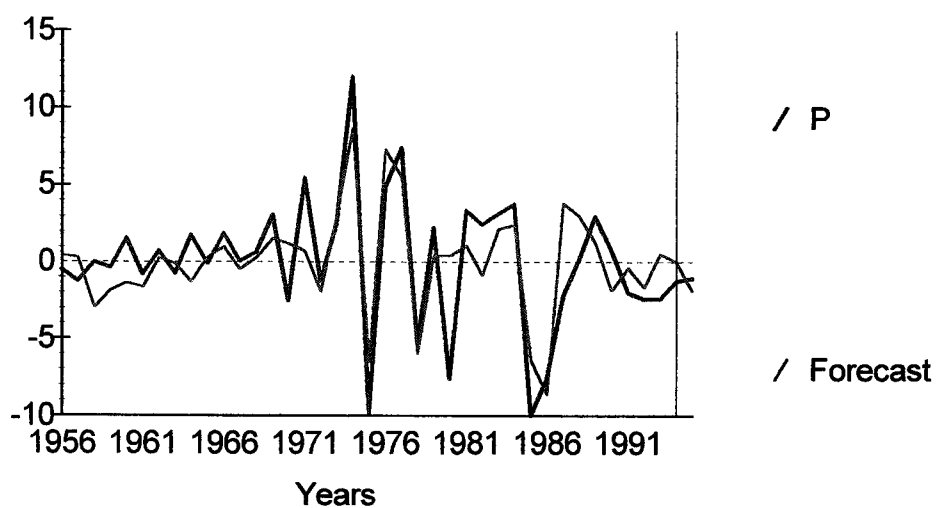


Fig. III-3d

Multivariate dynamic forecasts for the change in P



Fonte das Figuras anteriores: Elaboradas no *Microfit 4.0*

Quadro III-8a: Equações Parcimoniosas de DCTUPEV

Variável Dependente: DCTUPEV

Método de Estimação: OLS.

ECM1 = 1.0000*CTUPEV -.57419*P - 0.16416*T

estimado no modelo Phillips Curve: CTUPEV P; U csumpf & DU PF Dum7475

Equação/ Regressores	DC1	DC2	DC3	DC4	DC5	DC6
	T=40 [56-95]	T ₁ =35, T ₂ =5 [56-90]	T ₁ =30, T ₂ =10 [56-85]	T=40 [56-95]	T=22 [74-95]	T=22 [74-95]
Inpt	-1.1730[.057]	-.93795[.148]	-.89382[.347]	-1.0798[.145]	-1.9402[.025]	-1.5965[.164]
DU(-1)	-2.4383[.002]	-2.9492[.001]	-3.8896[.003]	-2.4415[.010]	-2.2365[.011]	-2.4471[.038]
PF(-1)	.21748[.020]	.19004[.042]	.48023[.000]	.44456[.000]	.25880[.009]	.48105[.000]
ECM1(-1)	-.81801[.000]	-.76934[.000]	-.76000[.000]	-.78613[.000]	-.78390[.000]	-.75101[.000]
DUM7475	14.0747[.000]	14.2661[.000]	-	-	13.4947[.000]	-
\bar{R}^2	.74006	.76564	.66523	.61532	.83692	.67732
SEE	3.4956	3.4213	4.3201	4.2524	3.2430	4.5618
DW	1.9109	1.9117	1.6229	1.6629	1.9753	1.4163
LM(1, T-k-1)	.053945[.818]	.001893[.966]	1.1959[.285]	1.5218[.226]	.10342[.752]	.032834[.858]
RESET(1, T-k-1)	.28685[.596]	.17149[.682]	1.1959[.285]	.11283[.739]	.19303[.666]	.057661[.813]
BJ(2)	.81695[.665]	.61325[.736]	5.3056[.070]*	6.2033[.045]*	1.1946[.550]	11.7226[.003]*
Het(1, T-2)	1.4010[.244]	1.3860[.248]	.47118[.498]	.25740[.615]	.99554[.330]	.067939[.797]
ARCH(2, T-k-2)	1.1686[.323]	.36286[.699]	.10370[.902]	.20451[.816]	1.5370[.247]	1.1679[.336]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	1.3860[.287]	.88800[.556]	-	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	-	1.2905[.294]	-	-	-

Entre parêntesis rectos - P-value. No caso dos coeficientes estimados trata-se do teste t de Student para H₀: β=0.

* Teste Diagnóstico significativo a algum nível conforme indica p-value.

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Testes de Diagnóstico: Optamos por colocar a versão F dos testes de diagnóstico em virtude de Robalo Marques(98) citando Kiviet(86) salientar que em pequenas amostras a versão F é preferível, excepto BJ porque não se aplica esta versão, logo apresentamos a versão LM que segue um $\chi^2(2)$. Os graus de liberdade dos testes F estão entre parêntesis curvos em função de k e T: T=n° de observações utilizadas na regressão; k=n° de coef estimados; T₁=subamostra usada na estimação; T₂=Período pós-amostal (teste de previsão) ou segunda subamostra (teste de estabilidade, só possível com T₁>k e T₂>k).

Descrição dos testes de Diagnóstico:

- LM** - Estatística LM do teste de Godfrey(1978) para testar a hipótese nula de ausência de autocorrelação.
- RESET** - Estatística do teste RESET de Ramsey(1969) para testar a hipótese nula de correcta especificação do modelo.
- BJ** - Estatística do teste de Jarque-Bera para testar a hipótese nula de erros Gaussianos (Normalidade) [baseado em Bera e Jarque(1981)]
- Het** - Estatística do teste cuja hipótese nula é a homoescedasticidade dos resíduos [veja Pesaran e Pesaran(1997)]
- ARCH** - Estatística do teste de Engle (1982) cuja hipótese nula é a ausência de heteroescedasticidade condicional autoregressiva.
- Chow** - Estatística do teste de Capacidade Preditiva (2° teste de Chow(1960)), cuja hipótese nula é a capacidade preditiva no período pós-amostal.
- Cov** - Estatística do teste de Estabilidade Estrutural dos coeficientes da regressão (1° teste de Chow(1960)) cuja hipótese nula é a estabilidade dos parâmetros [também conhecido por teste de análise de covariância]

Quadro III-8b: Equações Parcimoniosas de DP

Variável Dependente: DP

Método de Estimação: OLS.

ECM1= 1.0000*CTUPEV - .57419*P - 0.16416*T

estimado no modelo Phillips Curve: CTUPEV P; U csumpf & DU PF Dum7475

Equação/ Regressores	DP1	DP2	DP3	DP4	DP5
	T=40 [56-95]	T ₁ =35, T ₂ =5 [56-90]	T ₁ =30, T ₂ =10 [56-85]	T=40 [56-95]	T=40 [56-95]
Inpt	-.27794[.586]	-.04150[.944]	.49721[.420]	.086343[.836]	.065550[.867]
DCTUPEV(-1)	-.32823[.001]	-.33499[.002]	-.35351[.001]	-.32026[.000]	-.19647[.026]
PF(-1)	-.20395[.005]	-.21363[.006]	-.31458[.000]	-.24768[.000]	-.27121[.000]
ECM1(-1)	.44178[.000]	.44245[.000]	.52411[.000]	.42689[.000]	.28054[.006]
PF	.35960[.000]	.35230[.000]	.36703[.000]	.42280[.000]	.41399[.000]
DE	-	-	-	-	.23201[.024]
Dum80	-	-	-	-9.0758[.001]	-6.5455[.019]
Dum87	-	-	-	-7.8503[.005]	-7.3289[.005]
SME	-	-	-	-	-
R ²	.53209	.53002	.64230	.71361	.74880
SEE	2.9177	3.0840	2.7424	2.2826	2.1378
DW	1.9506	1.9220	2.2054	1.8624	2.0980
LM(1, T-k-1)	.022243[.882]	.011333[.916]	.61770[.440]	.14394[.707]	.096449[.758]
RESET _(1, T-k-1)	.99133[.326]	1.6634[.207]	3.0912[.091]*	1.6833[.204]	1.6596[.207]
BJ(2)	6.4158[.040]*	6.6516[.036]*	1.4561[.483]	.24127[.886]	.25950[.878]
Het(1, T-2)	.27514[.603]	.36943[.547]	.95004[.338]	.030339[.863]	.49331[.487]
ARCH(2, T-k-2)	.19037[.828]	.16206[.851]	.086753[.917]	2.1075[.139]	2.4135[.107]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	.26544[.928]	1.4617[.212]	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	-	3.1998[.020]*	-	-

Entre parêntesis rectos - P-value. No caso dos coeficientes estimados trata-se do teste t de Student para H₀: β=0.

*Teste Diagnóstico significativo a algum nível conforme indica p-value.

Quadro III-8b: Equações Parcimoniosas de DP (continuação)

Equação/ Regressores	DP6	DP7	DP8	DP9
	T=22 [74-95]	T=40 [56-95]	T=22 [74-95]	T=22 [74-95]
Inpt	-.31521[.610]	.32552[.429]	.20421[.776]	-.44309[.531]
DCTUPEV(-1)	-.15654[.183]	-.19413[.024]	-.13515[.240]	-.33614[.003]
PF(-1)	-.29241[.001]	-.28558[.000]	-.32019[.001]	-.24963[.006]
ECM1(-1)	.24371[.051]	.27747[.005]	.23076[.059]	.43683[.000]
PF	.44555[.000]	.40720[.000]	.43677[.000]	.45581[.000]
DE	.27884[.031]	.23408[.020]	.29168[.023]	-
Dum80	-6.1915[.050]	-6.4822[.017]	-6.1190[.048]	-9.0854[.009]
Dum87	-7.0083[.022]	-7.8030[.003]	-7.8748[.013]	-7.3794[.032]
SME	-	-1.9255[.098]	-1.7975[.201]	-
R ²	.83034	.76290	.83962	.77668
SEE	2.2735	2.0769	2.2104	2.6083
DW	1.6253	2.3658	1.9689	1.4889
LM(1, T-k-1)	.56373[.466]	1.5430[.224]	.005758[.941]	1.0542[.322]
RESET _(1, T-k-1)	1.3756[.262]	2.0431[.163]	2.5840[.134]	.86060[.369]
BJ(2)	.45374[.797]	.43404[.805]	1.3323[.514]	.63220[.729]
Het(1, T-2)	.76411[.392]	.39856[.532]	.95737[.340]	.40236[.533]
ARCH(2, T-k-2)	1.1587[.347]	2.7154[.083]*	.66968[.532]	.98831[.399]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	-	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	-	-	-

Estimações do Modelo B

MODELO B:

Dados Anuais: 1954-95.

Variáveis I(1) endógenas: P, CTUPEV

Variáveis I(0) exógenas: PF, E, SPA

Aplicámos a metodologia de Rahbek e Mosconi(99), de forma que temos:

Variáveis I(1) exógenas: csumpf, csume, csumspa

o que implica termos no modelo de curto prazo:

$dcsumpf(-1) = PF(-1)$ etc.

Procedimento: *[idêntico ao do modelo A]*

- 1) Selecção da ordem k do VAR;
- 2) Teste de Cointegração (teste traço) para os 5 casos, utilizando o VAR(k) com o objectivo de determinar r;
- 3) Selecção do melhor VAR de Cointegração dos 5 casos;
- 4) Testes de CI para o modelo seleccionado;
- 5) Testes de Hipóteses sobre Beta:
 - a) Testes CSUM's=0 de acordo com Rahbek e Mosconi(99),
 - b) Outros testes de Hipóteses sobre Beta;
- 6) Análise Recursiva da relação de longo prazo (teste de constância de Beta);
- 7) Estimação do modelo de curto prazo;
- 8) Testes CUSUM e CUSUMSQ de estabilidade Estrutural;
- 9) Capacidade Preditiva do Modelo (*Multivariate Dynamic Forecasts*);
- 10) Modelo Parcimonioso (eliminação dos coeficientes não significativos).

MODELO B – LISTA DE QUADROS E FIGURAS

1º) Selecção da ordem k do VAR:

Quadro IIIB-1: *Selecção da ordem k do VAR*

2º) Teste de Cointegração (teste traço) para os 5 casos, utilizando o VAR(k) com o objectivo de determinar r :

Quadro IIIB-2: *Teste de Traço para os 5 modelos do Método de Johansen de acordo com os termos determinísticos*

3º) Selecção do melhor VAR de Cointegração dos 5 casos:

Quadro IIIB-3: *Selecção do melhor VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen*

4º) Testes de CI para o modelo seleccionado:

Quadro IIIB-4: *Testes de Cointegração para o modelo seleccionado*

5º) Testes de Hipóteses sobre Beta:

Quadro IIIB-5: *Testes de Hipóteses sobre Beta*

6º) Análise Recursiva da relação de longo prazo (teste de constância de Beta):

Fig. IIIB-1a: *Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1970*

Fig. IIIB-1a': *Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1975*

Fig. IIIB-1b: *Eigenvalues não nulos pós-1970*

Fig. IIIB-1b': *Eigenvalues não nulos pós-1975*

Fig. IIIB-1c: *Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1970*

Fig. IIIB-1c': *Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1975*

Fig. IIIB-1d: *Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1970*

Fig. IIIB-1d': *Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1975*

7º) Estimação do modelo de curto prazo:

Quadro IIIB-6a: *Estimação da Equação de DP*

Quadro IIIB-6b: *Estimação da Equação de DCTUPEV*

8º) Testes CUSUM e CUSUMSQ de estabilidade Estrutural:

1) Equação de DP:

Fig. IIIB-2'a: *Plot dos resíduos para a equação de DP*

Fig. IIIB-2a: *Teste CUSUM na equação de DP*

Fig. IIIB-2b: *Teste CUSUMSQ na equação de DP*

2) Equação de DCTUPEV:

Fig. IIIB-2'b: *Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV*

Fig. IIIB-2c: *Teste CUSUM na equação de DCTUPEV*

Fig. IIIB-2d: *Teste CUSUMSQ na equação de DCTUPEV*

9º) Capacidade Preditiva do Modelo (Multivariate Dynamic Forecasts):

1) Previsão Dinâmica Multivariada (Quadros):

a) Equação de DP:

Quadro IIIB-7a: *Multivariate dynamic forecasts for the level of P*

Quadro IIIB-7b: *Multivariate dynamic forecasts for the change in P*

b) Equação de DCTUPEV:

Quadro IIIB-7c: *Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV*

Quadro IIIB-7d: *Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV*

2) Previsão Dinâmica Multivariada (Figuras correspondentes aos Quadros):

a) Equação de DP:

Fig. IIIB-3a: *Multivariate dynamic forecasts for the level of P*

Fig. IIIB-3b: *Multivariate dynamic forecasts for the change in P*

b) Equação de DCTUPEV:

Fig. IIIB-3c: *Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV*

Fig. IIIB-3d: *Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV*

10º) Modelo Parcimonioso (eliminação dos coeficientes não significativos):

Quadro IIIB-8a: *Equações Parcimoniosas de DP*

Quadro IIIB-8b: *Equações Parcimoniosas de DCTUPEV*

Quadro IIB-1

Seleção da ordem k do VAR

Modelo: P CTUPEV; csumpf, csume, csumspa & PF E SPA
Dados Anuais: 1954-1995.¹

Estatísticas multivariadas:²

VAR	k=4	k=3	k=2	k=1
Testes de Autocorrelação:				
LB(T/4)	$\chi^2(20) = 40.382[0.00]$	$\chi^2(24) = 43.172[0.01]$	$\chi^2(28) = 45.508[0.02]$	$\chi^2(32) = 42.491[0.10]$
LM(1)	$\chi^2(4) = 2.502[0.64]$	$\chi^2(4) = 4.485[0.34]$	$\chi^2(4) = 2.283[0.68]$	$\chi^2(4) = 2.840[0.58]$
LM(4)	$\chi^2(4) = 4.962[0.29]$	$\chi^2(4) = 1.950[0.74]$	$\chi^2(4) = 6.962[0.14]$	$\chi^2(4) = 8.023[0.09]$
Teste de Normalidade:³				
	$\chi^2(4) = 2.149[0.71]$	$\chi^2(4) = 2.777[0.60]$	$\chi^2(4) = 1.158[0.89]$	$\chi^2(4) = 0.580[0.97]$

Estatísticas univariadas:⁴

VAR	k=4				k=3			
	LM(1)	ARCH(4)	BJ(2)	SEE	LM(1)	ARCH(3)	BJ(2)	SEE
ΔP	1.1404 [.286]	1.8072 [.771]	1.0285 [.598]	1.6944	4.9219 [.027]	.99073 [.803]	1.8205 [.402]	2.1989
$\Delta CTUPEV$	3.7717 [.052]	4.8716 [.301]	.31092 [.856]	4.1802	3.4444 [.063]	3.0187 [.389]	.83964 [.657]	3.6818

VAR	k=2				k=1			
	LM(1)	ARCH(2)	BJ(2)	SEE	LM(1)	ARCH(1)	BJ(2)	SEE
ΔP	.78874 [.374]	1.1841 [.553]	.61990 [.733]	2.3475	.72182 [.396]	.0072365 [.932]	.19625 [.907]	2.2724
$\Delta CTUPEV$	1.7638 [.184]	.58114 [.748]	.30430 [.859]	3.5712	.15980 [.689]	1.2530 [.263]	.88251 [.643]	4.0126

Nota1: Entre parêntesis rectos - p-value.

Nota2: Veja Johansen (1996, p. 20) e F. Peixe (1994, p. 77).

Estatísticas Univariadas calculados no *Microfit 4.0*:

$LM(1) = \chi^2_{SC}(1)$; $ARCH(k) = \chi^2_{ARCH}(k)$; $BJ(2) = \chi^2_N(2)$; SEE = desvio padrão da regressão.

Veja Pesaran e Pesaran (1997, pp. 86-87 e 116). A regressão de cada equação foi feita por OLS, considerando a matriz Π sem restrições.⁵

Estatísticas Multivariadas calculados no *CATS in RATS* com `dettrend=cimean`:

LM(1) e LM(4) são testes LM para 1ª e 4ª ordem de autocorrelação calculado pelo CATS usando uma regressão auxiliar proposta por Godfrey e LB(T/4) é o teste Ljung-Box. [veja Hansen e Juselius(1995, p. 73)].

Conclusão - k escolhido: k=2.

[Embora as estatísticas multivariadas apontem para k=1, as estatísticas univariadas são indiferentes entre k=1 e k=2. Analisamos também o teste "Adjusted LR" e os critérios de seleção AIC, SBC no VAR irrestrito pelos quais se escolhe o VAR(2)].

¹ Começamos com k=4 para manter sempre o mesmo n° de observações (38 obs.) em todas as regressões independente da ordem k. No CATS temos de mudar "sample": exemplo para obter sempre 38 obs é necessário fazer para lag=2, "sample" 1956:1 1995:1.

² Calculadas pelo CATS in RATS.

³ Baseado em Doornik e Hansen (1994) - *An Omnibus test for univariate and multivariate normality*, Working Paper, Nuffield College, Oxford, de acordo com Hansen e Juselius(1995).

⁴ Calculadas pelo Microfit 4.0. O teste ARCH é até à ordem k, sendo k a ordem do VAR, pois estamos a seguir Hansen e Juselius(95) e Johansen (96, p. 25).

⁵ Por exemplo para equação de ΔP , VAR(4) introduzimos no Mfit4 em OLS: `dp inpt dp{1-3} dctupev{1-3} pf{1-3} e{1-3} spa{1-3} p(-1) ctupev(-1) csumpf(-1) csume(-1) csumspa(-1) pf e spa`.

Quadro IIIB-2

Teste de Traço para os 5 modelos do Método de Johansen
de acordo com os termos determinísticos

H0: r=	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
0	44.851**	45.766**	45.646**	46.582**	45.996**
1	11.270	11.341	11.245	12.171	12.170

** significativo a 5 %.

Fonte: Cálculos efectuados no *CATS in RATS*, version 1, com *proc=rank*, *lags=2*.

Quadro IIIB-3

Seleção do melhor modelo VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen

Modelo: P CTUPEV; csumpf, csuume, csumspa & PF E SPA

VAR(k) com k = 2

Nº de vectores cointegrantes: r = 1

		Modelo I	Modelo II	Modelo III	Modelo IV	Modelo V
LL (system log-likelihood)		-186.2383	-185.8162	-185.7687	-185.7633	-185.7629
Equação de ΔP	\bar{R}^2	.67934	.68101	.67121	.67178	.66043
	SEE	2.4153	2.4090	2.4458	2.4436	2.4856
	$\chi_{SC}^2(1)$.1820E-3[.989]	.0024886[.960]	.0068443[.934]	.0083513[.927]	.010263[.919]
	$\chi_{FF}^2(1)$	1.1988[.274]	1.1557[.282]	1.0089[.315]	.99654[.318]	1.0354[.309]
	$\chi_N^2(2)$.62257[.733]	.47372[.789]	.57023[.752]	.57065[.752]	.58187[.748]
	$\chi_H^2(1)$.54573[.460]	.54139[.462]	.57402[.449]	.56993[.450]	.57294[.449]
	$\chi_{ARCH}^2(2)$	1.5099[.470]	1.4074[.495]	1.3588[.507]	1.3573[.507]	1.3817[.501]
Equação de ΔCTUPEV	\bar{R}^2	.76953	.77300	.76540	.76500	.75693
	SEE	3.2915	3.2666	3.3208	3.3237	3.3802
	$\chi_{SC}^2(1)$.36980[.543]	.36389[.546]	.36493[.546]	.38093[.537]	.38862[.533]
	$\chi_{FF}^2(1)$.0010832[.974]	.0031575[.955]	.0019345[.965]	.0043271[.948]	.0040971[.949]
	$\chi_N^2(2)$.43167[.806]	.34302[.842]	.34483[.842]	.35894[.836]	.35677[.837]
	$\chi_H^2(1)$.51971[.471]	.49506[.482]	.50148[.479]	.52734[.468]	.52695[.468]
	$\chi_{ARCH}^2(2)$.54789[.760]	.39927[.819]	.40882[.815]	.39632[.820]	.39776[.820]
Testes de Ausência de intercepto e/ou tendência na relação de cointegração			H0: Inpt=0; $\chi^2(1)=$.84427[.358]		H0: trend=0; $\chi^2(1)=$.010770[.917]	
Testes de Especificação			LR(Mod II Mod III)= -2(LL _{II} -LL _{III})= [] ⁽¹⁾		LR(Mod IV Mod V)= -2(LL _{IV} -LL _V)= [] ⁽²⁾	

(1) $-2*[-185.8162-(-185.7687)]= 0.095 < \chi^2(1)$ a 5 e a 10% respectivamente 3.84146 e 2.70554 o que implica que não podemos rejeitar o modelo II contra o modelo III.

(2) $-2*[-185.7633-(-185.7629)]= 0.0008 < \chi^2(1)$ a 5 e a 10% respectivamente 3.84146 e 2.70554 o que implica que não podemos rejeitar o modelo IV contra o modelo V.

Nota: Metodologia proposta por Pesaran, Shin e Smith (1999).

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

1) Na determinação de LL, \bar{R}^2 , SEE e testes de diagnóstico usamos o ECM dado pelo método de Johansen usando "CV's obtained under Johansen's just-identifying restrictions" no *Microfit 4.0*.

2) Utilizamos ARCH(k), em que k é a ordem do VAR, conforme Hansen e Juselius (95) e Johansen(96, p. 25).

$\chi_i^2(\cdot)$ com i = SC, FF, N, H, ARCH corresponde respectivamente aos testes LM, RESET, BJ, Het, ARCH, mas na versão LM \Rightarrow seguem uma distribuição χ^2 com g. l. entre parêntesis (\cdot). [veja sua descrição mais à frente]

Conclusão -Modelo Escolhido: Estatisticamente não podemos rejeitar o Modelo I, embora em termos teóricos seja conveniente um modelo do 2 a 4 conforme vimos no ponto sobre Cointegração. Assim, vamos optar por escolher o **modelo II**. [Conclusão idêntica à do modelo A]

Quadro IIIB-4
Testes de Cointegração para o modelo seleccionado

Cointegration with restricted intercepts and no trends in the VAR
Cointegration LR Test Based on Maximal Eigenvalue of the Stochastic Matrix

40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
List of variables included in the cointegrating vector:
P CTUPEV CSUMPF CSUME CSUMSPA
Intercept
List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
CSUMPF CSUME CSUMSPA
List of I(0) variables included in the VAR:
PF E SPA
List of eigenvalues in descending order:
.57711 .24687 .0000 .0000 .0000 0.00

Null Alternative Statistic 95% Critical Value 90% Critical Value
r = 0 r = 1 34.4254 24.9700 22.5400
r <= 1 r = 2 11.3406 17.8000 15.6800

Use the above table to determine r (the number of cointegrating vectors).

Cointegration with restricted intercepts and no trends in the VAR
Cointegration LR Test Based on Trace of the Stochastic Matrix

40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
List of variables included in the cointegrating vector:
P CTUPEV CSUMPF CSUME CSUMSPA
Intercept
List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
CSUMPF CSUME CSUMSPA
List of I(0) variables included in the VAR:
PF E SPA
List of eigenvalues in descending order:
.57711 .24687 .0000 .0000 .0000 0.00

Null Alternative Statistic 95% Critical Value 90% Critical Value
r = 0 r >= 1 45.7660 35.4600 32.2800
r <= 1 r = 2 11.3406 17.8000 15.6800

Use the above table to determine r (the number of cointegrating vectors).

Cointegration with restricted intercepts and no trends in the VAR
Choice of the Number of Cointegrating Relations Using Model Selection Criteria

40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
List of variables included in the cointegrating vector:
P CTUPEV CSUMPF CSUME CSUMSPA
Intercept
List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
CSUMPF CSUME CSUMSPA
List of I(0) variables included in the VAR:
PF E SPA
List of eigenvalues in descending order:
.57711 .24687 .0000 .0000 .0000 0.00

Rank Maximized LL AIC SBC HQC
r = 0 -203.0289 -219.0289 -232.5400 -223.9141
r = 1 -185.8162 -208.8162 -228.2383 -215.8386
r = 2 -180.1459 -208.1459 -231.7903 -216.6950

AIC = Akaike Information Criterion SBC = Schwarz Bayesian Criterion
HQC = Hannan-Quinn Criterion

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

CONCLUSÃO: Não podemos rejeitar $r=1$ quer pelo teste do traço, quer pelo teste do máximo valor próprio. Os critérios de selecção SBC e HQC também seleccionam o modelo com $r=1$.

Quadro IIB-5

Testes de Hipóteses sobre Beta

Vector sem restrições	Restrição identificadora: $\beta_1=1$	Restrições sobre betas das variáveis acumuladas $H01: \beta_3=\beta_4=\beta_5=0$	Teste conjunto de hipótese H01 mais intercepto=0 $H02: \beta_3=\beta_4=\beta_5=\beta_6=0$	Teste conjunto de hipótese H02 mais coef unitário de CTUPEV $H03: \beta_3=\beta_4=\beta_5=\beta_6=0$ e $\beta_2=-\beta_1$
P -.048087 (-1.0000)	P 1.0000 (*NONE*)	P 1.0000 (*NONE*)	P 1.0000 (*NONE*)	P 1.0000 (*NONE*)
CTUPEV .048762 (1.0140)	CTUPEV -1.0140 (.42054)	CTUPEV -.89806 (.14268)	CTUPEV -.98359 (.089518)	CTUPEV -1.0000 (*NONE*)
CSUMPF -.4600E-3 (-.0095661)	CSUMPF .0095661 (.14875)	CSUMPF -.0000 (*NONE*)	CSUMPF .0000 (*NONE*)	CSUMPF .0000 (*NONE*)
CSUME -.0015651 (-.032547)	CSUME .032547 (.086810)	CSUME .0000 (*NONE*)	CSUME .0000 (*NONE*)	CSUME .0000 (*NONE*)
CSUMSPA -.0024432 (-.050807)	CSUMSPA .050807 (.13847)	CSUMSPA -.0000 (*NONE*)	CSUMSPA -.0000 (*NONE*)	CSUMSPA -.0000 (*NONE*)
Intercept .056847 (1.1822)	Intercept -1.1822 (1.2732)	Intercept -.64658 (.91807)	Intercept -.0000 (*NONE*)	Intercept .0000 (*NONE*)
Teste LR das restrições	-	$\chi^2(3)=$.75075 [.861]	$\chi^2(4)=$ 1.1709 [.883]	$\chi^2(5)=$ 1.2034 [.945]

Nota: Entre parêntesis curvos está o desvio padrão, excepto no vector sem restrições em que temos dentro de parêntesis o vector normalizado. Entre parêntesis rectos o p-value. Por cima de cada beta esta a variável correspondente.

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Conclusão: Não podemos rejeitar H03 pelo que a melhor relação de cointegração parece ser $P=CTUPEV$, e assim temos o modelo I, embora não o tenhamos escolhido inicialmente. Também não podemos rejeitar $\beta_2=-\beta_1$ individualmente.

Fig. IIB-1a: Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1970⁶

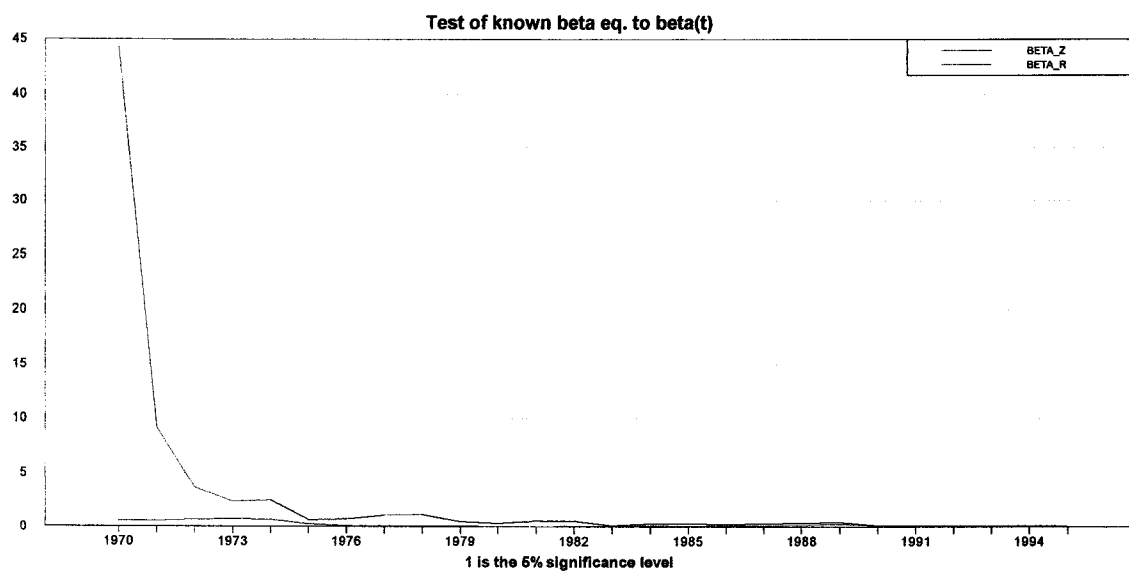
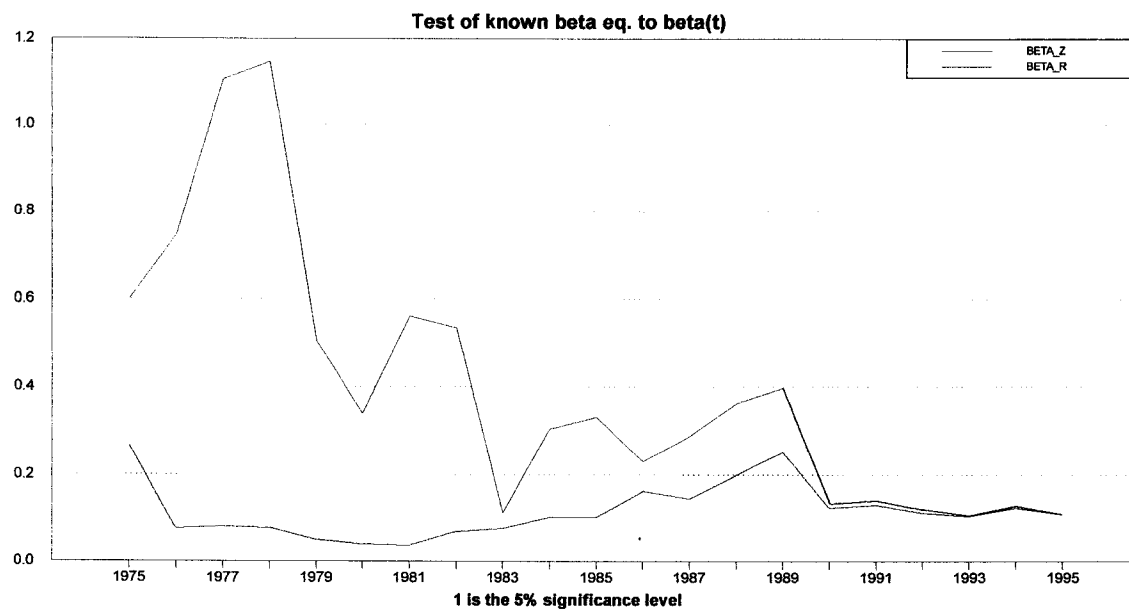


Fig. IIB-1a': Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1975



⁶ Sobre este teste veja Hansen e Juselius (95, p. 22). A estimação recursiva foi elaborada no CATS in RATS.

Fig. IIB-1b: Eigenvalues não nulos pós-1970

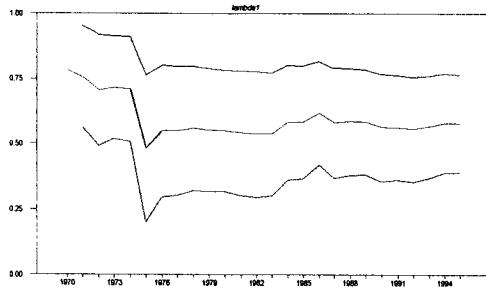


Fig. IIB-1b': Eigenvalues não nulos pós-1975

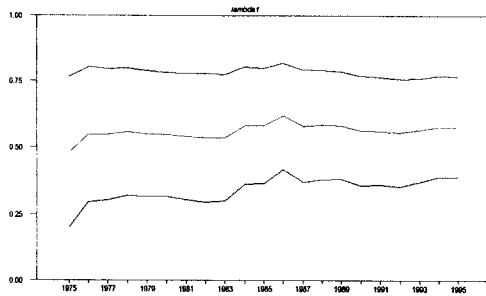


Fig. IIB-1c: Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1970

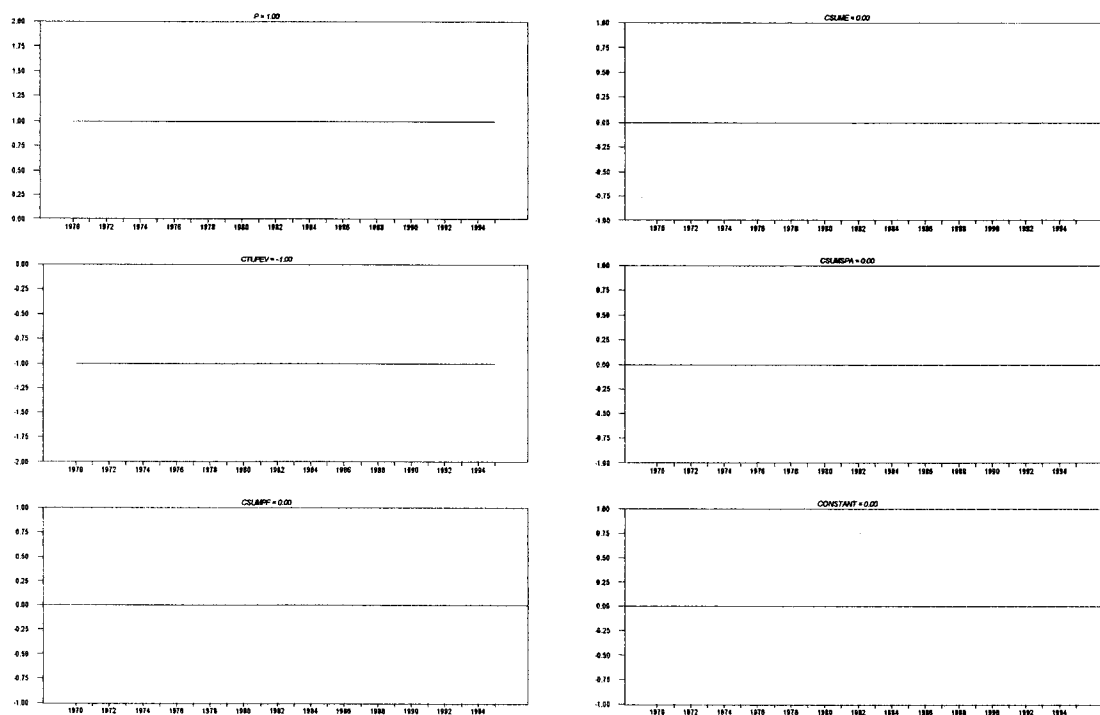


Fig. IIB-1c': Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1975

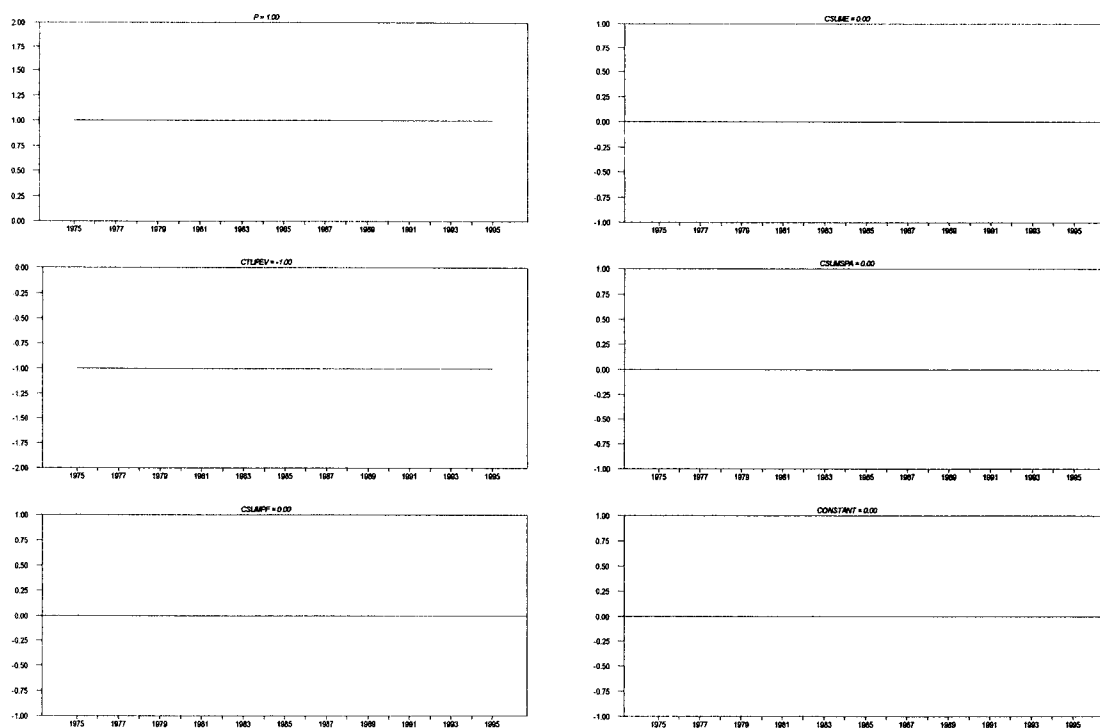


Fig. IIB-1d: Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1970

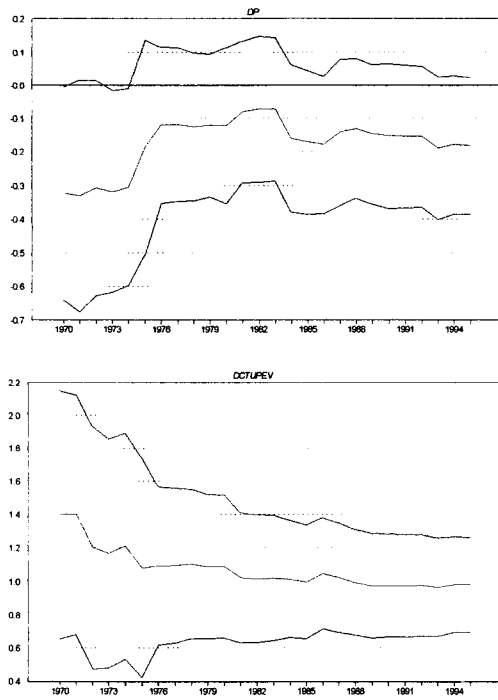
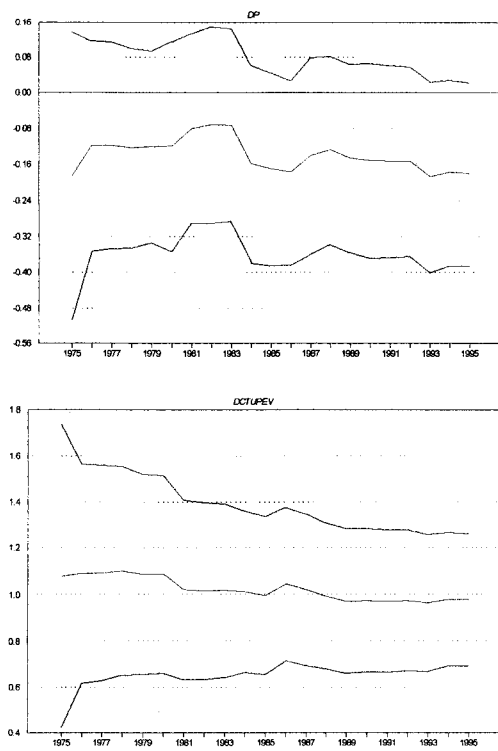


Fig. IIB-1d': Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1975



Quadro IIIB-6a: Estimação da Equação de DP

```

ECM for variable P estimated by OLS based on cointegrating VAR(2)
*****
Dependent variable is dP
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Regressor                Coefficient        Standard Error      T-Ratio[Prob]
dP1                      -.20451            .14366              -1.4236[.165]
dCTUPEV1                 -.17822            .090206             -1.9757[.057]
dCSUMPF1                 -.097571           .075397             -1.2941[.205]
dCSUME1                  -.27359            .13361              -2.0476[.049]
dCSUMSPA1                .020520           .24192              .084821[.933]
ecml(-1)                 -.18114            .11629              -1.5577[.129]
PF                       .35349            .055018             6.4250[.000]
E                        .38679            .10036              3.8540[.001]
SPA                      .29547            .25365              1.1648[.253]
*****
List of additional temporary variables created:
dP = P-P(-1)
dP1 = P(-1)-P(-2)
dCTUPEV1 = CTUPEV(-1)-CTUPEV(-2)
dCSUMPF1 = CSUMPF(-1)-CSUMPF(-2)
dCSUME1 = CSUME(-1)-CSUME(-2)
dCSUMSPA1 = CSUMSPA(-1)-CSUMSPA(-2)
ecml = 1.0000*P -1.0000*CTUPEV - .0000*CSUMPF + .0000*CSUME - .00
00*CSUMSPA - .0000
*****
R-Squared                .74790            R-Bar-Squared        .68284
S.E. of Regression       2.4021            F-stat.              F( 8, 31) 11.4959[.000]
Mean of Dependent Variable .017169           S.D. of Dependent Variable 4.2654
Residual Sum of Squares 178.8761           Equation Log-likelihood -86.7138
Akaike Info. Criterion  -95.7138           Schwarz Bayesian Criterion -103.3138
DW-statistic             1.9795            System Log-likelihood -186.4179
*****

Diagnostic Tests
*****
* Test Statistics * LM Version * F Version *
*****
* A:Serial Correlation*CHSQ( 1)= .0025390[.960]*F( 1, 30)= .0019043[.965]*
*
* B:Functional Form *CHSQ( 1)= 1.1996[.273]*F( 1, 30)= .92748[.343]*
*
* C:Normality *CHSQ( 2)= .74737[.688]* Not applicable *
*
* D:Heteroscedasticity*CHSQ( 1)= .55444[.457]*F( 1, 38)= .53412[.469]*
*****
A:Lagrange multiplier test of residual serial correlation
B:Ramsey's RESET test using the square of the fitted values
C:Based on a test of skewness and kurtosis of residuals
D:Based on the regression of squared residuals on squared fitted values

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Test of Residuals (OLS Case)
*****
Dependent variable is dP
List of the variables in the regression:
dP1 dCTUPEV1 dCSUMPF1 dCSUME1 dCSUMSPA1
ecml(-1) PF E SPA
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Lagrange Multiplier Statistic CHSQ( 2)= 1.5484[.461]
F Statistic F( 2, 29)= .58389[.564]
*****

```

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Quadro IIB-6b: Estimação da Equação de DCTUPEV

```

ECM for variable CTUPEV estimated by OLS based on cointegrating VAR(2)
*****
Dependent variable is dCTUPEV
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Regressor                Coefficient          Standard Error        T-Ratio[Prob]
dP1                      .15766              .19893                .79254[.434]
dCTUPEV1                 .14743              .12492                1.1802[.247]
dCSUMPF1                 .092386            .10441                .88485[.383]
dCSUME1                  -.55129             .18503                -2.9795[.006]
dCSUMSPA1                -.92074             .33501                -2.7484[.010]
ecml(-1)                 .97806             .16103                6.0737[.000]
PF                       .31317             .076189               4.1105[.000]
E                        -.16218            .13898                -1.1670[.252]
SPA                      .47061             .35126                1.3398[.190]
*****
List of additional temporary variables created:
dCTUPEV = CTUPEV-CTUPEV(-1)
dP1 = P(-1)-P(-2)
dCTUPEV1 = CTUPEV(-1)-CTUPEV(-2)
dCSUMPF1 = CSUMPF(-1)-CSUMPF(-2)
dCSUME1 = CSUME(-1)-CSUME(-2)
dCSUMSPA1 = CSUMSPA(-1)-CSUMSPA(-2)
ecml = 1.0000*P -1.0000*CTUPEV -.0000*CSUMPF + .0000*CSUME -.00
00*CSUMSPA -.0000
*****
R-Squared                .81289              R-Bar-Squared         .76460
S.E. of Regression       3.3264              F-stat. F( 8, 31)    16.8348[.000]
Mean of Dependent Variable .15072              S.D. of Dependent Variable 6.8562
Residual Sum of Squares  343.0207            Equation Log-likelihood -99.7358
Akaike Info. Criterion   -108.7358           Schwarz Bayesian Criterion -116.3357
DW-statistic             2.1435              System Log-likelihood -186.4179
*****

Diagnostic Tests
*****
* Test Statistics *      LM Version *          F Version *
*****
* A:Serial Correlation*CHSQ( 1)= .68032[.409]*F( 1, 30)= .51907[.477]*
*
* B:Functional Form *CHSQ( 1)= .036064[.849]*F( 1, 30)= .027072[.870]*
*
* C:Normality *CHSQ( 2)= .55054[.759]* Not applicable *
*
* D:Heteroscedasticity*CHSQ( 1)= .43204[.511]*F( 1, 38)= .41492[.523]*
*****
A:Lagrange multiplier test of residual serial correlation
B:Ramsey's RESET test using the square of the fitted values
C:Based on a test of skewness and kurtosis of residuals
D:Based on the regression of squared residuals on squared fitted values

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Test of Residuals (OLS Case)
*****
Dependent variable is dCTUPEV
List of the variables in the regression:
dP1          dCTUPEV1      dCSUMPF1      dCSUME1      dCSUMSPA1
ecml(-1)    PF           E             SPA
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Lagrange Multiplier Statistic CHSQ( 2)= .36425[.833]
F Statistic F( 2, 29)= .13325[.876]
*****

```

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

1) Equação de DP

Fig. IIB-2'a: Plot dos resíduos para a equação de DP

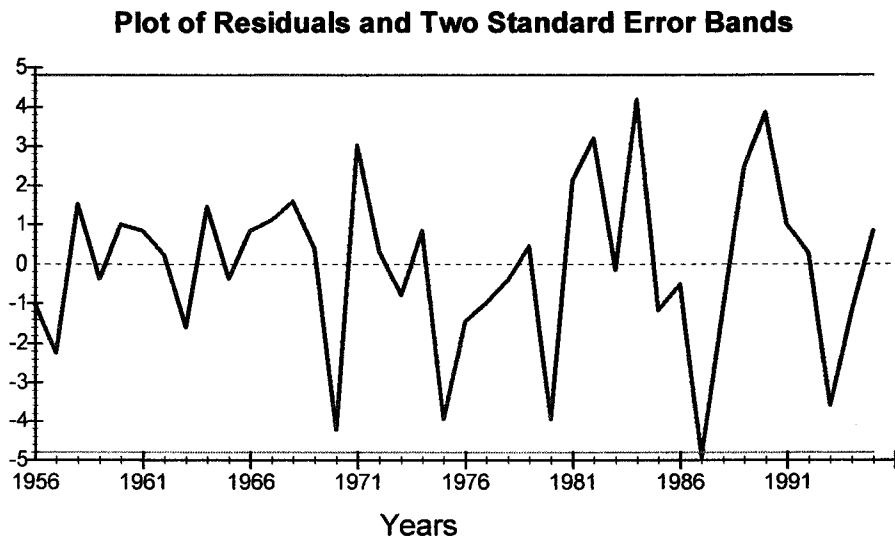


Fig. IIB-2a: Teste CUSUM na Equação de DP

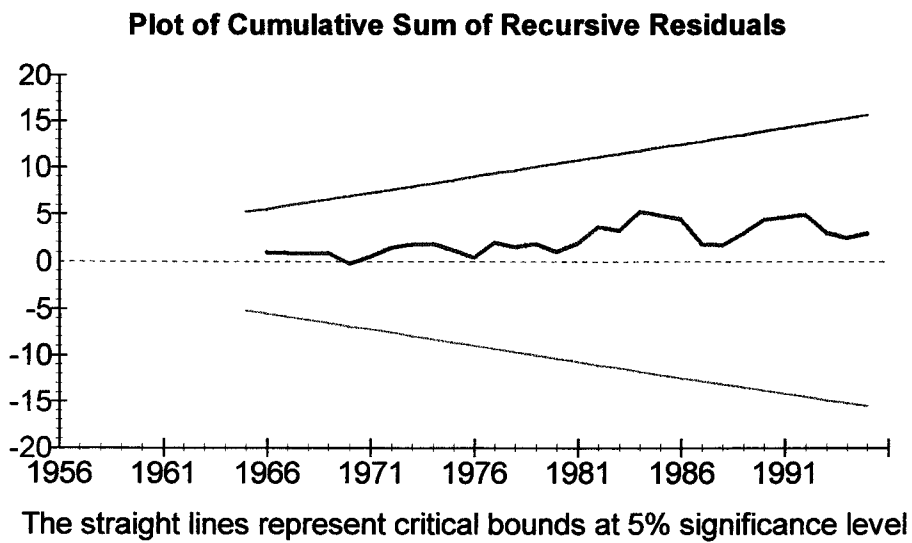
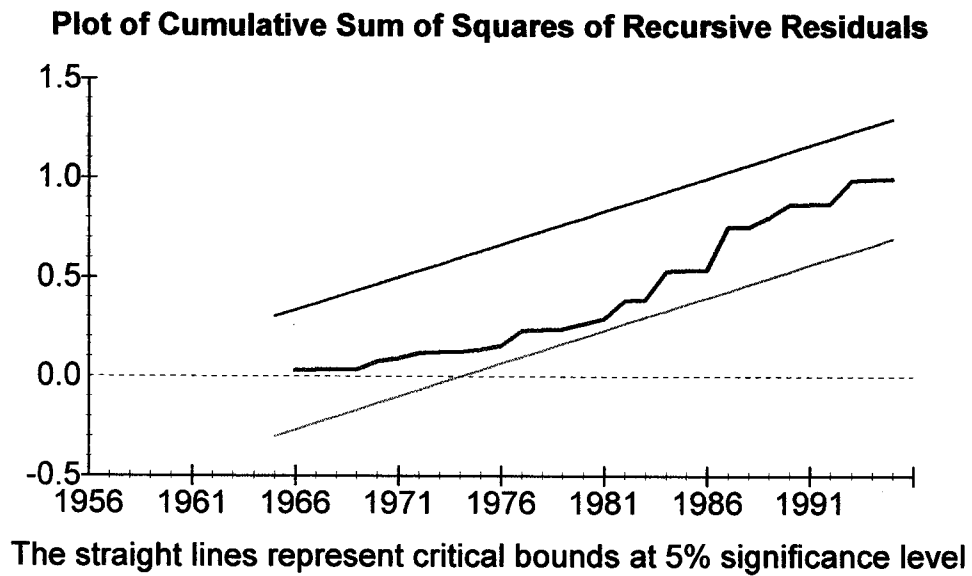


Fig. IIB-2b: Teste CUSUMSQ na Equação de DP



2) Equação de DCTUPEV:

Fig. IIB-2'b: Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV

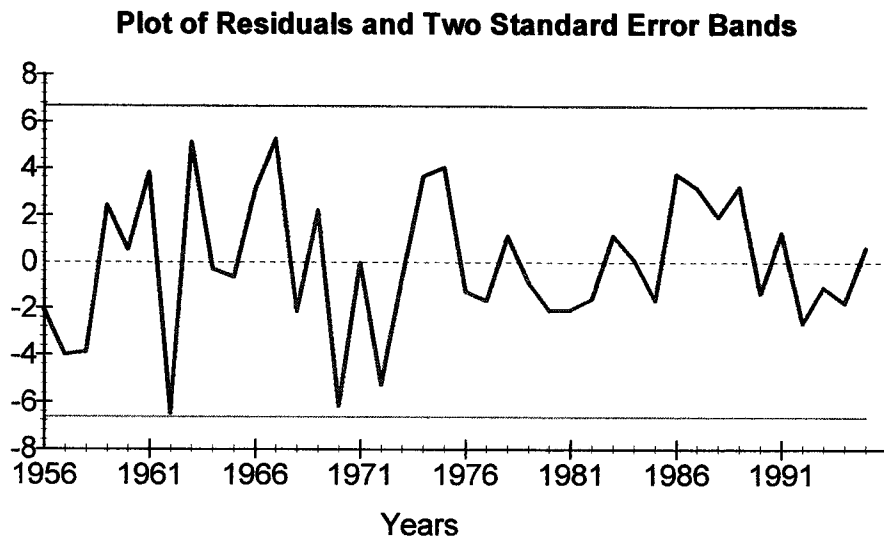


Fig. IIB-2c: Teste CUSUM na Equação de DCTUPEV

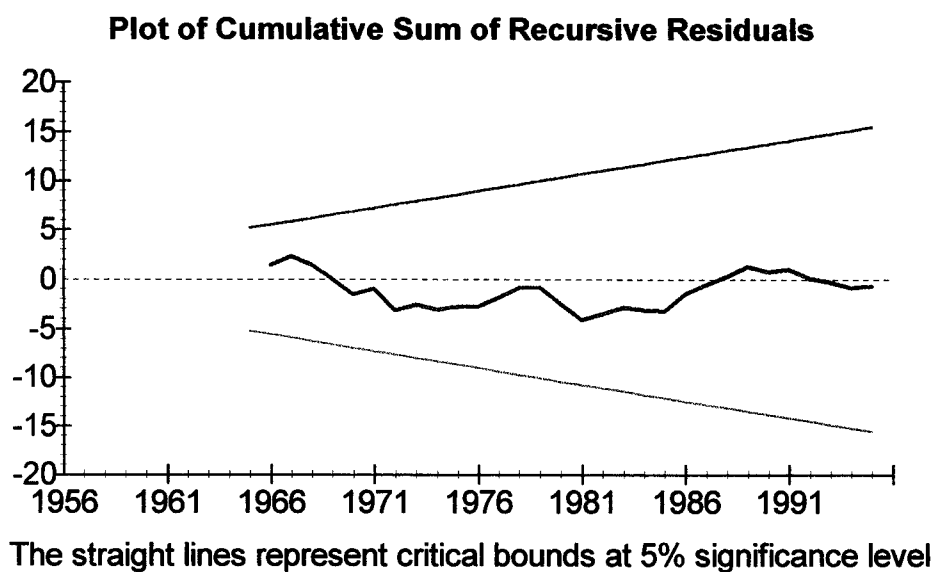
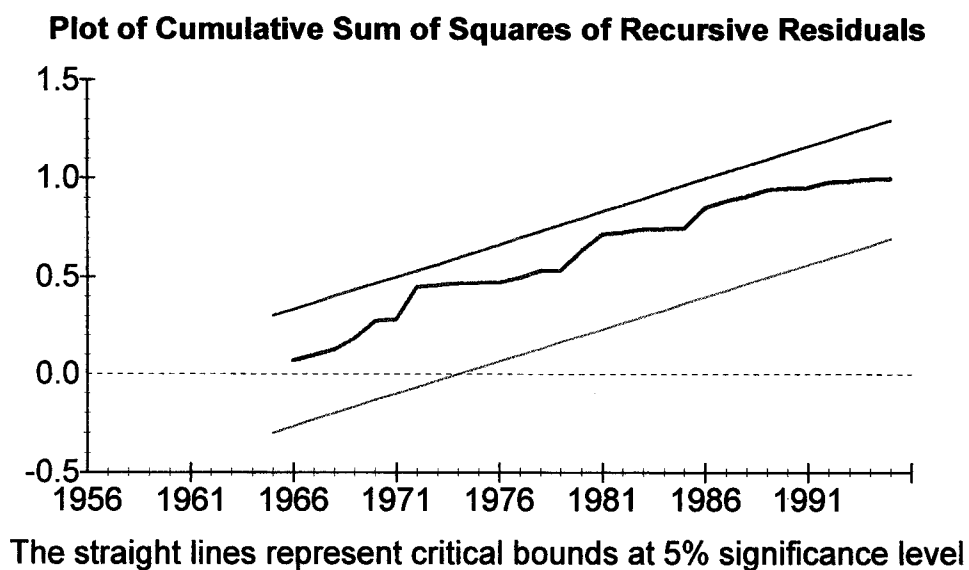


Fig. IIB-2d: Teste CUSUMSQ na Equação de DCTUPEV



Fonte das Figuras anteriores: Elaboradas no *Microfit 4.0*

**Previsão Dinâmica multivariada
(Quadros IIB-7)**

Modelo estimado para o período: 1956-1994
Previsão efectuada para 1995.

a) Equação de DP:

Quadro IIB-7a

Multivariate dynamic forecasts for the level of P

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	4.1202	3.1012	1.0191

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period	Forecast Period
	1956 to 1994	1995 to 1995
Mean	-.084386	1.0191
Mean Absolute	1.6558	1.0191
Mean Sum Squares	4.5646	1.0385
Root Mean Sum Squares	2.1365	1.0191

Quadro IIB-7b

Multivariate dynamic forecasts for the change in P

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	-1.0939	-2.1130	1.0191

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period	Forecast Period
	1956 to 1994	1995 to 1995
Mean	-.084386	1.0191
Mean Absolute	1.6558	1.0191
Mean Sum Squares	4.5646	1.0385
Root Mean Sum Squares	2.1365	1.0191

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

b) Equação de Dctupev:

Quadro IIB-7c

Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	6.6431	5.9036	.73942

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	-.11072	.73942
Mean Absolute	2.4532	.73942
Mean Sum Squares	8.7838	.54674
Root Mean Sum Squares	2.9638	.73942

Quadro IIB-7d

Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	5.5745	4.8351	.73942

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	-.11072	.73942
Mean Absolute	2.4532	.73942
Mean Sum Squares	8.7838	.54674
Root Mean Sum Squares	2.9638	.73942

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

**Previsão dinâmica Multivariada
(Figuras IIB-3 correspondentes aos Quadros IIB-7)**

a) Equação de DP:

Fig. IIB-3a

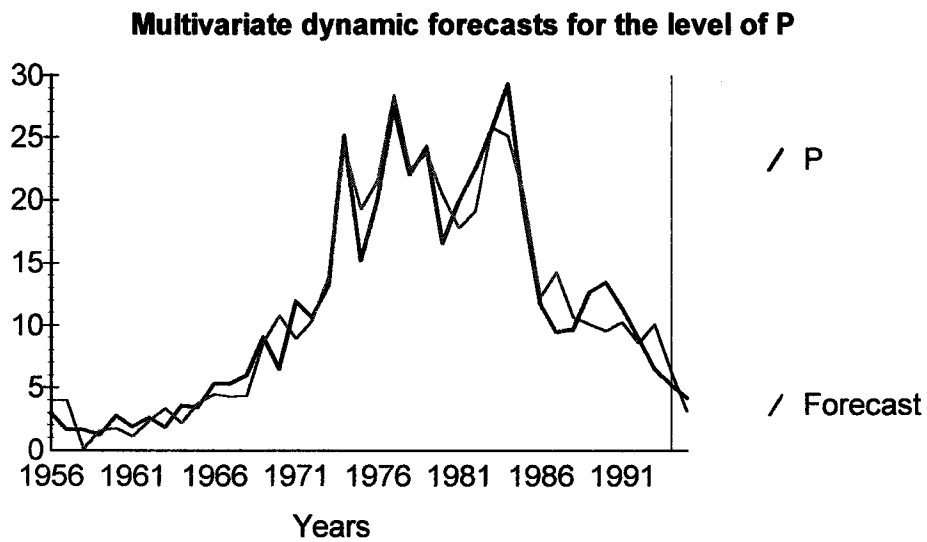
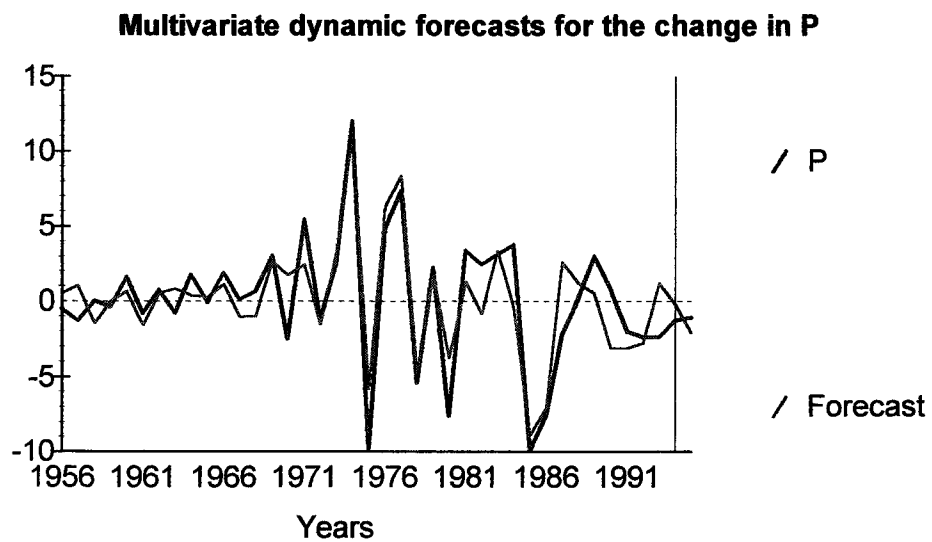


Fig. IIB-3b



b) Equação de Dctupev:

Fig. IIB-3c

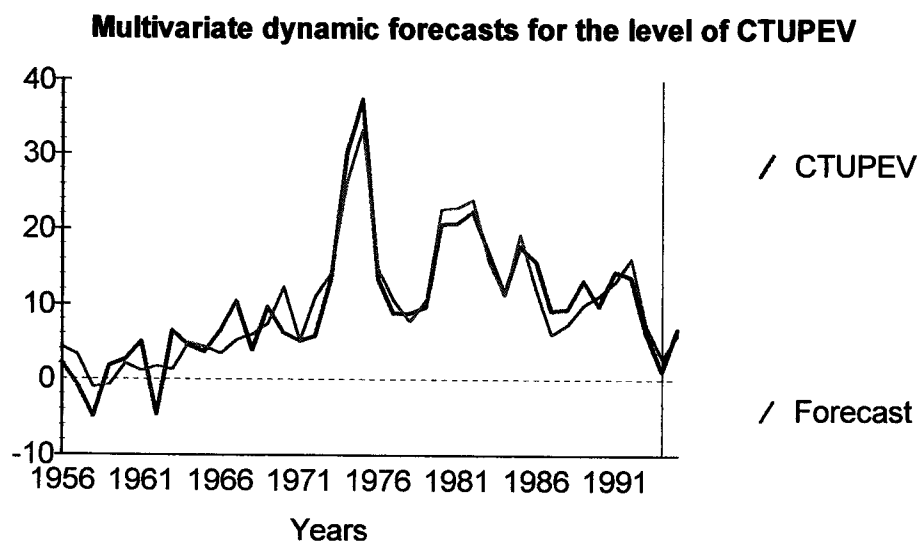
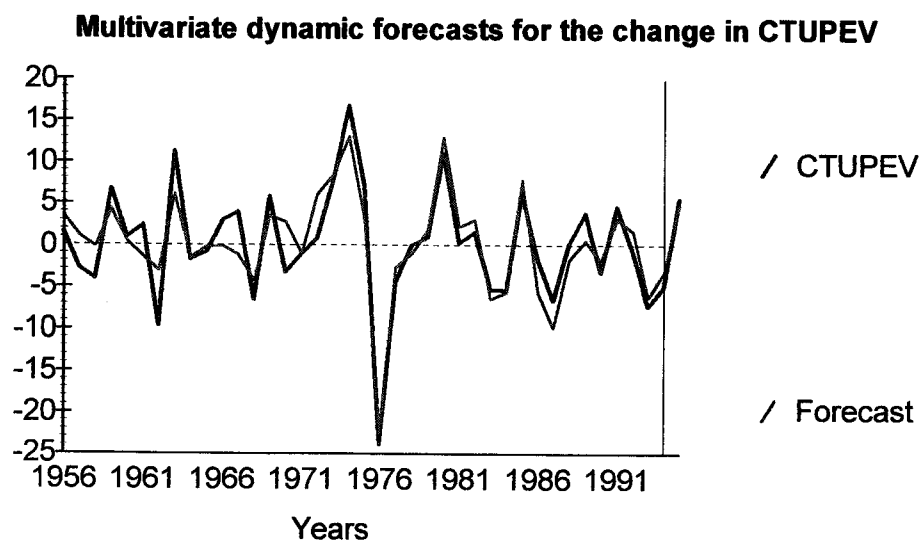


Fig. IIB-3d



Fonte das Figuras anteriores: Elaboradas no *Microfit 4.0*.

Quadro IIB-8a: Equações Parcimoniosas de DP

Variável Dependente: DP

Método de Estimação: OLS.

ECM1= 1.0000*P -1.0000*CTUPEV

estimado no modelo B: P CTUPEV; csumpf, csme, csumspa & PF E SPA

Equação/ Regressores	DPB1	DPB2	DPB3	DPB4	DPB5	DPB6
	T=40 [56-95]	T ₁ =33, T ₂ =7 [56-88]	T=40 [56-95]	T=40 [56-95]	T=40 [56-95]	T=22 [74-95]
Inpt	-.14092[.746]	.069796[.887]	.19543 [.638]	.16594 [.672]	.62488 [.118]	-.74241[.306]
DCTUPEV(-1)	-.15688[.093]	-.16365[.104]	-.15399[.072]	-.18462[.026]	-.21692[.006]	-.10771[.421]
ECM1(-1)	-.19982[.024]	-.20901[.026]	-.22984[.006]	-.22675[.004]	-.27347[.000]	-.13745[.226]
PF	.37007[.000]	.36139[.000]	.38327 [.000]	.40858 [.000]	.40175 [.000]	.39779 [.000]
PF(-1)	-.19369[.003]	-.21140[.001]	-.24911[.000]	-.21766[.001]	-.23384[.000]	-.21632[.016]
DE	.34537[.001]	.37949[.001]	.33839 [.001]	.26104 [.007]	.22859 [.009]	.40900 [.004]
Dum80	-	-	-	-5.9037[.031]	-5.7819[.021]	-
Dum87	-	-	-6.9392[.009]	-6.4738[.010]	-7.4592[.002]	-
SME	-	-	-	-	-3.0259[.008]	-
R ²	.66806	.72360	.72317	.75379	.79749	.73104
SEE	2.4575	2.4239	2.2442	2.1165	1.9195	2.8625
DW	2.2757	2.5523	2.2271	2.0191	2.4931	2.3233
LM(1, T-k-1)	.85504[.362]	2.7821[.107]	.55932[.460]	.014069[.906]	2.7856[.106]	.54851[.470]
RESET _(1, T-k-1)	.51997[.476]	1.0019[.326]	.56225[.459]	.66766[.420]	.87996[.356]	.17280[.684]
BJ(2)	2.4119[.299]	2.4362[.296]	1.2618[.532]	.36561[.833]	092307[.955]	1.2246[.542]
Het(1, T-2)	.38159[.540]	.23463[.632]	.77701[.384]	.72947[.398]	.80486[.375]	1.5814[.223]
ARCH(2, T-k-2)	.83664[.442]	.51036[.606]	1.0489[.362]	1.4827[.243]	2.3729[.111]	1.8322[.196]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	1.1355[.371]	-	-	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	1.3272[.278]	-	-	-	-

Entre parêntesis rectos - P-value. No caso dos coeficientes estimados trata-se do teste t de Student para H0: β=0.

* Teste Diagnóstico significativo a algum nível conforme indica p-value.

Quadro IIB-8a - Equações Parcimoniosas de DP (continuação)

Equação/ Regressores	DPB7	DPB8	DPB9	DPB10	DPB11
	T=22 [74-95]	T ₁ =15, T ₂ =7 [74-88]	T=22 [74-95]	T=22 [74-95]	T=22 [74-95]
Inpt	-.84042[.220]	-.78291[.455]	-.10786[.877]	-.13565[.833]	.81534 [.244]
DCTUPEV(-1)	-	-.081860[.616]	-.079276[.507]	-.12514[.275]	-.14992[.140]
ECM1(-1)	-	-.11336 [.404]	-.16391 [.114]	-.16667[.086]	-.22580[.016]
PF	.39254[.000]	.39188 [.000]	.41024 [.000]	.43651 [.000]	.42573 [.000]
PF(-1)	-.24943[.001]	-.23765 [.026]	-.29024 [.002]	-.25281[.005]	-.28839[.001]
DE	.51320[.000]	.48412 [.012]	.40989 [.002]	.32688 [.010]	.28799 [.010]
Dum80	-	-	-	-5.6771[.076]	-5.6381[.045]
Dum87	-	-	-6.7974 [.037]	-6.2955[.038]	-8.1177[.006]
SME	-	-	-	-	-3.0959[.030]
R ²	.73721	.78357	.78715	.81938	.86626
SEE	2.8295	3.0820	2.5465	2.3458	2.0186
DW	2.4867	2.8976	1.9740	1.6167	2.2979
LM(1, T-k-1)	1.1966[.289]	2.9210[.126]	.0025556[.960]	.67694[.425]	.56713[.466]
RESET _(1, T-k-1)	.68751[.419]	.21064[.658]	.49270[.494]	.88525[.364]	2.2181[.162]
BJ(2)	1.3126[.519]	.41210[.814]	.81821[.664]	.12794[.938]	1.0591[.589]
Het(1, T-2)	2.0063[.172]	2.2494[.158]	1.4160[.248]	.61279[.443]	1.3813[.254]
ARCH(2, T-k-2)	4.6314[.026]*	.52262[.614]	.17981[.837]	.27836[.762]	.0018603[.998]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	.68601[.683]	-	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	.85294[.559]	-	-	-

Quadro IIIB-8b: Equações Parcimoniosas de DCTUPEV

Variável Dependente: DCTUPEV

Método de Estimação: OLS.

ECM1= 1.0000*P -1.0000*CTUPEV

estimado no modelo B: P CTUPEV; csumpf, csume, csumspa & PF E SPA

Equação/ Regressores	DCB1	DCB2	DCB3	DCB4	DCB5	DCB6
	T=40 [56-95]	T ₁ =33, T ₂ =7 [56-88]	T=40 [56-95]	T=22 [74-95]	T ₁ =12, T ₂ =10 [74-85]	T=22 [74-95]
Inpt	-.098776[.885]	.16360[.833]	-.34587[.575]	2.8913[.005]	5.2277[.022]	2.1464[.021]
DCTUPEV(-1)	.25975[.012]	.26495[.020]	.18057[.057]	.39208[.000]	.42408[.003]	.31999[.001]
E(-1)	-.77525[.000]	-.81261[.000]	-.75023[.000]	-.71117[.000]	-.88380[.000]	-.64817[.000]
SPA(-1)	-.54980[.005]	-.60476[.010]	-.55270[.002]	-	-	-
ECM1(-1)	1.1443[.000]	1.1459[.000]	1.1346[.000]	1.1798[.000]	1.2855[.000]	1.1352[.000]
PF	.30803[.000]	.28341[.001]	.19735[.010]	31160[.000]	.19901[.043]	.24791[.001]
DSPA	-	-	-	.81824[.004]	.42821[.257]	.82519[.001]
Dum7475	-	-	8.6859[.004]	-	-	5.4385[.026]
\bar{R}^2	.75613	.76089	.80436	.91073	.95315	.93233
SEE	3.3858	3.5350	3.0325	2.3994	2.2104	2.0891
DW	2.0050	2.0829	2.0435	1.8374	1.8499	1.8211
LM(1, T-k-1)	.0021628[.963]	.20054[.658]	.027920[.868]	.11093[.744]	.031771[.866]	.043784[.837]
RESET(1, T-k-1)	.026815[.871]	.040237[.843]	.0024337[.961]	.33048[.574]	.049936[.832]	.79944[.386]
BJ(2)	.28844[.866]	.22116[.895]	.16925[.919]	.077549[.962]	.19474[.907]	1.1718[.557]
Het(1, T-2)	1.0119[.321]	.77347[.386]	1.6168[.211]	.87353[.361]	.33702[.574]	.99483[.330]
ARCH(2, T-k-2)	.93071[.405]	.50956[.607]	1.1153[.341]	.25639[.777]	.92370[.468]	.18412[.834]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	.59872[.751]	-	-	1.2855[.395]	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	.64692[.692]	-	-	1.9967[.159]	-

Entre parêntesis rectos - P-value. No caso dos coeficientes estimados trata-se do teste t de Student para H₀: β=0.

* Teste Diagnóstico significativo a algum nível conforme indica p-value.

Fonte: Cálculos efectuados no programa *Microfit 4.0*.

Testes de Diagnóstico: Optamos por colocar a versão F dos testes de diagnóstico em virtude de Robalo Marques(98) citando Kiviet(86) salientar que em pequenas amostras a versão F é preferível, excepto BJ porque não se aplica esta versão, logo apresentamos a versão LM que segue um $\chi^2(2)$. Os graus de liberdade dos testes F estão entre parêntesis curvos em função de k e T: T=n° de observações utilizadas na regressão; k=n° de coef estimados; T₁=subamostra usada na estimação; T₂=Período pós-amostal (teste de previsão) ou segunda subamostra (teste de estabilidade, só possível com T₁>k e T₂>k).

Descrição dos testes de Diagnóstico:

LM - Estatística LM do teste de Godfrey(1978) para testar a hipótese nula de ausência de autocorrelação.

RESET - Estatística do teste RESET de Ramsey(1969) para testar a hipótese nula de correcta especificação do modelo.

BJ - Estatística do teste de Jarque-Bera para testar a hipótese nula de erros Gaussianos (Normalidade) [baseado em Bera e Jarque(1981)]

Het - Estatística do teste cuja hipótese nula é a homoescedasticidade dos resíduos [veja Pesaran e Pesaran(1997)]

ARCH - Estatística do teste de Engle (1982) cuja hipótese nula é a ausência de heteroescedasticidade condicional autoregressiva.

Chow - Estatística do teste de Capacidade Preditiva (2° teste de Chow(1960)), cuja hipótese nula é a capacidade preditiva no período pós-amostal.

Cov - Estatística do teste de Estabilidade Estrutural dos coeficientes da regressão (1° teste de Chow(1960)) cuja hipótese nula é a estabilidade dos parâmetros [também conhecido por teste de análise de covariância].

Estimações do Modelo C

MODELO C:

Dados Anuais: 1954-95.

Variáveis I(1) endógenas: P, CTUPEV

Variáveis I(0) exógenas: PF, E, MY, SPA

Aplicámos a metodologia de Rahbek e Mosconi(99), de forma que temos:

Variáveis I(1) exógenas: csumpf, csume, csummy, csumspa

o que implica termos no modelo de curto prazo:

$dcsumpf(-1) = PF(-1)$ etc.

Procedimento: *[idêntico ao do modelo A]*

- 1) Selecção da ordem k do VAR;
- 2) Teste de Cointegração (teste traço) para os 5 casos, utilizando o VAR(k) com o objectivo de determinar r;
- 3) Selecção do melhor VAR de Cointegração dos 5 casos;
- 4) Testes de CI para o modelo seleccionado;
- 5) Testes de Hipóteses sobre Beta:
 - a) Testes CSUM's=0 de acordo com Rahbek e Mosconi(99),
 - b) Outros testes de Hipóteses sobre Beta;
- 6) Análise Recursiva da relação de longo prazo (teste de constância de Beta);
- 7) Estimação do modelo de curto prazo;
- 8) Testes CUSUM e CUSUMSQ de estabilidade Estrutural;
- 9) Capacidade Preditiva do Modelo (*Multivariate Dynamic Forecasts*);
- 10) Modelo Parcimonioso (eliminação dos coeficientes não significativos).

MODELO C – LISTA DE QUADROS E FIGURAS

1º) Seleção da ordem k do VAR:

Quadro III C-1: *Seleção da ordem k do VAR*

2º) Teste de Cointegração (teste traço) para os 5 casos, utilizando o VAR(k) com o objectivo de determinar r :

Quadro III C-2: *Teste de Traço para os 5 modelos do Método de Johansen de acordo com os termos determinísticos*

3º) Seleção do melhor VAR de Cointegração dos 5 casos:

Quadro III C-3: *Seleção do melhor VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen*

4º) Testes de CI para o modelo seleccionado:

Quadro III C-4: *Testes de Cointegração para o modelo seleccionado*

5º) Testes de Hipóteses sobre Beta:

Quadro III C-5: *Testes de Hipóteses sobre Beta*

6º) Análise Recursiva da relação de longo prazo (teste de constância de Beta):

Fig. III C-1a: *Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1972*

Fig. III C-1a': *Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1975*

Fig. III C-1b: *Eigenvalues não nulos pós-1972*

Fig. III C-1b': *Eigenvalues não nulos pós-1975*

Fig. III C-1c: *Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1972*

Fig. III C-1c': *Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1975*

Fig. III C-1d: *Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1972*

Fig. III C-1d': *Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1975*

7º) Estimação do modelo de curto prazo:

Quadro III C-6a: *Estimação da Equação de DP*

Quadro III C-6b: *Estimação da Equação de DCTUPEV*

8º) Testes CUSUM e CUSUMSQ de estabilidade Estrutural:

1) Equação de DP:

Fig. IIIC-2'a: *Plot dos resíduos para a equação de DP*

Fig. IIIC-2a: *Teste CUSUM na equação de DP*

Fig. IIIC-2b: *Teste CUSUMSQ na equação de DP*

2) Equação de DCTUPEV:

Fig. IIIC-2'b: *Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV*

Fig. IIIC-2c: *Teste CUSUM na equação de DCTUPEV*

Fig. IIIC-2d: *Teste CUSUMSQ na equação de DCTUPEV*

9º) Capacidade Preditiva do Modelo (*Multivariate Dynamic Forecasts*):

1) Previsão Dinâmica Multivariada (Quadros):

a) Equação de DP:

Quadro IIIC-7a: *Multivariate dynamic forecasts for the level of P*

Quadro IIIC-7b: *Multivariate dynamic forecasts for the change in P*

b) Equação de DCTUPEV:

Quadro IIIC-7c: *Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV*

Quadro IIIC-7d: *Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV*

2) Previsão Dinâmica Multivariada (Figuras correspondentes aos Quadros):

a) Equação de DP:

Fig. IIIC-3a: *Multivariate dynamic forecasts for the level of P*

Fig. IIIC-3b: *Multivariate dynamic forecasts for the change in P*

b) Equação de DCTUPEV:

Fig. IIIC-3c: *Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV*

Fig. IIIC-3d: *Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV*

10º) Modelo Parcimonioso (eliminação dos coeficientes não significativos):

Quadro IIIC-8a: *Equações Parcimoniosas de DP*

Quadro IIIC-8b: *Equações Parcimoniosas de DCTUPEV*

Quadro III C-1: Selecção da ordem k do VAR

Modelo: P CTUPEV; csumpf, csume, csummy csumspa & PF E MY SPA

Dados Anuais: 1954-1995.¹

Estatísticas multivariadas:²

VAR	k=4	k=3	k=2	k=1
Testes de Autocorrelação:				
LB(T/4)	$\chi^2(20) = 50.507[0.00]$	$\chi^2(24) = 48.249[0.00]$	$\chi^2(28) = 40.770[0.06]$	$\chi^2(32) = 43.348[0.09]$
LM(1)	$\chi^2(4) = 4.916[0.30]$	$\chi^2(4) = 11.680[0.02]$	$\chi^2(4) = 1.140[0.89]$	$\chi^2(4) = 3.734[0.44]$
LM(4)	$\chi^2(4) = 5.981[0.20]$	$\chi^2(4) = 3.686[0.45]$	$\chi^2(4) = 3.159[0.53]$	$\chi^2(4) = 8.631[0.07]$
Teste de Normalidade:³				
	$\chi^2(4) = 3.656 [0.45]$	$\chi^2(4) = 7.655[0.11]$	$\chi^2(4) = 3.339[0.50]$	$\chi^2(4) = 1.728[0.79]$

Estatísticas univariadas:⁴

VAR	k=4				k=3			
	LM(1)	ARCH(4)	BJ(2)	SEE	LM(1)	ARCH(3)	BJ(2)	SEE
ΔP	12.8998 [.000] ⁽¹⁾	21.9818 [.000] ⁽²⁾	.91236 [.634]	1.2043	11.6542 [.001]	4.4053 [.221]	1.5121 [.470]	2.1311
$\Delta CTUPEV$	9.2278 [.002] ⁽¹⁾	9.6266 [.047] ⁽²⁾	.49925 [.779]	4.1807	9.6664 [.002]	1.3748 [.711]	2.0773 [.354]	3.7342

VAR	k=2				k=1			
	LM(1)	ARCH(2)	BJ(2)	SEE	LM(1)	ARCH(1)	BJ(2)	SEE
ΔP	.16217 [.687]	1.3858 [.500]	.59458 [.743]	2.4227	.57437 [.449]	.15581 [.693]	.18814 [.910]	2.2410
$\Delta CTUPEV$	1.8824 [.170]	3.4127 [.182]	.46851 [.791]	3.5424	2.3555 [.125]	.26533 [.606]	1.1844 [.553]	3.9059

⁽¹⁾F(1, 8)= 4.1115[.077]; ⁽²⁾F(4, 5)= 1.7154[.282]; ⁽¹⁾F(1, 8)= 2.5657[.148]; ⁽²⁾F(4, 5)= .42411[.787].

Nota1: Entre parêntesis rectos - p-value.

Nota2: Veja Johansen (1996, p. 20) e F. Peixe (1994, p. 77).

Estatísticas Univariadas calculados no *Microfit 4.0*:

LM(1) = $\chi^2_{SC}(1)$; ARCH(k) = $\chi^2_{ARCH}(k)$; BJ(2) = $\chi^2_N(2)$; SEE = desvio padrão da regressão.

Veja Pesaran e Pesaran (1997, pp. 86-87 e 116). A regressão de cada equação foi feita por OLS, considerando a matriz Π sem restrições.⁵

Estatísticas Multivariadas calculados no *CATS in RATS* com *dettrend=cimean*:

LM(1) e LM(4) são testes LM para 1ª e 4ª ordem de autocorrelação calculado pelo CATS usando uma regressão auxiliar proposta por Godfrey e LB(T/4) é o teste Ljung-Box. [veja Hansen e Juselius(1995, p. 73)].

Conclusão - k escolhido: k= 2

[pelo modelo multivariado escolhe-se o k=2, mas pelo teste univariado, k=4 é melhor para a equação de DP, embora possa haver autocorrelação e heteroscedasticidade condicional autorregressiva que é possível rejeitar a 5% usando a versão F dos testes de diagnóstico. "Adjusted LR test" escolhe o VAR(4), rejeitando-se o VAR(2) a favor do VAR(4) com CHSQ(72)= 92.9741[.049] e os critérios de selecção SC, HQ no CATS e AIC no *Microfit* também seleccionam o VAR(4), mas no período 1954-92 já se escolhe o VAR(2), assim vamos escolher k=2 para evitar a autocorrelação residual no VAR(4)].

¹ Começamos com k=4 para manter sempre o mesmo n° de observações (38 obs.) em todas as regressões independente da ordem k. No CATS temos de mudar "sample": exemplo para obter sempre 38 obs é necessário fazer para lag=2, "sample" 1956:1 1995:1.

² Calculadas pelo CATS in RATS.

³ Baseado em Doornik e Hansen (1994) - *An Omnibus test for univariate and multivariate normality*, Working Paper, Nuffield College, Oxford, de acordo com Hansen e Juselius(1995).

⁴ Calculadas pelo *Microfit 4.0*. O teste ARCH é até à ordem k, sendo k a ordem do VAR, pois estamos a seguir Hansen e Juselius(95) e Johansen (96, p. 25).

⁵ Por exemplo para equação de de ΔP , VAR(4) introduzimos no *Mfit4* em OLS: `dp inpt dp{1-3} dctupev{1-3} pf{1-3} e{1-3} my{1-3} spa{1-3} p(-1) ctupev(-1) csumpf(-1) csume(-1) csummy(-1) csumspa(-1) pf e my spa.`

Quadro III-2

Teste de Traço para os 5 modelos do Método de Johansen
de acordo com os termos determinísticos

H0: $r=$	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
0	46.597**	46.964**	44.948**	56.628**	55.537**
1	11.645	11.645	9.927	18.351	17.659

** significativo a 5 %;

Fonte: Cálculos efectuados no *CATS in RATS*, version 1, com *proc=rank*, *lags=2*.

Conclusão: Não podemos rejeitar $r=1$ quer a 5 %, quer a 10%, por qualquer dos 5 modelos. Valores críticos de PSS(1999).

Quadro III-C-3

Seleção do melhor modelo VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen

Modelo: P CTUPEV; csumpf, csume, csummy csumspa & PF E MY SPA

VAR(k) com k = 2

Nº de vectores cointegrantes: r = 1

		Modelo I	Modelo II	Modelo III	Modelo IV	Modelo V
LL (system log-likelihood)		-183.0630	-182.8799	-182.0209	-180.3925	-180.0462
Equação de ΔP	\bar{R}^2	.67821	.67832	.67922	.66262	.65585
	SEE	2.4196	2.4192	2.4158	2.4775	2.5023
	$\chi^2_{SC}(1)$.21631[.642]	.22111[.638]	.42258[.516]	.28070[.596]	.37562[.540]
	$\chi^2_{FF}(1)$.11113[.739]	.11711[.732]	.10980[.740]	.22767[.633]	.17439[.676]
	$\chi^2_N(2)$.22654[.893]	.16776[.920]	.022387[.989]	.23014[.891]	.18947[.910]
	$\chi^2_H(1)$.63036[.427]	.63004[.427]	.84333[.358]	.88995[.345]	.76132[.383]
	$\chi^2_{ARCH}(2)$	2.0690[.355]	1.9632[.375]	2.9660[.227]	3.9339[.140]	3.3377[.188]
Equação de ΔCTUPEV	\bar{R}^2	.77585	.77784	.77076	.78499	.77604
	SEE	3.2460	3.2315	3.2827	3.1791	3.2446
	$\chi^2_{SC}(1)$.029751[.863]	.010123[.920]	.016794[.897]	.23314[.629]	.26913[.604]
	$\chi^2_{FF}(1)$.19325[.660]	.20352[.652]	.29040[.590]	1.1187[.290]	1.0934[.296]
	$\chi^2_N(2)$.021461[.989]	.11914[.942]	.069349[.966]	.69535[.706]	.71146[.701]
	$\chi^2_H(1)$.42866[.513]	.39194[.531]	.39289[.531]	.0067785[.934]	.0023972[.961]
	$\chi^2_{ARCH}(2)$	3.2309[.199]	2.1115[.348]	2.3865[.303]	4.0909[.129]	4.7841[.091]*
Testes de Ausência de intercepto e/ou tendência na relação de cointegração			H0: Inpt=0; $\chi^2(1)=$.36621[.545]		H0: trend=0; $\chi^2(1)=$ 3.2568[.071]	
Testes de Especificação			LR(Mod II Mod III)= $-2(LL_{II}-LL_{III})= []^{(1)}$		LR(Mod IV Mod V)= $-2(LL_{IV}-LL_{V})= []^{(2)}$	

(1) $-2*[-182.8799-(-182.0209)]=1.718 < \chi^2(1)$ a 5 e a 10% respectivamente 3.84146 e 2.70554 o que implica que não podemos rejeitar o modelo II contra o modelo III.

(2) $-2*[-180.3925-(-180.0462)]= 0.6926 < \chi^2(1)$ a 5 e a 10% respectivamente 3.84146 e 2.70554 o que implica que não podemos rejeitar o modelo IV contra o modelo V.

Nota: Metodologia proposta por Pesaran, Shin e Smith (1999).

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

1) Na determinação de LL, \bar{R}^2 , SEE e testes de diagnóstico usamos o ECM dado pelo método de Johansen usando "CV's obtained under Johansen's just-identifying restrictions" no *Microfit 4.0*.

2) Utilizamos ARCH(k), em que k é a ordem do VAR, conforme Hansen e Juselius (95) e Johansen(96, p. 25).

$\chi^2_i(.)$ com i = SC, FF, N, H, ARCH corresponde respectivamente aos testes LM, RESET, BJ, Het, ARCH, mas na versão LM \Rightarrow seguem uma distribuição χ^2 com g. l. entre parêntesis (.). [veja sua descrição mais à frente]

Conclusão -Modelo Escolhido: IV [Porque não podemos rejeitar a 10 % a existência de *trend*].

Quadro IIIC-4
Testes de Cointegração para o modelo seleccionado

Cointegration with unrestricted intercepts and restricted trends in the VAR
Cointegration LR Test Based on Maximal Eigenvalue of the Stochastic Matrix

40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
List of variables included in the cointegrating vector:
P CTUPEV CSUMPF CSUME CSUMMY
CSUMSPA Trend
List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
CSUMPF CSUME CSUMMY CSUMSPA
List of I(0) variables included in the VAR:
PF E MY SPA
List of eigenvalues in descending order:
.61593 .36794 .0000 .0000 .0000 0.00 0.00

Null Alternative Statistic 95% Critical Value 90% Critical Value
r = 0 r = 1 38.2773 30.5500 27.8600
r <= 1 r = 2 18.3511 23.1700 20.7300

Use the above table to determine r (the number of cointegrating vectors).

Cointegration with unrestricted intercepts and restricted trends in the VAR
Cointegration LR Test Based on Trace of the Stochastic Matrix

40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
List of variables included in the cointegrating vector:
P CTUPEV CSUMPF CSUME CSUMMY
CSUMSPA Trend
List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
CSUMPF CSUME CSUMMY CSUMSPA
List of I(0) variables included in the VAR:
PF E MY SPA
List of eigenvalues in descending order:
.61593 .36794 .0000 .0000 .0000 0.00 0.00

Null Alternative Statistic 95% Critical Value 90% Critical Value
r = 0 r >= 1 56.6284 45.1000 41.5700
r <= 1 r = 2 18.3511 23.1700 20.7300

Use the above table to determine r (the number of cointegrating vectors).

Cointegration with unrestricted intercepts and restricted trends in the VAR
Choice of the Number of Cointegrating Relations Using Model Selection Criteria

40 observations from 1956 to 1995. Order of VAR = 2.
List of variables included in the cointegrating vector:
P CTUPEV CSUMPF CSUME CSUMMY
CSUMSPA Trend
List of I(1) exogenous variables included in the VAR:
CSUMPF CSUME CSUMMY CSUMSPA
List of I(0) variables included in the VAR:
PF E MY SPA
List of eigenvalues in descending order:
.61593 .36794 .0000 .0000 .0000 0.00 0.00

Rank Maximized LL AIC SBC HQC
r = 0 -199.5312 -221.5312 -240.1088 -228.2483
r = 1 -180.3925 -210.3925 -235.7257 -219.5522
r = 2 -171.2170 -207.2170 -237.6168 -218.2086

AIC = Akaike Information Criterion SBC = Schwarz Bayesian Criterion
HQC = Hannan-Quinn Criterion

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

CONCLUSÃO: Não podemos rejeitar r=1 quer pelo teste do traço, quer pelo teste do máximo valor próprio. O critério de selecção SBC também seleccionam o modelo com r=1.

Quadro IIC-5

Testes de Hipóteses sobre Beta

Vector sem restrições	Restrição identificadora:	Restrições sobre betas das variáveis acumuladas	Teste conjunto de hipótese H01 mais Trend=0
	$\beta_1=1$	H01: $\beta_3=\beta_4=\beta_5=\beta_6=0$	H02: $\beta_3=\beta_4=\beta_5=\beta_6=\beta_7=0$
P .045762 (-1.0000)	P 1.0000 (*NONE*)	P 1.0000 (*NONE*)	P 1.0000 (*NONE*)
CTUPEV -.057879 (1.2648)	CTUPEV -1.2648 (.66047)	CTUPEV -.92465 (.22960)	CTUPEV -.84016 (.16427)
CSUMPF .016940 (-.37018)	CSUMPF .37018 (.35564)	CSUMPF .0000 (*NONE*)	CSUMPF .0000 (*NONE*)
CSUME -.1315E-3 (.0028730)	CSUME -.0028730 (.088995)	CSUME .0000 (*NONE*)	CSUME .0000 (*NONE*)
CSUMMY -.010645 (.23262)	CSUMMY -.23262 (.16803)	CSUMMY -.0000 (*NONE*)	CSUMMY .0000 (*NONE*)
CSUMSPA -.0077731 (.16986)	CSUMSPA -.16986 (.16352)	CSUMSPA -.0000 (*NONE*)	CSUMSPA -.0000 (*NONE*)
Trend .070045 (-1.5306)	Trend 1.5306 (1.1355)	Trend .056162 (.085322)	Trend -.0000 (*NONE*)
Teste LR das restrições	-	$\chi^2(4)= 4.0361 [.401]$	$\chi^2(5)= 4.5391 [.475]$

Nota: Entre parêntesis curvos está o desvio padrão, excepto no vector sem restrições em que temos dentro de parêntesis o vector normalizado. Entre parêntesis rectos o p-value. Por cima de cada beta esta a variável correspondente.

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Conclusão: Não podemos rejeitar a hipótese H02, pelo que podemos excluir o trend do vector cointegrante em conjunto com as variáveis cumulativas, o que implica modelo III.

Fig. IIC-1a: Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1972⁶

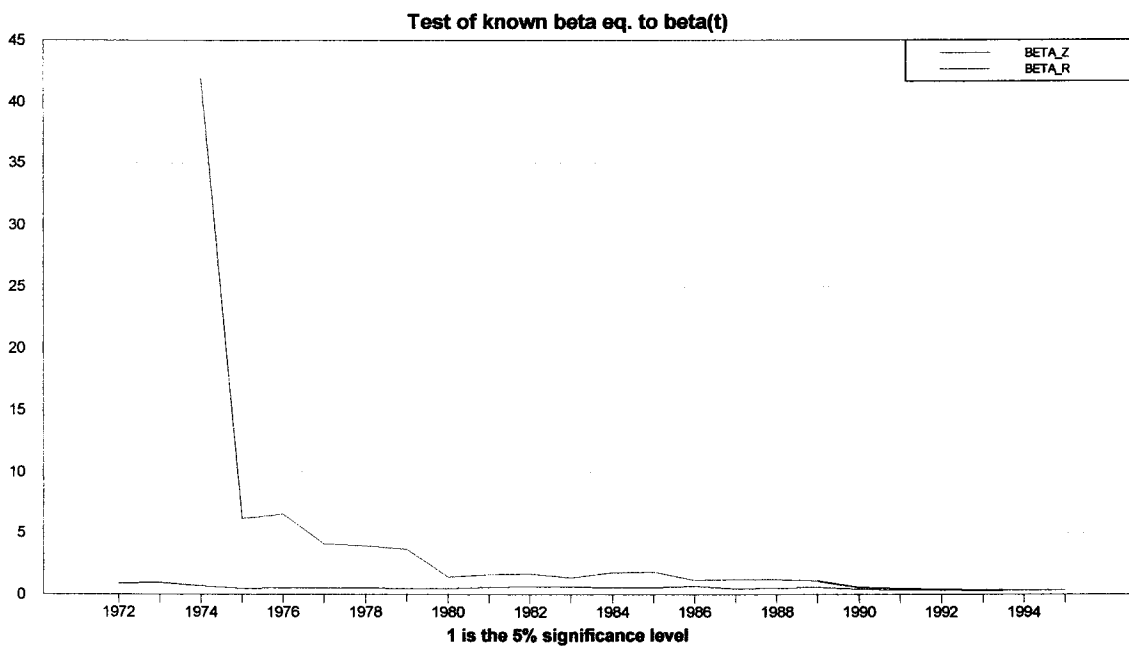
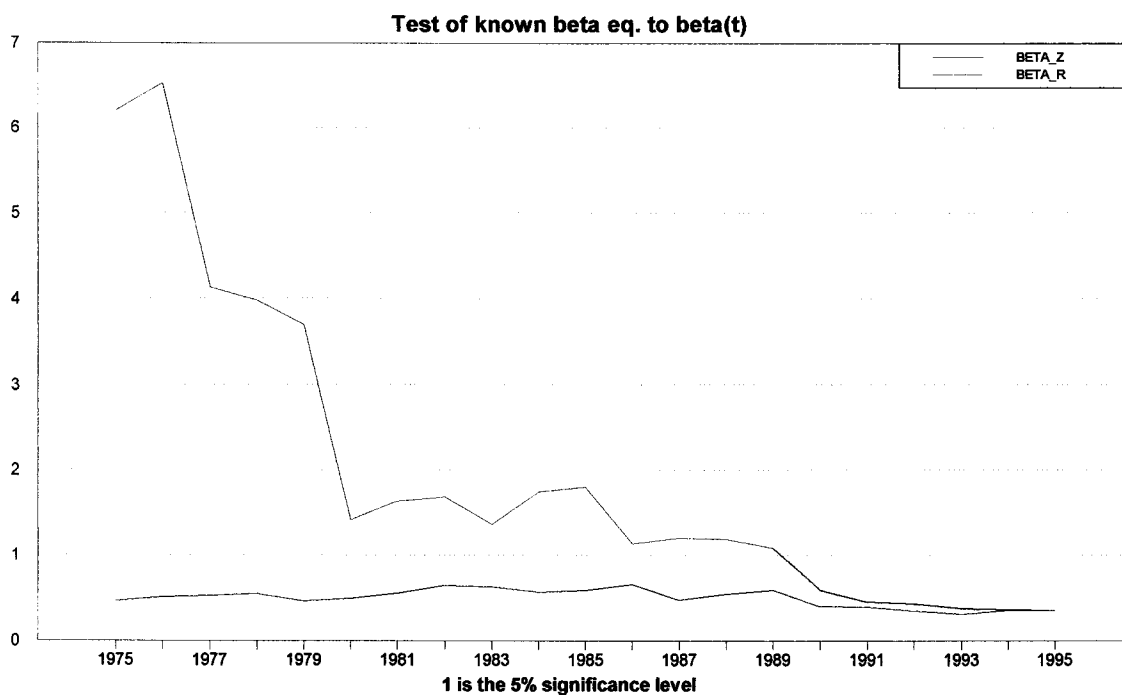


Fig. IIC-1a': Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1975



⁶ Sobre este teste veja Hansen e Juselius (95, p. 22). A estimação recursiva foi elaborada no CATS in RATS.

Fig. IIC-1b: Eigenvalues não nulos pós-1972

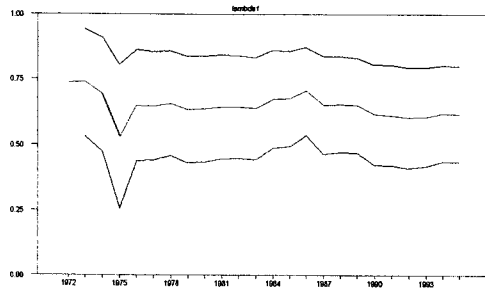


Fig. IIC-1b': Eigenvalues não nulos pós-1975

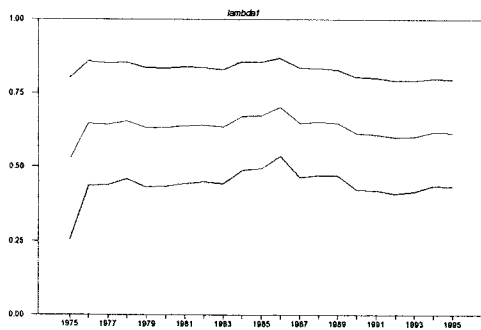


Fig. IIC-1c: Parâmetros do vector de cointegração(β) estimados recursivamente pós-1972

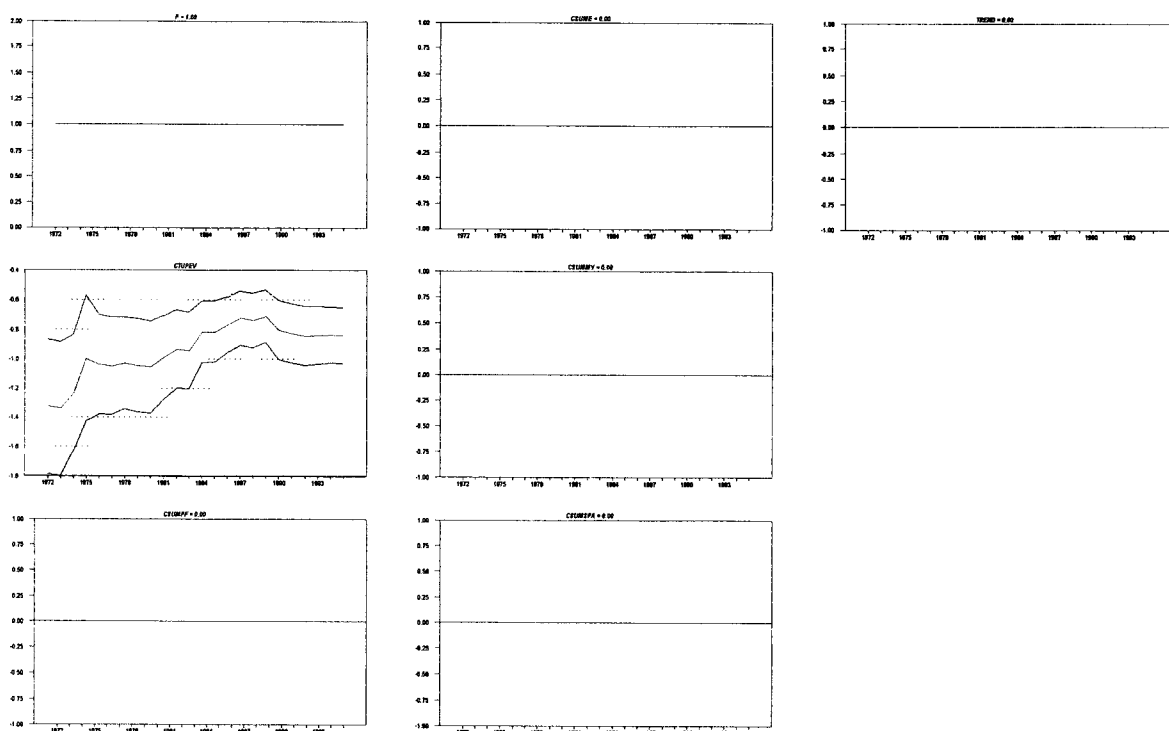


Fig. IIC-1c': Parâmetros do vector de cointegração(β) estimados recursivamente pós-1975

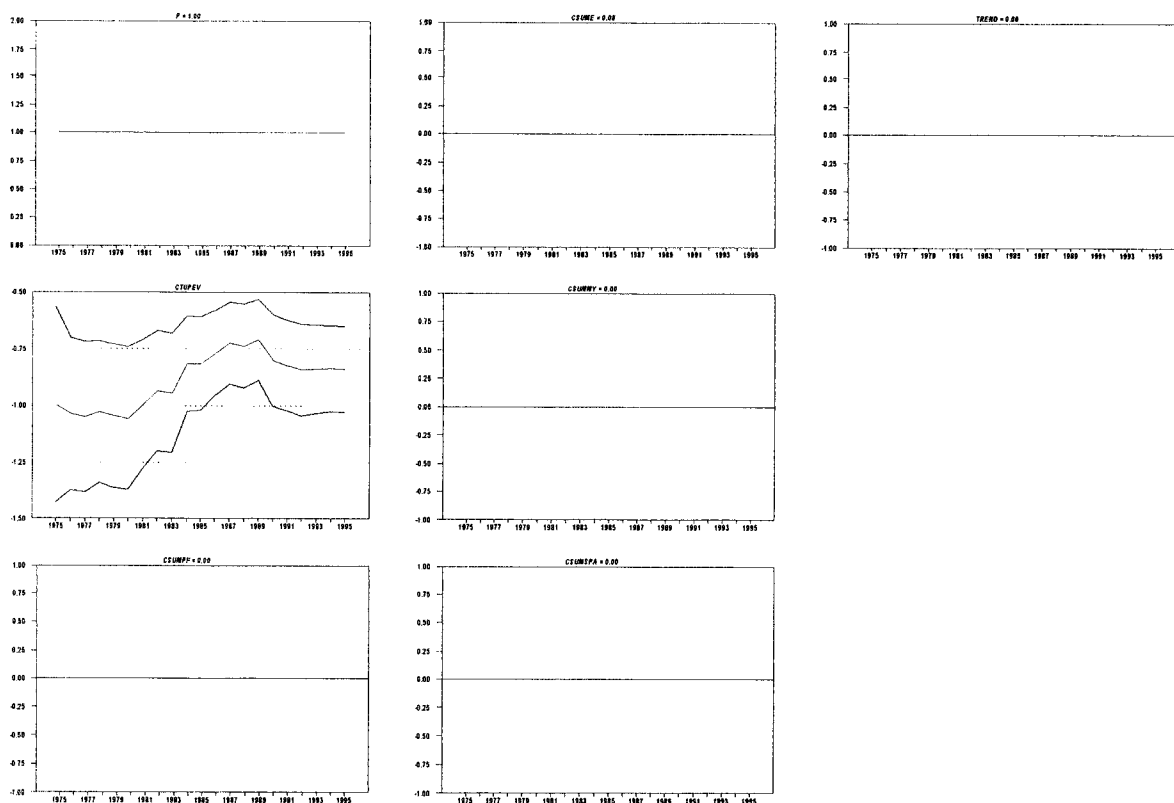


Fig. IIC-1d: Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1972

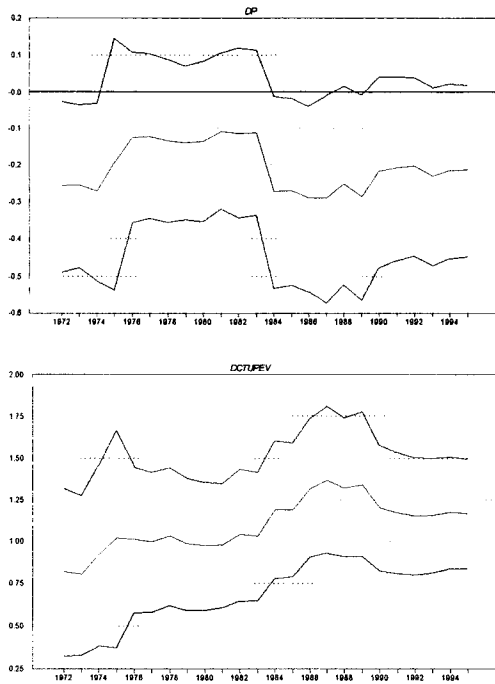
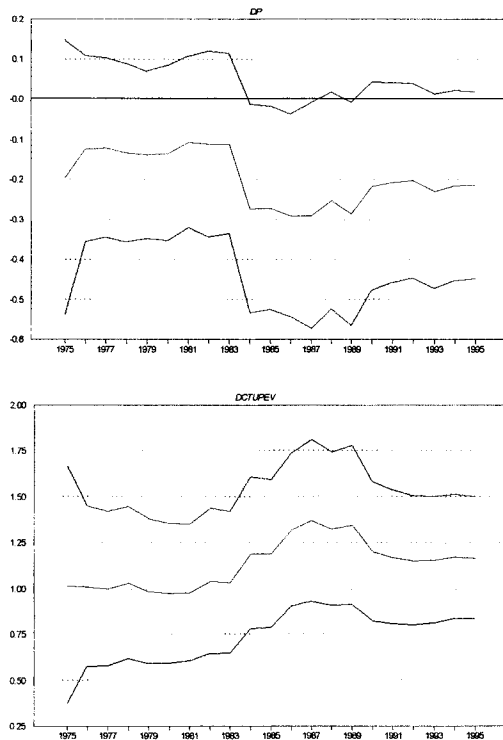


Fig. IIC-1d': Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1975



Quadro IIC-6a: Estimação da Equação de DP

```

ECM for variable P estimated by OLS based on cointegrating VAR(2)
*****
Dependent variable is dP
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Regressor          Coefficient      Standard Error    T-Ratio[Prob]
Intercept          .94720           .85337            1.1100[.276]
dP1                -.21085          .14866            -1.4184[.167]
dCTUPEV1          -.13663          .093353           -1.4636[.154]
dCSUMPF1          -.075567         .077987           -.96896[.341]
dCSUME1           -.25939          .13972            -1.8564[.074]
dCSUMMY1          -.12325          .078559           -1.5688[.128]
dCSUMSPA1         -.21235          .28153            -.75427[.457]
ecm1(-1)          -.21484          .13982            -1.5366[.136]
PF                 .39909          .062764           6.3586[.000]
E                  .43123          .10133            4.2556[.000]
MY                 -.0074942        .072032           -.10404[.918]
SPA                .38638          .25805            1.4973[.146]
*****
List of additional temporary variables created:
dP = P-P(-1)
dP1 = P(-1)-P(-2)
dCTUPEV1 = CTUPEV(-1)-CTUPEV(-2)
dCSUMPF1 = CSUMPF(-1)-CSUMPF(-2)
dCSUME1 = CSUME(-1)-CSUME(-2)
dCSUMMY1 = CSUMMY(-1)-CSUMMY(-2)
dCSUMSPA1 = CSUMSPA(-1)-CSUMSPA(-2)
ecm1 = 1.0000*P -.84016*CTUPEV + .0000*CSUMPF -.0000*CSUME -.00
00*CSUMMY -.0000*CSUMSPA + .0000*Trend
*****
R-Squared          .77594          R-Bar-Squared     .68792
S.E. of Regression 2.3828          F-stat.           F( 11, 28)       8.8151[.000]
Mean of Dependent Variable .017169        S.D. of Dependent Variable 4.2654
Residual Sum of Squares 158.9808        Equation Log-likelihood -84.3556
Akaike Info. Criterion -96.3556        Schwarz Bayesian Criterion -106.4889
DW-statistic        1.8613          System Log-likelihood -182.6620
*****

Diagnostic Tests
*****
* Test Statistics *          LM Version          *          F Version          *
*****
* A:Serial Correlation*CHSQ( 1)= .41534[.519]*F( 1, 27)= .28330[.599]*
*
* B:Functional Form *CHSQ( 1)= .051111[.821]*F( 1, 27)= .034544[.854]*
*
* C:Normality *CHSQ( 2)= .16744[.920]* Not applicable *
*
* D:Heteroscedasticity*CHSQ( 1)= .76083[.383]*F( 1, 38)= .73680[.396]*
*****
A:Lagrange multiplier test of residual serial correlation
B:Ramsey's RESET test using the square of the fitted values
C:Based on a test of skewness and kurtosis of residuals
D:Based on the regression of squared residuals on squared fitted values

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Test of Residuals (OLS Case)
*****
Dependent variable is dP
List of the variables in the regression:
Intercept          dP1          dCTUPEV1          dCSUMPF1          dCSUME1
dCSUMMY1          dCSUMSPA1          ecm1(-1)          PF          E
MY          SPA
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Lagrange Multiplier Statistic CHSQ( 2)= 2.5672[.277]
F Statistic F( 2, 26)= .89157[.422]
*****

```

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

Quadro IIC-6b: Estimação da Equação de DCTUPEV:

```

ECM for variable CTUPEV estimated by OLS based on cointegrating VAR(2)
*****
Dependent variable is dCTUPEV
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Regressor          Coefficient      Standard Error      T-Ratio[Prob]
Intercept          .014335          1.2095              .011852[.991]
dP1                .098067          .21070              .46544[.645]
dCTUPEV1           .18957           .13231              1.4328[.163]
dCSUMPF1           .055183          .11053              .49925[.622]
dCSUME1            -.64378          .19803              -3.2509[.003]
dCSUMMY1           -.19223          .11134              -1.7265[.095]
dCSUMSPA1          -1.1632          .39902              -2.9152[.007]
ecm1(-1)           1.1673           .19817              5.8903[.000]
PF                 .36720           .088957             4.1278[.000]
E                  -.14700          .14362              -1.0235[.315]
MY                 .011919          .10209              .11674[.908]
SPA                .65511           .36574              1.7912[.084]
*****
List of additional temporary variables created:
dCTUPEV = CTUPEV-CTUPEV(-1)
dP1 = P(-1)-P(-2)
dCTUPEV1 = CTUPEV(-1)-CTUPEV(-2)
dCSUMPF1 = CSUMPF(-1)-CSUMPF(-2)
dCSUME1 = CSUME(-1)-CSUME(-2)
dCSUMMY1 = CSUMMY(-1)-CSUMMY(-2)
dCSUMSPA1 = CSUMSPA(-1)-CSUMSPA(-2)
ecm1 = 1.0000*P -.84016*CTUPEV + .0000*CSUMPF -.0000*CSUME -.00
00*CSUMMY -.0000*CSUMSPA + .0000*Trend
*****
R-Squared          .82580           R-Bar-Squared      .75736
S.E. of Regression 3.3772           F-stat.            F( 11, 28) 12.0665[.000]
Mean of Dependent Variable .15072           S.D. of Dependent Variable 6.8562
Residual Sum of Squares 319.3618           Equation Log-likelihood -98.3064
Akaike Info. Criterion -110.3064           Schwarz Bayesian Criterion -120.4397
DW-statistic       2.0962           System Log-likelihood -182.6620
*****

Diagnostic Tests
*****
* Test Statistics *          LM Version          *          F Version          *
*****
* A:Serial Correlation*CHSQ( 1)= .30831[.579]*F( 1, 27)= .20973[.651]*
*
* B:Functional Form *CHSQ( 1)= .9703E-3[.975]*F( 1, 27)= .6550E-3[.980]*
*
* C:Normality *CHSQ( 2)= .036334[.982]*          Not applicable
*
* D:Heteroscedasticity*CHSQ( 1)= .28883[.591]*F( 1, 38)= .27639[.602]*
*****
A:Lagrange multiplier test of residual serial correlation
B:Ramsey's RESET test using the square of the fitted values
C:Based on a test of skewness and kurtosis of residuals
D:Based on the regression of squared residuals on squared fitted values

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Test of Residuals (OLS Case)
*****
Dependent variable is dCTUPEV
List of the variables in the regression:
Intercept          dP1          dCTUPEV1          dCSUMPF1          dCSUME1
dCSUMMY1          dCSUMSPA1          ecm1(-1)          PF          E
MY          SPA
40 observations used for estimation from 1956 to 1995
*****
Lagrange Multiplier Statistic CHSQ( 2)= 2.3678[.306]
F Statistic          F( 2, 26)= .81795[.452]
*****

```

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

1) Equação de DP:

Fig. IIC-2'a: Plot dos resíduos para a equação de DP

Plot of Residuals and Two Standard Error Bands

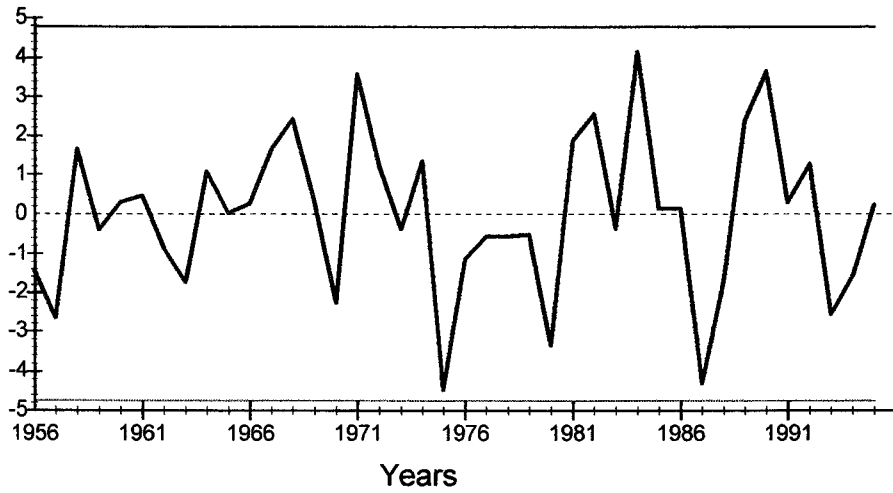
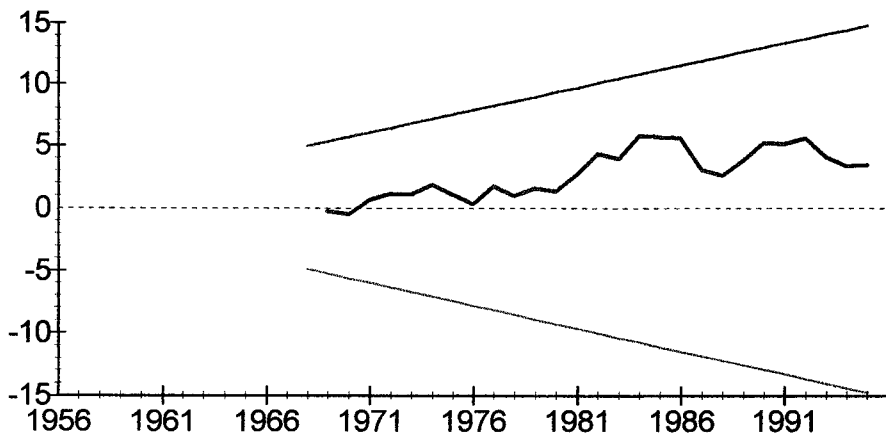


Fig. IIC-2a: Teste CUSUM na equação de DP

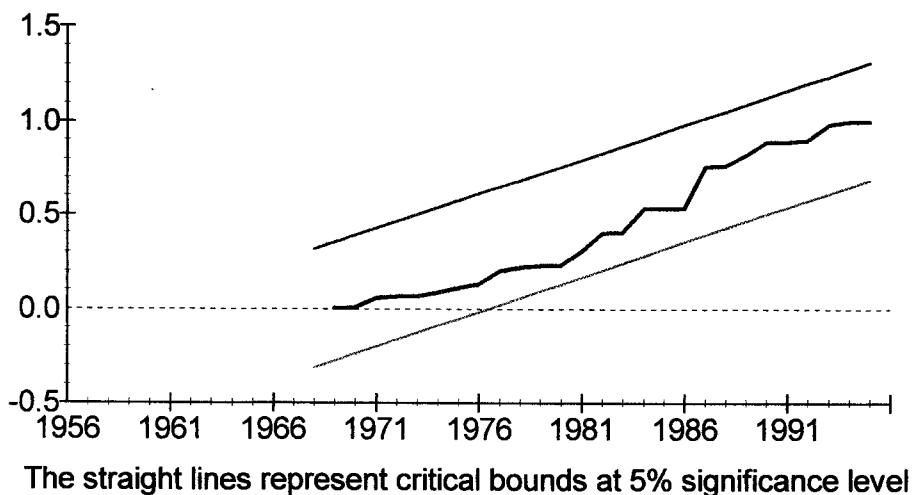
Plot of Cumulative Sum of Recursive Residuals



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

Fig. IIC-2b: Teste CUSUMSQ na Equação de DP

Plot of Cumulative Sum of Squares of Recursive Residuals



2) Equação de DCTUPEV:

Fig. IIC-2'b: Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV

Plot of Residuals and Two Standard Error Bands

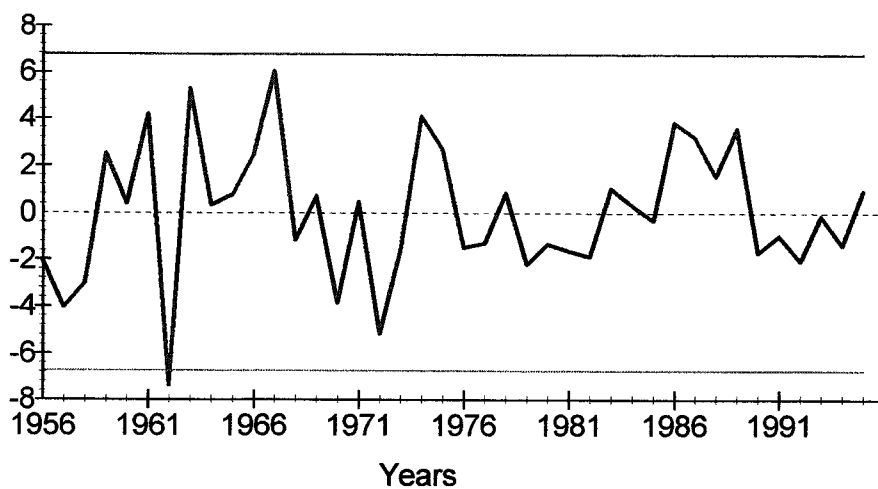
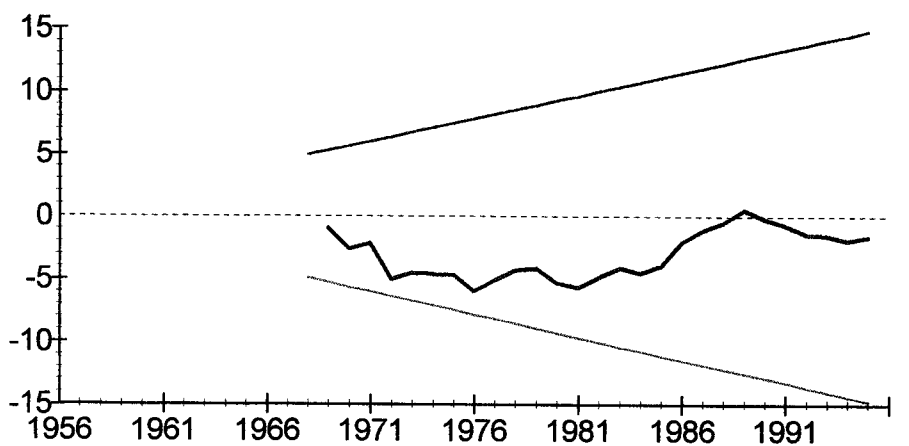


Fig. IIC-2c: Teste CUSUM na Equação de DCTUPEV

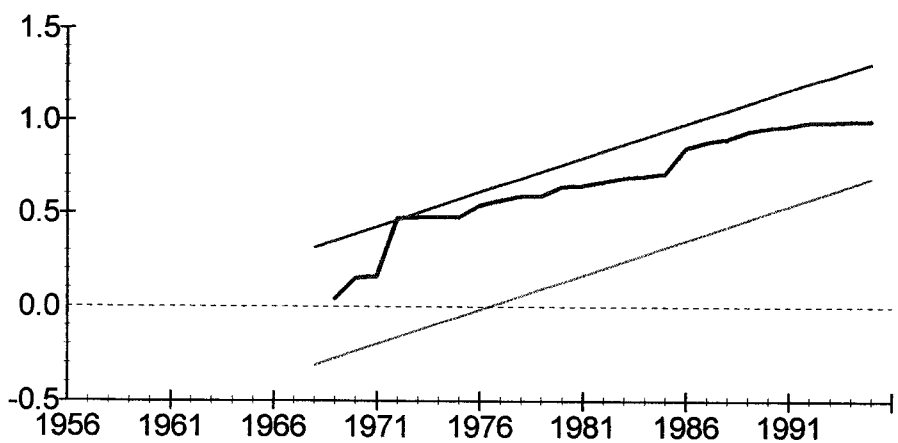
Plot of Cumulative Sum of Recursive Residuals



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

Fig. IIC-2d: Teste CUSUMSQ na Equação de DCTUPEV

Plot of Cumulative Sum of Squares of Recursive Residuals



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

Fonte das Figuras anteriores: Elaboradas no *Microfit 4.0*.

**Previsão Dinâmica multivariada
(Quadros IIC-7)**

Modelo estimado para o período: 1956-94
Previsão efectuada para 1995

a) Equação de DP:

Quadro IIC-7a

Multivariate dynamic forecasts for the level of P

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	4.1202	3.7993	.32093

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	-.0000	.32093
Mean Absolute	1.5792	.32093
Mean Sum Squares	4.0725	.10300
Root Mean Sum Squares	2.0180	.32093

Quadro IIC-7b

Multivariate dynamic forecasts for the change in P

39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	-1.0939	-1.4149	.32093

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period 1956 to 1994	Forecast Period 1995 to 1995
Mean	-.0000	.32093
Mean Absolute	1.5792	.32093
Mean Sum Squares	4.0725	.10300
Root Mean Sum Squares	2.0180	.32093

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.

b) Equação de Dctupev:

Quadro IIC-7c

Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV

 39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	6.6431	5.4241	1.2190

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period	Forecast Period
	1956 to 1994	1995 to 1995
Mean	-.0000	1.2190
Mean Absolute	2.2699	1.2190
Mean Sum Squares	8.1645	1.4859
Root Mean Sum Squares	2.8574	1.2190

Quadro IIC-7d

Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV

 39 observations from 1956 to 1994. Order of VAR = 2, chosen r =1.

Observation	Actual	Prediction	Error
1995	5.5745	4.3555	1.2190

Summary Statistics for Residuals and Forecast Errors

	Estimation Period	Forecast Period
	1956 to 1994	1995 to 1995
Mean	-.0000	1.2190
Mean Absolute	2.2699	1.2190
Mean Sum Squares	8.1645	1.4859
Root Mean Sum Squares	2.8574	1.2190

Fonte: Cálculos efectuados no *Microfit 4.0*.



**Previsão dinâmica Multivariada
(Figuras IIC-3 correspondentes aos quadros IIC-7)**

a) Equação de DP:

Fig. IIC-3a

Multivariate dynamic forecasts for the level of P

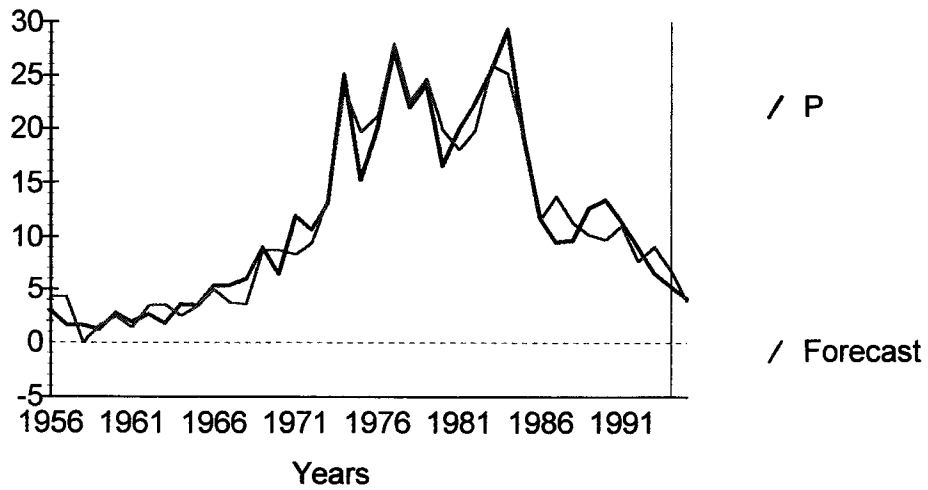
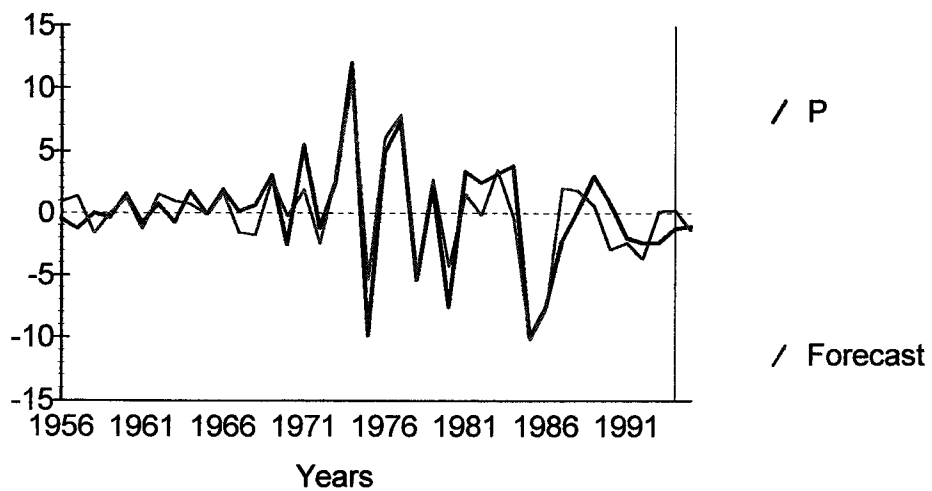


Fig. IIC-3b

Multivariate dynamic forecasts for the change in P



b) Equação de Dctupev:

Fig. IIC-3c

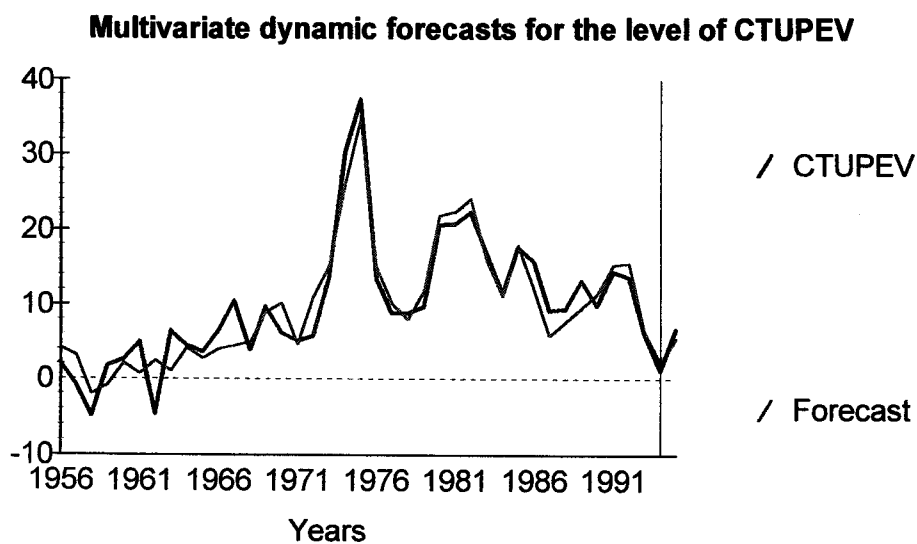
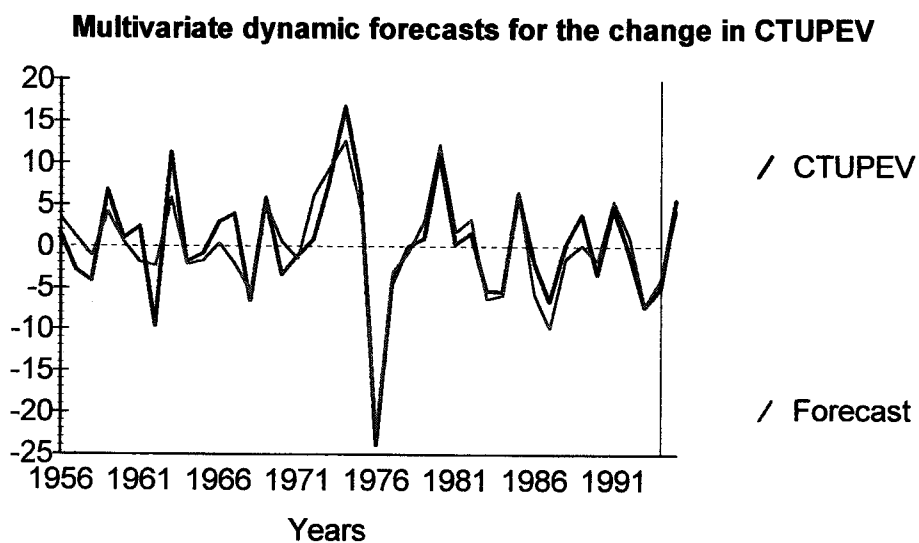


Fig. IIC-3d



Fonte da Figuras anteriores: Elaboradas no *Microfit 4.0*.

Quadro III C-8a : Equações Parcimoniosas de DP

Variável Dependente: DP

Método de Estimação: OLS.

ECM1= 1.0000*P -0.84016*CTUPEV

estimado no modelo C: P CTUPEV; csumpf, csume, csummy, csumspa & PF E MY SPA

Equação/ Regressores	DPC1	DPC2	DPC3	DPC4	DPC5	DPC6
	T=41 [55-95]	T ₁ =34, T ₂ =7 [55-88]	T=41 [55-95]	T=41 [55-95]	T=41 [55-95]	T=22 [74-95]
Inpt	.092997[.840]	.23312[.650]	.41478[.350]	.36737[.395]	.75194[.100]	-.46639[.550]
PF(-1)	-.23683[.000]	-.25130[.000]	-.28563[.000]	-.26997[.000]	-.28841[.000]	-.25155[.001]
ECM(-1)	-.12182[.072]	-.12281[.072]	-.14304[.025]	-.12308[.050]	-.14299[.020]	-.083232[.341]
PF	.35997[.000]	.34915[.000]	.37176[.000]	.39077[.000]	.38194[.000]	.39279[.000]
DE	.43382[.000]	.48629[.000]	.43141[.000]	.38324[.000]	.37550[.000]	.47112[.000]
Dum80	-	-	-	-4.7750[.086]	-4.5374[.087]	-
Dum87	-	-	-6.6854[.011]	-6.3636[.013]	-7.0791[.005]	-
SME	-	-	-	-	-2.4663[.041]	-
R ²	.65938	.71523	.70927	.72594	.75174	.73660
SEE	2.4690	2.4326	2.2811	2.2147	2.1079	2.8328
DW	2.4388	2.7737	2.4380	2.3670	2.6857	2.3088
LM(1, T-k-1)	2.2668[.141]	6.2749[.018]*	2.1658[.150]	1.5134[.227]	6.6026[.015]*	.56800[.462]
RESET _(1, T-k-1)	.92664[.342]	.99118[.328]	1.0238[.319]	1.5020[.229]	1.5092[.228]	.52154[.481]
BJ(2)	2.8072[.246]	2.8395[.242]	3.6943[.158]	3.1070[.212]	2.8921[.235]	1.2938[.524]
Het(1, T-2)	.23804[.628]	.34342[.562]	.35303[.556]	.29783[.588]	.41628[.523]	1.3705[.255]
ARCH(2, T-k-2)	.55831[.577]	1.4497[.484]	.96366[.392]	1.2862[.290]		2.5660[.110]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	1.1554[.358]	-	-	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	1.5368[.207]	-	-	-	-

Entre parêntesis rectos - P-value. No caso dos coeficientes estimados trata-se do teste t de Student para H₀: β=0.

* Teste Diagnóstico significativo a algum nível conforme indica p-value.

Quadro III C-8a: Equações Parcimoniosas de DP (continuação)

Equação/ Regressores	DPC7	DPC8	DPC9	DPC10	DPC11
	T=22 [74-95]	T ₁ =15, T ₂ =7 [74-88]	T=22 [74-95]	T=22 [74-95]	T=22 [74-95]
Inpt	-.84042[.220]	-.57618[.613]	.23662[.754]	.20005[.780]	1.4057[.118]
PF(-1)	-.24943[.001]	-.26189[.004]	-.31259[.000]	-.29712[.000]	-.35700[.000]
ECM(-1)	-	-.070771[.479]	-.12440[.128]	-.10251[.189]	-.18359[.026]
PF	.39254[.000]	.38648[.000]	.40524[.000]	.42756[.000]	.39262[.000]
DE	.51320[.000]	.53826[.001]	.45951[.000]	.40938[.000]	.43000[.000]
Dum80	-	-	-	-4.9465[.113]	-
Dum87	-	-	-6.8446[.031]	-6.5307[.032]	-8.8233[.006]
SME	-	-	-	-	-3.2075[.042]
R ²	.73721	.79904	.79230	.81365	.83339
SEE	2.8295	2.9698	2.5155	2.3827	2.2530
DW	2.4867	2.9156	2.0011	1.7791	2.6163
LM(1, T-k-1)	1.1966[.289]	4.0572[.075]*	.3872E-3[.985]	.18104[.677]	2.8097[.116]
RESET _(1, T-k-1)	.68751[.419]	.38285[.551]	.91104[.355]	1.9769[.182]	1.3410[.266]
BJ(2)	1.3126[.519]	.29978[.861]	1.2912[.524]	.36885[.832]	.33943[.844]
Het(1, T-2)	2.0063[.172]	2.2945[.154]	.86779[.363]	.30388[.588]	2.0119[.171]
ARCH(2, T-k-2)	4.6314[.026]*	.57106[.586]	.23590[.793]		.51311[.610]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	.78102[.618]	-	-	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	1.1409[.391]	-	-	-

Quadro III C-8b: Equações Parcimoniosas de DCTUPEV

Variável Dependente: DCTUPEV

Método de Estimação: OLS.

ECM1= 1.0000*P -0.84016*CTUPEV

estimado no modelo C: P CTUPEV; csumpf, csume, csummy, csumspa & PF E MY SPA

Equação/ Regressores	DCC1	DCC2	DCC3	DCC4	DCC5	DCC6
	T=40 [56-95]	T ₁ =33, T ₂ =7 [56-88]	T=40 [56-95]	T=22 [74-95]	T ₁ =12, T ₂ =10 [74-85]	T=22 [74-95]
Inpt	-1.3957[.053]	-1.1613[.141]	-1.5417[.029]	.32185[.698]	.18026[.885]	-.11953[.890]
DCTUPEV(-1)	.21081[.038]	.23547[.033]	.14871[.145]	.32553[.001]	.38410[.002]	.27810[.004]
E(-1)	-.87836[.000]	-.91775[.000]	-.84439[.000]	-.82601[.000]	-.89257[.000]	-.77531[.000]
SPA(-1)	-.38144[.044]	-.41640[.057]	-.37514[.040]	-	-	-
ECM1(-1)	1.3198[.000]	1.3378[.000]	1.2867[.000]	1.3644[.000]	1.4437[.000]	1.3202[.000]
PF	.27609[.000]	.24286[.003]	.20210[.015]	.31809[.000]	.26379[.005]	.27802[.001]
DSPA	-	-	-	.86464[.003]	.51320[.111]	.86742[.003]
Dum7475	-	-	6.0107[.064]	-	-	3.5197[.185]
\bar{R}^2	.74569	.76222	.76424	.90816	.96959	.91319
SEE	3.4575	3.5251	3.3290	2.4337	1.7810	2.3661
DW	1.8676	1.9510	1.8328	1.6036	1.8217	1.5351
LM(1, T-k-1)	.17159[.681]	.0012421[.972]	.23313[.632]	.45822[.509]	.032022[.865]	.55374[.469]
RESET(1, T-k-1)	.40935[.527]	.34902[.560]	.52376[.474]	.66436[.428]	.081568[.787]	1.1993[.292]
BJ(2)	.86239[.650]	.85280[.653]	.45582[.796]	1.0002[.606]	.51514[.773]	.72012[.698]
Het(1, T-2)	.36451[.550]	.13697[.714]	.94622[.337]	1.0533[.317]	.21442[.653]	.89314[.356]
ARCH(2, T-k-2)	.31746[.730]	.23881[.789]	.22288[.801]	.10983[.897]	.44834[.667]	.073876[.929]
Chow(T ₂ , T ₁ -k)	-	.81553[.583]	-	-	2.3878[.149]	-
Cov(k, T ₁ +T ₂ -2k)	-	.94872[.477]	-	-	3.7774[.031]*	-

Entre parêntesis rectos - P-value. No caso dos coeficientes estimados trata-se do teste t de Student para H₀: $\beta=0$.

* Teste Diagnóstico significativo a algum nível conforme indica p-value.

Fonte: Cálculos efectuados com base no programa *Microfit 4.0*.

Testes de Diagnóstico: Optamos por colocar a versão F dos testes de diagnóstico em virtude de Robalo Marques(98) citando Kiviet(86) salientar que em pequenas amostras a versão F é preferível, excepto BJ porque não se aplica esta versão, logo apresentamos a versão LM que segue um $\chi^2(2)$. Os graus de liberdade dos testes F estão entre parêntesis curvos em função de k e T: T=n° de observações utilizadas na regressão; k=n° de coef estimados; T₁=subamostra usada na estimação; T₂=Período pós-amostal (teste de previsão) ou segunda subamostra (teste de estabilidade, só possível com T₁>k e T₂>k).

Descrição dos testes de Diagnóstico:

LM - Estatística LM do teste de Godfrey(1978) para testar a hipótese nula de ausência de autocorrelação.

RESET - Estatística do teste RESET de Ramsey(1969) para testar a hipótese nula de correcta especificação do modelo.

BJ - Estatística do teste de Jarque-Bera para testar a hipótese nula de erros Gaussianos (Normalidade) [baseado em Bera e Jarque(1981)]

Het - Estatística do teste cuja hipótese nula é a homoescedasticidade dos resíduos [veja Pesaran e Pesaran(1997)]

ARCH - Estatística do teste de Engle (1982) cuja hipótese nula é a ausência de heteroescedasticidade condicional autoregressiva.

Chow - Estatística do teste de Capacidade Preditiva (2º teste de Chow(1960)), cuja hipótese nula é a capacidade preditiva no período pós-amostal.

Cov - Estatística do teste de Estabilidade Estrutural dos coeficientes da regressão (1º teste de Chow(1960)) cuja hipótese nula é a estabilidade dos parâmetros [também conhecido por teste de análise de covariância].

Referências Bibliográficas do Volume II

- BANERJEE, Anindya et al. (1993) - "*Co-Integration, Error-Correction, and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data*", Oxford University Press.
- BANERJEE, Anindya, Juan J. DOLADO, David F. HENDRY e Gregor W. SMITH (1986) - "Exploring Equilibrium Relationships in Econometrics Through Static Models: Some Monte Carlo Investigation", *Oxford Bulletin of Economic and Statistics*, 48(3), Agosto, 253-277.
- BANERJEE, Anindya, Robin L. LUMSDAINE, James STOCK (1992) - "Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypothesis: Theory and International Evidence", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), Julho, 271-287.
- BÅRDSSEN, Gunnar (1989) - "Estimation of Long Run Coefficients in Error Correction Models", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 51(3), Agosto, 345-350.
- BOSWIJK, H. Peter (1994) - "Testing for an unstable root in conditional and structural error correction models", *Journal of Econometrics*, 63, 37-60.
- BOTAS, Susana e Miguel Rocha de SOUSA (1995) - "PPP in the Long Run - A Cointegration Approach: The Portuguese Case from 1891 to 1992", *Economia*, 19(2), Maio, 3-31.
- CHRISTIANO, Lawrence J. (1992) - "Searching for a Break in GNP", *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3), Julho, 237-250.
- COVAS, Francisco (1996) - "Procura de Moeda e Super-Exogeneidade - O Caso Português", Working Paper nº 286-96, Outubro, Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa.
- CRUZ, Patrícia Moura e Artur Silva LOPES (1999) - "Raízes Unitárias e Quebras de Estrutura: Evidência Empírica para a Economia Portuguesa", *Estudos de Economia*, 19(2), Primavera, 233-263.
- CUSTÓDIO, Sandra C. C. G. S. (1998) - *A curva de Phillips para Portugal: Uma Abordagem de Cointegração*, Tese de Mestrado em Matemática Aplicada à Economia e à Gestão, ISEG-UTL, Lisboa.
- DAVIDSON, James E. H., D. F. HENDRY, F. SRBA e S. YEO (1978) - "Econometric Modelling of the Aggregate Time Series Relationship between Consumer's Expenditure and Income in the United Kingdom", *Economic Journal*, 88, Dezembro, 661-692.
- DICKEY, David A e Sastry G. PANTULA (1987) - "Determining the Order Differencing in Autoregressive Processes", *Journal of Business and Economic Statistics*, 5(4), Outubro, 455-461.

- DICKEY, David A. e Wayne A. FULLER (1979) - "Distribution of the Estimates for Autoregressive Time series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427-431.
- DICKEY, David A. e Wayne A. FULLER (1981) - "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, 49(4), 1057-1072.
- DOAN, Thomas A. (1996) - *RATS: User's Manual*, Version 4, Estima, Evanston, Illinois.
- DORNBUSCH, Rudiger e Stanley FISCHER (1982)- *Macroeconomia*, 2^a ed., McGraw-Hill do Brasil, S. Paulo.
- ENDERS, Walter (1996) - *RATS Handbook for Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Nova Iorque.
- ENDERS, Walter(1995) - *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Nova Iorque.
- ENGLE, Robert F. e Byung S. YOO (1987) -"Forecasting and Testing in Cointegrated Systems", *Journal of Econometrics*, 35(1), 143-159.
- ENGLE, Robert F. e C. W. J. GRANGER (1987) - "Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing", *Econometrica*, 55(2), Março, 251-276.
- ENGLE, Robert F., D. F. HENDRY e J. F. RICHARD (1983) - "Exogeneity", *Econometrica*, 51(2), Março, 277-304.
- ERICSSON, Neil R. e James G. MACKINNON (1999) - "Distributions of Error Correction Tests for Cointegration", International Finance Discussion Paper nº 655, Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington, D.C., Dezembro. [disponível em www.bog.frb.fed.us/pubs/ifdp/1999/655/default.htm, citado em 16/4/2000]
- FITOUSSI, Jean-Paul et al.(1993) - *Competitive Disinflation, The Mark and Budgetary Politics in Europe*, Oxford University Press.
- FRANSES, Philip Hans e Niels HALDRUP (1994) - "The Effects of Additive Outliers on Tests for Unit Roots and Cointegration", *Journal of Business & Economic Statistics*, 12(4), Outubro, 471-478.
- FULLER, Wayne A. (1976) - *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley & Sons, Cap. 8, pp. 327-386.
- GRANGER, C. W. J. (1969) - "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods", *Econometrica*, 37(3), 424-438.
- GUJARATI, Damodar N.(1995) - *Basic Econometrics*, 3^a ed., McGraw-Hill.
- HALDRUP, Niels (1994) - "Semiparametric Tests for Double Unit Roots", *Journal of Business and Economic Statistics*, 12(1), Janeiro, 109-122.

- HANSEN, Henrik e Katarina JUSELIOUS (1995) - *CATS in RATS: Cointegration Analysis of Time Series*, Estima, Evanston, Illinois.
- HARBO, I., S. JOHANSEN, B. NIELSEN e A. RAHBEEK (1998) - "Asymptotic Inference on Cointegrating Rank in Partial Systems", *Journal fo Business and Economic Statistics*, 16(4), Outubro, 388-399.
- HARRIS, R.I.D. (1995) - *Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling*, Prentice Hall.
- HASZA, David P. e Wayne A. FULLER (1979) - "Estimation of Autoregressive Processes With Unit Roots", *The Annals of Statistics*, 7(5), 1106-1120.
- HAUG, Alfred A. (1992) - "Critical Values for the \hat{Z}_α -Phillips-Ouliaris Test for Cointegration", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(3), Agosto, 473-480.
- HENDRY, David F. e Grayham E. MIZON (1978) - "Serial Correlation as a Convenient Simplification, not a Nuisance: A Comment on a Study of the Demand for Money by the Bank of England", *Economic Journal*, 88, Dezembro, 549-563.
- HOLDEN, Darryl e Roger PERMAN (1994) - "Unit Roots and Cointegration for the Economist", in B. Bhaskara RAO (ed.) (1994) - *COINTEGRATION for the Applied Economist*, St. Martin's Press, pp. 47-112.
- HYLLEBERG Svend e Grayham E. MIZON (1989) - "Cointegration and Error Correction Mechanisms", *Economic Journal*, 99, 113-125.
- JOHANSEN, Søren (1988) - "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic and Control*, 12 (2/3), 231-254.
- JOHANSEN, Søren (1991) - "Estimation and Hyphotesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Auto-Regressive Models", *Econometrica*, 59(6), Novembro, 1551-1580.
- JOHANSEN, Søren (1992a) - "Determination of Cointegration Rank in the Presence of a Linear Trend", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(3), 383-97.
- JOHANSEN, Søren (1992b)-"Cointegration in Partial Systems and the Efficiency of Single Equation Analysis", *Journal of Econometrics*, 52(3), 389-402.
- JOHANSEN, Søren (1992c) - "Testing Weak Exogeneity and the Order of Cointegration in UK Money Demand Data", *Journal of Policy Modelling*, 14(3), 313-34.
- JOHANSEN, Søren (1994) - "The Role of the Constant and Linear Terms in Cointegration Analysis of Nonstationary Variables", *Econometric Reviews*, 13(2), 205-229.
- JOHANSEN, Søren (1995) - "Identifying Restrictions of Linear Equations with Aplications to Simultaneous Equations and Cointegration", *Journal of Econometrics*, 69(1), Setembro, 111-132.

- JOHANSEN, Søren (1996)- *Likelihood-Based Inference in Cointegration Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press, Oxford. (reimpressão da 1ª edição de 1995).
- JOHANSEN, Søren e Katarina JUSELIOUS (1990) - "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration - With Applications to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52(2), 169-210.
- JOHANSEN, Søren e Katarina JUSELIOUS (1992) - "Testing structural hypotheses in a multivariate cointegration analysis of the PPP and the UIP for UK", *Journal of Econometrics*, 53(1-3), 211-244.
- JOHANSEN, Søren e Katarina JUSELIOUS (1994) - "Identification of the Long-Run and the Short-Run Structure: An Application to the ISLM model, *Journal of Econometrics*, 63(1), 7-36.
- JUSELIUS, Katarina (1991) - "Long-Run Relations in a Well-Defined Statistical Model for the Data Generating Process: Cointegration Analysis of the PPP and the UIP Relations for Denmark and Germany", in *Econometric Decision Models: New Methods of Modelling and Application* (J. Gruber, ed.), Springer-Verlag, pp. 336-357.
- KWIATKOWSKI, Denis, Peter C. B. PHILLIPS , Peter SCHMIDT e Yongcheol SHIN (1992) - "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root: How sure we are that economic time series have a unit root", *Journal of Econometrics*, 54(1-3), 159-78.
- MACKINNON, J. G. (1991) - "Critical values for cointegration tests" in R. F. ENGLE e C. W. J. GRANGER (eds)-*Long-Run Economic Relationships*, Readings in Cointegration, Advanced Texts in Econometrics, Oxford University Press, Nova Iorque, 267-276.
- MACKINNON, J. G. (1994) - "Approximate Asymptotic Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests", *Journal of Business and Statistics*, 12(2), Abril, 167-176.
- MACKINNON, James G., Alfred HAUG e Leo MICHELIS(1999) - "Numerical Distribution Functions of Likelihood Ratio Tests for Cointegration", *Journal of Applied Econometrics*, 14(5), Set./Out., 563-577.
- MADDALA, G. S. e In-Moo KIM (1999) - *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*, Cambridge University Press. (1ª edição: 1998, reimpressão: 1999).
- MADDALA, G. S.(1992) - *Introduction to Econometrics*, 2ª ed., Macmillan, Nova Iorque.
- MARQUES, Carlos Robalo (1998)- *Modelos Dinâmicos, Raízes Unitárias e Cointegração*, Edinova-Edições da UNL, Lisboa.
- MATEUS, Abel (1998)- *Economia Portuguesa: Desde 1910*, Editorial Verbo, Lisboa.

- McKENZIE, C. R. (1998) - "Software Review Microfit 4.0", *Journal of Applied Econometrics*, 13(1), 77-89.
- NEWBY, Whitney e Kenneth D. WEST (1987) - "A Simple Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, 55(3), Maio, 703-708.
- NEWBY, Whitney e Kenneth D. WEST (1994) - Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation", *Review of Economic Studies*, 61, 631-653.
- OSTERWALD-LENUM, Michael (1992) - "A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(3), 461 -72.
- PEIXE, Fernanda P. M. (1994) - *Raízes Unitárias e Cointegração: Uma Aplicação à Procura de Moeda em Portugal*, Tese de Mestrado, ISEG, Lisboa.
- PEIXE, Fernanda P. M. (1995) - "Cointegração e Procura de Moeda em Portugal", Conferência realizada na Universidade de Évora em 31-5-95, *mimeo*.
- PEIXE, Fernanda P. M. (1998) - "A Procura de Moeda em Portugal segundo a Abordagem de Johansen", *Estudos de Economia*, 18(4), 407-422.
- PEREIRA, João M. R. (1995) - "Testes às hipóteses da taxa natural de desemprego e histerese na taxa de desemprego de equilíbrio: uma aplicação de testes de raízes unitárias para séries com quebras de estrutura", *mimeo*, Trabalho realizado para a disciplina de Métodos Quantitativos do Mestrado em Economia Monetária e Financeira, ISEG-UTL.
- PEREIRA, João M. R. (1996) - *Teorias de Persistência e Histerese*, Tese de Mestrado, ISEG, Lisboa.
- PERRON, Pierre (1989) - "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, 57(6), Novembro, 1361-401.
- PERRON, Pierre (1990) - "Testing for a Unit Root in a Time Series With a Changing Mean", *Journal of Business & Economics Statistics*, 8(2), 153-162.
- PERRON, Pierre (1994) - "Trend, Unit Root and Structural Change in Macroeconomic Time Series", in B. Bhaskara RAO (ed.) (1994) - *COINTEGRATION for the Applied Economist*, St. Martin's Press, pp.113-146.
- PERRON, Pierre (1997) - "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables", *Journal of Econometrics*, 80(2), Outubro, 355-385.
- PERRON, Pierre e T. J. VOGELSANG (1992a) - "Nonstationarity and Level Shifts with an Application to Purchasing Power Parity", *Journal fo Business and Economic Statistics*, 10(3), Julho, 301-320.
- PERRON, Pierre e T. J. VOGELSANG (1992b) - "Testing for a Unit Root in a Time Series With a Changing Mean: Corrections and Extensions", *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(4), Outubro, 467-470.

- PERRON, Pierre e T. J. VOGELSANG (1993) - "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis, ERRATUM", *Econometrica*, 61(1), Janeiro, 248-249.
- PESARAN, M. Hashem e Bahram PESARAN (1997) - *Working with Microfit 4.0: Interactive Econometric Analysis* (Windows Version), Oxford University Press.
- PESARAN, M. Hashem, Yongcheol SHIN (1999) - "Long-Run Structural Modelling", Abril, 30 pp., disponível em: www.econ.cam.ac.uk/faculty/pesaran/lrs.pdf, citado em 7/4/00, (revisão do DAE Working Paper nº 9419 revisto em Julho 1997, University of Cambridge).
- PESARAN, M. Hashem, Yongcheol SHIN e Richard J. SMITH (1999) - "Structural Analysis of Vector Error Correction Models with Exogenous I(1) Variables", Outubro, 46 pp., disponível em: www.econ.cam.ac.uk/faculty/pesaran/pss2.pdf, citado em 7/4/00, (versão revista do DAE WP 9706 de 1997, University of Cambridge, e actualmente publicado no *Journal of Econometrics*, 97(2), Agosto de 2000, pp. 293-343).
- PHILLIPS, P. C. B. e S. OULIARIS (1990) - "Asymptotic Properties of Residual Based Tests for Cointegration", *Econometrica*, 58(1), Janeiro, 165-193.
- PHILLIPS, Peter C. B. e Pierre PERRON (1988) - "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, 75(2), 335-46.
- RAHBEK, Anders e MOSCONI, Rocco (1999) - "Cointegration Rank Inference with Stationary Regressors in VAR Models", *Econometrics Journal*, 2, 76-91.
- RAHBEK, Anders, Hans Christian KONGSTED e Clara JØRGENSEN (1999) - "Trend Stationarity in the I(2) Cointegration Model", *Journal of Econometrics*, 90(2), Junho, 265-289.
- SANTOS, João Nunes dos (1989) - "Causalidade entre Moeda e Rendimento na Economia Portuguesa: 1958-1984", *Economia*, 13(3), 335-357.
- SARGAN, J. D. e A. B. BHARGAVA (1983) - "Testing Residuals from Least Squares Regression for Being Generated by the Gaussian Random Walk", *Econometrica*, 51(1), 153-174.
- SCHMIDT, Peter e Peter C. B. PHILLIPS (1992) - "LM Tests for a Unit Root in the Presence of Deterministic Trends", *Oxford Bulletin of Economic and Statistics*, 54(3), Agosto, 257-287.
- SCHWERT, G. William (1989) - "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Business & Economic Statistics*, 7(2), 147-159.
- Séries Longas para a Economia Portuguesa - Pós II Guerra Mundial*, Vol. I - Séries Estatísticas (versão revista e prolongada para 1994 e 1995), Coordenação de Maximiano Pinheiro, Banco de Portugal, 1999. [também citado como PINHEIRO, Maximiano et al., *Séries Longas para a Economia Portuguesa*, Banco de Portugal, 1999].

- SHIN, Yongcheol (1994) - "A Residual-Based Test of the Null of Cointegration Against the Alternative of No Cointegration", *Economic Theory*, 10(1), 91-115.
- SIMS, Christopher A. (1972) - "Money, Income and Causality", *American Economic Review*, 62, 540-552, reimpresso in LUCAS, Robert E., Jr., e Thomas J. SARGENT (eds.) - *Rational Expectations and Econometric Practice*, George Allen & Unwin, Londres, 1981, 387-403.
- STEWART, Jon (1991)- *Econometrics*, Philip Allan.
- STOCK, James H. e Mark W. WATSON (1993) - "A Simple Estimator of Cointegrating Vectors in Higher Order Integrated Systems", *Econometrica*, 61(4), Julho, 783-820.
- URBAIN, Jean-Pierre (1992) - "On Weak Exogeneity in Error Correction Models", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(2), 187-207.
- ZIVOT, Eric e Donald W. K. ANDREWS (1992) - "Further Evidence on the Great Crash, The Oil-Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3), Julho, 251-270.

Índice de Quadros dos Anexos II e III

Quadro II.1 – <i>Dados Anuais Utilizados: 1954-1995</i>	89
Quadro II.2 – <i>Testes sobre a existência de duas raízes unitárias</i>	100
Quadro II.3a – <i>Testes de uma raiz unitária: ADF, PP e KPSS</i>	101
Quadro II.3b – <i>Testes de uma raiz unitária: ADF, PP e KPSS</i>	103
Quadro II.4a – <i>Modelo IO</i>	104
Quadro II.4b – <i>Modelo AO</i>	106

Modelo A:

Quadro IIIA-1: <i>Seleção da ordem k do VAR</i>	113
Quadro IIIA-2: <i>Teste de Traço para os 5 modelos do Método de Johansen de acordo com os termos determinísticos</i>	114
Quadro IIIA-3: <i>Seleção do melhor VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen</i>	115
Quadro IIIA-4: <i>Testes de Cointegração para o modelo seleccionado</i>	116
Quadro IIIA-5: <i>Testes de Hipóteses sobre Beta</i>	117
Quadro IIIA-6a: <i>Estimação da Equação de DP</i>	121
Quadro IIIA-6b: <i>Estimação da Equação de DCTUPEV</i>	122
Quadro IIIA-7a: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of P</i>	126
Quadro IIIA-7b: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in P</i>	126
Quadro IIIA-7c: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV</i>	127
Quadro IIIA-7d: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV</i>	127
Quadro IIIA-8a: <i>Equações Parcimoniosas de DP</i>	130
Quadro IIIA-8b: <i>Equações Parcimoniosas de DCTUPEV</i>	131

Modelo curva de Phillips:

Quadro III-1a: <i>Seleção da ordem k do VAR [com U endógeno]</i>	137
Quadro III-1b: <i>Seleção da ordem k do VAR [com U exogenamente fraco]</i>	138
Quadro III-2a: <i>Teste do Traço para os 5 modelos do Método de Johansen de acordo com os termos determinísticos [com U endógeno e Exógeno]</i>	139
Quadro III-2b: <i>Teste de Exogeneidade Fraca de U</i>	139
Quadro III-3: <i>Seleção do melhor VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen</i>	140
Quadro III-4: <i>Testes de Cointegração para o modelo seleccionado</i>	141
Quadro III-5: <i>Testes de Hipóteses sobre Beta</i>	142
Quadro III-6a: <i>Estimação da Equação de DCTUPEV</i>	147
Quadro III-6b: <i>Estimação da Equação de DP</i>	148
Quadro III-7a: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV</i>	152
Quadro III-7b: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV</i>	152

Quadro III-7c: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of P</i>	153
Quadro III-7d: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in P</i>	153
Quadro III-8a: <i>Equações Parcimoniosas de DCTUPEV</i>	156
Quadro III-8b: <i>Equações Parcimoniosas de DP</i>	157

Modelo B:

Quadro IIIB-1: <i>Seleção da ordem k do VAR</i>	162
Quadro IIIB-2: <i>Teste de Traço para os 5 modelos do Método de Johansen de acordo com os termos determinísticos</i>	163
Quadro IIIB-3: <i>Seleção do melhor VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen</i>	164
Quadro IIIB-4: <i>Testes de Cointegração para o modelo seleccionado</i>	165
Quadro IIIB-5: <i>Testes de Hipóteses sobre Beta</i>	166
Quadro IIIB-6a: <i>Estimação da Equação de DP</i>	171
Quadro IIIB-6b: <i>Estimação da Equação de DCTUPEV</i>	172
Quadro IIIB-7a: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of P</i>	176
Quadro IIIB-7b: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in P</i>	176
Quadro IIIB-7c: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV</i>	177
Quadro IIIB-7d: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV</i>	177
Quadro IIIB-8a: <i>Equações Parcimoniosas de DP</i>	180
Quadro IIIB-8b: <i>Equações Parcimoniosas de DCTUPEV</i>	181

Modelo C:

Quadro IIIC-1: <i>Seleção da ordem k do VAR</i>	186
Quadro IIIC-2: <i>Teste de Traço para os 5 modelos do Método de Johansen de acordo com os termos determinísticos</i>	187
Quadro IIIC-3: <i>Seleção do melhor VAR de Cointegração de acordo com os termos determinísticos pela abordagem de Johansen</i>	188
Quadro IIIC-4: <i>Testes de Cointegração para o modelo seleccionado</i>	189
Quadro IIIC-5: <i>Testes de Hipóteses sobre Beta</i>	190
Quadro IIIC-6a: <i>Estimação da Equação de DP</i>	195
Quadro IIIC-6b: <i>Estimação da Equação de DCTUPEV</i>	196
Quadro IIIC-7a: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of P</i>	200
Quadro IIIC-7b: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in P</i>	200
Quadro IIIC-7c: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV</i>	201
Quadro IIIC-7d: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV</i>	201
Quadro IIIC-8a: <i>Equações Parcimoniosas de DP</i>	204
Quadro IIIC-8b: <i>Equações Parcimoniosas de DCTUPEV</i>	205

Índice de Figuras dos Anexos II e III

Fig. II.1 – Taxa de inflação	96
Fig. II.2 – Taxa de desemprego (sentido lato).....	96
Fig. II.3 – Taxa de variação dos salários nominais médios privados.....	96
Fig. II.4 – Taxa de variação dos custos unitários de trabalho das empresas.....	97
Fig. II.5 – Taxa de inflação implícita nas importações.....	97
Fig. II.6 – Taxa de variação do stock nominal de moeda (M2).....	97
Fig. II.7 – Taxa de variação do stock nominal de moeda corrigida pela taxa de variação real do PIBpm.....	98
Fig. II.8 – Taxa de variação real do PIBpm.....	98
Fig. II.9 – Peso do saldo do SPA no PPBpm (pc).....	98
Fig. II.10 – Taxa de câmbio efectiva nominal do Escudo (pelo incerto).....	99
Fig. II.11 – Taxa de inflação implícita nas importações (em moeda externa).....	99

Modelo A:

Fig. IIIA-1a: Teste de Constância do Espaço de Cointegração.....	118
Fig. IIIA-1b: Eigenvalues não nulos.....	118
Fig. IIIA-1c: Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente.....	119
Fig. IIIA-1d: Parâmetros da matriz α estimados recursivamente.....	120
Fig. IIIA-2'a: Plot dos resíduos para a equação de DP.....	123
Fig. IIIA-2a: Teste CUSUM na equação de DP.....	123
Fig. IIIA-2'b: Teste CUSUMSQ na equação de DP.....	124
Fig. IIIA-2'c: Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV.....	124
Fig. IIIA-2c: Teste CUSUM na equação de DCTUPEV.....	125
Fig. IIIA-2d: Teste CUSUMSQ na equação de DCTUPEV.....	125
Fig. IIIA-3a: Multivariate dynamic forecasts for the level of P.....	128
Fig. IIIA-3b: Multivariate dynamic forecasts for the change in P.....	128
Fig. IIIA-3c: Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV.....	129
Fig. IIIA-3d: Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV.....	129

Modelo curva de Phillips:

Fig. III-1a: Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1970.....	143
Fig. III-1a': Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1976.....	143
Fig. III-1b: Eigenvalues não nulos pós-1970.....	144
Fig. III-1b': Eigenvalues não nulos pós-1976.....	144
Fig. III-1c: Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1970.....	145
Fig. III-1c': Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1976.....	145
Fig. III-1d: Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1970.....	146
Fig. III-1d': Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1976.....	146
Fig. III-2'a: Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV.....	149

Fig. III-2a: <i>Teste CUSUM na equação de DCTUPEV</i>	149
Fig. III-2b: <i>Teste CUSUMSQ na equação de DCTUPEV</i>	150
Fig. III-2'b: <i>Plot dos resíduos para a equação de DP</i>	150
Fig. III-2c: <i>Teste CUSUM na equação de DP</i>	151
Fig. III-2d: <i>Teste CUSUMSQ na equação de DP</i>	151
Fig. III-3a: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV</i>	154
Fig. III-3b: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV</i>	154
Fig. III-3c: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of P</i>	155
Fig. III-3d: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in P</i>	155

Modelo B:

Fig. IIIB-1a: <i>Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1970</i>	167
Fig. IIIB-1a': <i>Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1975</i>	167
Fig. IIIB-1b: <i>Eigenvalues não nulos pós-1970</i>	168
Fig. IIIB-1b': <i>Eigenvalues não nulos pós-1975</i>	168
Fig. IIIB-1c: <i>Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1970</i>	169
Fig. IIIB-1c': <i>Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1975</i>	169
Fig. IIIB-1d: <i>Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1970</i>	170
Fig. IIIB-1d': <i>Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1975</i>	170
Fig. IIIB-2'a: <i>Plot dos resíduos para a equação de DP</i>	173
Fig. IIIB-2a: <i>Teste CUSUM na equação de DP</i>	173
Fig. IIIB-2b: <i>Teste CUSUMSQ na equação de DP</i>	174
Fig. IIIB-2'b: <i>Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV</i>	174
Fig. IIIB-2c: <i>Teste CUSUM na equação de DCTUPEV</i>	175
Fig. IIIB-2d: <i>Teste CUSUMSQ na equação de DCTUPEV</i>	175
Fig. IIIB-3a: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of P</i>	178
Fig. IIIB-3b: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in P</i>	178
Fig. IIIB-3c: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV</i>	179
Fig. IIIB-3d: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV</i>	179

Modelo C:

Fig. IIIC-1a: <i>Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1972</i>	191
Fig. IIIC-1a': <i>Teste de Constância do Espaço de Cointegração pós-1975</i>	191
Fig. IIIC-1b: <i>Eigenvalues não nulos pós-1972</i>	192
Fig. IIIC-1b': <i>Eigenvalues não nulos pós-1975</i>	192
Fig. IIIC-1c: <i>Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1972</i>	193
Fig. IIIC-1c': <i>Parâmetros do vector de cointegração (β) estimados recursivamente pós-1975</i>	193
Fig. IIIC-1d: <i>Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1972</i>	194
Fig. IIIC-1d': <i>Parâmetros da matriz α estimados recursivamente pós-1975</i>	194
Fig. IIIC-2'a: <i>Plot dos resíduos para a equação de DP</i>	197
Fig. IIIC-2a: <i>Teste CUSUM na equação de DP</i>	197

Fig. IIIC-2b: <i>Teste CUSUMSQ na equação de DP</i>	198
Fig. IIIC-2'b: <i>Plot dos resíduos para a equação de DCTUPEV</i>	198
Fig. IIIC-2c: <i>Teste CUSUM na equação de DCTUPEV</i>	199
Fig. IIIC-2d: <i>Teste CUSUMSQ na equação de DCTUPEV</i>	199
Fig. IIIC-3a: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of P</i>	202
Fig. IIIC-3b: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in P</i>	202
Fig. IIIC-3c: <i>Multivariate dynamic forecasts for the level of CTUPEV</i>	203
Fig. IIIC-3d: <i>Multivariate dynamic forecasts for the change in CTUPEV</i>	203